



T.C.

TOKAT MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ
ÖLÇME DEĞERLENDİRME MERKEZİ

2019-2020 ÖĞRETİM YILI

8. Sınıf
Çalışma Fasikülü

MATEMATİK

Tokat İl Millî Eğitim Müdürü
Murat KÜÇÜKALİ

İl Ölçme Değerlendirme Şube Müdürü
Mesut PELİT

Ölçme Değerlendirme Merkezi İl Ekip Sorumlusu
Tekin GÜR

Ölçme Değerlendirme Merkezi Matematik Branş Sorumlusu
Fatma BAĞ

Matematik Soru Hazırlama Ekibi

Mustafa İLERİ
Kenan MERCAN
Mustafa KAVAK
Hakan BALAKAN
Serdar TUZCUOĞLU



MATEMATİK DERSİ

ÇARPANLAR VE KATLAR

- * Bir doğal sayıyı kalansız olarak bölebilen sayılara o doğal sayının çarpanları denir.
- * Her doğal sayı, en az iki doğal sayının çarpımı olarak yazılabilir. Bir doğal sayının çarpanı aynı zamanda bölenidir.

Örneğin; 54 sayısının çarpanlarını bulalım;

$$1.54 = 54$$

$$2.27 = 54$$

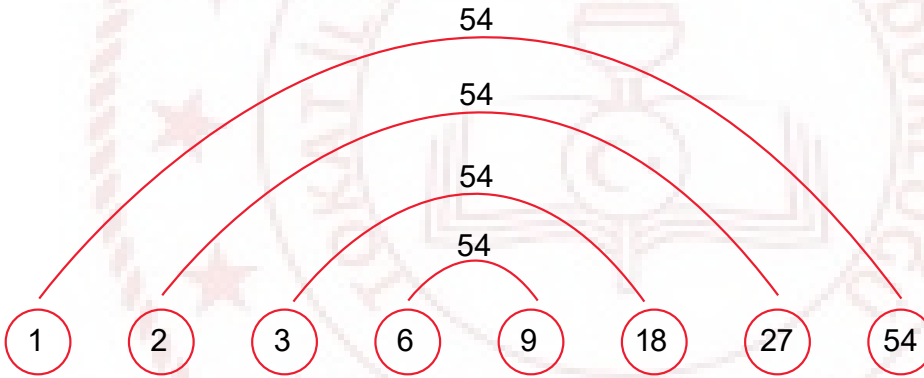
$$3.18 = 54$$

$$6.9 = 54$$

~~$$9.6 = 54$$~~

Çarpanlar tekrar etmeye başladığı zaman devam etmeye gerek yok , tüm çarpanları bulmuşsunuzdur.

54 'ün çarpanları ; 1,2,3,6,9,18,27,54



- * Bir sayının karesi olan doğal sayıların çarpan sayısı her zaman tek sayıdır, diğerleri ise çift sayıdır.

Örneğin; 16'nın çarpanları; 1, 2, 4, 8, 16 (5 tane çarpanı vardır.)
25 'in çarpanları; 1, 5, 25 (3 tane çarpanı vardır.)

Asal Sayılar

1 ve kendisinden başka tam böleni olmayan 1'den büyük doğal sayılara **asal sayılar** denir.

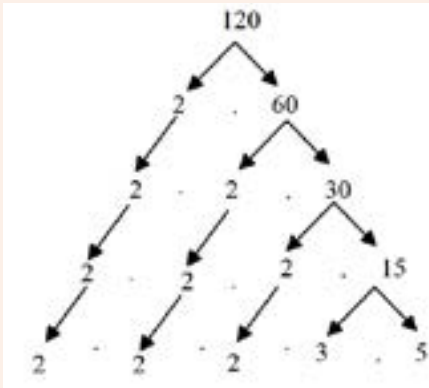
- * 1 asal sayı **değildir**.
- * Asal sayılar içerisinde çift olan sadece 2' dir. Diğer asal sayılar tektir.
- * İki basamaklı bir sayının asal olup olmadığına bakmak için 2, 3, 5 ve 7 ile tam bölünüp bölünmediğine bakmak yeterlidir.



MATEMATİK DERSİ

* Bir doğal sayıyı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazmaya **asal çarpanlara ayırma** denir. Bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırmak için çarpan ağacı veya çarpan algoritması yöntemleri kullanılabilir.

Çarpan Ağacı:



$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Çarpan Algoritması:

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Pozitif Çarpan Sayısı: Bir sayının pozitif çarpan sayısını bulmak için; sayı asal çarpanların çarpımı şeklinde yazılır, asal çarpanlarının kuvvetlerinin bir fazlasının çarpımı pozitif çarpan sayısını verir.

Örneğin; $120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

$(3+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ pozitif çarpanı vardır.

En Büyük Ortak Bölen (EBOB): İki ya da daha fazla doğal sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne bu sayıların en büyük ortak böleni denir.

54	72	2
27	36	2
27	18	2
27	9	3
9	3	3
3	1	3
1		

→ EBOB (54,72) = 2 · 3 · 3 = 18



MATEMATİK DERSİ

En Küçük Ortak Kat (EKOK): İki ya da daha fazla doğal sayının ortak katlarının en küçüğüne bu sayıların en küçük ortak katı denir.

54	72	2
27	36	2
27	18	2
27	9	3
9	3	3
3	1	3
1		

$$\longrightarrow \text{EKOK}(54,72) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 216$$



İki doğal sayının en büyük ortak bölen ve en küçük ortak katlarının çarpımı; sayıların çarpımına eşittir.

$$\text{EBOB}(A, B) \cdot \text{EKOK}(A, B) = A \cdot B$$

Aralarında Asal Sayılar: Birden başka ortak böleni olmayan doğal sayılara **aralarında asal sayılar** denir.

- 1 ile bütün doğal sayılar aralarında asaldır.
- Asal sayılar birbirleri ile aralarında asaldır.
- Ardışık sayılar aralarında asaldır.
- Aralarında asal sayıların en büyük ortak böleni 1' dir.
- Aralarında asal sayıların en küçük ortak katı sayıların çarpımına eşittir.

Örneğin;

51	55	3
17	55	5
17	11	11
17	1	17
1		

$$\begin{aligned} \longrightarrow \text{EBOB}(51,55) &= 1 \\ \text{EKOK}(51,55) &= 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17 = 2805 \\ &= 51 \cdot 55 = 2805 \end{aligned}$$



MATEMATİK DERSİ

ÜSLÜ İFADELER

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \dots}_{n \text{ tane } a} = \underbrace{a^n}_{\text{Üs (Kuvvet)}} \quad \text{Taban}$$

- * Pozitif bir tam sayının tek kuvvetleri de çift kuvvetleri de pozitiftir. $(+)^{\text{tek}} = +$, $(+)^{\text{çift}} = +$
- * Negatif bir tam sayının çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir. $(-)^{\text{tek}} = -$, $(-)^{\text{çift}} = +$



Negatif sayıların kuvvetini alırken; kuvvetin parantezin üzerinde mi yoksa sayının üzerinde mi olduğuna dikkat ediniz. Sonuç aynı çıkmayabilir.

$$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = +16$$

$$-4^2 = -4 \cdot 4 = -16$$

$$(-4)^2 \neq -4^2$$

- * 0 hariç, tüm sayıların sıfırcı kuvveti 1'e eşittir. $\rightarrow a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$
- * Sıfırın tüm pozitif kuvvetleri sıfırdır. $\rightarrow 0^{2020} = 0$
- * Her sayının 1. kuvveti kendisine eşittir. $\rightarrow 2020^1 = 2020$
- * 1' in her kuvveti yine kendisine eşittir. $\rightarrow 1^{2020} = 1$

Negatif Üs

$$a, n \in \mathbb{Z} \text{ ve } a \neq 0 \text{ için, } \frac{1}{a^n} = a^{-n} \text{ ve } a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ 'dir.}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}, \quad 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

Üssün Üssü

- * Üslü bir sayının üssü alınırken üsler çarpılıp sonuç, üs olarak yazılır; taban aynı kalır.

$$(a^3)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$$

Üslü İfadelerle Çarpma İşlemi

- * Tabanlar aynı ise üsler toplanır. $\rightarrow 5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3} = 5^7$
- * Üsler aynı ise tabanlar çarpılır. $\rightarrow 3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 5)^4 = 15^4$



MATEMATİK DERSİ

Üslü İfadelerle Bölme İşlemi

* Tabanları aynı olan üslü ifadeler bölünürken; bölünenin (pay) üssünden, bölenin (payda) üssü çıkarılır, taban aynen yazılır.

$$3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = 3^3$$

* Üsleri aynı olan üslü ifadeler bölünürken; tabanlar parantez içinde bölünür, üs aynen yazılır.

$$6^4 : 2^4 = (6:2)^4 = 3^4$$

Çok Büyük Sayılar 10'nun Pozitif Kuvvetleri

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$

* Bir tam sayının sağındaki sıfırlar 10' un pozitif kuvvetini temsil eder.

$$320000000 = 32 \cdot 10^7$$

Çok Küçük Sayılar 10'nun Negatif Kuvvetleri

$$10^{-1} = 0,1$$

$$10^{-2} = 0,01$$

$$10^{-3} = 0,001$$

* Bir tam sayının solundaki sıfırlar 10' un negatif kuvvetini temsil eder.

$$0,000053 = 53 \cdot 10^{-6}$$

Çözümleme

$$abc,def = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0 + d \cdot 10^{-1} + e \cdot 10^{-2} + f \cdot 10^{-3}$$

$$571,632 = 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$$

Bilimsel Gösterim

a bir gerçektek sayı, $1 \leq |a| < 10$ ve n bir tam sayı olmak üzere $a \cdot 10^n$ gösterimine **bilimsel gösterim** denir.

$$\begin{aligned} 145300000 &= 1453 \cdot 10^5 \\ &= 145,3 \cdot 10^6 \\ &= 14,53 \cdot 10^7 \\ &= 1,453 \cdot 10^8 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \text{Üslü gösterim} \\ \\ \end{array}$$

→ Bilimsel gösterim



MATEMATİK DERSİ

KAREKÖKLÜ İFADELER

Alanı 36 cm^2 olan karenin bir kenarının uzunluğunu bulalım.

$$36 \text{ cm}^2$$



Karenin alanı, bir kenar uzunluğunun kendisi ile çarpımına eşit olduğuna göre; acaba hangi sayının kendisi ile çarpımı 36 'ya eşittir?

Bu sorunun cevabı karenin bir kenar uzunluğunu verecektir.

$36 = 6^2 = 6 \times 6$ eşitliğinden karenin bir kenar uzunluğunun 6 cm olduğu anlaşılır.

Alanın 36 cm^2 olan bir karenin bir kenar uzunluğu için 36 'nın karekökü bulunur.

$$\sqrt{36} = 6$$

Bu örnek soruya göre şu tanımlı yapabiliriz;

- * Verilen sayının, hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemi karekök almadır. Karekök $\sqrt{\quad}$ sembolü ile gösterilir.
- * $\sqrt{\quad}$ sembolünü, bir sayının pozitif karekökünü bulmak için kullanırız. Yani bir sayının karekökü pozitif bir sayıdır.
- * Karekökleri tam sayı olan doğal sayılar, **tam kare sayılar** olarak isimlendirilir.

$\sqrt{100} = 10$ olduğu için 100 doğal sayısı bir tam kare sayıdır.

- * Tam kare olmayan bir kareköklü sayının hangi iki tam sayı arasında olduğunu bulabiliriz. Tam kare olmayan kareköklü sayı, kendisine en yakın iki tam kare arasındadır.

Örneğin; $\sqrt{55}$ sayısının hangi iki tam sayı arasında olduğunu bulalım.

$$\sqrt{49} < \sqrt{55} < \sqrt{64} \quad \text{tam kare ifadeleri sıralayabiliriz.}$$

$$7 < \sqrt{55} < 8 \quad \text{olduğu görülür.}$$

- * Kareköklü sayılar toplanırken, katsayıların toplamı, ortak kareköke katsayı olarak yazılır.

$$7\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = (7 + 8)\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$$

- * Kareköklü sayılar çıkarılırken, katsayıların farkı, ortak kareköke katsayı olarak yazılır.

$$11\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = (11 - 6)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

- * $a, b \neq 0$ ve $a \neq b$ olmak üzere, $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ veya $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

$$\sqrt{25} + \sqrt{144} \neq \sqrt{25+144}$$

$$5+12 \neq \sqrt{169}$$

$$17 \neq 13$$



MATEMATİK DERSİ

* Kareköklü sayılar çarpılırken, kat sayılar çarpılarak çarpıma katsayı olarak yazılır. Kareköklü iki sayı ise tek bir karekök içerisinde yazılarak çarpılır ve çarpıma yazılır.

$$3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{3} = 3 \cdot 4 \sqrt{5 \cdot 3} = 12\sqrt{15}$$

$$4\sqrt{6} \cdot \sqrt{7} = 4 \cdot 1 \sqrt{6 \cdot 7} = 4\sqrt{42}$$

* Karekök içindeki bir sayıyı $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmak için karekökün içinde çarpım durumunda olan tam kare sayılar kökün dışına çıkarılır. Tam kare olmayan sayılar kökün içinde kalır.

$$\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$$

olarak yazılır.

$$\rightarrow \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$$

* $a\sqrt{b}$ şeklindeki bir ifadenin kat sayısını karekök içine almak için katsayı kökün içine karesi alınarak alınması gerekir.

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$$

olarak yazılır.

$$\rightarrow 4\sqrt{5} = \sqrt{4^2 \cdot 5} = \sqrt{16 \cdot 5} = \sqrt{80}$$

* Kareköklü sayılarda sıralama yaparken ya bütün sayıları karekök içine almalı, ya da bütün sayıları karekök dışına çıkarmalıyız.

Örneğin; $3\sqrt{5}$, $\sqrt{48}$, $2\sqrt{13}$ sayılarını sıralayalım.

$$3\sqrt{5} = \sqrt{45} \text{ , } 2\sqrt{13} = \sqrt{52}$$

O halde $3\sqrt{5} < \sqrt{48} < 2\sqrt{13}$ olur.

$$a \geq 0 \text{ ve } b > 0 \text{ olmak üzere; } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ ' dir.}$$

$$\sqrt{\frac{36}{9}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2$$

* a ve b birer tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara **irrasyonel sayılar** denir.

Örneğin; π irrasyonel bir sayıdır.

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ gibi tam kare olmayan kareköklü sayılar irrasyonel sayılardır.



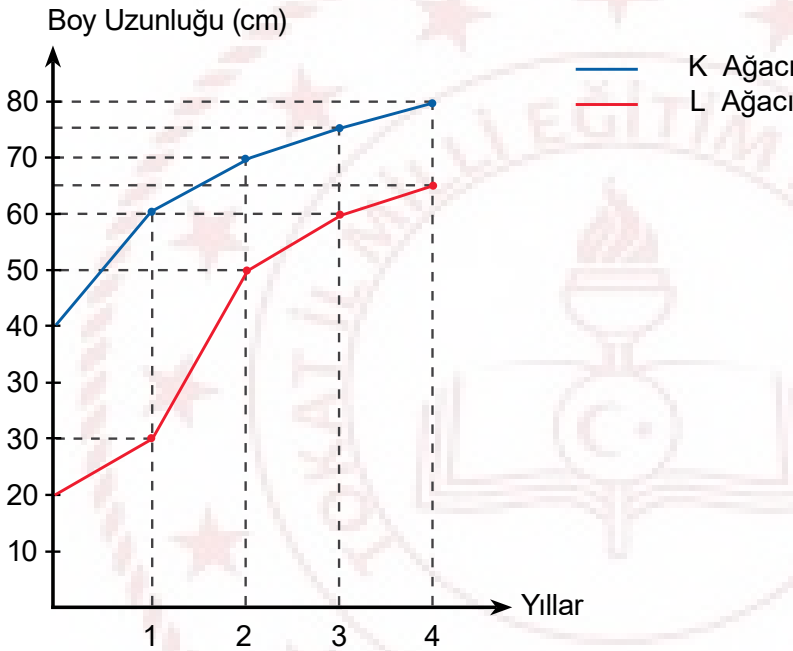
MATEMATİK DERSİ

VERİ ANALİZİ

Çizgi Grafiği: Verilerin yatay ve dikey eksenlerdeki karşılıklarını veren noktaların birleştirilmesi ile elde edilen grafiğe **çizgi grafiği** denir.

- * Çizgi grafiğinde değişkenler sürekli olmalıdır.
- * Verilerin zamana göre değişimini göstermek için çizgi grafiği daha uygundur. Bir kişinin zamana göre boy uzama grafiği, bir ilin hava sıcaklık değişimi, bir depodaki suyun zamana göre değişimi gibi.

Grafik: Yıllara göre ağaç boylarındaki değişim



Grafiğe göre aşağıdaki soruları cevaplayalım:

a) Ağaçların dikilme boyları kaç santimetredir?

K ağacının dikilme boyu 40 cm
L ağacının dikilme boyu 20 cm

b) İkinci yıl en fazla hangi ağaç uzamıştır?

L ağacının 1. Yıl boyu 30 cm iken 2. Yıl 50 cm olmuştur; $50 - 30 = 20$ cm uzamıştır.
K ağacının 1. Yıl boyu 60 cm iken 2. Yıl 70 cm olmuştur; $70 - 60 = 10$ cm uzamıştır.
L ağacı daha fazla uzamıştır.



MATEMATİK DERSİ

c) Grafiğe göre K ağacının en fazla uzadığı yıl hangisidir?

1. yıl

d) L ağacı yılda ortalama kaç cm uzamıştır?

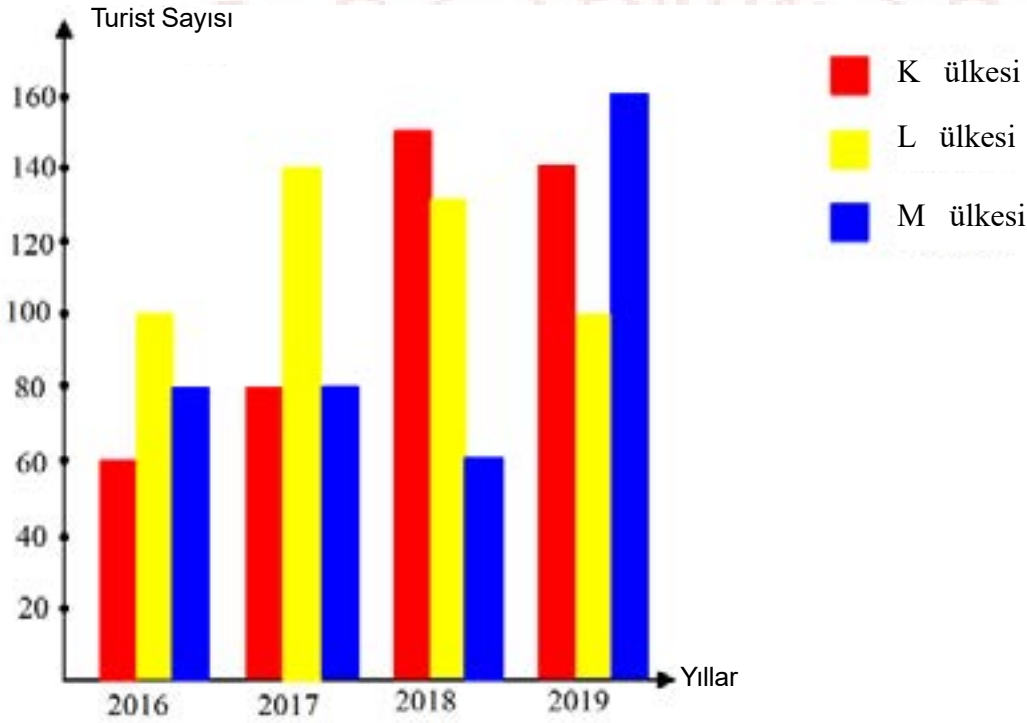
$$\frac{10 + 20 + 10 + 5}{4} = 11,25$$

Sütun Grafiği: Verilerle ilgili istatistiksel bilgilerin grafik üzerinde sütunlarla gösterilmesine **sütun grafiği** denir.

* Sütun grafiği verileri karşılaştırmak için kullanılan en uygun grafik türüdür.

* Bir sınıftaki öğrencilerin aldıkları notların karşılaştırılması, firmaların bir yılda sattıkları araç sayılarının karşılaştırılması gibi.

Grafik: Yıllara göre gelen turist sayıları



Grafiğe göre aşağıdaki soruları cevaplayalım;

a) En fazla hangi yıl turist gelmiştir?

2016 yılı; $60 + 100 + 80 = 240$

2017 yılı; $80 + 140 + 80 = 300$

2018 yılı; $150 + 130 + 60 = 340$

2019 yılı; $140 + 100 + 160 = 400$

2019 yılı en fazla turist gelmiştir.



MATEMATİK DERSİ

b) Bu yeri yıllık ortalama kaç turist ziyaret etmiştir?

$$\frac{240 + 300 + 340 + 400}{4} = 320$$

c) Dört yılda en fazla hangi ülkeden turist gelmiştir?

K Ülkesi; $60 + 80 + 150 + 140 = 430$

L Ülkesi; $100 + 140 + 130 + 100 = 470$

M Ülkesi; $80 + 80 + 60 + 160 = 380$

En fazla L ülkesinden turist gelmiştir.

d) Hangi ülkenin ardışık üç yıl gelen turist sayısı artmıştır?

K Ülkesi

Daire Grafiği: Verilerin, bir dairenin dilimlere ayrılarak gösterilmesine **daire grafiği** denir.

* Daire grafikleri, bir bütünün parçalarının nasıl paylaşıldığını göstermek için kullanılabilecek en uygun grafik türüdür.

Örneğin; Yukarıda verilen sütun grafiğindeki 2019 yılında gelen turist sayılarını daire grafiği ile gösterelim.

Ülkeler	Turist Sayısı
K	140
L	100
M	160

I.yol:

K ülkesinin daire diliminin merkez açısını bulmak için;

$$\begin{array}{rcl} 400 \text{ turist} & \swarrow \searrow & 360^0 \\ 140 \text{ turist} & \swarrow \searrow & x \\ \hline & \text{Doğru Orantı} & \\ x.400 = 140.360 & & \\ x = 126^0 & & \end{array}$$

L ülkesinin daire diliminin merkez açısını bulmak için;

$$\begin{array}{rcl} 400 \text{ turist} & \swarrow \searrow & 360^0 \\ 100 \text{ turist} & \swarrow \searrow & x \\ \hline & \text{Doğru Orantı} & \\ x.400 = 100.360 & & \\ x = 90^0 & & \end{array}$$



MATEMATİK DERSİ

M ülkesinin daire diliminin merkez açısını bulmak için;

$$\begin{array}{rcl} 400 \text{ turist} & \swarrow \searrow & 360^\circ \\ 160 \text{ turist} & \nwarrow \nearrow & x \\ \hline & & \text{Doğru Orantı} \end{array}$$
$$x \cdot 400 = 160 \cdot 360$$
$$x = 144^\circ$$

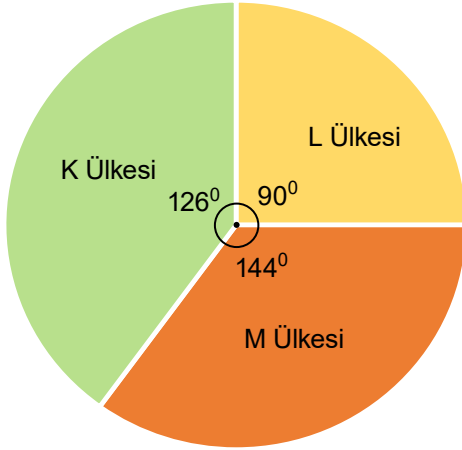
II.yol:

$$360 : 400 = 0,9$$

$$\text{K Ülkesi} \longrightarrow 140 \cdot 0,9 = 126^\circ$$

$$\text{L Ülkesi} \longrightarrow 100 \cdot 0,9 = 90^\circ$$

$$\text{M Ülkesi} \longrightarrow 160 \cdot 0,9 = 144^\circ$$



- * Çizgi grafiği çoğunlukla bir yada daha fazla veri grubunun zamana göre değişimini göstermek için kullanılır.
- * Sütun grafiği çoğunlukla iki veya daha fazla verinin karşılaştırması için kullanılır.
- * Daire grafiği çoğunlukla bir bütünün parçalarını karşılaştırırken kullanılır.



MATEMATİK DERSİ

BASİT OLAYLARIN OLMA OLASILIĞI

Konunun iyi bir düzeyde anlaşılıp , kavranabilmesi için; öncelikle ,konuyla ilgili temel kavramların öğrenilmesinde fayda vardır.

Şimdi bunları görelim:

Deney : Düşünülen bir olaya ait, bir olasılık hesabı için yapılan ya da yapıldığı düşünülen eylemlerdir.

Örneğin; Bir madeni parayı havaya attığımızda yaptığımız bu olay bir deneydir, yada 50 kişilik bir öğrenci grubundan rastgele bir öğrenci seçme durumu yine bir deney olarak adlandırılır.

Örnek Uzay : Belirli bir duruma ait olasılık hesabı yaparken, bu durumun içinde yer aldığı ; ihtimal dahilindeki bütün durumların belirlendiği, yani bütün çıktıların kümesidir.

Örneğin; Hilesiz bir zar atma deneyinde; 5 gelme ihtimalini araştırırken, ihtimal dahilinde olan; 1,2,3,4,5,6 sayılarının her birinin gelebilme durumlarının hepsini içine alan bu kümeye, bu deneye ait örnek uzay deriz.

Mesela; 4 kız ve 5 erkek öğrencinin olduğu bir gruptan rastgele bir öğrenci seçtiğimizde Örnek Uzay 9 elemanlı bir küme olmaktadır. Çünkü her bir öğrenci seçilmiş olabilir.

Olay : Örnek uzayın içinde yer alan her bir durumu bir olay (vaka) olarak düşünebiliriz.

Örneğin; Bir madeni paranın havaya atılması deneyinde, üste gelen yüzün tura gelmesinin incelenmesi bir olaydır.

Bir Olayın Olma Olasılığı : Düşünülen bir olayın olma ihtimali; ihtimal dahilindeki bütün sonuçların içinde aranır.

Dolayısıyla;

$$\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}}$$

şeklinde formüle edilir.

Örneğin; Hilesiz bir zar atma deneyinde ; üste gelen sayının 4' ten küçük olma olasılığını bulalım.

Deneye ait Örnek Uzay = { 1,2,3,4,5,6} dır.

4'ten küçük olma olayına ait durumlar = { 3,2,1 } dir.

O halde 4' ten küçük olma olasılığı;

$$\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

olarak bulunur.

Kesin Olay : Olabilme ihtimali %100 yani $\frac{100}{100} = 1$ olan olaylardır.

Örneğin ; Türkiye haritasından rastgele seçilecek bir ilin plaka numarasının 82' den küçük olma ihtimali kesin bir olaydır.

Çünkü; en son yazılan plaka numarası şu an için 81' dir.



MATEMATİK DERSİ

İmkansız Olay: Olabilme ihtimali %0 yani $\%0 = \frac{0}{100} = 0$ olan olaylardır.

Örneğin; Hilesiz iki tane zar aynı anda havaya atıldığında; üste gelen yüzlerdeki sayılar toplamının 13 olma ihtimali 0' dır.

Çünkü en fazla $6+6=12$ olmaktadır.

O halde buraya kadar gördüklerimizden, aşağıdaki sonuçları çıkarmak yerinde olacaktır.

- * Bir olayın olma olasılığının değeri daima 0 ile 1 arasında (0 ve 1 dahil) olabilmektedir.
- * Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamı daima 1' dir.

Örnek : Hilesiz bir zar atma deneyinde ; üste gelen sayının en çok 5 gelme olasılığını bulmak için aşağıda belirtilen iki farklı yolu takip edebiliriz. Hangisinin daha uygun bir yol olacağına siz karar veriniz.

1.yol : Olaya A ismini verelim. Olaya ait elemanlar $A = \{1,2,3,4,5\}$ olacaktır.

Buradan A olayının olma olasılığının $\frac{5}{6}$ olacağı anlaşılmaktadır.

2.yol : Oysa bu A olayının olmamasını (olumsuzunu) dikkate aldığımızda bu durum $\{ 6 \}$ ve bir elemanlı bir küme olacaktır.

Dolayısıyla A olayının olmama olasılığı $\frac{1}{6}$ olacaktır.

(A olayının olma olasılığı) + (A olayının olmama olasılığı) = 1 , kuralından hareket edersek ;

(A olayının olma olasılığı) + $\frac{1}{6}$ = 1 ve buradan,

(A olayının olma olasılığı) = $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ bulunacaktır.



MATEMATİK DERSİ

Örnek : 1' den başlayarak en son 120 sayısı; aynı büyüklükteki kartlara yazılıp bir torbaya konuluyor.

a-) Bu torbadan rastgele bir kart seçildiğinde 6' nın katı olan bir sayı olma olasılığı ne olur?

b-) Bu torbadan rastgele bir kart seçildiğinde 8' in katı olan bir sayı olma olasılığı ne olur?

c-) 6' nın katı ve 8' in katı olma olasılıklarının karşılaştırınız?

Çözüm:

a-) 1,2,3,.....120 \longrightarrow 6,12,18,24,.....120 \longrightarrow 6.(1,2,3,.....20) \longrightarrow 20 tane

Dolayısıyla ; $\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}} = \frac{20}{120}$

b-) 1,2,3,.....120 \longrightarrow 8,16,24,32,.....120 \longrightarrow 8.(1,2,3,.....15) \longrightarrow 15 tane

Dolayısıyla ; $\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}} = \frac{15}{120}$

c-) Bu torbadan rastgele bir kart seçildiğinde; 6' nın katı olan bir sayı olma olasılığı, 8' in katı olan bir sayı olma olasılığına göre daha fazladır. Çünkü kartlarda yazılı olan sayılar içerisinde altının katı olan sayılar daha fazladır.



* Bazen olasılık hesabı yapmadan '**daha az**', '**eşit**' ve '**daha fazla**' olasılıklı durumlar belirlenebilir.

Örneğin; 22 tane kırmızı , 18 tane mavi top bulunan bir torbadan seçilen topun mavi olma olasılığı daha azdır.

* Olası durum sayıları birbirine eşit olan olaylara **eşit olasılıklı** olay denir.

Örneğin; Bir madeni para atıldığında yazı ve tura gelme olasılığı birbirine eşittir.



MATEMATİK DERSİ

Örnek:

ATÖLYE

ORGANİZE SANAYİ



Yukarıda ; organize sanayi bölgesi içinde yer alan bir tekstil üretim fabrikası verilmiştir.

Fabrika; özdeş olup, farklı renk ve desenlerde olan, tişört üretimine başlamıştır.

Üretim için; A ve B markalı makineler kullanılmaktadır.

A markalı makinelerde üretilen tişörtlerin %12' si kusurlu (defolu) , B markalı makinelerde üretilen tişörtlerin % 85' i kusursuzdur.

A markalı 9 adet, B markalı 12 adet makine vardır. Üretilen tişörtler Kalite-Kontrol-Ünitesinde incelenerek kusurlu olanlar ayrı bir alanda toplanmaktadır.

Bu durumda kusurlu olarak ayrılmış olanlardan; rastgele bir tişört seçildiğinde ; bunun A markalı makinede üretilmiş olma olasılığı ne olur?

A) $\frac{3}{8}$

B) $\frac{9}{175}$

C) $\frac{24}{175}$

D) $\frac{83}{525}$

Çözüm:

A markalı makinede üretilme değeri $\longrightarrow 9 \cdot \%12 = 1,08$ olur.

B markalı makinede üretilme değeri $\longrightarrow 12 \cdot \%15 = 1,8$ olur.

Kusurlu olarak ayrılmış alandan rastgele seçilen bir tişörtün A makinesinde üretilmiş olma olasılığı;

$$\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}}$$

$$\frac{1,08}{1,08 + 1,8} = \frac{1,08}{2,88} = \frac{3}{8}$$

sonucu elde edilir.



MATEMATİK DERSİ

CEBİRSEL İFADELER

İçerisinde en az bir tane bilinmeyen (değişken) bulunan ifadelere **cebirsal ifadeler** denir.

KAVRAMLAR	TANIM
Değişken	Cebirsal ifadede bulunan harf ve sembollere yani bilinmeyenlere denir.
Terim	Cebirsal ifadede (+) ve (-) ile ayrılmış her kısma terim denir.
Sabit terim	Değişkeni olmayan terime denir.
Katsayı	Terimlerin önünde çarpım halinde olan sayılara denir.
Benzer terim	Değişkenleri aynı olan ifadelere denir. Cebirsal ifadelerde toplama ve çıkarma benzer terimler arasında yapılır.

Örnek : $4x^2 - 3y + 5$ ifadesi için ;

Değişkenler	x ve y
Terimler	$4x^2$, $-3y$, 5
Sabit terim	5
Katsayılar	4, -3, 5
Katsayılar Toplamı	$(4) + (-3) + (5) = 6$



* Katsayılar toplamını bulmak için cebirsal ifadede bütün değişkenler yerine bir yazılıp; cebirsal ifadenin değeri hesaplanırsa katsayılar toplamı bulunmuş olur.

Cebirsal İfadelerde Çarpma

- * Cebirsal ifadelerde çarpma işlemi yapılırken değişkenler kendi arasında, katsayılar kendi arasında çarpılır.
- * Cebirsal ifadelerde çarpma işlemi yapılırken; çarpmanın toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinden faydalanılır.
- * Çarpım sonucunda benzer terimler oluştu ise benzer terimler arasında toplama ve çıkarma işlemleri yapılır.

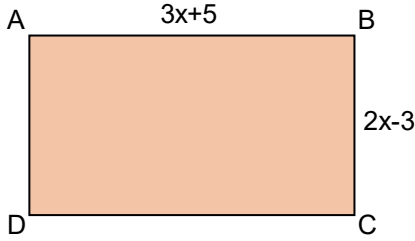
Örnek:

- $3x \cdot x = 3x^2$
- $2x \cdot (-2y) = -4xy$
- $x(3x-2) = 3x^2 - 2x$
- $(a+3) \cdot (2a-5) = 2a^2 - 5a + 6a - 15 = 2a^2 + a - 15$



MATEMATİK DERSİ

Örnek:



Kısa kenarı $2x-3$ cm ,uzun kenarı $3x+5$ cm olan şekildeki ABCD dikdörtgeninin alanı kaç santimetrekaredir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} & (3x+5) \cdot (2x-3) \\ &= 3x \cdot 2x + 3x \cdot (-3) + 5 \cdot 2x + 5 \cdot (-3) \\ &= 6x^2 - 9x + 10x - 15 \\ &= 6x^2 + x - 15 \end{aligned}$$

Örnek :



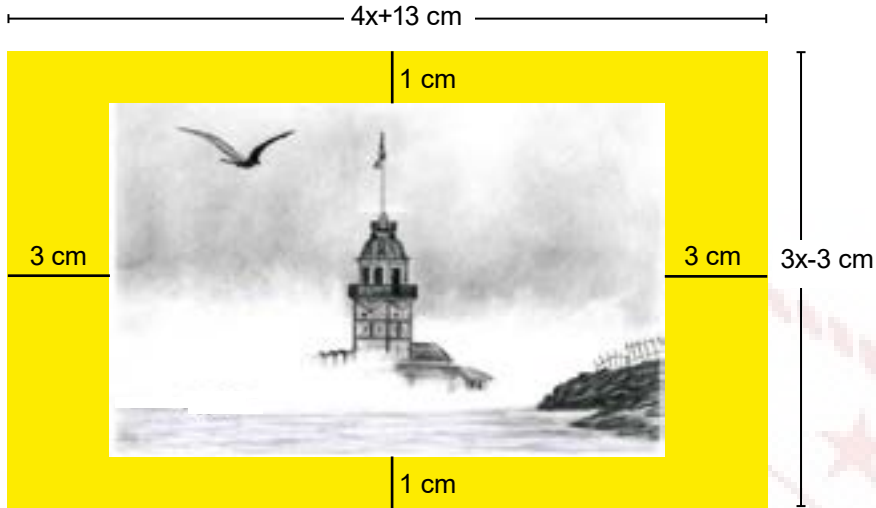
Ayşe kısa kenarı $3x-5$ cm, uzun kenarı $4x+7$ cm olan dikdörtgen şeklindeki karakalem çalışmasını dikdörtgen şeklindeki bir fon kartonun üzerine yapıştırmıştır.

Fon kartonun kısa kenarları ile resmin kısa kenarları arasında 3' er santimetre boşluk, fon kartonun uzun kenarları ile resmin uzun kenarları arasında ise 1' er santimetre boşluk olduğuna göre fon kartonun alanı kaç santimetrekaredir?



MATEMATİK DERSİ

Çözüm:



Fon kartonun uzun kenarı : $\longrightarrow 4x + 7 + 3 + 3 = 4x + 13 \text{ cm}$

Fon kartonun kısa kenarı : $\longrightarrow 3x - 5 + 1 + 1 = 3x - 3 \text{ cm}$

Fon kartonun alanı: $\longrightarrow (4x+13) \cdot (3x-3)$
 $= 12x^2 - 12x + 39x - 39$
 $= 12x^2 + 27x - 39 \text{ cm}^2$



MATEMATİK DERSİ

ÖZDEŞLİKLER

Bilinmeyene verilen her reel sayı için doğruluğu sağlanan eşitliklere **özdeşlik** denir.

Örneğin;

$$\bullet 2x(3x + 5) - 2 = 6x^2 + 10x - 2$$

İfadesi x yerine hangi reel sayıyı koyarsak koyalım eşitlik her zaman doğru çıkacağı için bu ifade bir eşitliktir.

$$\bullet 2(x+3) = x + 5$$

İfadesinde x yerine sadece -1 sayısını yazdığımızda eşitlik doğru olduğu için bu ifade özdeşlik **değildir**.

Önemli Özdeşlikler:

1)

İKİ SAYININ TOPLAMININ KARESİ

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2)

İKİ SAYININ FARKININ KARESİ

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Bu iki özdeşliğe **TAM KARE ÖZDEŞLİKLER** denir.



Tam kare özdeşliklerin açılımı yapılırken;

- 1. Terimin karesi alınır.
- 1. Terim ile 2. Terim çarpılıp , 2 katı alınır.
- 2. Terimin karesi alınır.

(Kısaca : 1.' nin karesi \pm 1. ve 2.' nin çarpımının 2 katı + 2.'nin karesi)

3)

İKİ SAYININ KARELERİNİN FARKI
(İKİ KARE FARKI ÖZDEŞLİĞİ)

$$a^2 - b^2 = (a-b).(a+b)$$

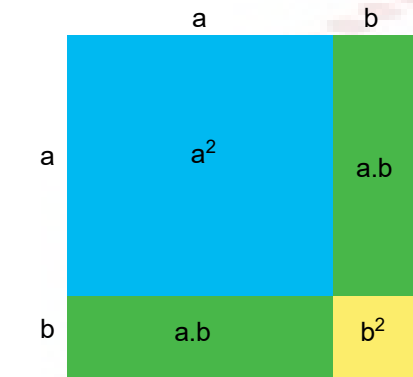


MATEMATİK DERSİ

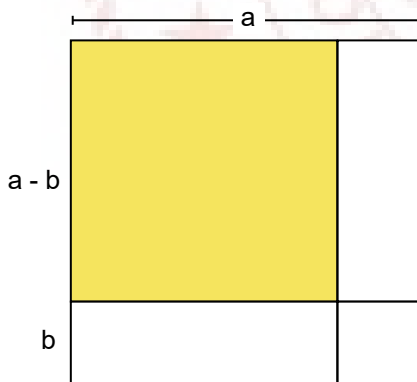
Örneğin;

- $(3x+5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$
- $4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$
- $(2a-5)^2 = 4a^2 - 20a + 25$

Özdeşliklerin Modellenmesi:



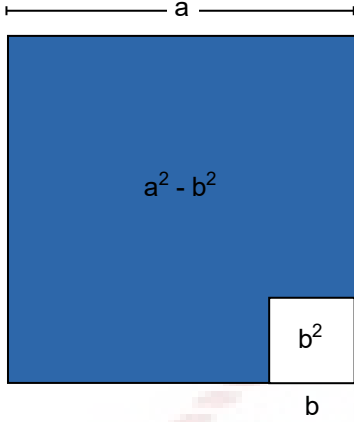
Boyalı alan : $(a+b).(a+b) = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



Boyalı alan : $(a-b).(a-b) = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

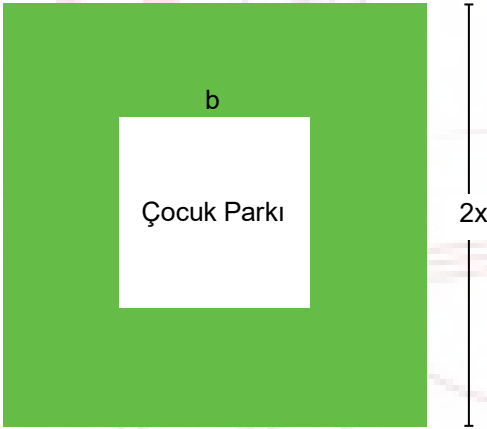


MATEMATİK DERSİ



$$\text{Boyalı alan : } a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$$

Örnek: Bir kenarı $2x$ metre olan kare şeklindeki bir arsanın içerisine bir kenarı b metre olan kare şeklinde bir çocuk parkı yapılacaktır. Çocuk parkının dışında kalan kısım ise yeşillendirilecektir.



Buna göre yeşil bölgenin alanını veren cebirsel ifade nedir?

Çözüm:

$$\text{Yeşil Alan} = (\text{Arsanın Alanı}) - (\text{Parkın Alanı})$$

$$\text{Yeşil alan} = (2x)^2 - b^2$$

$$= 4x^2 - b^2$$

$$= (2x-b) \cdot (2x+b)$$



MATEMATİK DERSİ

CEBİRSEL İFADELERİ ÇARPANLARA AYIRMA

Bir cebirsel ifadeyi çarpanlarının çarpımı şeklinde yazmaya o cebirsel ifadeyi **çarpanlara ayırma** denir.

Cebirsel ifadeyi çarpanlara ayırmak için;

1-) Özdeşliklerden faydalanılır.

2-) Ortak çarpan parantezine alınır.

1-) Özdeşliklerden Faydalanarak Çarpanlarına Ayırma

Bir cebirsel ifadeyi çarpanlara ayırırken özdeşliklerden faydalanılabilir.

Örnek: Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırırken özdeşliklerden faydalanalım.

- $9a^2 - 16 = (3a-4b) \cdot (3a+4b)$
- $4a^2 + 12ab + 9b^2 = (2a+3b)^2 = (2a+3b) \cdot (2a+3b)$
- $16x^2 - 8x + 1 = (4x-1)^2 = (4x-1) \cdot (4x-1)$

2-) Ortak Çarpan Parantezine Alarak Çarpanlarına Ayırma

Cebirsel bir ifadeyi çarpanlarına ayırırken; terimlerdeki ortak olan çarpanların parantezin önüne çarpım halinde yazılmasına ortak çarpan parantezine alma denir.

Örnek: Aşağıdaki cebirsel ifadeleri ortak çarpan parantezinden faydalanarak çarpanlara ayıralım.

- $15a^2 + 6a = 3a(5a+2)$
- $4x^3 + 2x = 2x(2x^2+1)$
- $30x^2 - 10x - 20 = 10(3x^2 - x - 2)$



* Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırırken; hem özdeşliklerden faydalanarak, hem de ortak paranteze alarak çarpanlara ayırabiliriz.

Örneğin;

$$\begin{aligned} & \bullet 4x^3 + 4x^2 + x \\ & = x(4x^2 + 4x + 1) \\ & = x(2x+1)^2 \\ & = x(2x+1)(2x+1) \end{aligned}$$

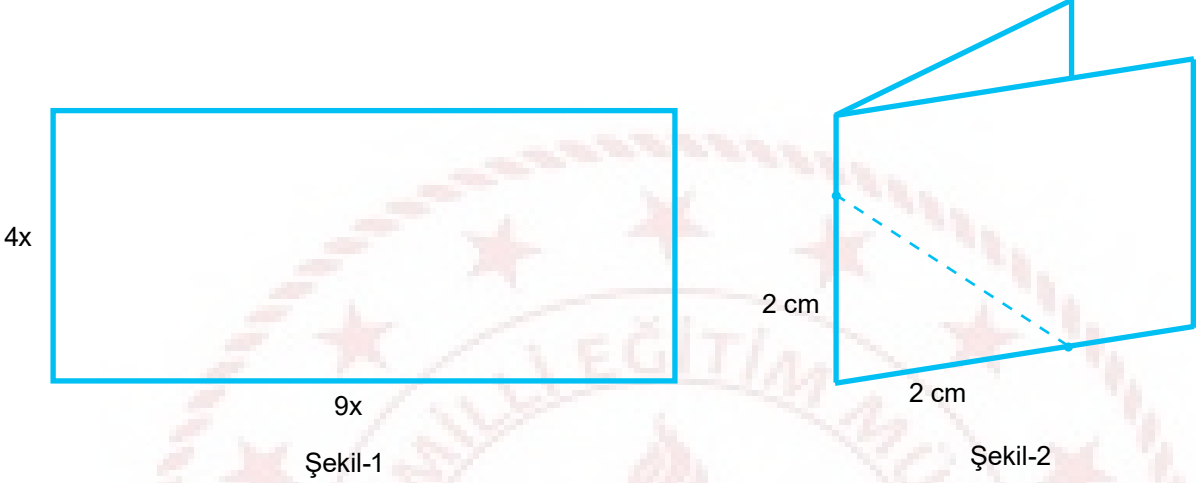
$$\begin{aligned} & \bullet 18x^2 - 8 \\ & = 2(9x^2-4) \\ & = 2(3x-2)(3x+2) \end{aligned}$$



MATEMATİK DERSİ

Örnek:

Buğra kısa kenarı $4x$ cm , uzun kenarı $9x$ cm olan dikdörtgen biçimindeki kağıdı Şekil-2' deki gibi ikiye katladıktan sonra, kağıdı açmadan kesik çizgili yerden, bir kenarı 2 cm olan ikizkenar dik üçgen şeklindeki kısmı kesip çıkartıyor.



Kağıt tekrar açıldıktan sonra; kağıdın geriye kalan kısmının bir yüzünün alanını veren cebirsel ifadeyi bulunuz?

Çözüm: Şekil-1 'deki kağıdın alanından, kestiğimiz alanı çıkartmalıyız.

$$\begin{aligned}\text{Şekil-1' deki dikdörtgenin alanı} &= 9x \cdot 4x \\ &= 36x^2\end{aligned}$$

Kesilen parçanın alanı ; 2 ' ye katlandığı için kesik çizgili yerden kestiğimiz zaman 2 tane dik üçgen kesip çıkartmış olmaktadır.

$$\text{Dik üçgenin alanı} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \quad \rightarrow \quad \text{iki üçgen olduğu için;}$$

$$\text{Kesilen alan} = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\begin{aligned}\text{Kalan şeklin alanı} &= 36x^2 - 4 \\ &= (6x-2) \cdot (6x+2)\end{aligned}$$