(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 1. MANTIK

9. 1. 1. ÖNERMELER ve BİLEŞİK ÖNERMELER

Terimler ve Kavramlar : **Önerme, bileşik önerme, önermenin değili, her, bazı, ve, veya, ya da bağlaçları, De Morgan kuralları, koşullu önerme, koşullu önermenin karşıtı, koşullu önermenin tersi, koşullu önermenin karşıt tersi, iki yönlü koşullu önerme (veya gerek ve yeter şart), açık önerme, her, bazı, tanım, aksiyom, teorem, ispat, hipotez, hüküm**

Sembol ve Gösterimler : p , p' (veya $\sim p$) , $\equiv$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\underline{\vee}$, $\exists$, $\forall$

9. 1. 1. 1. Önermeyi, önermenin doğruluk değerini, iki önermenin denkliğini ve önermenin değilini açıklar.

9. 1. 1. 2. Bileşik önermeyi açıklar. “ ve, veya, ya da ” bağlaçları ile kurulan bileşik önermelerin özelliklerini ve De Morgan kurallarını doğruluk tablosu kullanarak gösterir.

1.ÜNİTE : MANTIK

Mantık doğru düşünme bilimidir. Doğru sonuca mantık kuralları ile ulaşılabilinir. Matematiğin amaçlarından biri doğru ve sistemli düşünebilmeyi kazandırmaktır.

Önerme – Bileşik Önermeler

Tanım : (Önerme) Kesin olarak doğru ya da yanlış hüküm (karar) bildiren ifadelere “ önerme ” adı verilir. Önermeler çoğunlukla p , q , r , s v.b. harflerle gösterilir.

*** Bir önerme; doğru hüküm bildiriyorsa önermenin doğruluk değeri 1 (D) , yanlış hüküm bildiriyorsa önermenin doğruluk değeri 0 (Y) olarak gösterilir.

Bir p önermesinin doğruluk değeri; önerme doğru ise $p \equiv 1$ (p önermesi 1 ’e denktir) , önerme yanlış ise $p \equiv 0$ (p önermesi 0 ’a denktir) olarak belirtilir.

Soru : **Aşağıdaki ifadelerden hangileri önerme, hangileri önerme değildir ? Tabloda işaretleyip (X işareti koyunuz), önerme olanların doğruluk değerini tabloya yazınız.**

İFADE	Önermedir	Önerme Değildir	Doğruluk Değeri
Türkiye'nin en büyük gölü Van Gölü'dür.			
Havalar soğumaya başladı.			
Rakamlar 9 tanedir.			
3 en küçük tek asal sayıdır.			
Tüm çift sayılar 4 ile tam bölünür.			
En sevilen ders matematik'tir.			

Soru : **Aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerinin toplamını bulunuz.**

p : “ Negatif bir tam sayının tüm kuvvetleri yine negatiftir. ” (   )

q : “ Tek basamaklı asal sayıların toplamı 17 ’dir. ” (   )

r : “ Reel sayılar kümesi en kapsamlı sayı kümesidir. ” **( )**

t : “ Sıfır harici sayıların sıfıra bölümü tanımsızdır. ” **( )**

Tanım : **(Doğruluk Tablosu)**

Önermelerin bütün doğruluk değerlerinin gösterildiği tabloya " doğruluk tablosu " adı verilir.

1) **Bir p önermesinin doğruluk değeri ya 0 (yanlış) ya da 1 (doğru) olabilir.**

p
1
0

2) **İki p ve q önermesinin doğruluk tablosunu oluşturalım.**

	p	q
p ve q önermeleri doğrudur →	1	1
p doğru ama q yanlış önermedir →	1	0
p yanlış ama q doğru önermedir →	0	1
Her ikisi de yanlış önermedir →	0	0

3) Herhangi üç p , q ve r önermesinin doğruluk tablosunu oluşturunuz.

p	q	r

Not : **n tane farklı önermenin doğruluk değerleri için 2^n tane farklı durum vardır.**

Tanım : **Doğruluk değerleri aynı olan önermelere “ denk önermeler ” adı verilir.**

p ve q <u>denk önermeler</u> ise bu durum $p \equiv q$ olarak gösterilir.

Soru : **Aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini bulup, denk önermeleri belirleyiniz.**

p : “ 54627062814 sayısı 3 ile tam bölünür. ”

q : “ İki basamaklı en büyük negatif tam sayı – 99 ’dur. ”

r : **“ 0 en küçük sayma sayısıdır. ”**

s : **“ Eşkenar üçgende her bir iç köşe açısının ölçüsü 60° ’dir. ”**

Tanım : Bir önermenin hükmünün değiştirilmesi sonucu ile elde edilen önermeye " önermenin olumsuzu (değili) " adı verilir. Bir p önermesinin değili p' ile gösterilir.

p	p '	(p ') '
1	0	1
0	1	0

Tablodan da görüleceği üzere $(p')' \equiv p$ olur. Yani bir önermenin değilinin değili önermenin kendisine denk olur.

Soru : Aşağıdaki önermelerin doğruluk değerini bulup, değerleri tabloya yazınız.

p : " $5 + 2 . (-3) - (-2)^3 = 7$ 'dir. "

q : " En büyük rakamları faklı üç basamaklı çift sayının 6 fazlası 870 'tir. "

p	p '	q	q '

Tanım : **(Bileşik Önerme)**

İki ya da daha fazla önermenin birbirine " ve " , " veya " , " ya da " , " ise " ve " ancak ve ancak " bağlaçları ile birbirine bağlanması ile elde edilen önermeye " bileşik önerme " adı verilir.

1) Ve Bağlacı ($\wedge$)

Yusuf karne hediyesi olarak babasından harçlık ve bisiklet istemiştir. (İsteğinin alınması olayın gerçekleştiğini gösterir.)

Babası Yusuf 'a :

(Olay)	(Sonuç)
Harçlık vermiş ve bisikleti almıştır.	İsteği gerçekleşir.
Harçlık vermiş ama bisikleti almamıştır.	İsteği gerçekleşmez.
Harçlık vermemiş ama bisikleti almıştır.	İsteği gerçekleşmez.
Her ikisini de almamıştır.	İsteği gerçekleşmez.

***** Ve (∧) bağlacı ile oluşturulan bileşik önermenin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.**

p	q	p ∧ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Not : **Ve bağlacı ile bağlanmış önermelerin oluşturduğu bileşik önerme;**

iki önerme de doğru iken doğru,

diğer durumlarda ise yanlıştır.

Soru : $(1 \wedge 0)' \wedge 0' \equiv ?$

Soru : **p :** “ $\sqrt{-25} = -5$ ’tir. ” **ve** **q :** “ **En büyük negatif tam sayı – 1 ’dir.** ” **önermeleri için** $p \land q' \equiv ?$

2) Veya Bağlacı (V)

Yusuf karne hediyesi olarak babasından harçlık veya bisiklet istemiştir. (İsteğinin alınması olayın gerçekleştiğini gösterir.)

Babası Yusuf 'a :

Harçlık vermiş ve bisikleti almıştır.	**İsteği gerçekleşir.**
Harçlık vermiş ama bisikleti almamıştır.	**İsteği gerçekleşir.**
Harçlık vermemiş ama bisikleti almıştır.	**İsteği gerçekleşir.**
Her ikisini de almamıştır.	**İsteği gerçekleşmez.**

p	q	p V q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

***** Veya (V) bağlacı ile oluşturulan bileşik önermenin doğruluk tablosu yandaki gibidir. (Veya bağlacında hem tek önerme hem de iki önerme şartı sağlayabilir.)**

Not : **Veya bağlacı ile bağlanmış önermelerin oluşturduğu bileşik önerme; bileşenlerden biri bile doğru iken doğru, ikisi de yanlış iken yanlıştır.**

Soru : ***A)*** $(0 \wedge 1) \vee (1 \wedge 0)' \equiv ?$

B) $[1' \vee (0 \vee 1)] \wedge 1 \equiv ?$

Soru : $[\,(1' \lor 0)' \land 1\,] \lor (1 \land 0) \equiv ?$

Soru : p : “ $6 < 7 - (-3)$ ” ve q : “ Asal sayıların hepsi çift sayıdır. ” önermeleri için $p' \vee q \equiv$?

Soru : **p : " Tek sayıların çift kuvvetleri yine tek sayıdır. " ,**

q : " En küçük çift doğal sayı 2 'dir. " ve r : " $3x - 5 = 13$ ise

$x = 6$ 'dır. " önermeleri için $(r \wedge p)' \vee q \equiv$?

Soru : $p \wedge q' \equiv 1$ ve $r \vee q \equiv 1$ ise $(p \vee r)' \vee q \equiv ?$

(Verilen bileşik önermeler kullanılarak önermelerin doğruluk değerleri bulunur.)

$p \wedge q' \equiv 1$	$r \vee q \equiv 1$	$(p \vee r)' \vee q \equiv ?$

Soru : $(p \wedge q') \wedge (q \vee r) \equiv 1$ **ise p , q ve r önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.**

$$(p \wedge q') \wedge (q \vee r) \equiv 1$$

Soru : $(r \vee q') \vee (p \wedge q)' \equiv 0$ **ise** p, q **ve** r **önermelerinin doğruluk değerlerini bulup,** $r' \wedge (p \vee q)$ **bileşik önermesinin sonucunu elde ediniz.**

$$(r \vee q') \vee (p \wedge q)' \equiv 0$$

Soru : (p ∨ q) ∧ q ' bileşik önermesinin doğruluk tablosunu oluşturunuz.

p	q	q '	p ∨ q	(p ∨ q) ∧ q '

Not : Bileşik önermelerde tabloya yerleşim yaparken; önce tekli önermeler, sonra ikili bileşke önermeleri, en son da üçlü bileşke önermeleri yerleştirilir.

Soru : **p ∨ (q ∧ p ') bileşik önermesinin doğruluk tablosunu oluşturunuz.**

Soru : $(p \wedge r) \vee (q \wedge p)$ **bileşik önermesinin doğruluk tablosunu oluşturunuz.**

Ve İle Veya Bağlacı İle Bağlanan Bileşik Önermelerin Özellikleri

***1) Tek Kuvvet Özelliği :

Her p önermesi için, $p \vee p \equiv p$ ve $p \wedge p \equiv p$ denkliği sağlanır. Sağlama tablo ile de gösterilebilir.

p	p	$p \wedge p$

*2) Değişme Özelliği :

Her p ve q önersi için, $p \vee q \equiv q \vee p$ ve $p \wedge q \equiv q \wedge p$ denkliği sağlanır. Sağlama tablo ile de gösterilebilir.

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$

***3) Dağılma Özelliği :** **Her p , q ve r önersi için,**

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ **ve**

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ **denkliği sağlanır.**

Sağlama tablo ile de gösterilebilir.

***4) Birleşme Özelliği :** **Her p , q ve r önersi için,**

$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ **ve**

$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ **denkliği sağlanır. Sağlama tablo ile de gösterilebilir. Bağlaçlar aynı ise parantezin yeri değişebilir.**

***5) Özel Durumlar :

$p \vee 1 \equiv 1$ $1 \vee 1 \equiv 1$ $0 \vee 1 \equiv 1$	$p \vee 0 \equiv p$ $1 \vee 0 \equiv 1$ $0 \vee 0 \equiv 0$	$p \vee p' \equiv 1$ $1 \vee 0 \equiv 1$ $0 \vee 1 \equiv 1$
$p \wedge 1 \equiv p$ $1 \wedge 1 \equiv 1$ $0 \wedge 1 \equiv 0$	$p \wedge 0 \equiv 0$ $1 \wedge 0 \equiv 0$ $0 \wedge 0 \equiv 0$	$p \wedge p' \equiv 0$ $1 \wedge 0 \equiv 0$ $0 \wedge 1 \equiv 0$

Sonuçları deneme yanılma metodu ile de bulabilirsiniz.

Soru : $p \wedge (q \wedge p') \equiv ?$

Soru : $(p \vee q) \vee q' \equiv ?$

Soru : $p \wedge (p' \vee q) \equiv ?$

Soru : $p \lor (p' \land q) \equiv ?$

*****6) De Morgan Özelliği :** **Her p ve q önersi için,**

$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$ **ve** $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$ **denkliği sağlanır. Birinin sağlamasını aşağıdaki tabloda gösterelim.**

p	q	p'	q'	$p \vee q$	$(p \vee q)'$	$p' \wedge q'$

Soru : $p \wedge (p \vee q)' \equiv ?$

Soru : $(p' \wedge q)' \vee q \equiv ?$

Soru : $[\, p \wedge (p \vee q')' \,]' \equiv ?$

Soru : **$(p' \wedge q)' \wedge (p \vee q) \equiv ?$** **(De Morgan kuralı uygulanır. Parantezlere bakıldığında dağılma özelliği <u>tersine</u> çevrilir.)**

Soru : $(p \wedge q) \vee (p \vee q')' \equiv ?$

3) Ya da Bağlacı (⊻)

Yusuf karne hediyesi olarak babasından harçlık ya da bisiklet istemiştir. (İsteğinin alınması olayın gerçekleştiğini gösterir.)

Babası Yusuf ’a :

Harçlık vermiş ve bisikleti almıştır. İsteği gerçekleşmez.

Harçlık vermiş ama bisikleti almamıştır. İsteği gerçekleşir.

Harçlık vermemiş ama bisikleti almıştır. İsteği gerçekleşir.

Her ikisini de almamıştır. İsteği gerçekleşmez.

p	q	p ⊻ q
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

***** Ya da (⊻) bağlacı ile oluşturulan bileşik önermenin doğruluk tablosu yandaki gibidir. (Ya da bağlacında sadece birinin sağlanması gerekir.)**

Not : **Ya da bağlacında da değişme ve birleşme özelliği vardır.**

Soru : ***A)*** $(1 \veebar 0)' \veebar (0' \veebar 0) \equiv ?$

B) $[(0 \veebar 1') \wedge (1 \veebar 0)']' \equiv ?$

Soru : A) $p \vee q' \equiv 0$ ve $p' \veebar r \equiv 1$ ise $(p \veebar q) \wedge r' \equiv ?$

B) $p' \wedge q \equiv 1$ ve $q' \veebar r \equiv 0$ ise $(p \veebar r) \vee q \equiv ?$

Soru : **A)** $p \veebar p \equiv ?$ **B)** $p \veebar 1 \equiv ?$

(İster deneyerek istenirse de tablodan da işlemlerin sonucu bulunabilir.)

C) $p \veebar 0 \equiv ?$

D) $p \veebar p' \equiv ?$

Soru : **Aşağıdaki önermelerde, boş bırakılan yerlere " veya " ile " ya da " bağlaçlarından uygun olanını yerleştiriniz. Sebebini açıklayınız.**

A) **5 tek sayıdır . . . çift sayıdır.**

B) **2 asal sayıdır . . . çift sayıdır.**

C) 2^5 **üslü sayıdır . . . sonucu iki basamaklıdır.**

D) **Ali, Fen Lisesinde . . . Anadolu Lisesinde okuyacaktır.**

9. 1. 1. 3. Koşullu önermeyi ve iki yönlü koşullu önermeyi açıklar.

A) Koşullu önermenin karşıtı, tersi, karşıt tersi verilir.

B) $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ olduğu doğruluk tablosu yardımıyla gösterilir.

C) “ Ve , veya , ya da , ise ” bağlaçları kullanılarak verilen en fazla iki önerme içeren ve en fazla dört bileşenli bileşik önermelere denk basit önermeler buldurulur.

D) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ olduğu doğruluk tablosu ile gösterilir.

9. 1. 1. 4. Her (∀) ve bazı (∃) niceleyicilerini örneklerle açıklar.

Sözel olarak verilen ve niceleyici içeren açık önermeler, sembolik mantık diliyle; sembolik mantık diliyle verilen ve niceleyici içeren açık önermeler de sözel olarak ifade edilir.

9. 1. 1. 5. Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar.

Bir teoremin hipotezi ve hükmü belirtilir.

4) İse Bağlacı ($\Rightarrow$) (Koşullu Önerme)

p ve q iki önerme olsun. Bu önermelerin ise bağlacı ile bağlanması sonucunda oluşan bileşik önermeye " koşullu önerme " adı verilir.

Babası Ali'ye, " Tıp fakültesini kazanırsan sana araba alacağım. " diyor.

p : " Ali tıp fakültesini kazandı. "
q : " Babası arabayı aldı. " önermelerini alalım.

p	q	$p \Rightarrow q$	
1	1	1	Tıbbı kazanırsa babası arabayı alır.
1	0	0	Tıbbı kazanırsa babası arabayı almaz.
0	1	1	Tıbbı kazanmazsa da babası arabayı alabilir.
0	0	1	Tıbbı kazanmazsa babası arabayı almaz.

Not : $p \Rightarrow q$ **bileşik önermesinde; p doğru q yanlış iken sonuç yanlış, diğer durumlarda ise sonuç doğrudur.**

Soru : **A)** $(1 \Rightarrow 0)' \Rightarrow (0 \vee 1') \equiv ?$

B) $1 \Rightarrow [(0 \Rightarrow 0) \wedge (0 \veebar 0)'] \equiv ?$

Soru : **p : " 12 bir çift sayıdır " ve q : " 12 sayısı 2 ile tam bölünür " önermeleri için $p \Longrightarrow q$ önermesini yazıp, önermenin doğruluk değerini bulunuz.**

Soru : **p : “ $x < 0$ durumunda $x^2 > 0$ olur. ” ve**
q : “ $x^2 = 4$ için $x = 2$’dir. ” önermeleri için $q \Longrightarrow p$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Soru :

$p \Longrightarrow q' \equiv 0$ ve $r \land s \equiv 1$ ise $(r' \lor q) \Longrightarrow (p \veebar s) \equiv ?$

Soru : $p' \Longrightarrow (q \vee r') \equiv 0$ ise $(p \wedge q)' \Longrightarrow r \equiv ?$

Soru : $(p' \Rightarrow q)' \wedge r' \equiv 1$ ise $[p \wedge (q' \Rightarrow r)]' \equiv ?$

Tanım : $p \Longrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu koşullu önermeye **" gerektirme "** adı verilir.

Soru : p : " $2^3 < 3^2$ " ve q : " $\frac{1}{5} > \frac{1}{3}$ " önermeleri için $p \Longrightarrow q$ önermesinin bir gerektirme olup olmadığını kontrol ediniz.

Soru : **p :** **“ $(2/3)^{-2} = 9/4$ ” ve q : “ $\sqrt{100} = 10$ ” önermeleri için $q' \Longrightarrow p$ önermesinin bir gerektirme olup olmadığını kontrol ediniz.**

Koşullu Önermenin Karşıtı, Tersi, Karşıt Tersi

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$ 'dir.

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin tersi $p' \Rightarrow q'$ 'dir.

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin karşıt tersi $q' \Rightarrow p'$ 'dir.

Soru : **" Bir üçgenin kenarları eş ise iç açıları da birbirine eşittir. "**

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı, tersi ve karşıt tersini bulunuz.

Karşıtı :

Tersi :

Karşıt tersi :

Soru : " x = 2 ise 3x + 1 = 7 'dir. " önermesinin karşıt tersini bulunuz.

Koşullu Önermenin Özellikleri :

1) $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ **denkliği sağlanır. Aşağıdaki tablodan da denkliğin ispatı yapılabilir.**

p	q	p'	q'	$p \Rightarrow q$	$q' \Rightarrow p'$

*** 2) $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ denkliği sağlanır. Tablo çizerek de denkliğin ispatı yapılabilir.

*** 3) Özel Durumlar

$p \Rightarrow 1 \equiv 1$
$1 \Rightarrow 1 \equiv 1$
$0 \Rightarrow 1 \equiv 1$

$p \Rightarrow 0 \equiv p'$
$1 \Rightarrow 0 \equiv 0$
$0 \Rightarrow 0 \equiv 1$

$1 \Rightarrow p \equiv p$
$1 \Rightarrow 1 \equiv 1$
$1 \Rightarrow 0 \equiv 0$

$0 \Rightarrow p \equiv 1$
$0 \Rightarrow 1 \equiv 1$
$0 \Rightarrow 0 \equiv 1$

$p \Rightarrow p \equiv 1$
$1 \Rightarrow 1 \equiv 1$
$0 \Rightarrow 0 \equiv 1$

$p \Rightarrow p' \equiv p'$
$1 \Rightarrow 0 \equiv 0$
$0 \Rightarrow 1 \equiv 1$

Soru : $p' \Longrightarrow p$ önermesinin denkliğini siz bulunuz.

Soru : $(1 \Longrightarrow p) \wedge p \equiv ?$

Soru : $(p \Longrightarrow q) \vee p \equiv ?$

Soru : $p \wedge (p \Longrightarrow q')' \equiv ?$

Soru : $[\,(p \land q) \Longrightarrow p\,] \equiv ?$

Soru : $[\,(p \Longrightarrow q)' \wedge q\,]' \equiv ?$

Soru : $(q' \Rightarrow p)' \vee (p \Rightarrow q)' \equiv ?$

5) Ancak Ve Ancak Bağlacı ($\Leftrightarrow$) (İki Yönlü Koşullu Önerme)

$p \Rightarrow q$ önermesi ile karşıtı olan $q \Rightarrow p$ önermesinin " ve " bağlacı ile bağlanması sonucu oluşan bileşik önermeye " iki yönlü koşullu önerme " adı verilir.

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ olarak alınır.

Aşağıdaki tabloyu dolduralım.

$p \Leftrightarrow q$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

Not : p $\Leftrightarrow$ q önermesinin sonucunda; **p ile q 'nun değeri aynı olma durumunda sonuç 1, farklı olma durumunda ise sonuç 0 olarak alınır.**

Soru : $[\, 1' \Leftrightarrow (\, 0 \lor 1 \,)\,]' \veebar (\, 0 \Leftrightarrow 0 \,) \equiv \,?$

Soru : $p \equiv 1$, $q \equiv 0$ ve $r \equiv 1$ ise

$(p \vee q)' \Leftrightarrow [r' \Rightarrow (p' \wedge q)] \equiv ?$

Soru : $(p \Rightarrow q)' \wedge r' \equiv 1$ ise $r \Leftrightarrow (q' \wedge p) \equiv ?$

Soru :

$[\, q \Leftrightarrow (\, p \wedge r \,)\,]' \Rightarrow q \equiv 0$ ise $(\, p \vee r'\,) \Leftrightarrow (\, q \wedge p \,)' \equiv \,?$

Soru : $(p \vee q) \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q)$ **olduğunu gösteriniz.**

(Ancak ve ancak bağlacının açılımından elemanlar düzenlenerek istenene ulaşılır. Ama işlem uzun ve karışıktır. Bunun yerine denkliği <u>tablodan</u> ispatlamak daha kolaydır.)

Tanım : $p \Leftrightarrow q$ **iki yönlü koşullu önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu önermeye “ çift gerektirme ” adı verilir.**

Soru : **p : “ Çift asal sayı yoktur. ” ve q : “ Negatif sayının çift kuvvetinin sonucu pozitif tam sayı olur. ” önermeleri için** $q \Leftrightarrow p'$ **önermesinin çift gerektirme olup olmadığını kontrol ediniz.**

Soru : $p \equiv 0$, $q' \equiv 1$ ve $r \equiv 1$ ise

$[\, r \Leftrightarrow (\, r' \Leftrightarrow p \,)\,] \Leftrightarrow (\, p \Rightarrow q \,)$ **önermesinin çift gerektirme olup olmadığını kontrol ediniz.**

Soru : $(p \vee q) \Leftrightarrow (p' \wedge q')$ önermesinin çift gerektirme olup olmadığını kontrol ediniz. **(Ancak ve ancak bağlacının açılımından veya tablodan sonucu bulmak da mümkündür. Ama iki parantez arasındaki bağı görebilirseniz çözümü bulmak daha kolaydır.)**

İki Yönlü Koşullu Önermenin Özellikleri :

1) $p \Leftrightarrow q \equiv q' \Leftrightarrow p'$ **denkliği sağlanır. İstenirse tablodan da denkliğin ispatı yapılabilir.**

*****2)**

$p \Leftrightarrow p \equiv 1$

$p \Leftrightarrow p' \equiv 0$

$p' \Leftrightarrow p \equiv 0$

$p \Leftrightarrow 0 \equiv p'$

$0 \Leftrightarrow p \equiv p'$

$p \Leftrightarrow 1 \equiv p$

$1 \Leftrightarrow p \equiv p$

denklikleri sağlanır.

Soru : $(\,p \Leftrightarrow p'\,) \Leftrightarrow (\,1 \Leftrightarrow p\,) \equiv\ ?$

Soru : $[\,(0 \Leftrightarrow p) \wedge (1 \Leftrightarrow q)\,]' \vee q \equiv\ ?$

Açık Önermeler

Tanım : **(Açık Önerme)** **İçerisinde en az bir değişken bulunan ve değişkenin durumuna göre doğru ya da yanlış hüküm bildiren ifadelere " açık önerme " adı verilir.**

Soru : **Aşağıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri açık önermedir ? Ayrıca önermelerin doğruluk değerlerini de bulunuz.**

p : **" İstanbul Türkiye'nin yüz ölçümü olarak en büyük ilidir. "**

q : " $x \in \mathbb{Z}$, $3x - 6 = 11$ "

r : “ **Bugün hava yağışlı olacakmış.** ”

s : “ **x ve y doğal sayı olmak üzere $x + 5y = 12$ 'dir.** ”

Not : **Açık önermeyi <u>doğru yapan değerlerin kümesine</u> " doğru-luk kümesi " adı verilir.**

Soru : **$p\ (\ x\ )$: " $x \in \mathbb{Z}$, $x^2 \leq 4$ " açık önermesini doğru yapan x değerlerini bulunuz.**

Soru : **s : “ x ve y doğal sayı olmak üzere $x = 3y$ ’dir. ” açık önermesini doğru yapan x ve y değerlerini bulunuz.**

Soru : p : “ $x \in \mathbb{Z}$, $(x - 4).(3x + 18) = 0$ ” açık önermesinin doğruluk kümesini bulunuz.

Soru : **p : " $x \in \mathbb{Q}$, $0 < x \leq 1$ "** **açık önermesi için $p\left(\frac{1}{4}\right)$, $p\left(\frac{11}{5}\right)$ ve $p\left(1\frac{2}{3}\right)$ ifadelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.**

(Yani verilen sayılar açık önermeyi doğru mu yoksa yanlış mı yapar onu kontrol etmeliyiz.)

Soru : **q : " $x \in \mathbb{Z}$, $x^3 - 10x + 11 < 0$ " açık önermesi için $q(2)$ ve $q(-3)$ ifadelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.**

Niceleyiciler

Önüne geldiği elemanların çokluğunu belirten " bazı (en az bir) ve her " ifadelerine " niceleyiciler " adı verilir.

Her sözcüğü ile bütün, tüm, tamamı sözcükleri aynı anlama gelir.

Her kelimesi yerine ∀ sembolü kullanılır.

Bazı sözcüğü en az bir anlamındadır. En az bir yerine ∃ sembo-lü kullanılır.

Soru : **p : " Bazı reel sayılar sıfırdan büyük veya sıfıra eşittir. " sözlü olarak verilen önermeyi sembolik mantık diliyle yazıp öner-menin doğruluk değerini bulalım.**

p : " $\exists\ x \in R\ ,\ x \geq 0$ " olarak yazılır.

Örneğin, $5 \in R$ olup $5 \geq 0$ 'dır. Dolayısıyla $p \equiv 1$ 'dir.

Soru : **p : " Her x doğal sayısı 0 'dan büyüktür. " ve q : " En az bir tam sayının karesi 4 ' tür. " sözlü olarak verilen önermeleri sembolik mantık diliyle yazıp, önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.**

Soru : **p :** “ $\exists\ x \in \mathbb{R}\ ,\ x^2 + 1 = 0$ ” **ve**

q : “ $\forall\ x \in \mathbb{Z}\ ,\ x^2 \geq 0$ ” **sembolik mantık diliyle verilen önermeleri sözlü olarak yazıp, önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.**

Her ve Bazı Niceleyicilerinin Değili :

p bir açık önerme ise p ’nin değili p ' ile gösterilir.

Aşağıdaki tabloda bazı sembollerin değili verilmiştir.

Sembol	$=$	$\equiv$	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$	$\exists$	$\forall$	$\wedge$	$\vee$
Değili	$\neq$	$\not\equiv$	$\geq$	$\leq$	$>$	$<$	$\forall$	$\exists$	$\vee$	$\wedge$

Soru **p : “ $\exists\ x \in \mathbb{R}\ ,\ 3x - 6 = 0$ ” önermesinin değilini bulunuz.**

Soru : **p :** “ $\forall x \in \mathbb{N} , x^2 \leq 1$ ” **önermesinin değilini ve değilinin doğruluk değerini bulunuz.**

Soru : **k : " $\forall x \in \mathbb{Z}$, $2x = 4$ " $\wedge$ " $\exists x \in \mathbb{N}$, $\frac{4}{x} > 1$ " önermesinin değilini ve değilinin doğruluk değerini bulunuz.**

Soru : t : " $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < 0$ " $\vee$ " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x^3$ " **önermesinin değilini ve değilinin doğruluk değerini bulunuz.**

Soru : **m : “ $\exists x \in \mathbb{Z} , x^2 - 4 = 0$ ” $\Rightarrow$ “ Eşkenar dörtgenin tüm kenarları birbirine eşittir. ” önermesinin karşıt tersini bulup, karşıt tersinin doğruluk değerini bulunuz.**

Soru : s : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x + 3 = 5$ ” $\Rightarrow$ “ $\exists x \in \mathbb{R}, \sqrt{x} = 25$ ”

önermesinin değilini ve değilinin doğruluk değerini bulunuz.

($p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ idi.)

Tanım 1: Doğruluğu <u>ispatsız</u> olarak kabul edilen önermelere " aksiyom " denir.

Örneğin , p : " İki çift sayının toplamı yine bir çift sayıdır. " önermesi kesin doğru hüküm içerdiği için önerme bir aksiyomdur.

Tanım 2: **a ve b önermeler olmak üzere, a önermesi doğru iken $a \Rightarrow b$ önermesinin doğruluğu ispatlanabiliyorsa $a \Rightarrow b$ önermesi bir teoremdir. Başka bir ifadeyle doğruluğu ispatlanabilen önermelere " teorem " denir.**

$a \Rightarrow b$ teorem olmak üzere a önermesine " hipotez " , b önermesine de " hüküm " denir.

$$a \Rightarrow b$$

Hipotez **Hüküm**

Örneğin , " ABC bir dik üçgen ise üçgende birbirine dik olan iki kenar uzunluğu vardır. " önermesinde; hipotez " ABC bir dik üçgendir. " , hüküm ise " Üçgende birbirine dik olan iki kenar uzunluğu vardır. " olur. Hipoteze ve hükme göre bu önermenin doğru olduğunu ispatlayabiliriz.

Soru : **Alttaki önermelerden aksiyom ve teorem şartını sağlayanları belirtiniz.**

A) p : " Çift sayılar iki ile tam bölünür. "

B) q : " En küçük üç basamaklı sayı 100 'dür. "

C) s : “ r bir çemberin yarıçapı <u>ise</u> çemberin çevresi $\pi . r^2$ ifadesi ile bulunur. ”

D) t : “ x bir asal sayı <u>ise</u> asal sayıların sadece iki pozitif tam sayı böleni vardır. ”

Soru : $(q \wedge p) \Rightarrow q$ **teoreminin <u>hipotezi</u> a , <u>hükmü</u> ise b önermesidir. Buna göre** $a \wedge b'$ **önermesinin sonucu ne olmalıdır ?**

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 2. KÜMELER

9. 2. 1. KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLAR

Terimler ve Kavramlar : **Küme, eleman, evrensel küme, boş küme, alt küme, öz alt küme, sonlu küme, sonsuz küme, eşit kümeler.**

Sembol ve Gösterimler : $\in$, $\notin$, $\emptyset$, $\subset$, $\supset$, $\subseteq$, $\supseteq$, $\nsubseteq$, $s(A)$, $\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$, { x | x'in sahip olduğu tanımlayıcı özellikler }

9. 2. 1. 1. Kümeler ile ilgili temel kavramları açıklar.

A) **Kümelerle ilgili gerçek hayattan örneklere yer verilir.**

B) **Kümelerin farklı gösterimlerine yer verilir.**

9. 2. 1. 2. Alt kümeyi kullanarak işlemler yapar.

A) **Alt küme kavramı ve özellikleri ele alınır.**

B) **Alt küme kavramıyla ilgili gerçek hayattan örneklere yer verilir.**

C) **Kombinasyon gerektiren problemlere girilmez.**

9. 2. 1. 3. İki kümenin eşitliğini kullanarak işlemler yapar.

A) **İki kümenin eşitliği kavramı alt küme ile ilişkilendirilir.**

B) **Denk küme kavramı verilmez.**

9. 2. 2. KÜMELERDE İŞLEMLER

Terimler ve Kavramlar : **Birleşim, kesişim**

Sembol ve Gösterimler : $\cup$, $\cap$

9. 2. 2. 1. Kümelerde birleşim, kesişim işlemleri yardımıyla problemler çözer.

A) Kümelerin birleşim ve kesişim işlemlerinin özellikleri verilir.

B) Ayrık küme kavramına yer verilir.

C) En fazla üç kümenin birleşiminin eleman sayısını veren ilişkiler üzerinde durulur.

D) Kümelerle yapılan işlemler ve sembolik mantıkta kullanılan sembol, gösterim ve bunlarla ifade edilen işlemler arasında aşağıdaki ilişkilendirmeler yapılır.

E) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

2. ÜNİTE : KÜMELER

KÜMELER

Tanım : **Küme; iyi tanımlanmış, birbirinden farklı nesnelerden oluşan topluluktur.** **(Herkes tarafından aynı cevap verilmelidir.)**

Kümeyi oluşturan nesnelerin her birine " kümenin elemanı " adı verilir.

Kümeler çoğunlukla A , B , C , . . . gibi büyük harflerle gösterilir.

$x \in A \longrightarrow$ **x , A kümesinin elemanıdır anlamına gelir.**

$y \notin A \longrightarrow$ **y , A kümesinin eleman değildir.**

Bir A kümesinin eleman sayısı s (A) ile gösterilir.

Kümede aynı eleman sadece bir defa kullanılır.

Soru : **Aşağıdaki ifadelerden hangileri küme belirtir ?**

Ülkemizin en güzel illeri

Ankara'daki parklar

Sınıfın en başarılıları

Doğal sayılar

Tek basamaklı asal sayılar

En sevilen dersler

Kümelerin Gösterimi

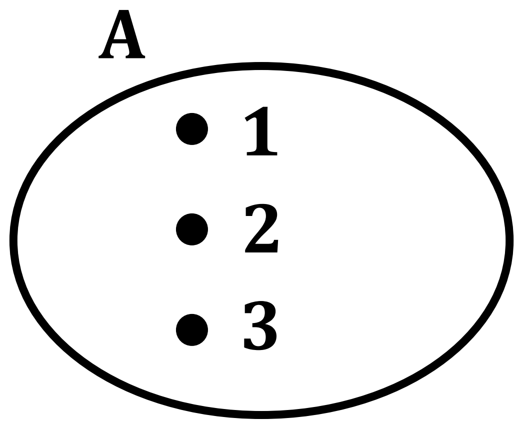
1) Liste Yöntemi İle Gösterim : **Kümenin elemanlarının { } biçimindeki paranteze sıra gözetmeksizin aralarına virgül kulanılarak yazıldığı gösterim şeklidir.**

Soru : **KAHRAMANMARAŞ ilinin harflerinden oluşan A kümesini ve eleman sayısını bulunuz.**

Soru : **30 ’dan küçük asal sayıların kümesi A ise, A kümesini ve eleman sayısını bulunuz.**

Soru : $K = \{ a , \{ b , c \} , \{ d \} , e , f , \{ g , h , i \} , k \}$ kümesi için $s (K) = ?$

2) Venn Şeması İle Gösterim : **Kümeyi oluşturan elemanların kapalı bir şekil içerisinde önlerine • işareti konularak gösterilme şeklidir.**



gibi.

Soru : **60 'dan küçük olup 10 'a tam bölünen doğal sayıların kümesini hem liste yöntemi ile hem de Venn şeması ile gösteriniz.**

Soru : $-\dfrac{15}{7}$ **ile** $\dfrac{11}{3}$ **sayıları arasındaki tam sayıların oluşturduğu kümeyi Venn şeması ile gösteriniz.**

3) Ortak Özellik Yöntemi İle Gösterim : **Küme elemanlarının ortak özelliği belirtilerek yapılan gösterim şeklidir.**

A = { x : ortak özellik belirtilir }

“ Öyle bir x elemanı vardır ki ” anlamına gelir.

Küme, A = { x | ortak özellik belirtilir } şeklinde de verilebilir.

“ : ” ve “ | ” sembolleri “ öyle ki ” anlamına gelir.

Soru : $A = \{ x : -3 < x \leq 4 \text{ ve } x \in \mathbb{Z} \}$ **kümesini liste şeklinde yazınız ve eleman sayısını bulunuz.**

Soru : $A = \{ x : x^2 \leq 144 \text{ ve } x \in \mathbb{N} \}$ ise $s(A) = ?$

Soru : **A = { x : x tam sayısı 12 ve 15 'i tam böler } kümesi için s (A) = ?**

Soru : **A = { 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 } kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterimini yazınız.** **(Birden fazla gösterim yapılabilir.)**

Soru : **A = { f , s , t , k , ç , ş , h , p } kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterimini yazınız.**

Boş Küme ve Evrensel Küme

1) **Elemanı olmayan kümeye** **“ boş küme ”** **adı verilir.** **{ }** **veya** **∅** **sembolü ile gösterilir.**

Soru : **$A = \{ x : x^2 = -4 \text{ ve } x \in \mathbb{Z} \}$ ve $B = \{ x : x$ negatif bir doğal sayıdır $\}$ kümelerinin elemanlarını bulunuz.**

2) **Üzerinde işlem yapılan bütün kümeleri kapsayan ve boş kümeden farklı olan kümeye " evrensel küme " adı verilir ve E harfi ile gösterilir.**

Sonlu ve Sonsuz Küme

Elemanları ; sınırlı (sayılabilen) sayıda olan kümeye " sonlu küme " , sınırsız (sayılamayan) sayıda olan kümeye de " sonsuz küme " adı verilir.

Soru : **Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını inceleyerek türlerini inceleyiniz.**

1) $A = \{ x : x < 20 , x = 3k , k \in \mathbb{Z}^+ \}$

2) $B = \{ x : x$ **dört basamaklı çift sayıdır** $\}$

3) $M = \{ x : x$ **, 2 ile 3 'ün katıdır ve** $x \in \mathbb{Z} \}$

4) $A = \{ x : x$ **tam sayısı 15 sayısını tam böler** $\}$

5) $A = \{ 1 , 2 \}$ **ve** $B = \{ 3 , 4 , 5 \}$ **için**

$C = \{ x : x = y + z , y \in A$ **ve** $z \in B \}$

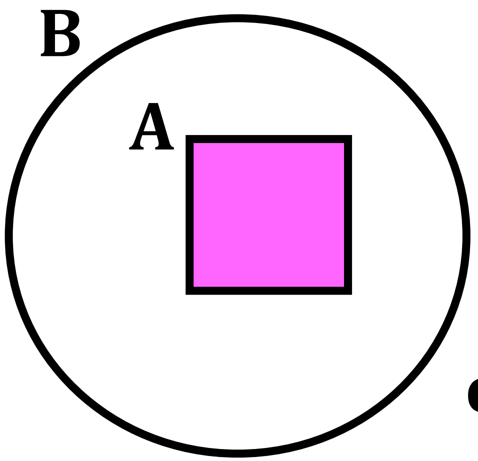
Alt Küme

Bir A kümesinde bulunan her eleman aynı zamanda B kümesinde de bulunuyorsa, A kümesine B 'nin bir " alt kümesi " adı verilir. $A \subset B$ olarak gösterilir. (A , B 'nin alt kümesidir.)

Alt küme sembolüdür.

Veya $B \supset A$ olarak ta gösterilebilir. (B , A 'yı kapsar.)

Kapsar sembolüdür.



Şekilden de $A \subset B$ olduğu görülür.

A kümesi B kümesinin alt kümesi iken A 'nın elemanları ile B 'nin elemanlarının aynı olma durumu varsa $A \subseteq B$ ile gösterilir.

Alt Kümenin Özellikleri :

1) Boş küme her kümenin alt kümesidir. $\emptyset \subseteq A$ **'dir.**

2) Her küme kendisinin alt kümesidir. Yani $A \subseteq A$ **'dır.**

3) A , B **ve** C **kümeleri için** $A \subseteq B$ **ve** $B \subseteq C$ **ise** $A \subseteq C$ **'dir.**

Soru : $A = \{ 2 , 4 \}$, $B = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \}$ **ve** $C = \{ 2 , 3 , 4 \}$ **kümeleri arasındaki ilişkiyi inceleyiniz ve kümeleri Venn şeması ile gösteriniz.**

Soru : $A = \{ x : 0 < x \leq 16 , x$ **çift sayı** $\}$ **ve**

$B = \{ x : 2 \leq x < 13 , x$ **asal sayı** $\}$ **kümeleri veriliyor. Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur ?**

$A \subseteq B$

$B \subseteq A$

A ve B sonlu kümedir.

$s(A) + s(B) = 13$ **'tür.**

Örnek : $A = \{ k , m \}$ **kümesini alalım. Kümede;**

1) $k \in A$ **'dır.** **2)** $m \not\subseteq A$ **'dır. Çünkü m tek başına bir küme oluşturmaz. Doğrusu** $\{ m \} \subset A$ **olmalıydı.**

Soru : $A = \{ 1 , 2 , \{ 3 , 4 \} , 5 , \{ 6 \} , 7 \}$ **kümesi veriliyor. Aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur ?**

1. $2 \in A$

2. $s (A) = 7$

3. $\{ 5 \} \subset A$

4. $\{ 6 \} \subset A$

5. $\{ 3 , 4 \} \in A$

6. $\{ 2 , \{ 6 \} \} \subset A$

Soru : **A = { a , b , c } kümesinin tüm alt kümelerini yazınız.**

Soru : $A = \{1, 2\}$ ve $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümeleri veriliyor. $A \subseteq K \subseteq B$ olacak şekilde kaç K kümesi bulunabilir ?

Kural : **1)** **n elemanlı bir kümenin tüm alt kümelerinin sayısı 2^n 'dir.**

Tanım : **Bir kümenin kendisinden başka her alt kümesine, bu kümenin bir " öz alt kümesi " adı verilir.**

2) **n elemanlı bir kümenin öz alt küme sayısı $2^n - 1$ 'dir.**

Soru : **$A = \{ x : x$ sayısı 16 'yı tam böler ve $x \in \mathbb{N}$ 'dir $\}$ kümesinin alt küme sayısını bulunuz.**

Soru : **144213334112 34 sayısının rakamlarından oluşan kümenin öz alt küme sayısını bulunuz.**

Soru : **63 tane öz alt kümesi bulunan kümenin eleman sayısını bulunuz.**

Soru : **Alt küme sayısı ile öz alt küme sayısı toplamının 127 olduğu kümenin eleman sayısını bulunuz.**

Soru : **Alt küme sayısının 20 fazlası, öz alt küme sayısının 4 katına eşit olan kümenin eleman sayısını bulunuz.**

Soru : **A = { k , l , m , n , o } kümesinin k ’yı içeren ama m ’yi içermeyen kaç alt kümesi vardır ?** **(1. Yol : Olmaması gereken eleman elenir. Olması gereken de elenir. Geriye kalanlarla yazılabilecek alt kümelere istenen eleman eklenirse istenilen sayıda alt küme elde edilmiş olur.)**

$A = \{ k , l , m , n , o \}$ kümesinin k ’yı içeren ama m ’yi içermeyen kaç alt kümesi vardır ? **2. Yol :** **Kümeler tek tek liste yöntemiyle yazılabilir.**

Soru : **A = { 0 , 2 , 4 , 6 , 8 } kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde ;**

1) **6 bulunmaz ?**

2) **2 bulunur ?**

A = { 0 , 2 , 4 , 6 , 8 } kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde ;

3) 4 ve 8 bulunur ?

A = { 0 , 2 , 4 , 6 , 8 } kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde ;

4) 0 vardır ama 2 ve 6 yoktur ?

A = { 0 , 2 , 4 , 6 , 8 } kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde ;

5) 2 veya 8 vardır ?

$A = \{ 0 , 2 , 4 , 6 , 8 \}$ **kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde ;**

6) **4 ya da 6 vardır ?**

Tanım : **Aynı elemanlara sahip kümelere " eşit kümeler " adı verilir. A ile B eşit kümeler ise A = B şeklinde gösterilir.**

***** A = B ise $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ olarak alınabilir.**

Soru : **A = { x | x ≤ 4 , x bir rakam } ,**

B = { x | x , karesi 20'den küçük olan tam sayılar } ve

C = { x | – 5 < x < 5 , x bir tam sayı } kümelerinden eşit olan kümeleri bulunuz.

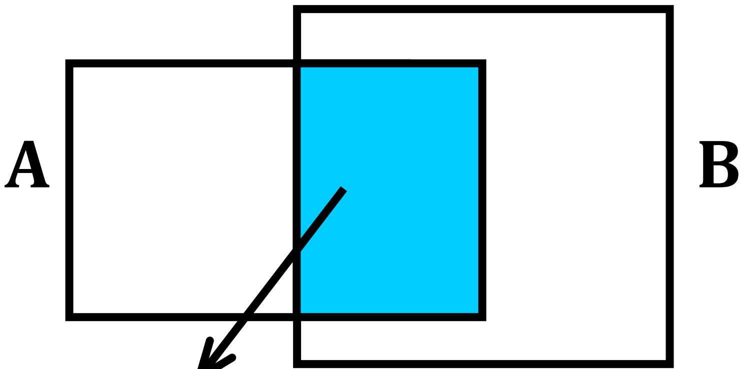
KÜMELERDE İŞLEMLER

Kümelerde Kesişim ve Birleşim İşlemleri

Kesişim : **A ve B kümelerinin ortak elemanlarından oluşan kümeye " kesişim kümesi " adı verilir ve A ∩ B ile gösterilir.**

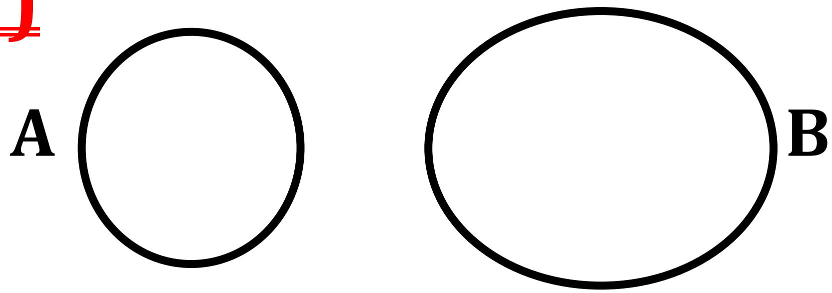
$A \cap B = \{ x : x \in A \text{ ve } x \in B \}$ olarak gösterilir.

1)



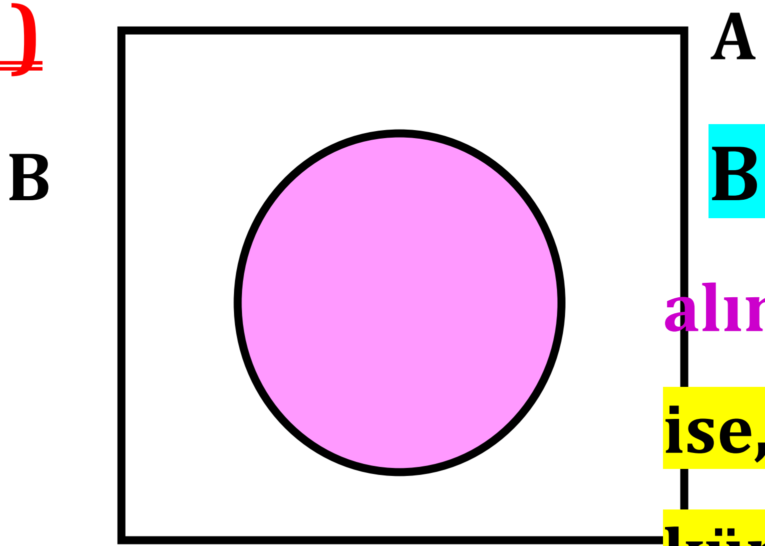
A ∩ B 'dir.

2)



$A \cap B = \emptyset$ 'dir.

İki kümenin ortak elemanı yoktur.

3) 

$B \subseteq A$ ise $A \cap B = B$ olarak alınır. (Bir küme diğerinin alt kümesi ise, iki kümenin kesişimi küçük olan kümeyi verir.)

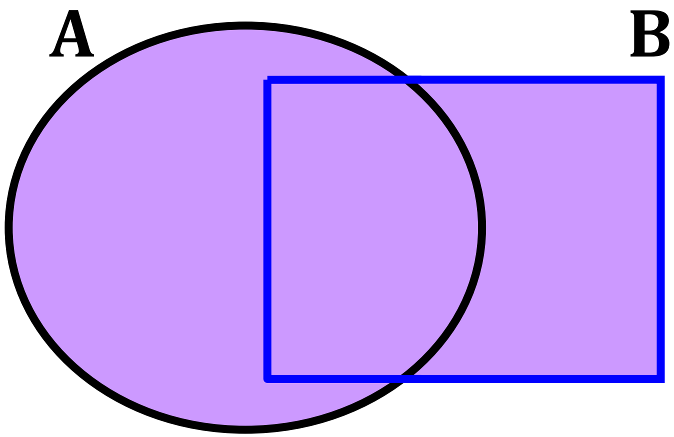
4) $A \cap \emptyset = \emptyset$ olarak alınır. Bir küme ile boş kümenin ortak elemanları yoktur.

5) $A \cap A = A$ 'dır.

Birleşim : A ve B küme elemanlarının tamamının oluşturduğu kümeye " birleşim " kümesi adı verilir ve $A \cup B$ olarak gösterilir.

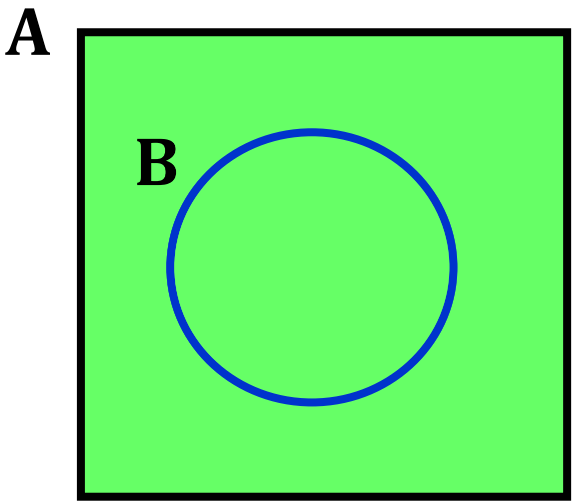
$A \cup B = \{ x : x \in A$ veya $x \in B \}$ olarak alınır.

1)



Şekildeki boyalı bölgenin tümü $A \cup B$ kümesini verir.

2)



$B \subseteq A$ ise $A \cup B = A$ olarak alınır (Bir küme diğerinin alt kümesi ise, iki kümenin birleşimi büyük olan kümeyi verir.

3) $A \cup A = A$ ’dır.

4) $A \cup \emptyset = A$ ’dır.

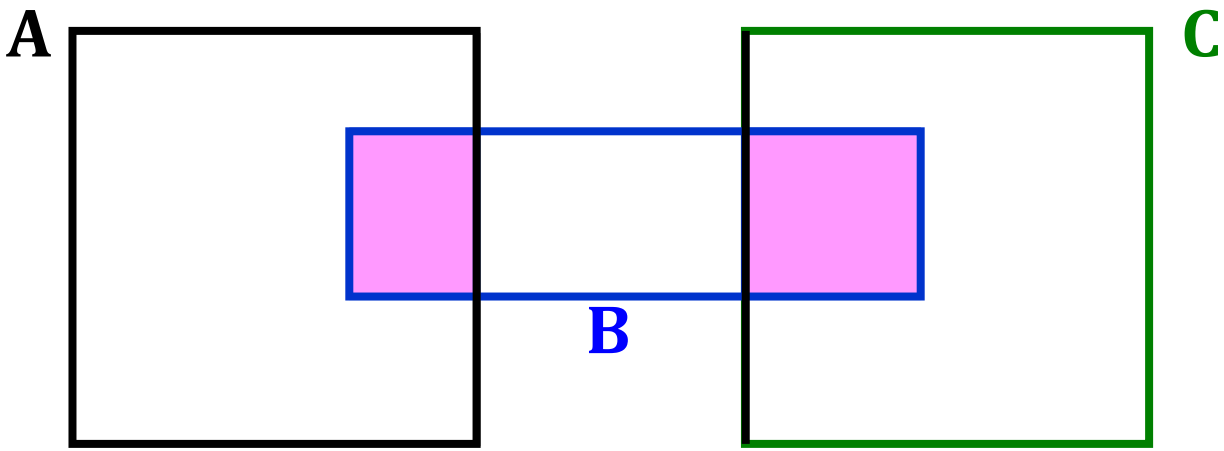
Soru : $B \subseteq A \subseteq C$ ise;

1) $(A \cap B) \cup C = ?$

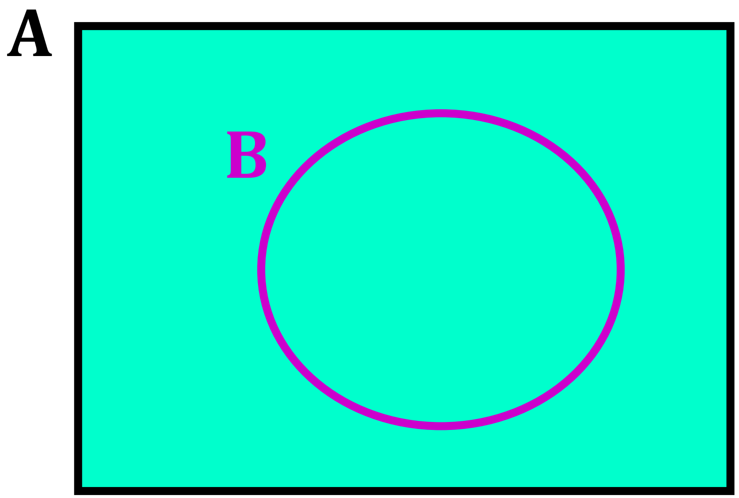
2) $(C \cap B) \cup (A \cap C) = ?$

Soru : **Venn şeması üzerinde verilen boyalı kısmı belirten kümeyi kesişim ve birleşim sembolleri kullanarak yazınız.**

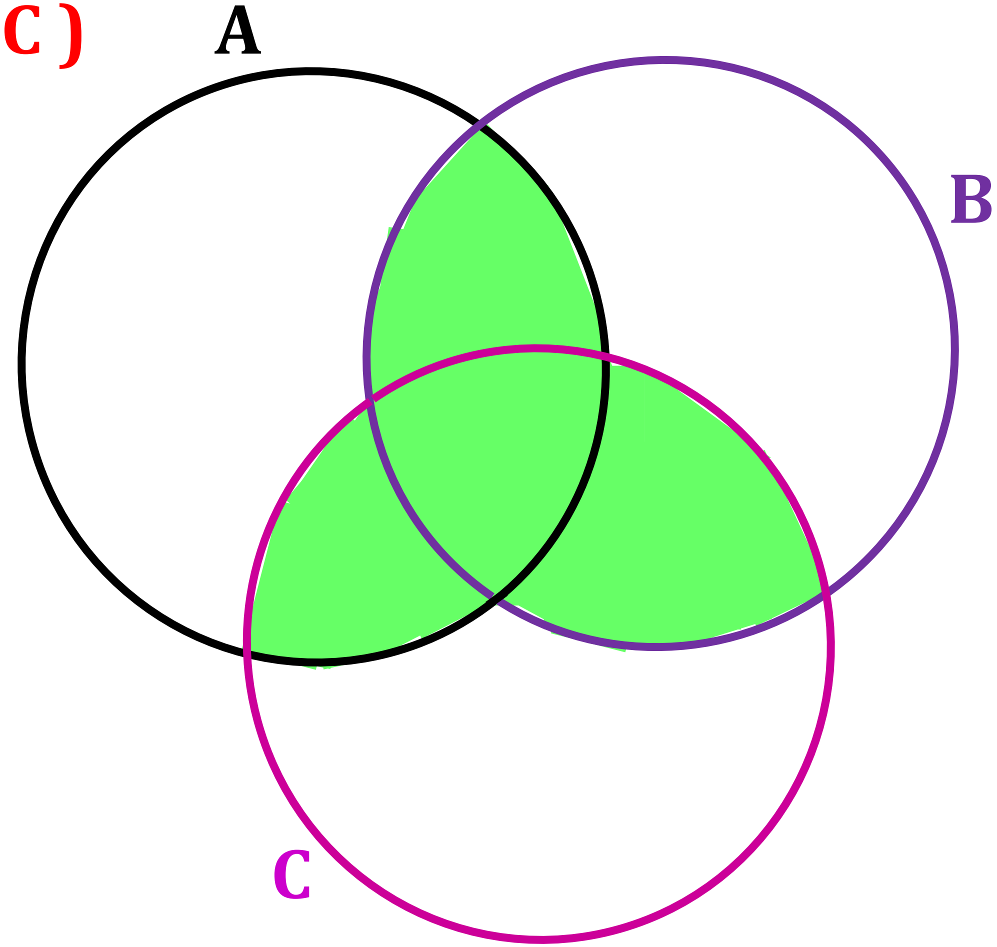
A)



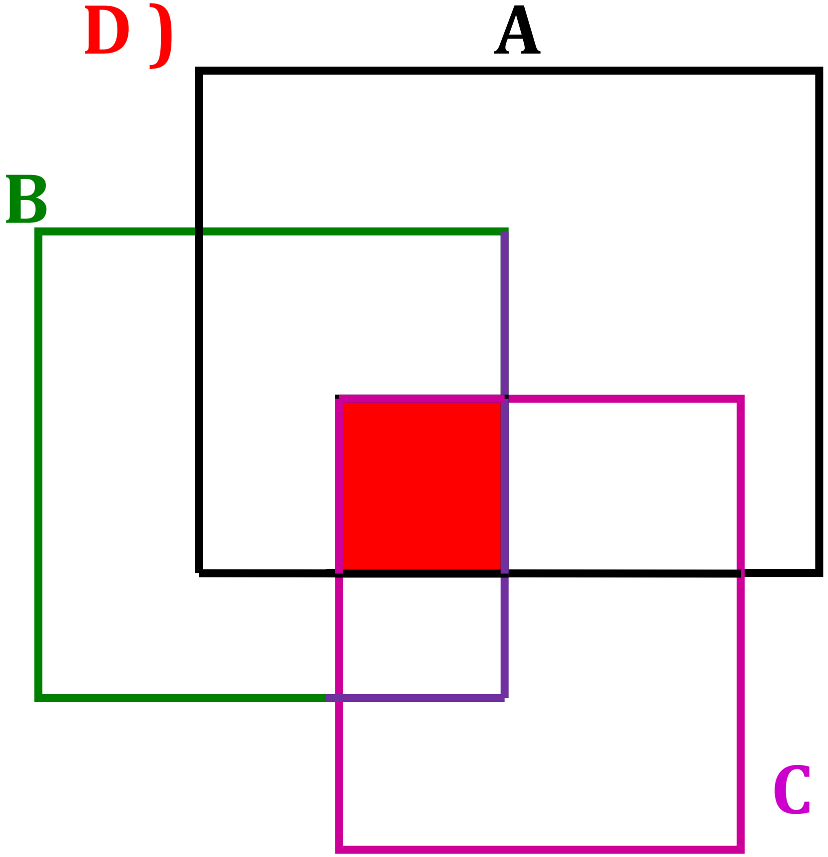
B)



C)



D)



Soru : $A = \{ a , b , c , d \}$ ve $B = \{ e , f , c , b , k \}$ **kümeleri için $A \cap B$ ve $A \cup B$ kümelerini bulup, Venn şeması ile gösterimini yapınız.**

Soru : **$A = \{ x : x \in \mathbb{N}$ ve $x \leq 12 \}$ ve $B = \{ x : x < 13$ ve x asal sayı $\}$ kümeleri veriliyor. $A \cap B$ ve $A \cup B$ kümelerini bulup, Venn şeması ile gösterimini yapınız.**

Soru : $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ise B 'nin en fazla ve en az olabilecek eleman sayısını bulunuz.

Soru : $A = \{ x : 6 \leq x < 96 , x = 6k \}$ ile $B = \{ x : 22 < x < 110 , x = 6k \}$ ise $A \cup B$ kümesini ve eleman sayısını bulunuz.

Not : Bu tarz sorularda birleşim istenirse en geniş aralık alınır.

$$\text{Terim sayısı} = \frac{\text{Son terim} - \text{ilk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$ eşitliği ile bulunur.

Soru : $A = \{ x : -30 < x \leq 82 , x = 4k \}$ **ile** $B = \{ x : 0 \leq x < 100 , x = 4k \}$ **ise** $A \cup B$ **kümesini ve eleman sayısını bulunuz.**

Soru : $A = \{ x : -25 \leq x < 100 , x = 5k \}$ **ile** $B = \{ x : -5 \leq x \leq 155 , x = 5k \}$ **ise** $A \cap B$ **kümesini ve eleman sayısını bulunuz.** **Not :** **Kesişim istenirse iki kümenin ortak aralığı alınır.**

Kural : **(Dağılma özelliği)**

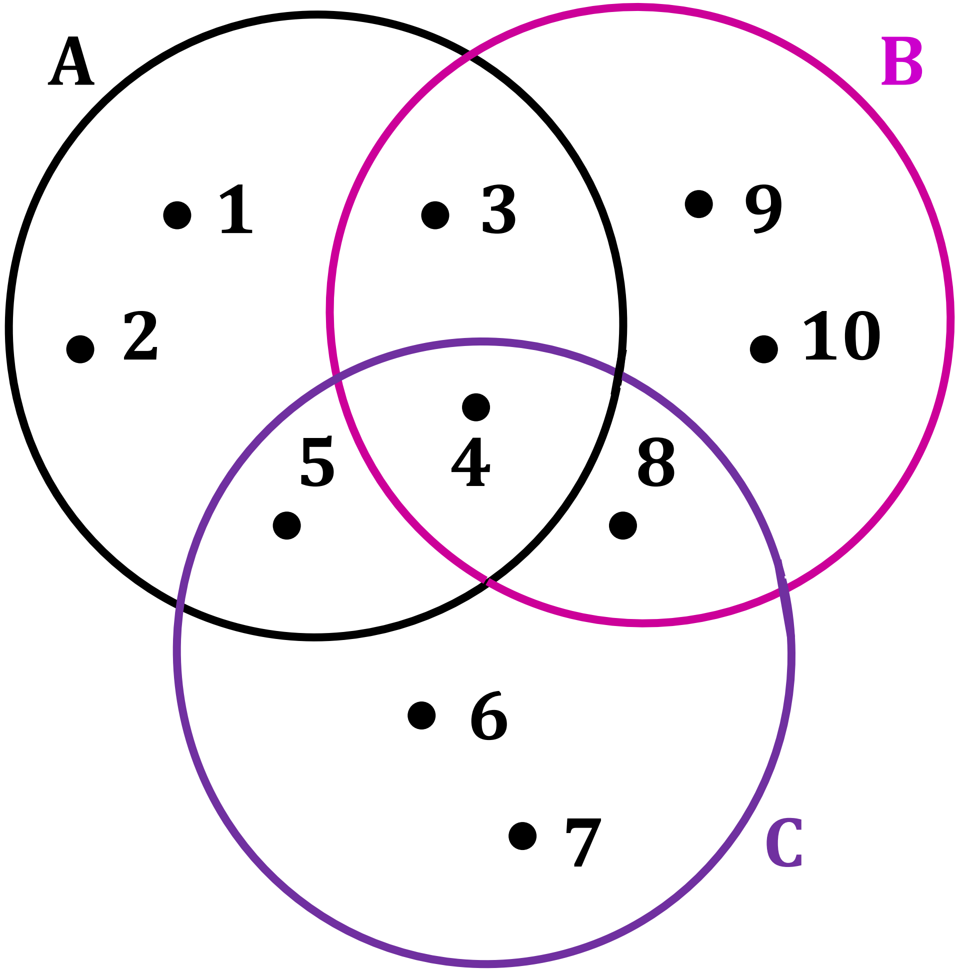
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ **ve**

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ **olarak alınabilir.**

Soru : **$A \cap B = \{ a , b , c , d \}$ ve $A \cap C = \{ b , d , e , f \}$ ise**

$A \cap (B \cup C) = ?$

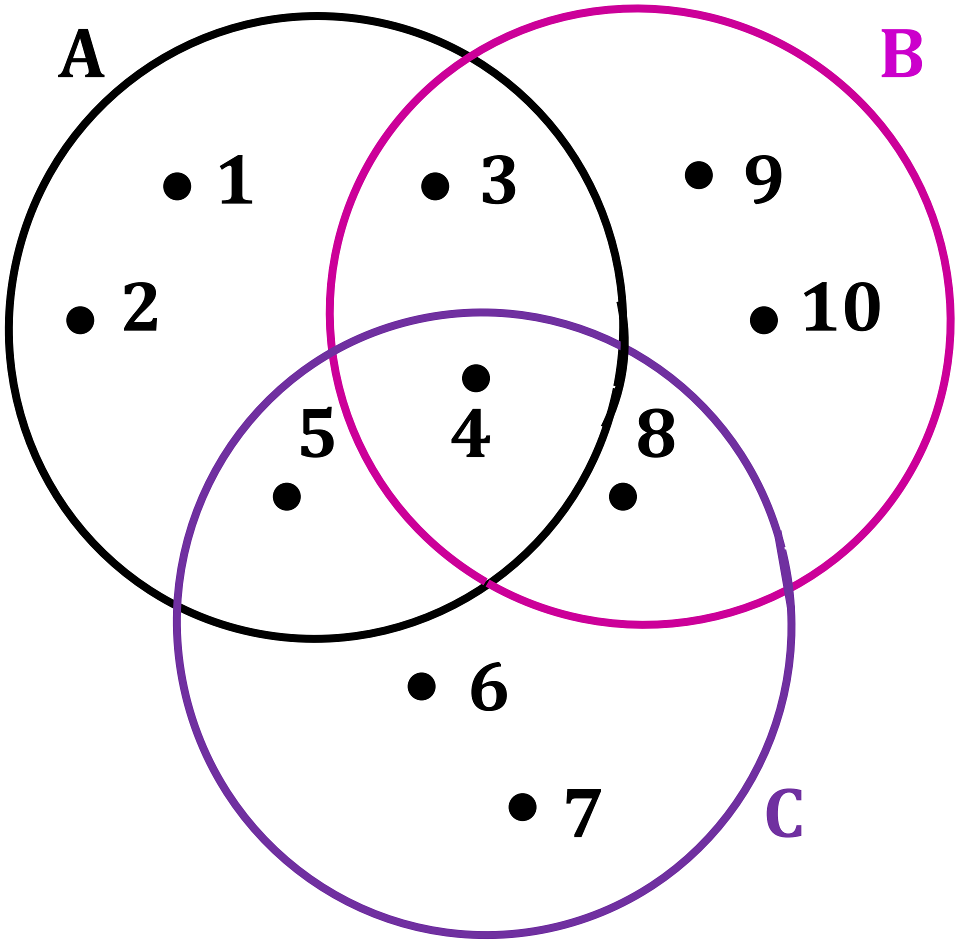
Soru :



Verilenlere göre;

A) $A \cup (B \cap C)$

kümesinin elemanlarını bulunuz.



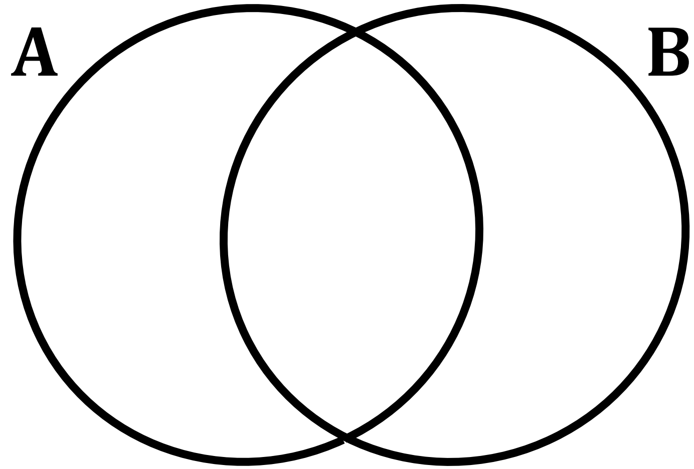
Verilenlere göre;

B) B ∩ (A ∪ C)

kümesinin elemanlarını

bulunuz.

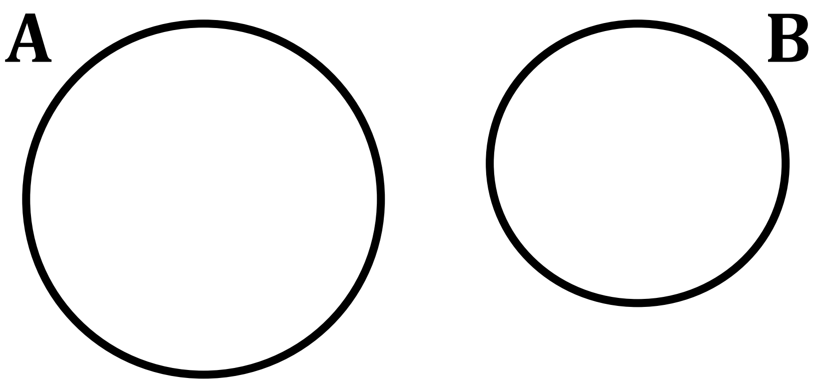
Kural 1 : **A)** A , B iki küme ve $A \cap B \neq \emptyset$ olsun.



$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

olarak alınır.

B) A , B iki küme ve $A \cap B = \emptyset$ (A ile B 'ye " ayrık kümeler " adı verilir.) olsun.



$$s(A \cup B) = s(A) + s(B)$$

olarak alınır.

Soru : A 'nın eleman sayısı 35, B 'nin eleman sayısı 42 ve $A \cap B$ 'nin alt küme sayısı 64 ise $s(A \cup B) = ?$

Soru : **$s(A) = 3x - 2$, $s(B) = 4 + x$, $s(A \cap B) = 7$ ve $s(A \cup B) = 35$ ise $s(B) = ?$**

Soru : $s(A) = 5.s(B)$, $s(A \cap B) = 23$ ve $s(A \cup B) = 67$ ise $s(B) = ?$

Soru : **$4 \cdot s(A) = 2 \cdot s(B) = 6 \cdot s(A \cap B)$ ve $s(A \cup B) = 63$ ise $s(B) = ?$**

Soru : s (A ∪ B) = 100 'dür. A 'nın eleman sayısı, A ∩ B 'nin eleman sayısının 2 katı, B 'nin eleman sayısının ise yarısıdır. Buna göre s (A) = ?

Soru : **Herkesin Almanca veya Fransızca dillerinden birini bildiği 52 kişilik grupta; Almanca bilenler 31 kişi, Fransızca bilenler 38 kişi ise her <u>iki dili bilen</u> kaç kişi vardır ?**

Soru : **Herkesin kimya veya tarih derslerinden birinden başarılı olduğu 80 kişilik grupta, iki dersten de başarılı olanların sayısı 15 'tir. Tarihten başarılı olanların sayısı, kimyadan başarılı olanların sayısının 4 katı ise <u>kimyadan kaç kişi</u> başarılı olmuştur ?**

Kural 2 : **A , B ve C üç küme verilsin.**

$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B)$

$- s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$ **olarak alınır.**

Soru : **37 kişilik bir grupta; 23 kişi Ankara 'yı, 14 kişi Bursa 'yı, 18 kişi de İstanbul 'u görmüştür. Ankara ve İstanbul 'u 5 kişi, Ankara ve Bursa 'yı 10 kişi, İstanbul ve Bursa 'yı 7 kişi görmüştür. Buna göre bu üç şehri gören kaç kişi bulunur ?**

Soru : **En az bir dilin konuşulduğu 45 kişilik grupta; 20 kişi İngilizce, 28 kişi Fransızca ve 24 kişi de Almanca bilmektedir. 9 kişi ise üç dili de konuşabilmektedir. İki dil bilenlerin sayısı birbirine eşit ise, <u>İngilizce ve Fransızca bilen</u> kaç kişi vardır ?**

Kümelerdeki İşlemlerle Sembolik Mantık Kuralları Arasındaki İlişkiler

Kümelerde yapılan işlemler ile sembolik mantıkta kullanılan sembol ve gösterimler arasındaki ilişki aşağıdaki tabloda verilmiştir. Kümelerde E harfi evrensel kümeyi gösterirdi. A ve B evrensel kümenin iki alt kümesi olsun.

p ve q önermeleri sırasıyla A ve B kümeleri ile ilişkili olsun.

Kümeler	A	B	E	∅	A '	∨	∧	=
Sembolik Mantık	p	q	1	0	p '	∪	∩	≡

Örneğin; kümelerde $E' = \emptyset$ idi. Bu işlemin sembolik gösterimi ise $1' \equiv 0$ olarak alınır.

Soru : **Tablonun sol kısmında eksik parçaları bulup, sağ kısmında ise verilen bileşik önermelerin küme gösterimini yazınız. (p ve q önermeleri sırasıyla A ve B kümeleri ile ilişkili olsun.)**

Sembolik Mantık	Kümeler
$p \vee 0 \equiv$	
$q \wedge q' \equiv$	
$p \wedge q \equiv q \wedge$	
$1 \vee 0 \equiv$	
$p \wedge p \equiv$	
$(1')' \equiv$	

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 2. 2. Kümelerde İşlemler

Terimler ve Kavramlar : Tümleme , fark , De Morgan kuralları

Sembol ve Gösterimler : A ' , A – B (veya A / B) , A x B , s (A x B)

9. 2. 2. 1. Kümelerde fark, tümleme işlemleri yardımıyla problemler çözer.

A) Kümelerin fark ve tümleme işlemlerinin özellikleri verilir.

B) Gerçek hayat problemlerine yer verilir

9. 2. 2. 2. İki kümenin kartezyen çarpımıyla ilgili işlemler yapar.

A) Sıralı ikili ve sıralı ikililerin eşitliği örneklerle açıklanır.

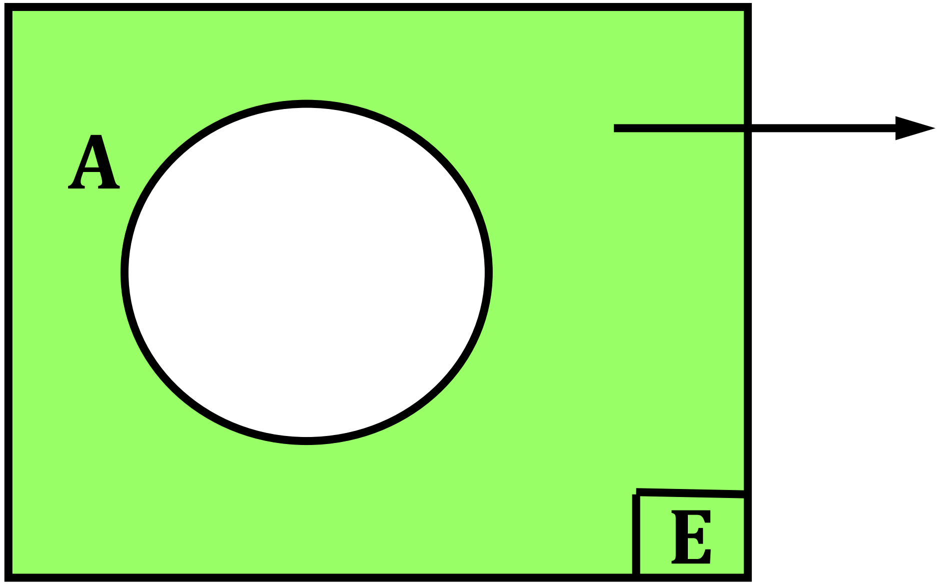
B) Kartezyen çarpımın eleman sayısı buldurulur.

C) Sadece sonlu sayıda elemanı olan kümelerin kartezyen çarpımlarının grafik çizimi yapılır.

Kümelerde Tümleme İşlemi

E evrensel küme olsun. E 'nin bir alt kümesi verildiğinde, E 'ye ait olup A 'ya ait olmayan elemanların kümesine " A 'nın tümleyeni " adı verilir ve A ' ile gösterilir.

$A' = \{ x : x \in E \text{ ve } x \notin A \}$ olarak belirtilir.



Boyalı bölge A ' (A 'nın dışında kalanlar) kümesini gösterir.

Soru : **E = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 } , A = { 2 , 4 , 6 , 7 , 8 } ve B = { 4 , 7 , 8 } kümeleri veriliyor. A , B $\subset$ E 'dir. A ' , B ' kümelerini bulup ; A , B ve E kümelerini Venn şeması ile gösteriniz.**

Soru : **E = { x | x KAHRAMANMARAŞ ilinin bir harfidir } evrensel küme olsun. A ⊂ E 'dir. A = { x | x NAKKAŞ kelimesinin bir sessiz harfidir } kümeleri için A ' kümesini bulup ; A ve E kümelerini Venn şeması ile gösteriniz.**

Soru : **E = { x : x bir rakamdır } evrensel küme olsun.**

A , B ⊂ E 'dir. A = { x : x çift sayıdır } ve B = { x : x asal sayıdır } kümeleri için A ' , B ' kümelerini bulup ; A , B ve E kümelerini Venn şeması ile gösteriniz.

Özellikler :

1) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

2) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

De Morgan kuralları olarak adlandırılır.

özellikleri sağlanır.

Soru : $A' = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \}$ ve $B' = \{ 4 , 5 , 6 , 7 , 8 \}$ ve $C' = \{ 2 , 7 , 9 , 10 \}$ kümeleri için ;

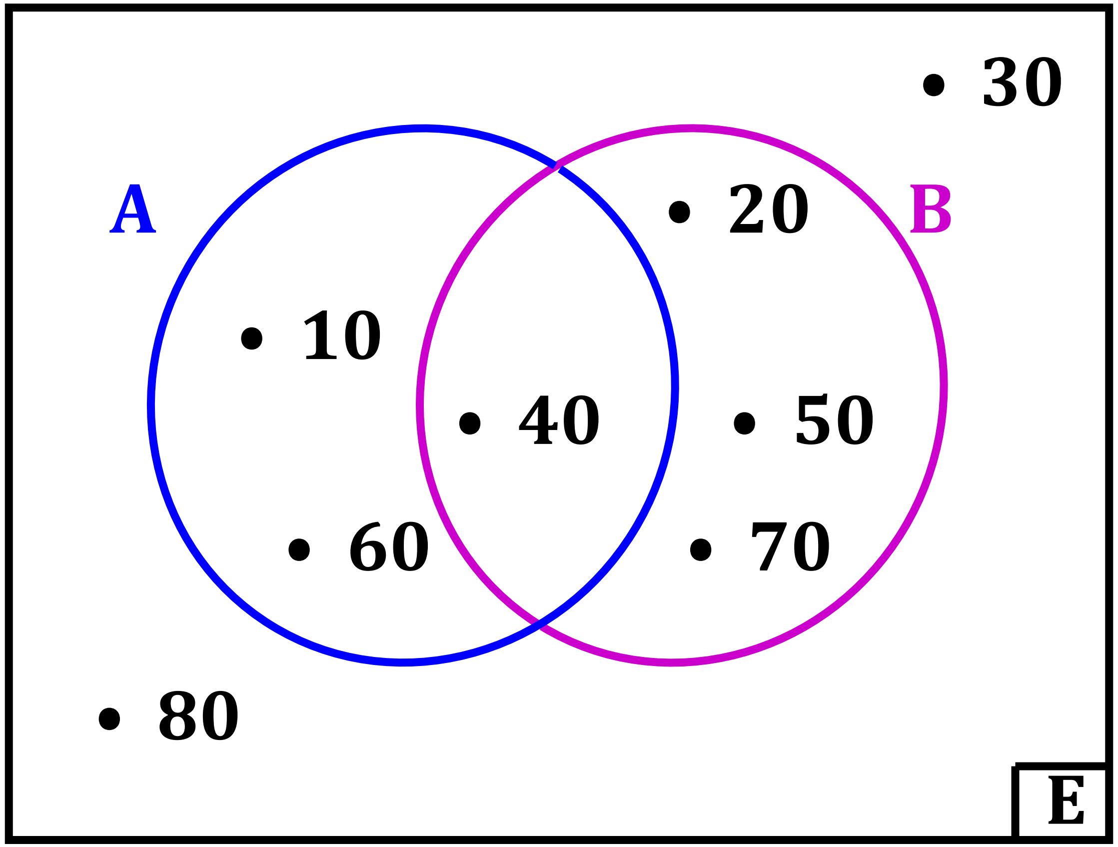
A) $s[(A \cap B)'] = ?$

$A' = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \}$ ve $B' = \{ 4 , 5 , 6 , 7 , 8 \}$ ve

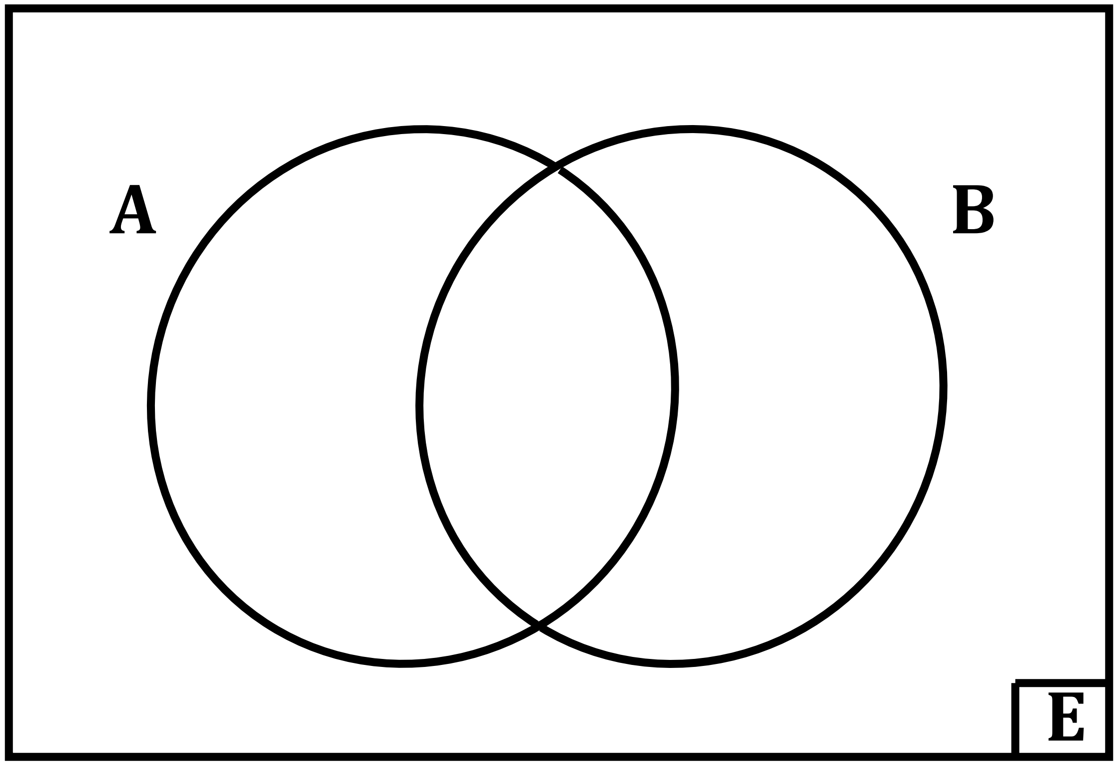
$C' = \{ 2 , 7 , 9 , 10 \}$ kümeleri için ;

B) $s[(B \cup C)'] = ?$

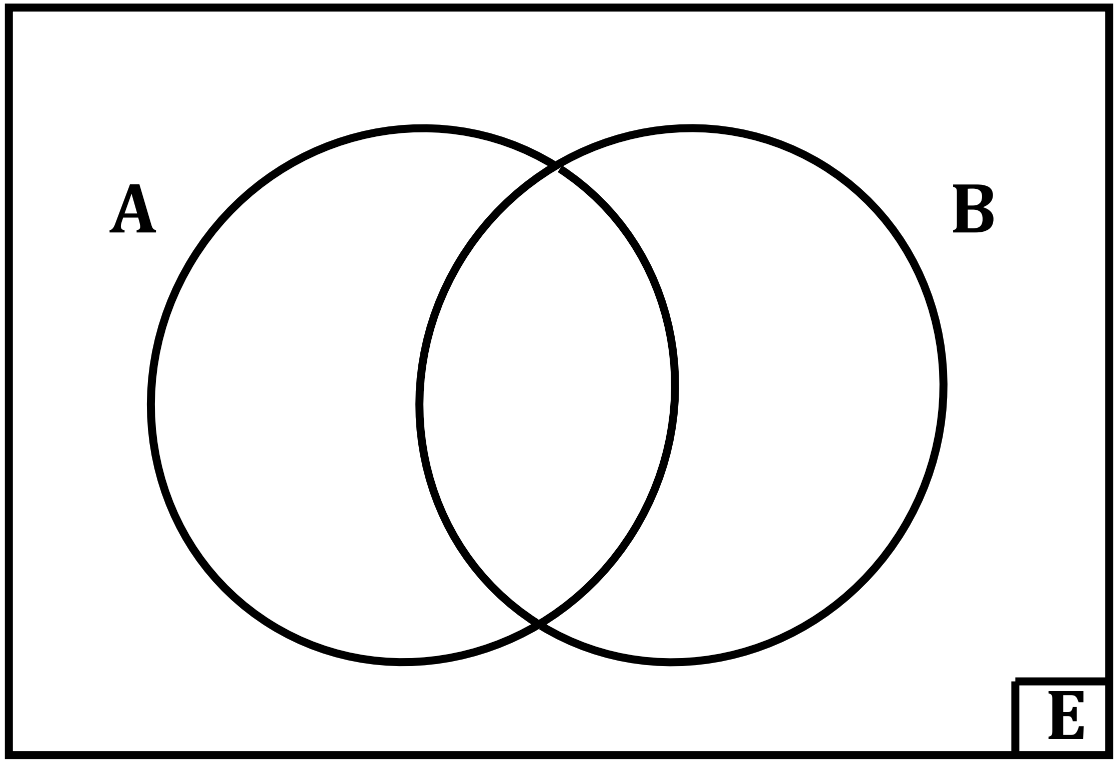
Soru : Verilen şemaya göre $(B \cup A)' \cap A'$ kümesinin elemanlarını liste şeklinde yazınız.



Soru : $s(A \cap B) = 2$, $s(A' \cap B') = 3$, $s(A') = 5$ ve $s(E) = 14$ ise $s(B') = ?$ **(Verilenler şemada yerleştirilerek çözüme gidilir.)**



Soru : $s(A' \cap B') = 5$, $s(A') = 12$, $s(B') = 15$ ve $s(E) = 40$ ise $s(A \cap B) = ?$



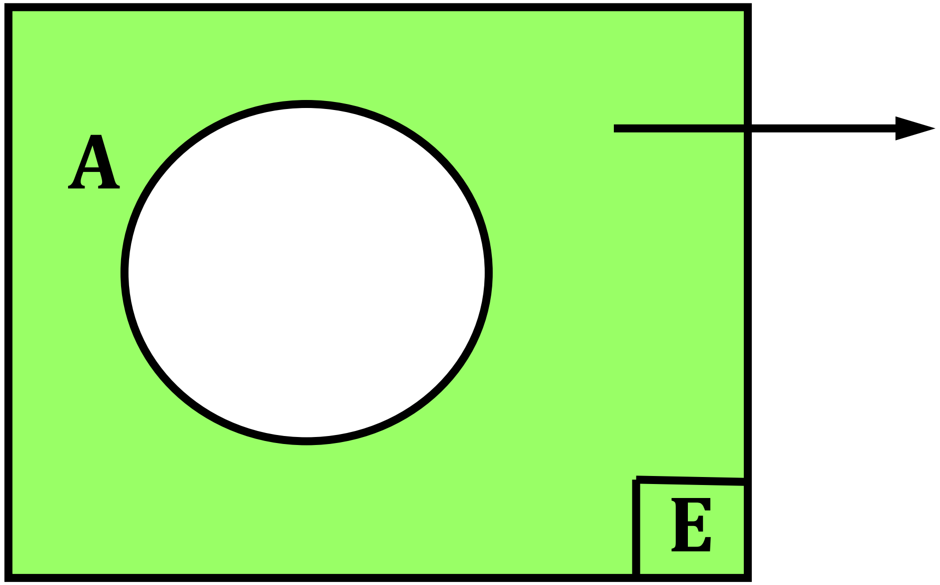
Soru : $s(A \cap B) = 0$, $s(A' \cap B') = 20$, $s(A) = 30$ ve $s(E) = 100$ ise $s(A') = ?$

Özellikler : **E evrensel kümesinde ;**

3) $A \cup A' = E$ **4)** $A \cap A' = \emptyset$

5) $(A')' = A$ **6)** $\emptyset' = E$

7) $E' = \emptyset$



Boyalı bölge A ' kümesi idi.

Soru : **A ve B kümesi E evrensel kümenin alt kümeleridir.**

$B \subseteq A$ ise, $(A \cap A')' \cup B = ?$

Soru : **A ve B, E evrensel kümenin alt kümeleridir.** $A \subseteq B$ **ise,**

$$[(A \cup A') \cup B] \cap (B \cap A) = ?$$

Soru : **A ve B, E evrensel kümenin alt kümeleridir.**

$(B \cup A) \cap (B \cup A') = ?$ **(Dağılma özelliği tersine çevrilir.)**

Soru : A ve B , E evrensel kümenin alt kümeleridir.

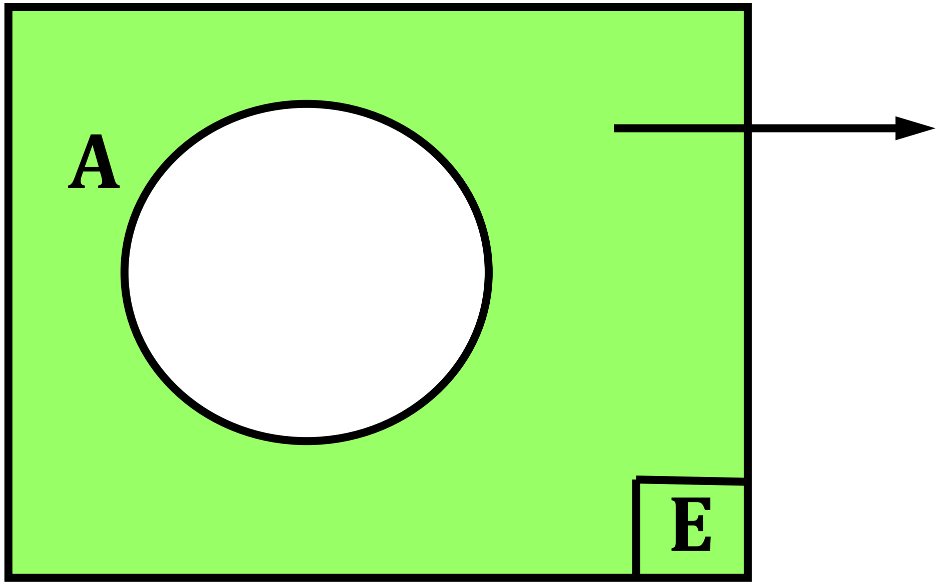
$[(A \cap B) \cup (A \cap B')] \cup (A' \cup B) = ?$

Soru : **A ve B, E evrensel kümenin alt kümeleridir.**

$[(A \cup B) \cap (A \cup B')] \cap (A' \cup B) = ?$

8. Özellik : A kümesi E evrensel kümenin alt kümesidir.

Buna göre $s(A) + s(A') = s(E)$ olarak alınır.



Boyalı bölge A ' kümesi idi.

Soru : $A, B \subseteq E$ 'dir. $s(E) = x + 4$ olup, $s(A) = 12$ ve $s(A') = 27$ ise $x = ?$

Soru : $A, B \subseteq E$ 'dir. $s(E) = 62$ olup,

$s(A) + s(A') + s(B) = 80$ ise $s(B') = ?$

Soru : $A , B , C \subseteq E$ 'dir.

$$\left.\begin{array}{l} s(A) + s(B') = 27 \\ s(C) + s(B) = 13 \\ s(A') + s(C') = 20 \end{array}\right\} \quad \text{ise } s(E) = ?$$

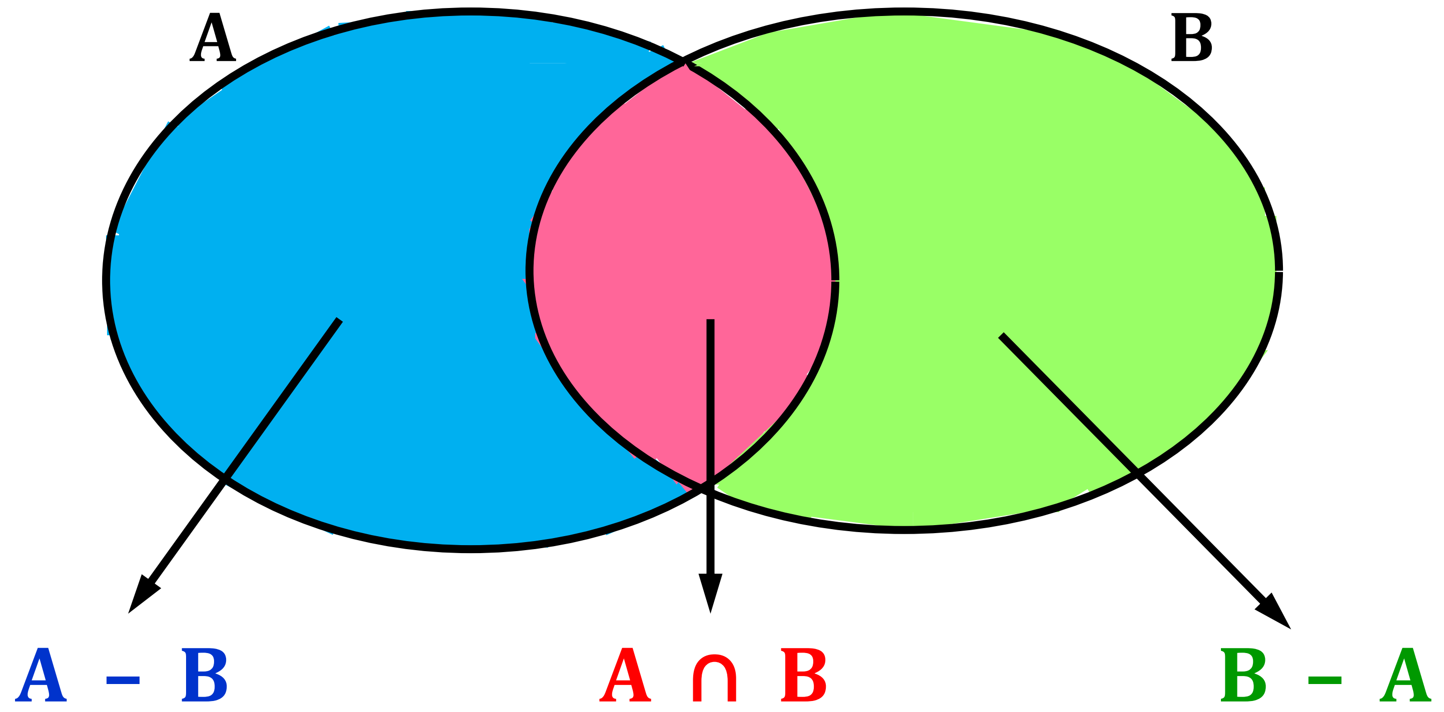
Soru : $A \subset E$ 'dir. $s(E) = 100$ olup,

$5.s(A) + s(A') = 340$ ise $s(A') = ?$

Kümelerde Fark İşlemi

A 'da olup B 'de olmayan elemanların oluşturduğu kümeye "A 'nın B 'den farkı" kümesi adı verilir. A / B veya A – B olarak gösterilir.

$$A - B = \{ x : x \in A \text{ ve } x \notin B\text{'dir} \}$$



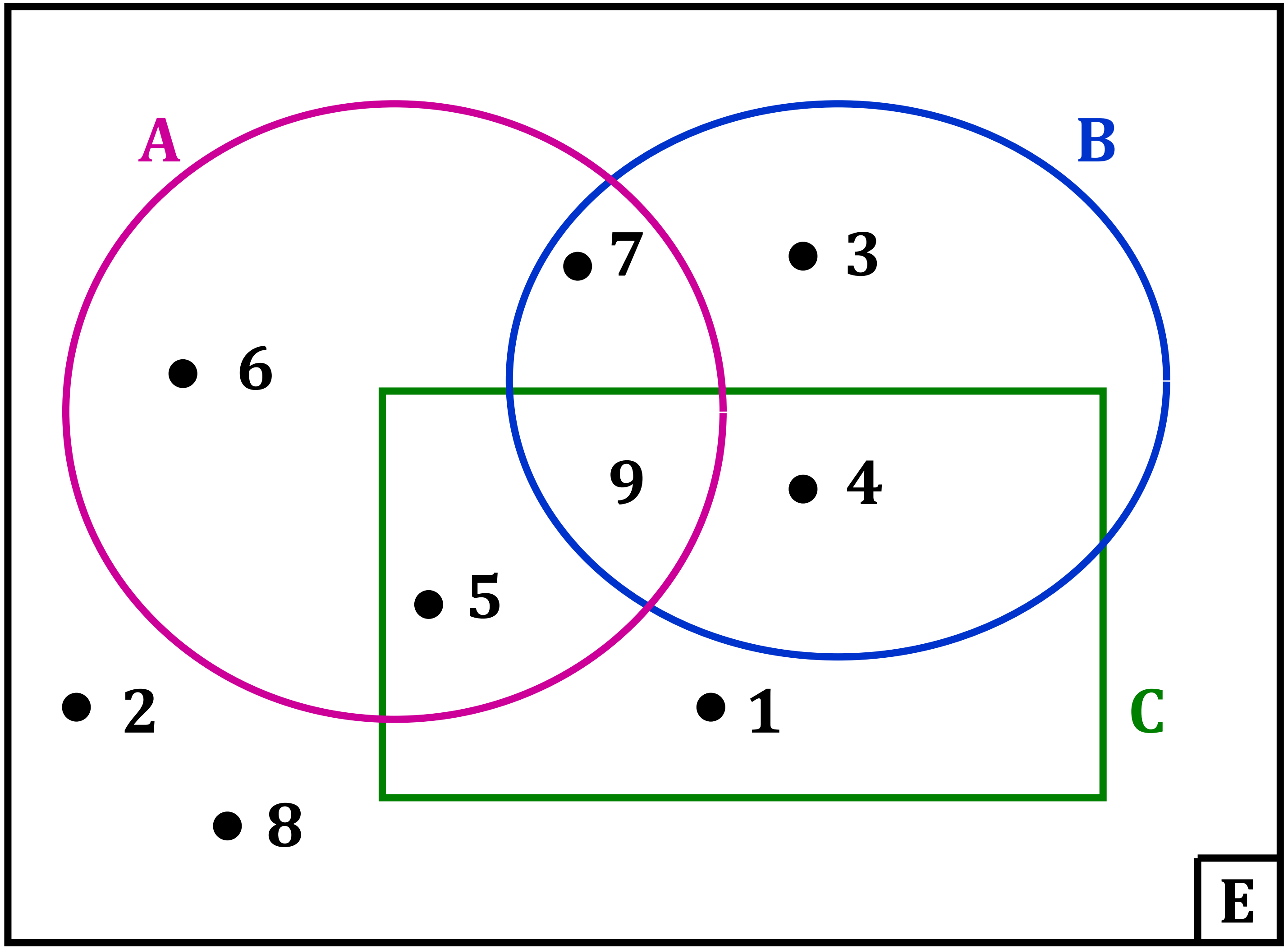
Soru : **A = { x : x , ANTAKYA ilinin bir harfidir } ,**

B = { x : x , TRAKYA kelimesinin bir harfidir } kümeleri için;

A – B ve B – A kümelerini bulup Venn şeması ile gösteriniz.

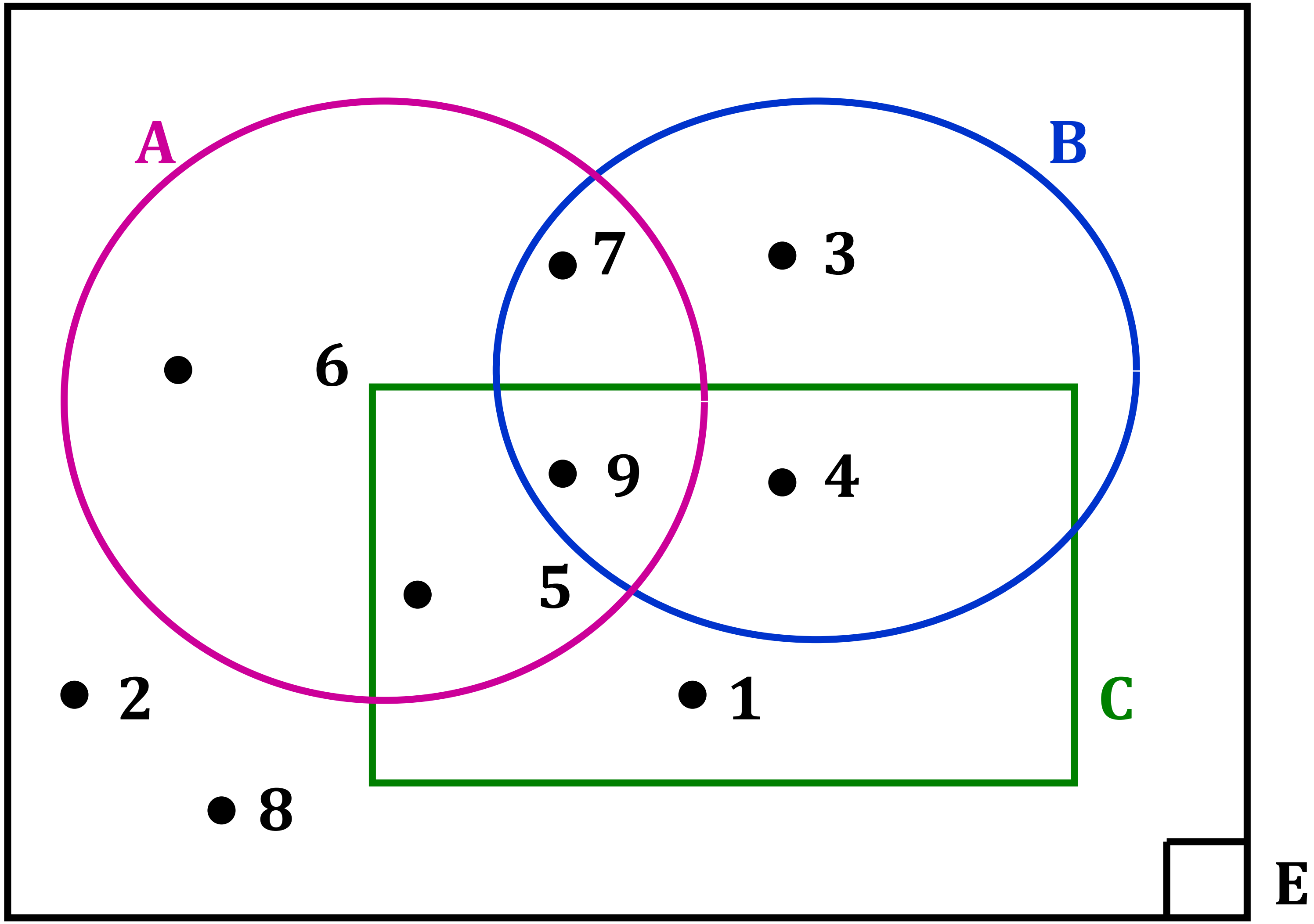
Soru : **A = { x | x sayısı 36 'nın bir pozitif tam sayı bölenidir }**
ve B = { x | 1 < x < 24 , x sayısı 2 ile 3 'ün bir tam katıdır }
kümeleri için, A – B ile B – A kümelerini bulup Venn şeması ile gösteriniz.

Soru :

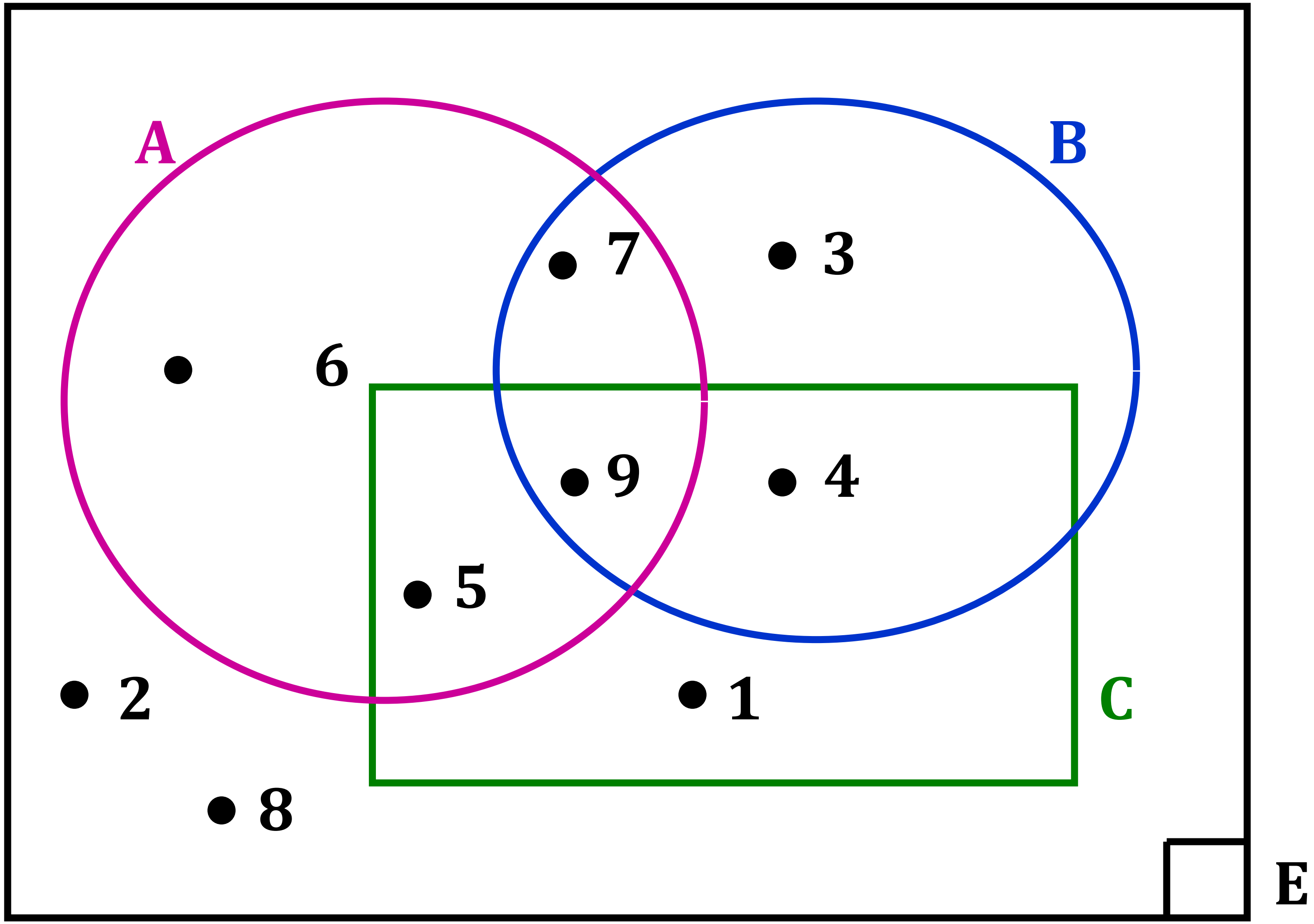


Verilenlere göre;

A) $(A \cap B) - (B \cap C) = ?$



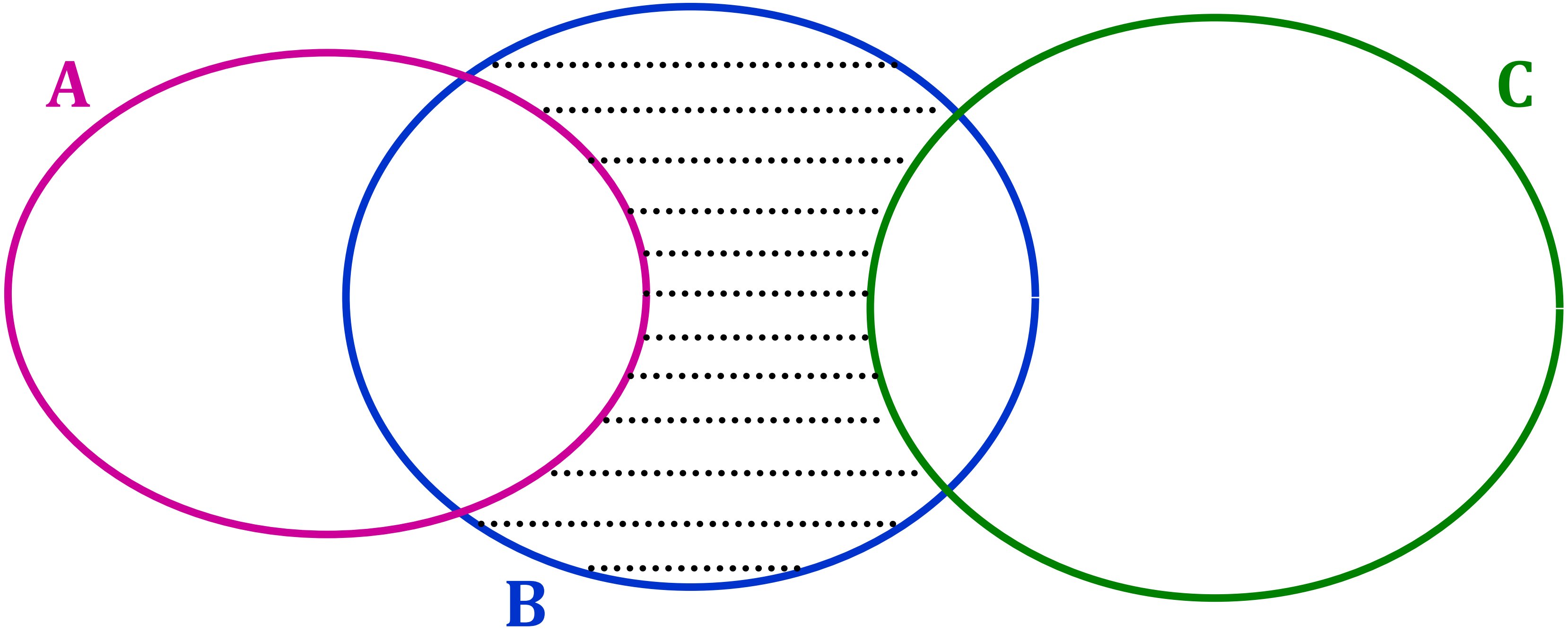
B) A ' – B = ?



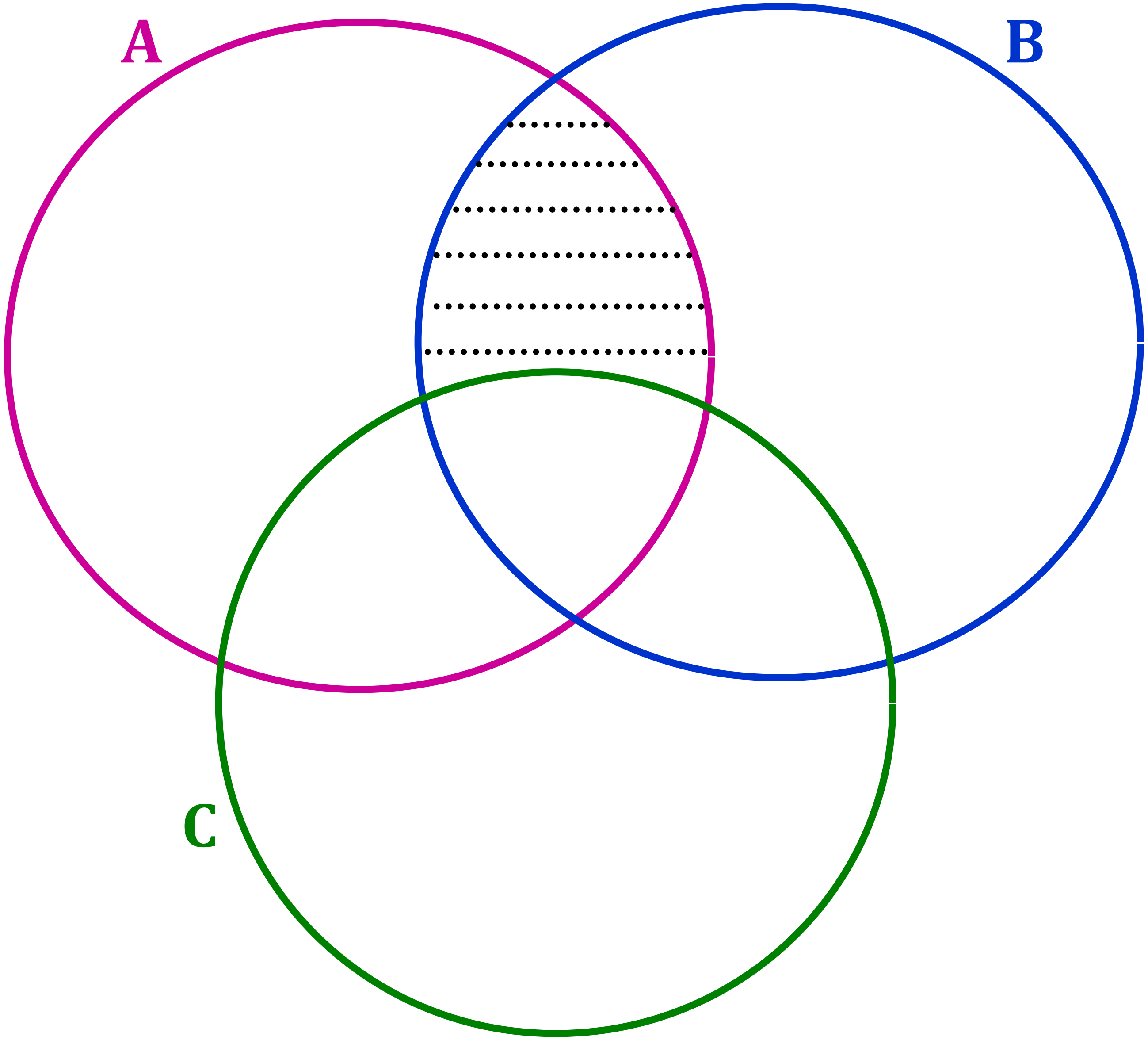
C) $(A \cup B') - C = ?$

Soru : **Aşağıdaki taralı bölgeleri veren kümelerin adını yazınız.**

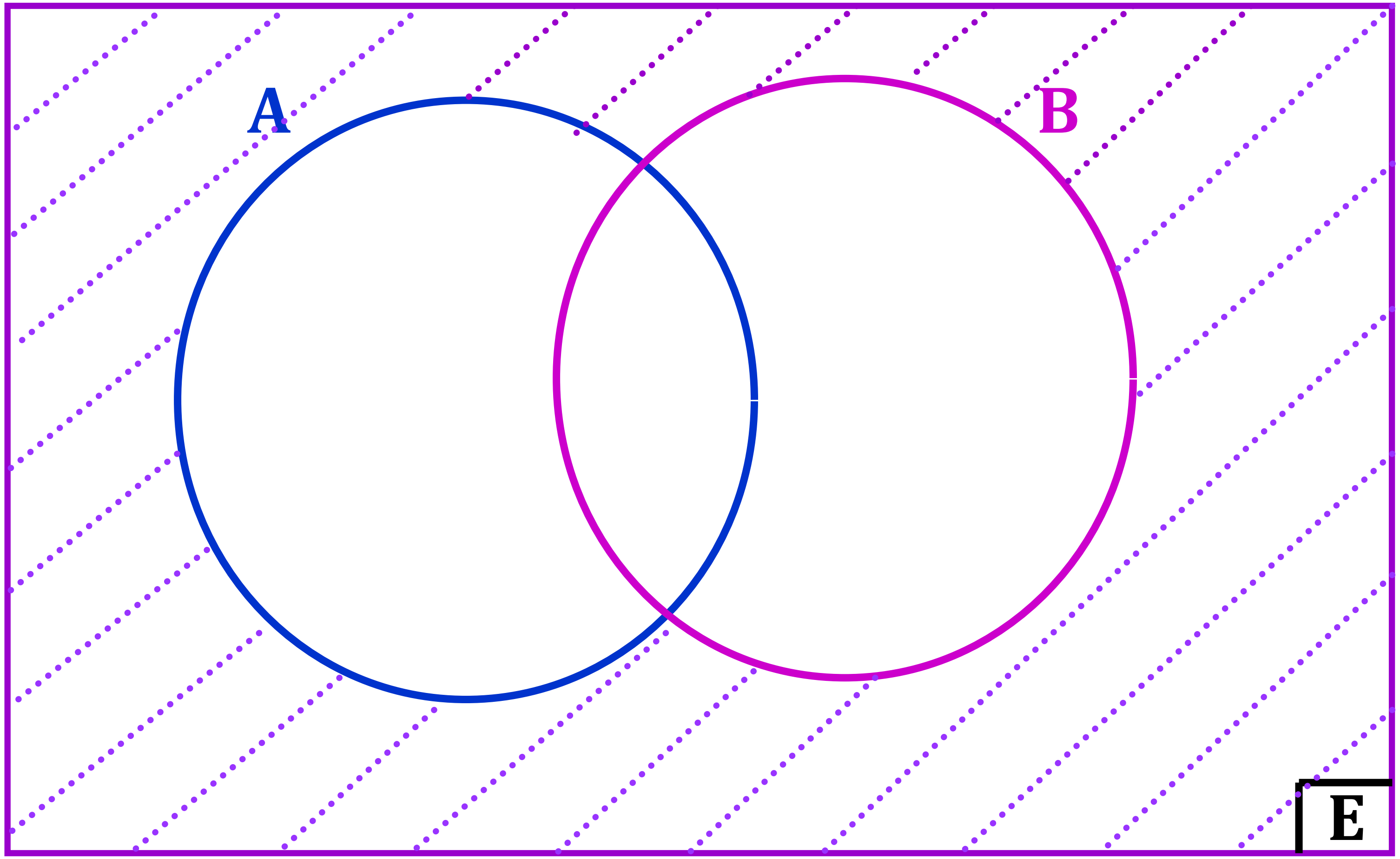
1)



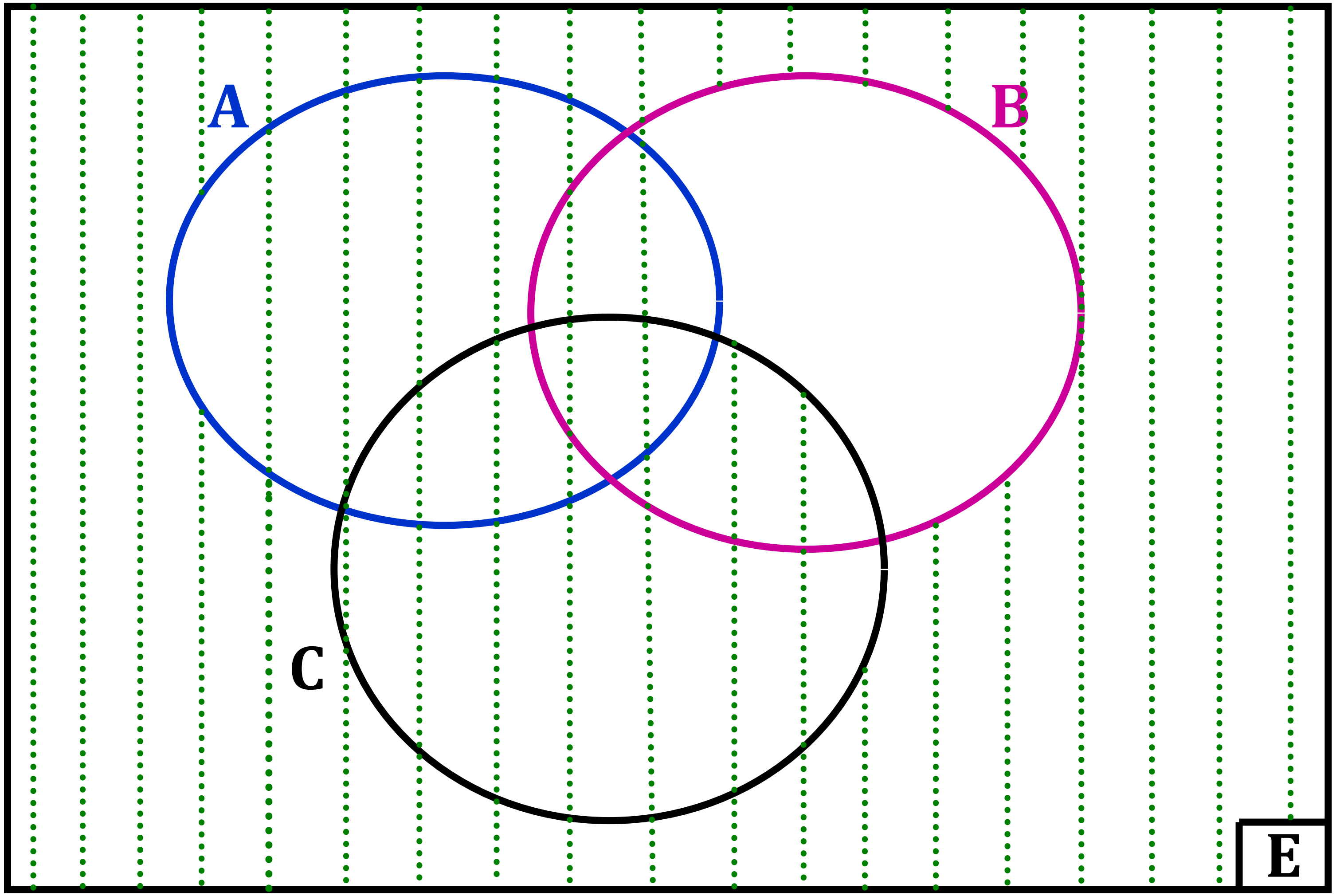
2)



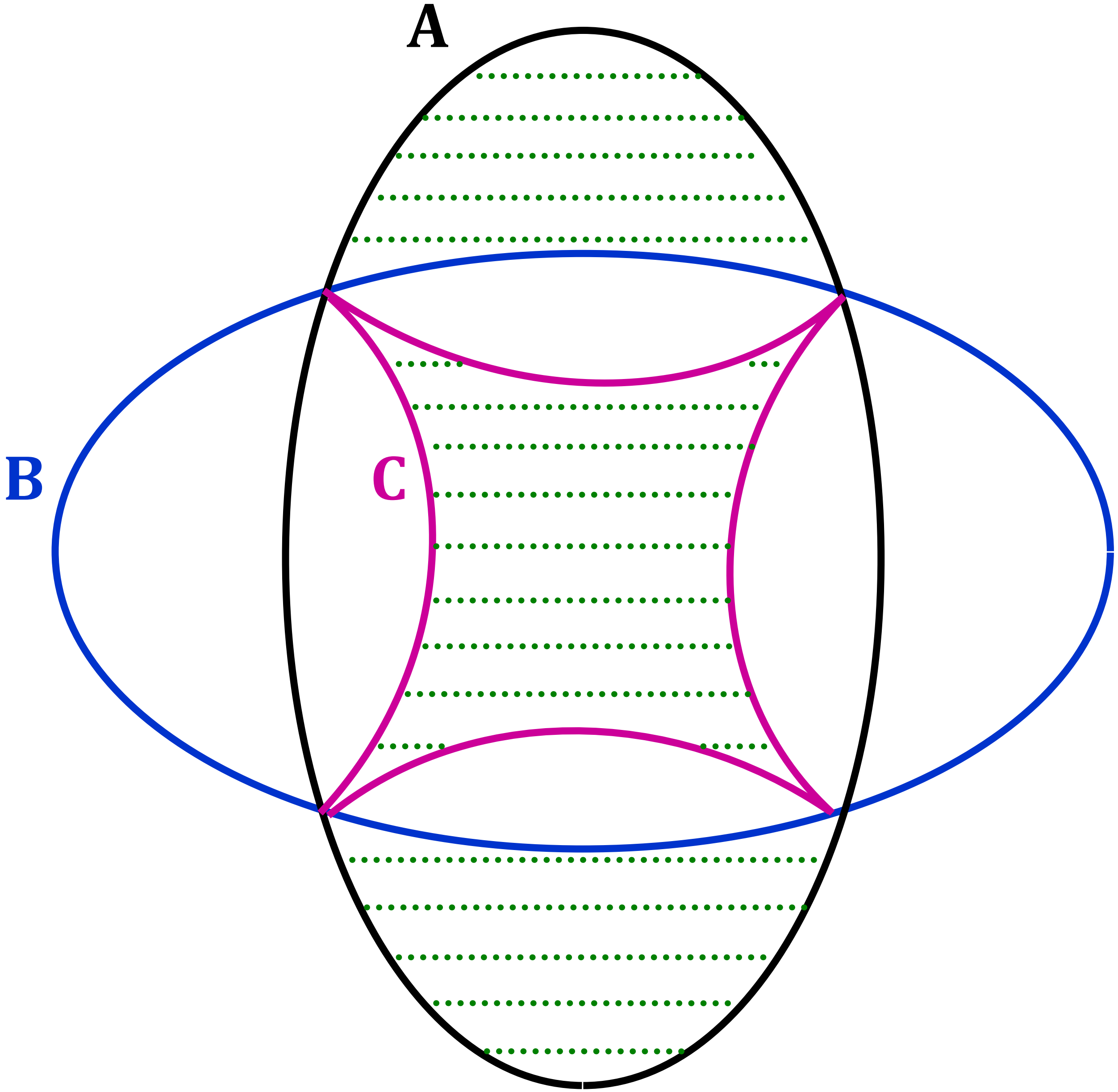
3)



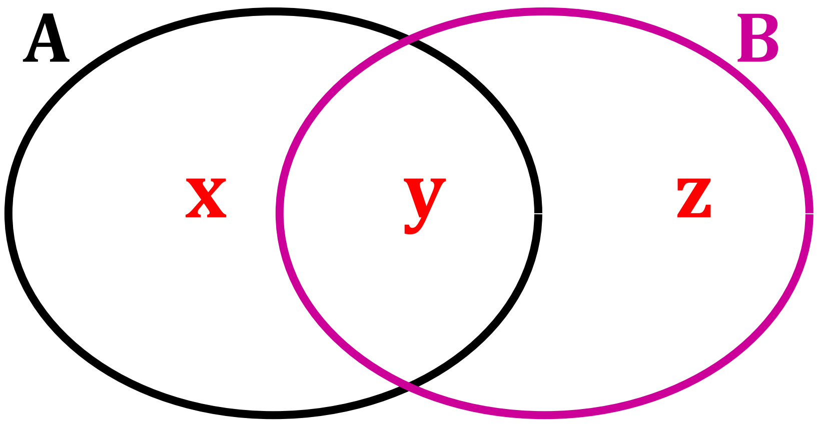
4)



5)



Not :



Kümelerde verilen sayılar şemada uygun yerlere yerleştirilerek istenilene ulaşılmaya çalışılır.

Soru : $s(A - B) = 7$, $s(B - A) = 6$ ve $s(A \cup B) = 21$ ise $s(A \cap B) = ?$

Soru : $s(A - B) = 8$, $s(A) = 15$ ve $s(B - A) = 10$ ise $s(A \cup B) . s(A \cap B) = ?$

Soru : $s(B - A) = 5$, $s(A \cap B) = 2$ ve $s(A) = 3.s(B)$ ise $s(A \cup B) = ?$

Soru : $s(A-B)=s(A\cap B)$, $s(B-A)=s(A)$ ve $s(A\cup B)=24$ ise $s(B)=?$

Soru : $s(M - N) = 5 . s(M \cap N)$, $4 . s(M) = 3 . s(N)$ ve $s(M \cup N) = 39$ ise $s(M - N) = ?$

Özellikler :

1) $A - A = \emptyset$ 2) $A - \emptyset = A$ 3) $\emptyset - A = \emptyset$

4) $A - B \neq B - A$ (Çoğunlukla eşitlik sağlanmaz.)

5) $E - A = A'$ 6) $A - B = A \cap B'$, $B - A = B \cap A'$

olarak alınır.

Soru : $s(A \cap B') = 8$, $s(A \cap B) = 6$ ve $s(A \cup B) = 20$ ise $s(B) = ?$

Soru : $s(A \cap B') = 7$, $s(A \cup B) = 35$ ve $s(B \cap A') = 11$ ise $s(A \cap B) + s(A) = ?$

Soru : **Alttaki ifadelerin sonucunu bulunuz.**

A) $(E - A) \cap A' = ?$

B) $(A - B) \cap B = ?$

C) $A \cup (A - B)' = ?$

Soru : **A , $B \subseteq E$'dir. E evrensel kümedir.**

$$(B - A')' \cap E = ?$$

Soru : $[(A \cap B) \cap (A \cup A')] \cup (A - B) = ?$

Problemler

Soru : **Çay veya kahve sevenlerin bulunduğu grupta; grubun % 80 'i çay, % 45 'i de kahve sevmektedir. Sadece kahve sevenler grubun % kaçını oluşturur ? (Grubun tamamı % 100 alınır. Fazlalık kesişime aittir.)**

Soru : **Bir gruptakilerin % 75 'inde kurşun kalem, % 60 'ında tükenmez kalem vardır. Kurşun kalem veya tükenmez kalemi olan kişilerin sayısı 40 kişi ise <u>sadece tükenmez kalemi olan</u> kaç kişi vardır ?**

Soru : **Bir okuldaki öğrencilerin % 60 'ı matematik, % 50 'si fizikten başarılıdır. Her iki dersten de <u>başarısız</u> olanlar grubun % 30 'udur. İki dersten de başarılı olan 200 kişi varsa, <u>sadece matematikten başarılı</u> olan kaç kişi vardır ?**

Not : **Şemada verilmeyenler yerine harf verilerek, denklem çözümlerinden istenen elde edilir.**

Soru : **25 kişilik bir gruptakiler futbol veya voleyboldan birini oynayabilmektedir. Sadece futbol oynayabilenlerin sayısı, sadece voleybol oynayabilenlerin sayısının 3 katıdır. Her iki sporu da oynayabilen 5 kişi varsa voleybol oynayabilen kaç kişi vardır ?**

Soru : **Herkesin en az bir dil bildiği 30 kişilik kafilede, 14 kişi İngilizce, 21 kişi Almanca bilmektedir. Buna göre sadece Almanca bilen kaç kişi vardır ?**

Soru : **17 kişinin futbol, 13 kişinin de voleybol oynayabildiği 23 kişilik grupta 2 kişi bu iki sporu da oynayamamaktadır. Bu iki sporu oynayabilen kaç kişi vardır ?**

Soru : **Bir grupta satranç bilen 20, tavla bilmeyen 18, satranç bilmeyen 25, satranç veya tavla bilen 30 kişi varsa, grupta sadece satranç bilen kaç kişi vardır ?**

Soru : **En çok bir oyun bilinen 40 kişilik grupta; dama bilmeyenlerin sayısı 22, tavla ve damadan birini bilenlerin sayısı 28 ise grupta <u>iki oyunu da bilmeyen</u> kaç kişi vardır ?**

Soru : **40 kişilik grupta, İngilizce bilenler aynı zamanda Türkçe'de bilmektedirler. Grupta İngilizce bilmeyen 18, Türkçe bilen 25 kişi vardır. Buna göre sadece Türkçe bilen kaç kişi vardır ?**

Soru : **En az bir dil bilinen grupta; Almanca bilen 30 kişi, İngilizce bilen 20 kişi, sadece bir dil bilen 24 kişi vardır. Buna göre sadece Almanca bilen kaç kişi vardır ?**

Soru : **Sadece dört oyunun bilindiği grupta; 40 kişi dama, 50 kişi tavla, 40 kişi okey ve 50 kişi satranç bilmiyor. Buna göre grupta <u>satranç bilen</u> kaç kişi vardır ?**

Soru : **Herkesin <u>en çok</u> bir oyun bildiği grupta; dama bilmeyen 18, tavla bilmeyen 21 ve satranç bilmeyen 23 kişi vardır. 6 kişi ise bu üç oyunu da bilmemektedir. Buna göre <u>dama bilen</u> kaç kişi vardır ?**

Soru : **55 kişilik sınıfta; kimyadan başarılı, fizikten başarılı ve bu ikisinden de başarılı olmayanların sayısı birbirine eşittir. Kimyadan veya fizikten başarılı olanların sayısı 35 ise <u>iki dersten de başarılı</u> olan kaç kişi vardır ?**

Soru : **49 kişilik sınıftaki kızların sayısı 27 'dir. Sarışın erkeklerin sayısı 8 olup, esmer kızların sayısı sarışın erkeklerin sayısından 7 fazladır. Buna göre sınıfta esmer olan kaç öğrenci vardır ? (Bu tarz sorularda tablo kullanmak daha yararlıdır.)**

Soru : **50 kişilik sınıftaki kızların sayısı 22 'dir. Matematik dersinden başarılı olan erkek öğrencilerin sayısı, bu dersten başarısız olan kız öğrencilerin sayısının 2 katına eşittir. 32 öğrenci matematik dersinden başarılı ise matematik dersinden başarılı olan erkek öğrenci sayısı kaçtır ?**

Soru : **33 kişilik sınıfta gözlüklü kızların sayısı; gözlüklü olmayan erkeklerin sayısının üçte birine, gözlüklü erkeklerin sayısının yarısına, gözlüklü olmayan kızların sayısının ise beşte birine eşittir. Buna göre kızların sayısını bulunuz.**

Kartezyen Çarpım Kümesi

Sıralı İkililerin Eşitliği

x ve y gibi iki elemanın, sırası önemli olmak üzere

oluşturulan (x , y) elemanına " sıralı ikili " adı verilir.

(x , y) = (a , b) ise x = a ve y = b olarak alınır.

1. eleman eşitliğin karşısındaki 1. eleman ile, 2. eleman da yine eşitliğin karşısındaki 2. eleman ile eşitlenir.

Soru : $(3x - 7 , 4) = (11 , -2y - 6)$ ise $x . y = ?$

Soru : $(5 - 2x , x + 2) = (-7 , 3y - 1)$ ise $x + y = ?$

Soru : $(125,\ 3^{2+y}) = (5^{x-1},\ 81)$ ise $x - y = ?$

Soru : $(2x - 3y, 3y + 2x) = (13, 7)$ ise $x \cdot y = ?$

(Taraf tarafa yok etme metodu kullanılır. Daha sonra denklemler konusunda tekrar işlenecek.)

Soru : $(2x + 3y, -4) = (-1, y - 3x)$ ise $x + y = ?$

Kartezyen Çarpım Kümesi

A ve B boş olmayan iki küme olsun. Birinci elemanı A , ikinci elemanı B ’den olan tüm sıralı ikililerin oluşturduğu kümeye “ A ile B ’nin kartezyen çarpım ” kümesi adı verilir ve A x B ile gösterilir.

$A \times B = \{ (x , y) : x \in A , y \in B \}$ olarak yazılır.

$B \times A = \{ (x , y) : x \in B , y \in A \}$ olarak yazılır.

Soru : **$A = \{ -3 , 2 , 4 \}$ ve $B = \{ 1 , 5 \}$ kümeleri için $A \times B$ kümesini bulunuz.**

Soru : **$A = \{ x : x \in \mathbb{N} , -4 < x \leq 3 \}$ ve $B = \{ x : x \in \mathbb{Z} , -2 \leq x < 0 \}$ kümeleri için $A \times B$ kümesini bulunuz.**

Soru : **A = { x : x doğal sayısı 5 'i tam böler } ve B = { x : x $\in \mathbb{Z}$, – 6 ≤ x ≤ 12 , x = 6k } kümeleri için B x A kümesini bulunuz.**

Soru : K = { x : x , ARABA kelimesinin bir harfidir } veriliyor. K x K kümesini bulunuz.

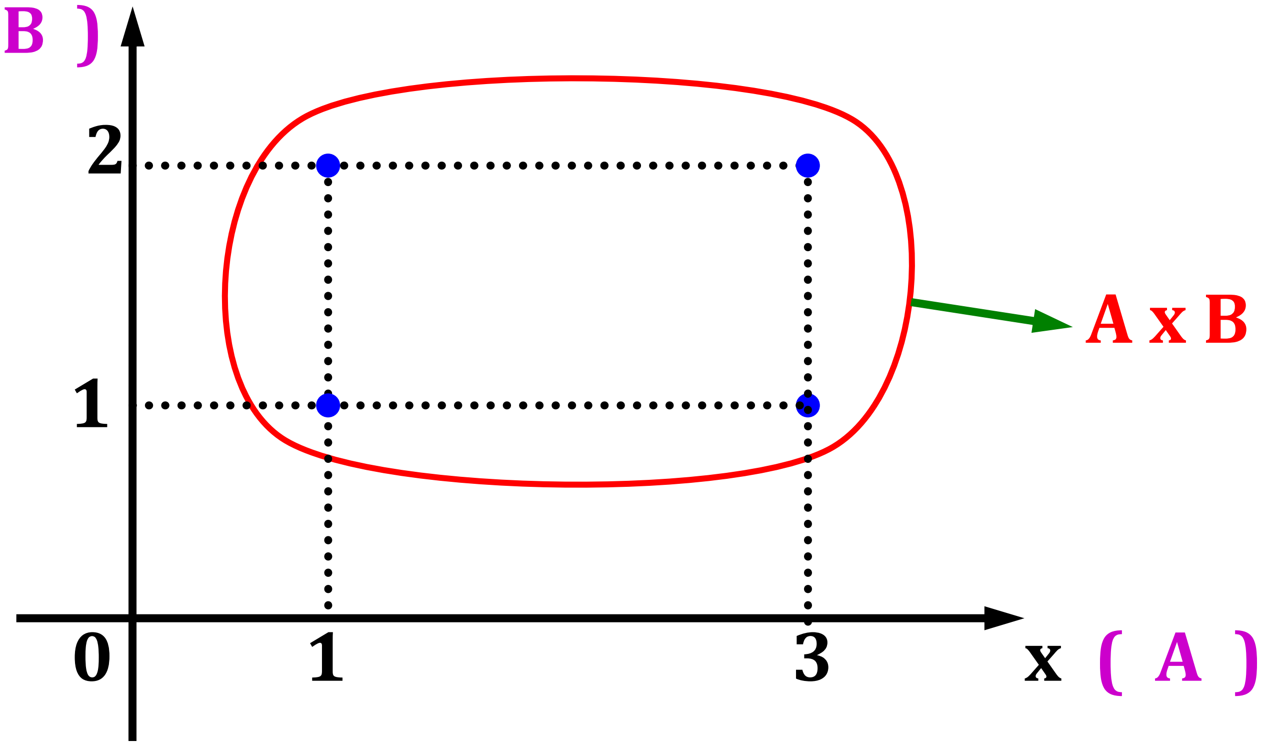
Soru : A x B = { (k , 3) , (m , 2) , (k , *) , (m , 3) , (t , 2) , (m , 5) , (m , *) , (k , 2) , (t , *) , (t , 3) , (k , 5) , (t , 5) } ise s (A) + s (B) = ?

Not : Bulduğumuz kümenin analitik düzlemde gösterimi istenirse A x B kümesi için ; **A kümesindeki elemanlar x ekseninden**, **B kümesindeki elemanlar y ekseninden alınarak** noktalar işaretlenir.

B x A kümesinde ise ; B kümesindeki elemanlar x ekseninden, A kümesindeki elemanlar y ekseninden alınarak noktalar işaretlenir.

Örneğin ;

A x B = { (1 , 1) , (1 , 2) , (3 , 1) , (3 , 2) } kümesini alalım.

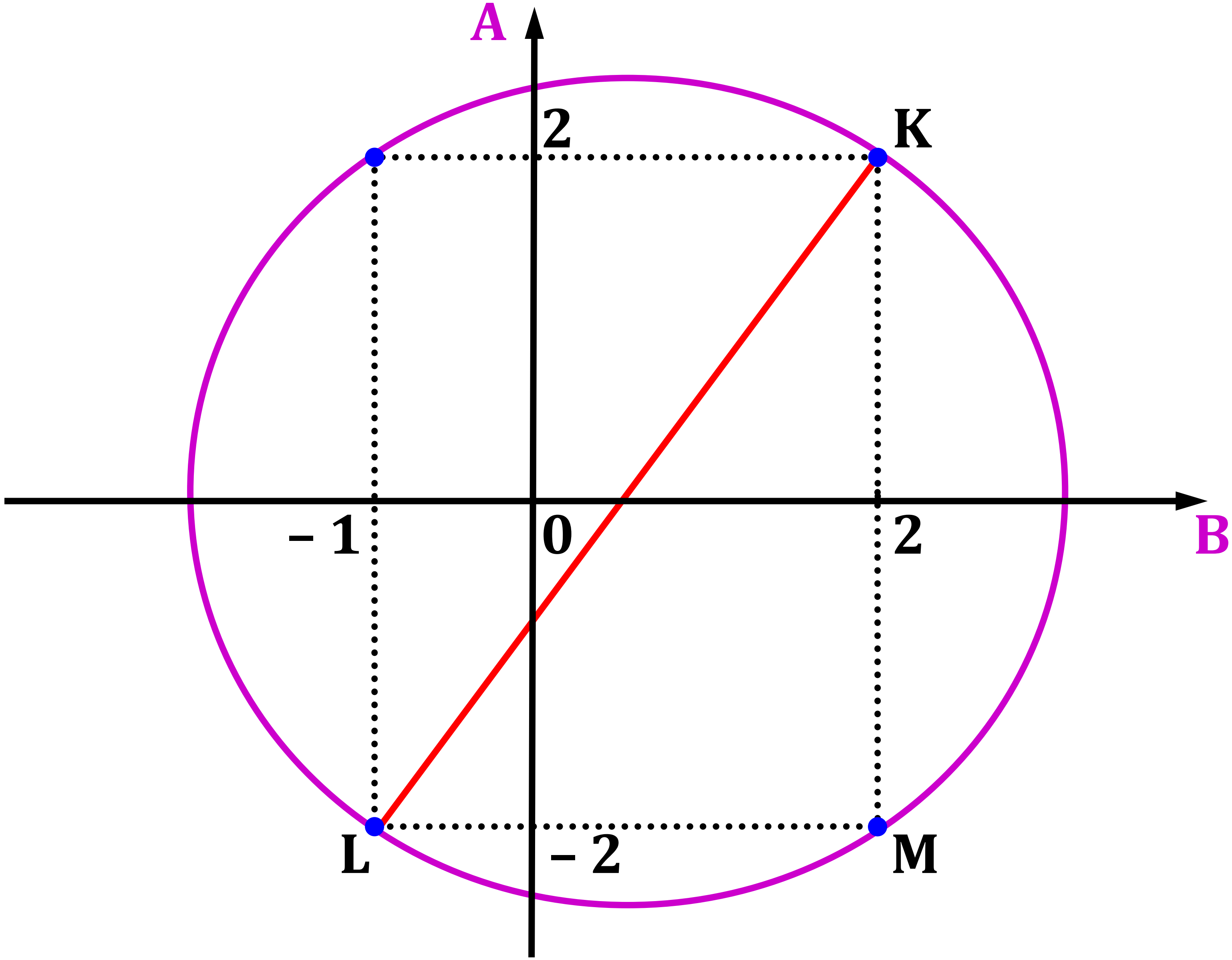


Soru : **$A = \{ 1 , 2 , 3 \}$ ve $B = \{ x : x \in \mathbb{N} , x^2 < 16 \}$ ise**

A x B kümesini bulup, kümeyi koordinat sisteminde gösteriniz.

Soru : **$A = \{ -1 , 2 , 4 \}$ veriliyor. $A \times A$ kümesini bulup, kümeyi koordinat sisteminde gösteriniz.**

Soru : **$A = \{ x \mid |x| = 2 \}$ ve $B = \{ -1 , 2 \}$ olup $B \times A$ kümesini koordinat sisteminde gösterip; kümenin elemanlarını açıkta bırakmayan <u>en küçük çaplı çemberi</u> çizip, çemberin yarıçapını bulunuz.**



KLM dik üçgeninde | LM | = 3 br ve | KM | = 4 br olduğundan

çemberin çapı ... br olur. Dolayısıyla çemberin yarıçapı ...... br 'dir.

Özellikler :

1) $A \times B \neq B \times A$ (Bazı özel durumlar hariç)

2) $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$

3) $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$

4) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

5) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

6) $A \times \emptyset = \emptyset$ (Sıralı ikililer oluşturmaz)

7) $\emptyset \times A = \emptyset$

8) $A \times B = \emptyset$ ise $A = \emptyset$ veya $B = \emptyset$ olmalıdır.

Soru : $A \times B = \{ (1, a), (3, a), (3, b), (2, a), (1, b), (2, b) \}$ ve $A \times C = \{ (1, b), (2, c), (3, c), (3, b), (1, c), (2, b) \}$ ise $A \times (B \cap C) = ?$

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} s(A \times A) = 36 \\ \\ s(A \times B) = 24 \end{array}\right\} \text{ ise } s(B) = ?$$

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} s(A \times A) = 121 \\ \\ s(B \times B) = 169 \end{array}\right\} \text{ ise } s(A \times B) = ?$$

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} s(A \times B) = 13 \\ \\ s(A \times C) = 9 \end{array}\right\} \text{ ise } s(B \times C) = ?$$

Soru : $A \subseteq B$'dir. $s(C) = 8$ ve $s(A \cup B) = 7$ ise $s(B \times C) = ?$

Soru : $s(A) = 5$, $s(B) = 9$ ve $s(C) = 12$ ise;

A) $s[(A \cup B) \times C]$ **en az** **kaçtır ?** **(A ile B ’nin durumu şema ile düşünülür.)**

s (A) = 5 , s (B) = 9 ve s (C) = 12 ise;

B) s [(A ∪ B) x C] <u>en fazla</u> kaçtır ?

$s(A) = 5$, $s(B) = 9$, $s(C) = 12$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ ise;

C) $s[(A \cup B) \times C]$ <u>en fazla</u> kaçtır ?

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 3. DENKLEMLER ve EŞİTSİZLİKLER

9. 3. 1. SAYI KÜMELERİ

Terimler ve Kavramlar : **Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar, irrasyonel sayılar, gerçek (reel) sayılar**

Sembol ve Gösterimler : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}'$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Z}^-$, $\mathbb{Q}^-$, $\mathbb{R}^-$, $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

9. 3. 1. 1. Sayı kümelerini birbiriyle ilişkilendirir.

A) **Doğal sayı, tam sayı, rasyonel sayı, irrasyonel sayı ve gerçek sayı kümelerinin sembolleri tanıtılarak bu sayı kümeleri arasındaki ilişki üzerinde durulur.**

B) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ **gibi sayıların sayı doğrusundaki yeri belirlenir.**

C) Gerçek sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerinin özellikleri üzerinde durulur.

D) ℝ ’nin geometrik temsilinin sayı doğrusu, ℝ × ℝ ’nin geomet-rik temsilinin de kartezyen koordinat sistemi olduğu vurgulanır.

9. 3. 2. BÖLÜNEBİLME KURALLARI

Sembol ve Gösterimler : EKOK , EBOB

9. 3. 2. 1. Tam sayılarda bölünebilme kurallarıyla ilgili problemler çözer.

2 , 3 , 4 , 5 , 8 , 9 , 10 , 11 ile bu sayılardan elde edilen 6 , 12 , 15 gibi sayıların bölünebilme kuralları ele alınır.

9. 3. 2. 2. Tam sayılarda EBOB ve EKOK ile ilgili uygulamalar yapar.

A) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

B) Elektronik tablolarda bulunan EBOB ve EKOK fonksiyonla-rından yararlanılır.

9. 3. 2. 3. Günlük hayatta periyodik olarak tekrar eden durumları içeren problemleri çözer.

Modüler aritmetiğe girilmeden periyodik durum içeren problemlere yer verilir.

3.ÜNİTE : DENKLEMLER ve EŞİTSİZLİKLER

SAYI KÜMELERİ

Gerçek Sayılar Kümesi

$\mathbb{N} = \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , . . . \}$ **doğal sayılar kümesidir.**

$\mathbb{Z} = \{ . . . , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 \}$ **ise tam sayılar kümesidir.**

$\mathbb{Z}^- = \{ . . . , -4 , -3 , -2 , -1 \}$ **negatif tamsayılar kümesini,**

$\mathbb{Z}^+ = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , . . . \}$ **ise pozitif tamsayılar kümesini gösterir.** $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{ 0 \} \cup \mathbb{Z}^+$ **tam sayılar kümesini verir.**

Tanım : **1)** $a\ ,\ b \in \mathbb{Z}$ **ve** $b \neq 0$ **olmak üzere** $\dfrac{a}{b}$ **şeklinde yazılabilen sayılara " rasyonel sayılar " adı verilir ve** $\mathbb{Q}$ **harfi ile gösterilir.**

2) İki tam sayının oranı şeklinde yazılamayan sayılara ise " irrasyonel sayılar " adı verilir ve $\mathbb{Q}'$ **harfi ile gösterilir.**

$$\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}\ ,\ 5 \in \mathbb{Q}\ ,\ \sqrt{16} \in \mathbb{Q}\ ,\ -1\frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$$ **'dır.**

$$\left.\begin{array}{l} \pi = 3,14\ldots \\ \sqrt{2} = 1,41\ldots \\ \sqrt{7} = 2,645\ldots \end{array}\right\} \in \mathbb{Q}'$$

'dir. Yani irrasyonel sayılardır.

Çünkü iki sayının oranı şeklinde yazılamaz.

$0,33333\,... = 0,\overline{3} = \dfrac{3 - 0}{9} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ **’dır. Bu yüzden devirli sayılar rasyonel sayıdır.**

Sayı kümeleri arasında $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ **bağıntısı vardır.**

$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$ **Rasyonel sayılar ile irrasyonel sayılar kümesinin oluşturduğu kümeye “ reel (gerçek) sayılar ” kümesi adı verilir ve** $\mathbb{R}$ **harfi ile gösterilir.**

$\sqrt{-11}$, $\sqrt{-25}$, ... **gibi içerisinde negatif sayı bulunan kare köklü sayılar birer reel sayı olamazlar.**

Soru : **Aşağıdaki sayılardan hangileri rasyonel $(\mathbb{Q})$, hangileri irrasyonel $(\mathbb{Q}')$ sayıdır ? Yanlarına yazınız.**

$\mathbf{5} \in$

$\mathbf{2\frac{3}{7}} \in$

$\mathbf{1,44444\ldots} \in$

$\mathbf{1,234536784575\ldots} \in$

$\sqrt{3} \in$

$\sqrt{400} \in$

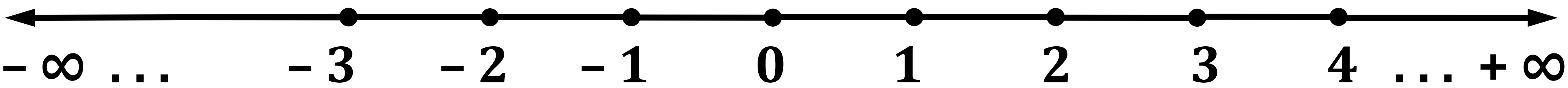
$1 + \sqrt{2} \in$

$-\dfrac{55}{9} \in$

Soru : $\frac{3}{2}$, $\sqrt{-64}$, $2{,}567846\ldots$, $\frac{1}{\sqrt{9}}$, $\frac{8}{0}$, $\sqrt{41}$

sayılarından rasyonel olanların toplamını bulunuz.

<u>Soru :</u> $-\dfrac{5}{2}$ ile $\sqrt{11}$ ’in yerini sayı doğrusu üzerinde **<u>tahmini</u>** olarak yerleştiriniz.



İşlem Özellikleri

1) Kapalılık Özelliği : **İki reel sayının çarpımı toplamı veya toplamı yine reel sayıdır.** **$a , b \in \mathbb{R}$ için, $a + b$, $a - b$ ve $a . b \in \mathbb{R}$ olur.**

Örneğin 2 ile 6 reel sayılarını alalım.

$2 + 6 = 8 \in \mathbb{R}$'dir. $2 . 6 = 12 \in \mathbb{R}$'dir. $2 - 6 = -4 \in \mathbb{R}$'dir.

***** Bölme işleminde kapalılık özelliği yoktur. Örneğin 5 ve 0 reel sayıları için $\frac{5}{0}$ tanımsız olur. Bir reel sayıyı vermez.**

2) Değişme Özelliği : **İki reel sayının toplamı veya çarpımında sayıların yerleri değiştirilirse sonuç değişmez.**

$a , b \in \mathbb{R}$ için, $a + b = b + a$ ve $a . b = b . a$'dır.

Örneğin 2 ile 6 reel sayılarını alalım.

2 + 6 = 6 + 2 2 . 6 = 6 . 2 eşitlikleri sağlanır.

*** **Bölme ve fark işleminde değişme özelliği yoktur.**

Örneğin 2 ve 6 reel sayıları için;

$2 - 6 \neq 6 - 2$ **olur.** $\frac{6}{2} \neq \frac{2}{6}$ **olur.**

3) Birleşme Özelliği : **Toplama yada çarpma işleminde işlem sırası değişebilir.** $a, b, c \in \mathbb{R}$ **için;**

$a . (b . c) = (a . b) . c$, $a + (b + c) = (a + b) + c$

yazılabilir.

*** **Bölme ve fark işleminde de birleşme özelliği yoktur.**

4) Dağılma Özelliği : $a\ ,\ b\ ,\ c \in \mathbb{R}$ için;

$a\,.\,(\,b + c\,) = a\,.\,b + a\,.\,c$ olarak yazılabilir.

5) Etkisiz Eleman : Toplama işleminde etkisiz eleman 0 , çarpma işleminde ise etkisiz eleman 1 'dir.

$a + 0 = 0 + a = a$ ve $a\,.\,1 = 1\,.\,a = a$ 'dır.

6) Yutan Eleman : Çarpma işleminde yutan eleman 0 'dır.

Toplama işleminde yutan eleman yoktur. $a\,.\,0 = 0\,.\,a = 0$ 'dır.

7) Ters Eleman : $a \in \mathbb{R}$ için ;

A – $a + (-a) = (-a) + a = 0$ Toplama işleminde a 'nın tersi – a 'dır.

B – $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$

Çarpma işleminde a 'nın tersi $\frac{1}{a}$ 'dır.

($a \neq 0$ olmalıdır.)

Soru : $\frac{2}{3}$ **sayısının çarpma ve toplama işlemlerine göre tersle-lerini bulup, toplamlarını elde ediniz.**

Soru : $1\frac{3}{5}$ **sayısının çarpmaya göre tersi** $\frac{a}{b}$ **ise a – b = ?**

Soru : **2a – 8 sayısı <u>çarpmanın yutan elemanı</u>, 6 – b ’de <u>toplamanın etkisiz elemanı</u> ise $\frac{b}{a}$ ’nın <u>toplamaya göre tersi</u> kaç olur ?**

Soru : **a ve b doğal sayılardır.**

a . b = 24 ise a + b toplamı ; A) <u>En çok</u> kaç olabilir ? (Çarpımı veren sayılar bulunarak şartı sağlayanlar sonuç için alınır.)

B) <u>En az</u> kaç olabilir ?

Soru : m , n ve k pozitif tam sayılardır. $m \cdot n = 15$ ve $n \cdot k = 24$ ise $m + n + k$ toplamı en az kaç olabilir ?

Soru : x ve y tam sayılardır. $x \cdot y = 8$ denklemini sağlayan kaç tane (x, y) sıralı ikilisi vardır ? **($(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ kartezyen kümesinin bir elemanıdır.)**

Soru : a ve b doğal sayılardır. $3a + 5b = 67$ ise;

A) a 'nın **en küçük** değeri için b sayısı ne olmalıdır ? **(a yerine deneme yapılır.)**

a ve b doğal sayılardır. 3a + 5b = 67 ise;

B) b 'nin <u>en küçük</u> değeri için a sayısı ne olmalıdır ?

Soru : **k ve m <u>tam sayılardır</u>. $6k + 5m = 72$ eşitliği veriliyor.**

k 'nın <u>en büyük negatif</u> tam sayı değeri için m ne olmalıdır ?

BÖLÜNEBİLME

Bölme İşlemi

$$\begin{array}{l|l} \text{Bölünen} & \text{Bölen} \\ \hline - & \text{Bölüm} \\ \hline \text{Kalan} & \end{array}$$

*** **Bölünen = Bölen . Bölüm + Kalan** olarak alınır.

*** **Kalan < Bölen** ve **Bölen ≠ 0** olmalıdır.

Kalan = 0 ise bölünen sayı bölene **" tam bölünür "** denir.

Soru : $\begin{array}{l|l} abab3 & ab \\ \hline & \end{array}$ bölme işleminin sonucunda bölüm ile kalanın toplamını bulunuz.

Soru : xyzxyzxy | xyz bölme işleminin sonucunda **bölümü ve kalanı** bulunuz.

Soru :

$$\begin{array}{r|l} \text{.....} & 316 \\ \cline{2-2} - & 27 \\ \hline 193 & \end{array}$$

işleminde bölünen sayının <u>rakamları toplamı</u> kaçtır ?

Soru : **5x – 27 sayısı 3 + x ile bölündüğünde; bölüm 3, kalan 2 ise bu sayının 4 ile <u>bölümünden kalanı</u> bulunuz.**

Soru :

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & 15 \\ \hline 12 & \end{array}$$

işleminde A tam sayısı <u>en az</u> kaç olur ?

Soru :

$$\begin{array}{r|l} K & M \\ \cline{2-2} & 9 \\ - & \\ \hline N & \end{array}$$

M < 25 ise K tam sayısı <u>en fazla</u> kaç olur ?

Soru :

$$\begin{array}{r|l} A & 3 \\ \hline - \quad & B \\ \hline 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} B & 6 \\ \hline - \quad & C \\ \hline 5 & \end{array}$$

ise ; **A)** A sayısını <u>C türünden</u> bulunuz.

B) A sayısının 9 ile <u>bölümünden kalan</u> kaçtır ?

Soru :

$$\begin{array}{r|l} K & 8 \\ \hline - & M \\ \hline 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} M & 6 \\ \hline - & N \\ \hline 4 & \end{array} \qquad \text{ise} \qquad \begin{array}{r|l} K & 12 \\ \hline - & \\ \hline ? & \end{array}$$

Soru : **Bir A sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 'dir. Buna göre 3A + 12 sayısının 5 ile bölümünden kalanı bulunuz.**

Bölünebilme Kuralları

1) 2 İle Bölenebilme Kuralı :

Birler basamağı çift olan sayılar 2 ile tam bölünür.

Soru : **Rakamları farklı olan 2547m sayısı 2 ile tam bölünüyor-sa m <u>sayılarının toplamı</u> kaç olur ?**

2) 3 İle Bölenebilme Kuralı : **Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 3 'ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünür.**

Örneğin; **309681** $(3 + 0 + 9 + 6 + 8 + 1 = 27 = 9 . 3)$,

167 $(1 + 6 + 7 = 12 = 4 . 3)$ **sayıları 3 ile tam bölünür.**

Soru : **Alttaki sayılardan 3 ile tam bölünenleri belirleyiniz.**

A) $\underbrace{555\ldots5}_{16\text{ adet}}$

B) **9876543210**

C) $\underbrace{123123123\ldots}_{25 \text{ basamaklı}}$ (Sayılar aynı şekilde devam ediyor)

Soru : **Altı basamaklı 57a842 sayısı 3 ile tam bölünüyorsa a yerine gelebilecek tam sayıların toplamı kaç olur ?**

Soru : **Dokuz basamaklı t564t3291 sayısı 3 ile tam bölünüyorsa t yerine gelebilecek tam sayıların çarpımı kaç olur ?**

Not : **Verilen sayının rakamları toplanır. Toplamın 3 ile bölümünden kalan, sayının 3 ile bölümünden kalan ile eştir.**

Soru : **1376408 sayısının 3 ile bölümünden kalan kaçtır ?**

Soru : **Otuz basamaklı 141414 . . . şeklinde tekrar eden sayının 3 ile bölümünden <u>kalan</u> kaçtır ?**

Soru : **3m5m426 sayısının 3 ile bölümünden kalan 2 ise m ne olabilir ?**

3) 4 İle Bölenebilme Kuralı :

Son iki basamağı 4 'ün katı olan sayılar 4 ile tam bölünür.

Kalanlı bölümüne son iki basamağın 4 ile bölümünden kalana bakılabilir.

Örneğin; $1\underbrace{24}$ **(24 = 6 . 4) , $2405\underbrace{00}$ (00 = 0 . 4) sayıları 4 ile tam bölünür.**

Soru : **Dört basamaklı 57m2 sayısı 4 ile tam bölünüyorsa m yerine gelebilecek tam sayıların <u>çarpımı</u> kaç olur ?**

Soru : **Dört basamaklı 450m ile 32n4 sayıları 4 ile tam bölünüyorsa m ve n toplamı en fazla kaç olur ?**

4) 5 İle Bölenebilme Kuralı :

Son basamağı 0 veya 5 olan sayılar 5 ile tam bölünür.

Soru : **Altı basamaklı 5681tt sayısı hem 5 hem de 3 ile tam bölünüyorsa t yerine gelebilecek tam sayı kaç olmalıdır ?**

Soru : **Dört basamaklı m28n sayısı hem 5 hem de 3 ile tam bölünüyorsa m yerine gelebilecek kaç tam sayı vardır ?**

Not : **Verilen sayının birler basamağı;**

A . 5 ’ten küçükse, sayının 5 ile bölümünden kalan bu sayıdır.

B . 5 ’ten büyükse bu sayıdan 5 çıkartılır. Sayının 5 ile bölümünden kalan bu farkın sonucudur.

Örnekler : **Aşağıdaki sayıların 5 ile bölümünden kalan sayıyı bulunuz.**

1) 109567208 **2) 67540178042**

Soru : **Dört basamaklı 352a sayısının 5 ile bölümünden kalan 3' tür. Sayı aynı zamanda 3 ile de tam bölündüğüne göre, sayının rakamları toplamını bulunuz.**

Soru : **Üç basamaklı A5B sayısının 5 ile bölümünden kalan 1 'dir. Sayı aynı zamanda 4 ile de tam bölünebilmektedir. A < B ise A yerine gelebilecek olan sayıların toplamı ne olur ?**

Soru : **Üç basamaklı 8ab sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 'dir. Sayı aynı zamanda 2 ve 3 ile de tam bölünüyorsa a yerine gelebilecek sayıların çarpımı kaç olmalıdır ?**

5) 8 İle Bölenebilme Kuralı :

Son üç basamağı 8 'in katı olan sayılar 8 ile tam bölünür. Kalanlı bölümüne son üç basamağın 8 ile bölümünden kalana bakılabilir.

Soru : **1234567890 ile 987654320 sayılarından 8 ile tam bölünen var mı kontrol ediniz.**

Soru : **614m2 sayısı 8 ile tam bölünüyorsa m yerine gelebilecek sayıları bulunuz.**

Soru : **5628m0 sayısı 8 ile tam bölünüyorsa m yerine gelebilecek sayıları bulunuz.**

6) 9 İle Bölenebilme Kuralı :

Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 9 'un katı olan sayılar, 9 ile tam bölünür.

Örneğin; 208647 (2 + 0 + 8 + 6 + 4 + 7 = 27 = 3 . 9) , 27 (2 + 7 = 9 = 1 . 9) sayıları 9 ile tam bölünür.

Verilen sayının rakamları toplanır. Toplamın 9 ile bölümünden kalan, sayının 9 ile bölümünden kalan ile eştir.

Soru : **6812037965102 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır ?**

Soru : **Yirmi altı basamaklı** **626262 . . .** **şeklinde tekrar eden sayının 9 ile bölümünden kalan kaçtır ?**

Soru : **<u>Üç yüz bir basamaklı</u> 253253253 . . . şeklinde tekrar eden sayının 9 ile bölümünden <u>kalan</u> kaçtır ?**

Soru : **Yedi basamaklı 35m46m2 sayısı 9 ile tam bölünüyorsa m tam sayısı kaç olmalıdır ?**

Soru : **Yedi basamaklı 8mm742m sayısı 9 ile tam bölünüyorsa m tam sayılarının toplamı kaç olmalıdır ?**

Soru : **Dokuz basamaklı a6a5a708a sayısının 9 ile bölümünden <u>kalan</u> 6 ise a ne olmalıdır ?**

7) 10 İle Bölenebilme Kuralı :

Son basamağı 0 olan sayılar 10 ile tam bölünür.

Bir sayının 10 ile bölümünden kalan sayı, sayının birler basamağındaki sayıdır.

Soru : **Yedi basamaklı 59a238b sayısı 10 ile 6 kalanlı bölünüyor. Sayı aynı zamanda 9 ile de tam bölünüyorsa a sayısı kaç olmalıdır ?**

8) 11 İle Bölenebilme Kuralı :

Verilen sayının en sağından başlayarak sırasıyla sayılara bir + bir – işareti verilir. Aynı işaretliler gruplandırılır ve toplanır. İki sonucun toplamı 11 'in katı ise sayı 11 ile tam bölünür.

Soru : **35201738 sayısı 11 ile tam bölünür mü ?**

Soru : **72380 ile 435890023 sayılarının 11 ile tam bölünüp bölünmediğini kontrol ediniz.**

Soru : **Yedi basamaklı 86a0572 sayısı 11 ile tam bölünüyorsa; a tam sayısı kaç olmalıdır ?**

Soru : **Beş basamaklı 7x32y sayısı 11 ile <u>tam bölünüyorsa</u>**

y – x işleminin sonucu tam sayı olarak kaç olabilir ?

Soru : **Altı basamaklı b78a51 sayısı 11 ile <u>tam bölünüyorsa</u>;**

A) a – b işleminin sonucu tam sayı olarak kaç olabilir ?

B) **b78a51 sayısı <u>en fazla</u> kaç olabilir ?**

Karışık Uygulamalar

6 'ya tam bölünen sayılar hem 2 hem de 3 ile tam bölünürler.

12 'ye tam bölünen sayılar hem 3 hem de 4 ile tam bölünürler.

15 'e tam bölünen sayılar hem 3 hem de 5 ile tam bölünürler.

18 'e tam bölünen sayılar hem 2 hem de 9 ile tam bölünürler.

. . .

Diğer durumlarda benzer şekilde önceki kurallardan faydalanılarak bulunabilir.

Soru : **Beş basamaklı 4657a sayısı 6 ile tam bölünüyorsa a değerleri ne olmalıdır ?**

Soru : **Yedi basamaklı x79x53x sayısı 18 ile tam bölünüyorsa x sayısı ne olmalıdır ?**

Soru : **Altı basamaklı a551ab sayısı 30 ile tam bölünüyorsa a sayılarının çarpımı ne olmalıdır ?**

Soru : **Altı basamaklı xyyxyx sayısı 45 ile tam bölünüyorsa y sayılarının toplamı ne olmalıdır ?**

Soru : **Dört basamaklı 4a3b sayısı 15 ile <u>tam bölünüyorsa</u> a yerine gelebilecek <u>kaç değer</u> vardır ?**

Soru : **Rakamları birbirinden farklı olan üç basamaklı 3pq sayısı 15 ile tam bölünüyorsa p yerine gelebilecek kaç değer vardır ?**

Soru : **Rakamları farklı dört basamaklı en büyük sayı aşağıdaki sayılardan hangisine tam bölünür ?**

10 12 15 18 9

Soru : **Rakamları çift sayı olan en büyük dört basamaklı sayı aşağıdaki sayılardan hangilerine tam bölünür ?**

9 **6** **15** **11** **12** **20**

Soru : **Dört basamaklı 5x3y sayısının 15 ile bölümünden kalan 1 'dir. Buna göre x sayısının kaç farklı değer alabileceğini bulunuz.**

(Not : 1 kalanı her iki kural (5 ve 3) için de kullanılır.)

Soru : **Dört basamaklı 2a4b sayısının 30 ile bölümünden kalan 14 'dür. Buna göre a sayısının kaç farklı değer alabileceğini bulu-nuz.** **(Not : Kalan sayı 14 , 3 ve 10 'dan büyük olduğundan 14 sayısı 10 ve 3 'e ayrı ayrı bölünerek kalanlar bulunur. 14 'ün 10 ile bölümünden kalan 4 , 3 ile bölümünden kalan ise 2'dir.)**

Soru : **Beş basamaklı $80x2y$ sayısının 15 ile bölümünden kalan 11 'dir. Buna göre x sayısının kaç farklı değer alabileceğini bulunuz.**

Tanım : **1 'den başka ortak pozitif tam sayı böleni olmayan sayma sayılarına " aralarında asal sayılar " denir.**

Örneğin; 2 ile 5 , 11 ile 15 , 2 ile 2017 , v . b. sayıları aralarında asal sayılardır.

Soru : **3 ile k sayısı aralarında asal sayılardır. k tek basamaklı bir sayma sayısı ise k sayılarının çarpımı ne olur ?**

Soru : **15 ile a sayısı <u>aralarında asal</u> sayılardır. a <u>tek basamaklı</u> bir sayma sayısı ise a sayılarının <u>toplamı</u> ne olur ?**

EBOB – EKOK

İki ya da daha fazla sayıyı bölen en büyük doğal sayıya, bu sayıların " en büyük ortak böleni " adı verilir ve EBOB ile gösterilir.

İki ya da daha fazla doğal sayının ortak katı olan en küçük doğal sayıya, bu sayıların " en küçük ortak katı " adı verilir ve EKOK ile gösterilir.

***** Ortak bölenlerin çarpımı EBOB'u, tüm bölenlerin çarpımı ise EKOK 'u verir.**

Soru : **24 ile 30 sayılarının EBOB ve EKOK 'unu bulunuz.**

Soru : **120 ile 144 sayılarının; A) EBOB ve EKOK 'unu bulunuz.**

B) **Dört basamaklı en büyük ortak katı kaçtır ?** **(Bu durumda EKOK ’un katlarına bakılır.)**

Soru : **150 , 300 ve 400 sayılarının EBOB ve EKOK 'unu bulunuz.**

Soru : **4 , 6 ve 10 sayılarına bölünebilen 320 'den büyük olan en küçük doğal sayıyı bulunuz.**

Soru : **$A = 12x + 22 = 6y + 4 = 8z - 2$ eşitliğini sağlayan en küçük A sayısını bulunuz.** **(Verilen gruba uygun sayı eklenir ya da çıkartılır. Böylece her bir ifade bir sayının tam katını sağlar. Bu katların EKOK 'u bulunur. Grup bu sayıya eşitlenir ve A bulunur.)**

Soru : **$K = 8a + 11 = 10b - 17 = 9c + 3$ eşitliğini sağlayan en küçük K sayısını bulunuz.**

<u>*Soru :*</u>

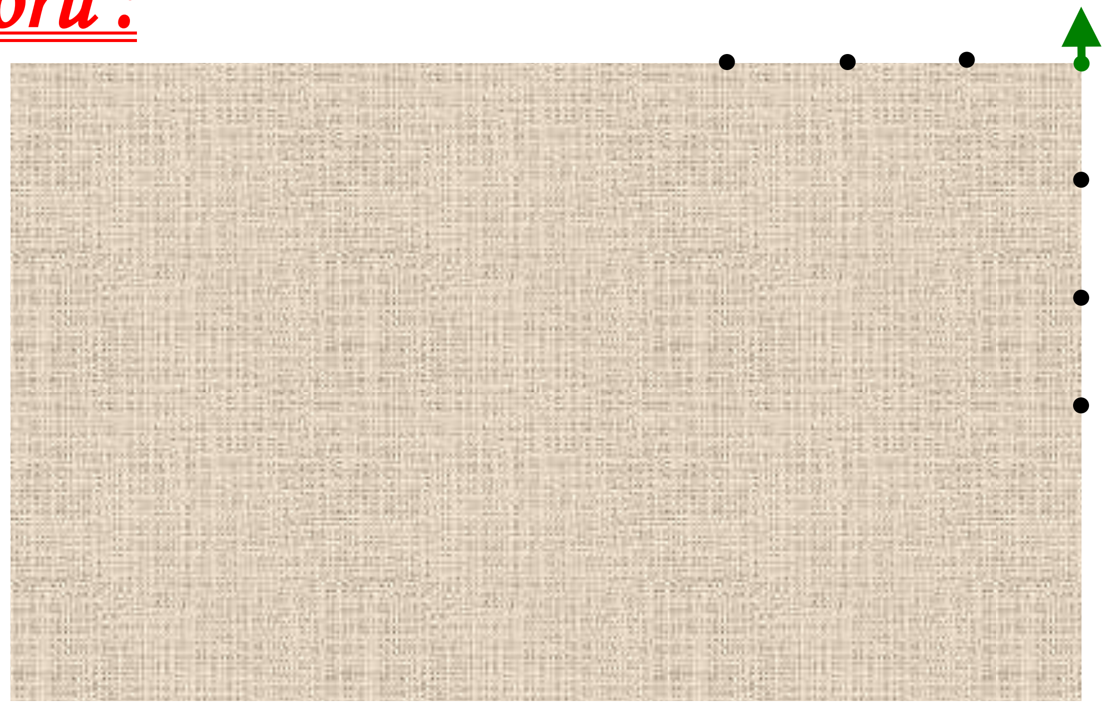
Bir çocuk bilyelerini 8 'er dağıttığında 5 <u>eksik</u>, 9 'ar dağıttığında 4 <u>fazla</u>, 15 'er dağıttığında ise 10 <u>fazla</u> bilyesi kalıyor. Çocuğun 1000 'den <u>az</u> bilyesi varsa <u>en fazla</u> kaç bilyesi vardır ?

Not : **Adet sorularında verilen sayıların EBOB 'u alınır. Kullanılacak olan sayıların toplamı EBOB 'a bölünür ve adet bulunur.**

Soru :

30 , 42 ve 60 lt'lik üç bidon su ile doludur. Bu bidonlardaki sular eşit hacimli <u>en büyük</u> şişelere doldurulacaktır. Bunun için <u>en az</u> kaç şişe gereklidir ?

Soru :

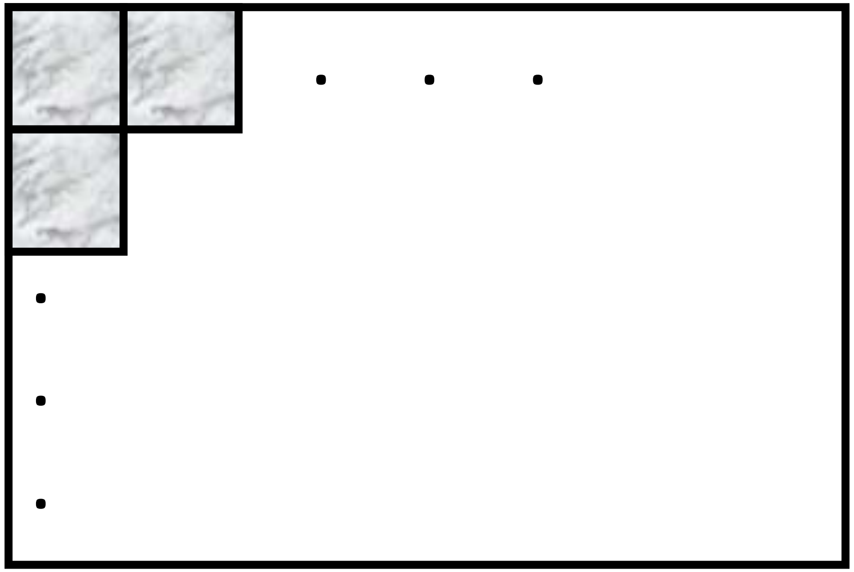


Kenar uzunlukları 36 m ve 60 m olan dikdörtgen şeklindeki bir tarlanın etrafına eşit aralıklarla çam fidanı dikilecektir. Bunun için <u>en az</u> kaç fidan gereklidir ?

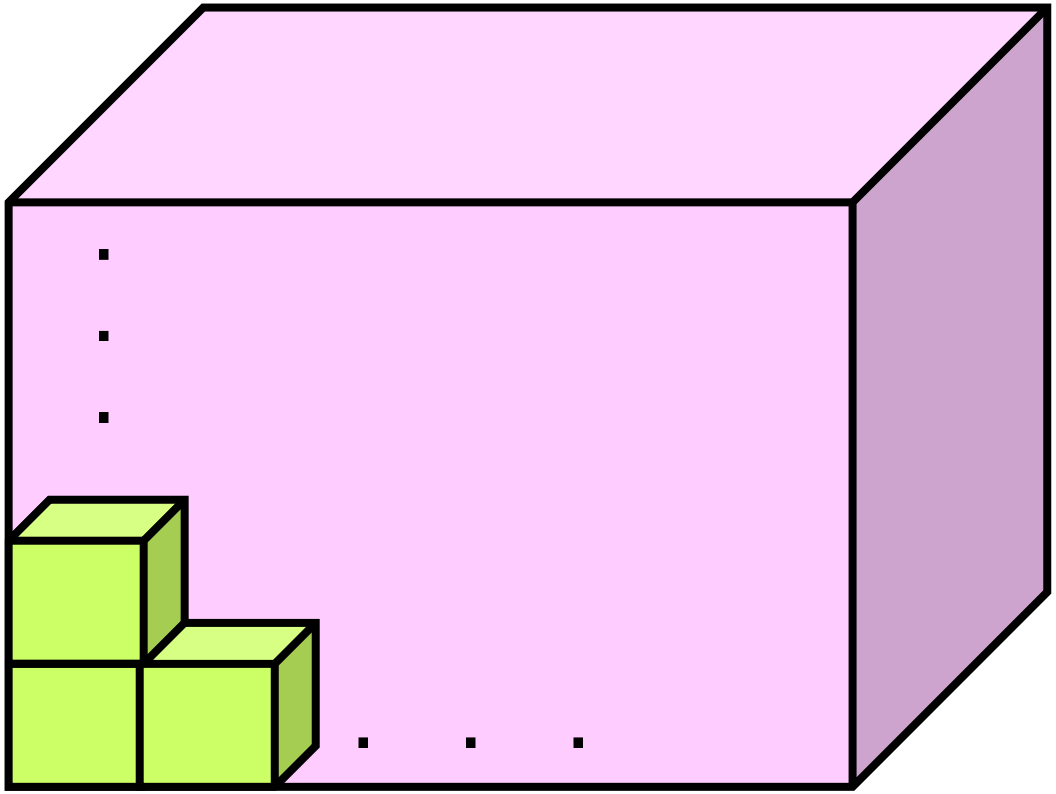
Not : **İçerisinde geometrik şekil bulunan EBOB sorularında, verilen uzunlukların EBOB 'u alınır. EBOB küçük şeklin bir kenarının uzunluğunu verir.**

$$\textbf{Adet} = \frac{\text{Büyük şeklin (Çevresi , Alanı veya Hacmi)}}{\text{Küçük şeklin (Çevresi , Alanı veya Hacmi)}}$$

Soru : **Eni 140 , boyu 200 cm olan dikdörtgen şeklindeki banyonun tabanına eşit büyüklükte kare biçiminde fayans döşenecektir. Bunun için en az kaç fayans gereklidir ?**



Soru : **Kenar uzunlukları 27 , 36 ve 45 cm olan içi boş dikdörtgenler prizması eşit hacimli küplerle doldurulacaktır. Bunun için en az kaç küp gereklidir ?**



EBOB – EKOK Uygulamaları

Kural 1: $a , b , k , m \in \mathbb{Z}^{+}$ için EKOK (a , b) = k ve EBOB (a , b) = m olsun. Hangi sayıların EKOK 'unun k 'yı , EBOB 'unun m 'yi verdiği deneme – yanılma yolu ile bulunabilir.

Soru : EKOK 'u 60 olan iki sayının toplamı;

A) En fazla kaçtır ? **B)** En az kaçtır ?

Soru : **EBOB (a , b) = 50 olan farklı iki a ve b pozitif sayıları için a + b en az kaç olabilir ?**

Kural 2: **$a\ ,\ b \in \mathbb{Z}^+$ için**

$EBOB\ (\ a\ ,\ b\ )\ .\ EKOK\ (\ a\ ,\ b\ ) = a\ .\ b$ **olarak alınır.**

Soru : **$EBOB\ (\ 40\ ,\ x\ ) = 5$ ve $EKOK\ (\ 40\ ,\ x\ ) = 120$ ise $x = ?$**

Kural 3: **$a \, , \, b \in \mathbb{Z}^{+}$ için a ile b aralarında asal iseler**

EBOB (a , b) = 1 ve EKOK (a , b) = a . b ’dir.

Soru : **EBOB (x , 24) = 1 ise bu şartı sağlayan 24 ’ten küçük kaç tane x pozitif tam sayısı vardır ?**

Soru : **EBOB (a , b) = 1 ve a . b = 60 ise bu şartı sağlayan kaç farklı (a , b) ikilisi vardır ?**

Soru : x , y sayıları **aralarında asal** pozitif tam sayılardır.

$x + \dfrac{60}{y} = 35$ ve EKOK $(x , y) = 150$ olduğuna göre x sayısını bulunuz.

Soru : **EBOB (2m – 1 , n + 6) = 1 ve** $\frac{2m - 1}{n + 6} = \frac{13}{12}$ **ise**

m + n = ?

Soru : $EBOB(3k+2,\ m-11)=1$ ve $\dfrac{3k+2}{m-11}=\dfrac{66}{54}$ ise

$k \cdot m = ?$

Kural 4: $x\ ,\ m\ ,\ n \in \mathbb{Z}^+$ ve $m \leq n$ ise;

EBOB $(x^m , x^n) = x^m$ (İki grubun en büyük ortak böle-ninde, üslü ifadelerden en küçük üsse sahip olanı sonuç olarak alınır.)

EKOK $(x^m , x^n) = x^n$ (İki grubun en küçük ortak katında, üslü ifadelerden en büyük üsse sahip olanı sonuç olarak alınır.)

Soru : $x\ ,\ y\ ,\ a\ ,\ b \in \mathbb{Z}^+$ olsun. $x = a^2 . b^3$ ve $y = a^5 . b^2$ ise x ile y'nin EBOB ve EKOK'unu bulunuz.

Soru : $x, y, a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ olsun. $x = a^5 . b^4 . c$ ve $y = a^3 . b^2 . c^3$ ise $\dfrac{\text{EKOK}(x, y)}{\text{EBOB}(x, y)} = ?$

Kural 5: $x, y, a, b, k, t, m \in \mathbb{Z}^+$ ve $EBOB(x, y) = a$, $EKOK(x, y) = b$ olsun.

$$EBOB(k.x, k.y) = k.a$$

$$EBOB(k.x, t.y) = EBOB(k, t).a$$

$$EKOK(k.x, k.y) = k.b$$

$$EKOK(k.x, t.y) = EKOK(k, t).b$$

$$EBOB(x^m, y^m) = a^m, \quad EKOK(x^m, y^m) = b^m$$

olarak alınır.

Verilen maddelere benzer daha çok kural yazılabilir.

Soru : $x, y \in \mathbb{Z}^+$ olsun. EBOB $(x, y) = 6$, EKOK $(x, y) = 120$ ise;

A) EBOB $(5x, 5y) = ?$

B) EBOB $(4x, 2y) = ?$

EBOB (x , y) = 6 , EKOK (x , y) = 120 ise;

C) EKOK ($2x$, $3y$) = ?

D) EKOK (x^2 , y^2) = ?

Günlük Hayatta Periyodik Olarak Tekrar Eden Durumları İçeren Problemler

Periyodik (belli aralıklarla yinelenen) problemlerde, sonrası – öncesi için istenen periyot sayısına bölünür. Artan sayı için başlangıç 0 olarak kabul edilir ve artan sayıya kadar birer arttırırız. Geldiğimiz nokta sonucu verir.

Soru : **Bugün günlerden cuma ise 157 gün sonra hangi gün olacağını bulunuz.**

Soru : **Bugün günlerden 22 . 12 . 2020 salı ise <u>iki yıl sonra</u> hangi gün olacağını bulunuz.**

Soru : **Şu an saat 24 saatlik zaman dilimine göre 14 : 15 ise 370 saat <u>sonra</u> saat kaç olur ?**

14 : 15

Soru : **Şu an aralık ayında olduğumuza göre 185 ay önce hangi ayda bulunmuş oluruz ?**

Soru : **Bir asker ilk nöbetini pazartesi günü tutuyor. Asker 4 günde bir nöbet tuttuğuna göre 100. nöbetini hangi gün tutar ?**

Soru : **Bir hemşire 3 günde bir nöbet tutmaktadır. 5. nöbetini cuma günü tuttuğuna göre 36. nöbetini hangi gün tutar ?**

Soru : **Sinemaya; Taha 12 günde, Aslı ise 20 günde bir gitmektedir. İkisi birlikte sinemaya cuma günü gittiklerine göre 5. kez birlikte gitmeleri hangi gün olur ?**

Not : **Sonrası – öncesi istenmeyen sıralı soru türlerinde başlangıç 1 olarak alınır.**

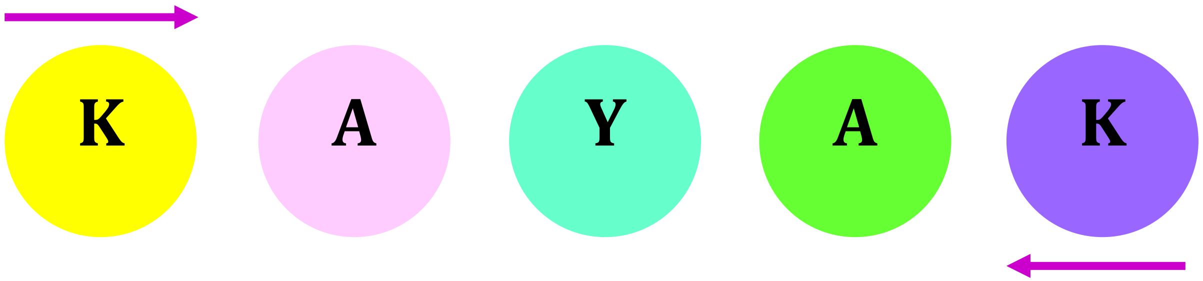
Soru : **345013450134501 . . . şeklinde tekrar eden bir sayının soldan; A) 572. basamağındaki rakamı bulunuz.**

345013450134501 . . . şeklinde tekrar eden bir sayının soldan; B)

2020. basamağındaki rakamı bulunuz.

Soru : **A R K A R K A R K A R K . . . şeklinde tekrar eden harf dizisinde soldan 92. sıradaki harf ne olmalıdır ?**

Soru :



Yukarıdaki şekilde bulunan beş lamba soldan sağa doğru sıra ile yanıp sönmektedir. Son lamba yandıktan sonra tekrar sırası ile sola doğru lambalar yanıp sönecektir. Buna göre bu döngüde 323. sırada yanacak olan lambanın hangi harfle gösterildiğini bulunuz.

(Böyle sorularda harfler sıraya konursa döngü ortaya çıkar.)

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 3. 3. BİRİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER ve EŞİTSİZLİKLER

Terimler ve Kavramlar : **Bilinmeyen, değişken, denklem, denklemin derecesi, eşitsizlik, gerçek sayı aralıkları, çözüm kümesi, mutlak değer**

Sembol ve Gösterimler : $<$, $\leq$, $>$, $\geq$, $[a, b]$, $[a, b)$, $(a, b]$, (a, b) , $(-\infty, +\infty)$, $|x|$

9. 3. 3. 1. Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramını açıklar.

A) **Açık, kapalı ve yarı açık aralık kavramları ile bunların gösterimleri üzerinde durulur.**

B) **Aralıkların kartezyen çarpımlarına yer verilmez.**

9. 3. 3. 2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.

A) Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözümü hatırlatılır.

Birinci Dereceden Denklem ve Eşitsizlikler

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

a , b reel sayı ve x bilinmeyen olsun. $ax + b = 0$ ifadesine “ birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ” adı verilir.

***** Denklem çözümlerinde bilinenler eşitliğin bir tarafında, bilinmeyenler ise eşitliğin diğer tarafında gruplandırılır.**

Soru : **$2x + 8 = -x - 16$ ise $x = ?$**

Soru : $11 - 2x = 7x - 25$ ise $x = ?$

Soru : $-2.(4+x)+3.(5-x)=4$ ise $x=?$

Soru : $4.(x - 5) - 3.(2 - x) + 2.(2x - 1) = x + 2$ ise $x = ?$

Not : **Denklem çözümünde x bulunamıyor ama işlem; doğru sonuç bildiriyorsa denklemin çözüm kümesi reel sayılar kümesi, yanlış sonuç bildiriyorsa denklemin çözüm kümesi boş küme olarak alınır.**

Soru : $4.(2x-5)+6=10-2.(12-4x)$ ise Ç = ?

Soru : $15x - 21 = 5.(3x + 3) + 6$ ise Ç = ?

Soru : **Ahmet, “Benim boyum $3x - 12$ cm’dir.” demiştir. Kardeşi Gökhan ise, “Benim boyum $2 . (x + 4)$ cm’dir.” demiştir. Ahmet’in boyu Gökhan’ın boyundan 40 cm fazla ise Gökhan’ın boy uzunluğunu bulunuz.**

Soru : **Bir defter ile üç kalemin fiyatı 27 ₺, üç defter ile bir kalemin fiyatı ise 41 ₺ 'dir. Buna göre bir kalem ve bir defterin fiyatı kaç ₺ 'dir ?**

Soru : $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{1+x}{4}$ ise $x = ?$ (İki tarafın paydası eşitlenir ve payda ortadan kaldırılır ya da içler dışlar çarpımı yapılır.)

Soru : $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3} = x - 1$ ise $x = ?$

Soru : $\dfrac{x}{5} + x = \dfrac{x}{4} + 10$ ise $x = ?$

Soru : $\dfrac{x - 3}{3} - \dfrac{x + 10}{6} = -3$ ise $x = ?$

Kural 1: **Verilen kök (denklemin çözümü) denklemi sağlar.**

Yani verilen kök, denklemde x yerine yazılır ve istenen bulunur.

Soru : **$2mx + 3x = 14$ denkleminin kökü -2 ise $m = ?$**

Soru : **$nx - 5 + 3n = 4x + 7$ denkleminin kökü 3 ise $n = ?$**

Soru : $2kx + 5 = 4x - 7$ denkleminin kökü $\dfrac{3}{2}$ ise $k = ?$

Kural 2: **$ax + b = 0$ denkleminde $b \neq 0$ olmak üzere; denklemin çözüm kümesi boş küme ise, denklemde x 'li terim bulunmamalıdır. Bunu sağlayan sayı bulunur.**

Soru : **$(3m - 9).x - 7 = 0$ denkleminin çözüm kümesi boş küme ise $m = ?$**

Soru : $(4 - m).x + 5 = 0$ ile $-7 + (-6 - 2n).x = 0$ denkleminin çözüm kümesi <u>boş küme</u> ise $m.n = ?$

Soru : $(m + 4) . x - 12 = 2x + 5$ **denkleminin çözüm kümesi yoksa** $m = ?$

Kural 3: **$ax + b = 0$ denkleminin çözüm kümesi reel sayılar (tüm sayılar için denklem sağlanır) ise, denklemde $a = 0$ ve $b = 0$ olmalıdır. (Yani denklemde x 'in katsayısı ve yanındaki terimler sıfırlandırılır.)**

Soru : **$(-3m - 15) . x + 4n + 8 = 0$ denkleminin çözüm kümesi tüm reel sayılar ise $m . n = ?$**

<u>Soru :</u> **$(2k - 8).x + k - m + 5 = 0$ denkleminin çözüm kümesi <u>tüm reel sayılar</u> ise $m.k = ?$**

Soru : $(m+3).x+m+n-2=0$ **denkleminin çözüm kümesi <u>tüm reel sayılar</u> ise** $2m+3n=?$

Sayı Doğrusu Üzerinde Aralık Gösterimi

1) Kapalı Aralık : $a, b \in \mathbb{R}$ için, $a \le x \le b$ yani uç noktaların çözüme dahil olduğu aralığa " kapalı aralık " adı verilir.

[a , b]

olarak gösterilir.

2) Açık Aralık : $a, b \in \mathbb{R}$ için, $a < x < b$ yani uç noktaların çözüme dahil olmadığı aralığa " açık aralık " adı verilir.

(a , b)

olarak gösterilir.

3) Yarı Açık Aralık : a , $b \in \mathbb{R}$ için , $a \leq x < b$ veya $a < x \leq b$ yani uç noktalardan birinin çözüme dahil olduğu aralığa “ yarı açık aralık ” adı verilir.

[a , b)

olarak gösterilir.

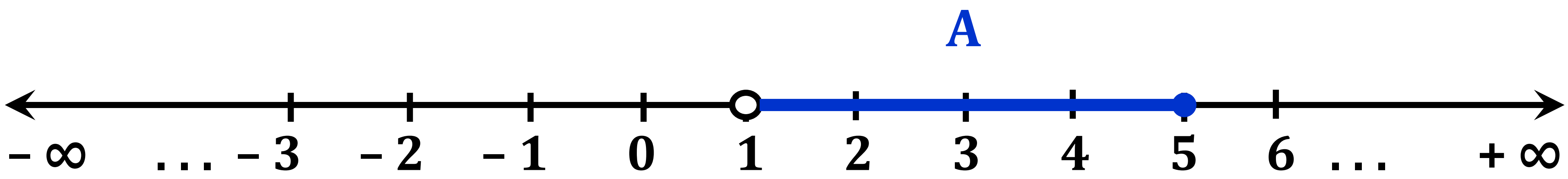
(a , b]

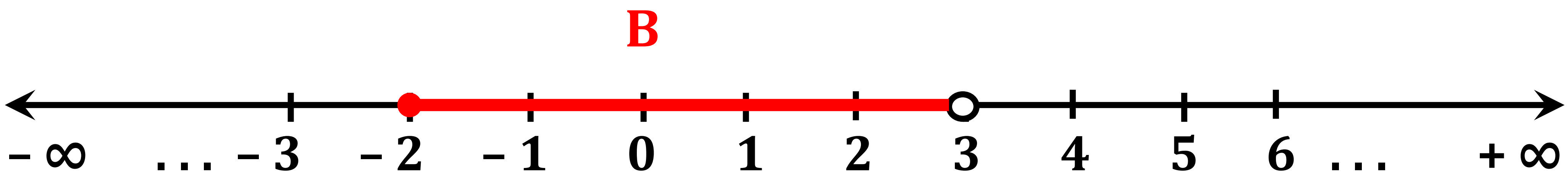
olarak gösterilir.

Not : Aralığın bir tarafı sınırlı değilse, ∞ ’un (sonsuz) bulunduğu taraf yuvarlak parantez ile gösterilir.

(a , + ∞) gibi.

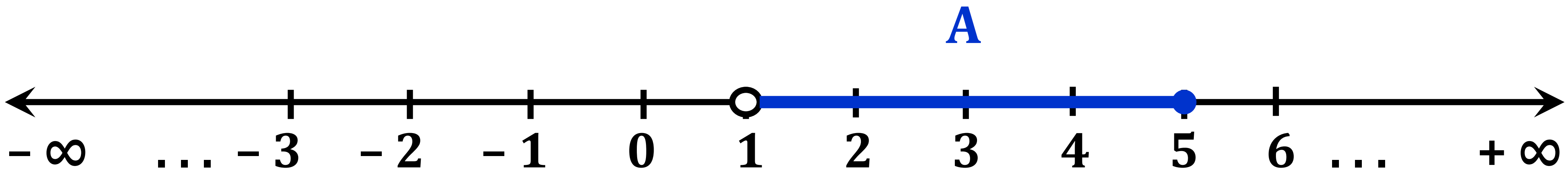
Soru : A = (1 , 5] ve B = [– 2 , 3) için aşağıda istenen kümelerin aralığını bulunuz.

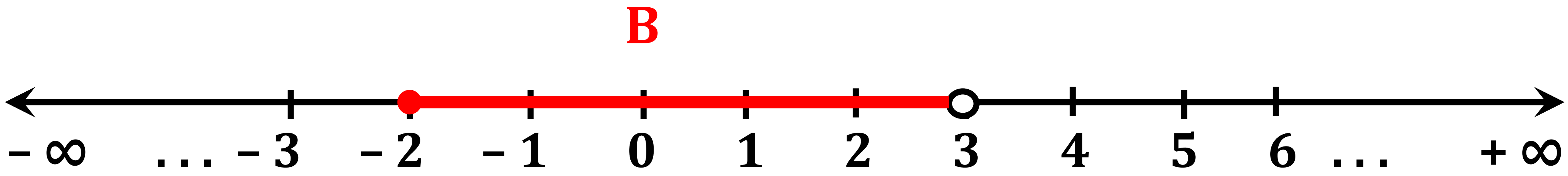




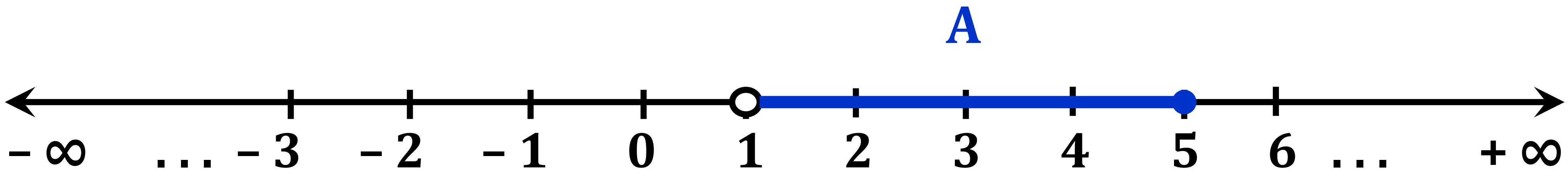
A) $A \cap B = ?$

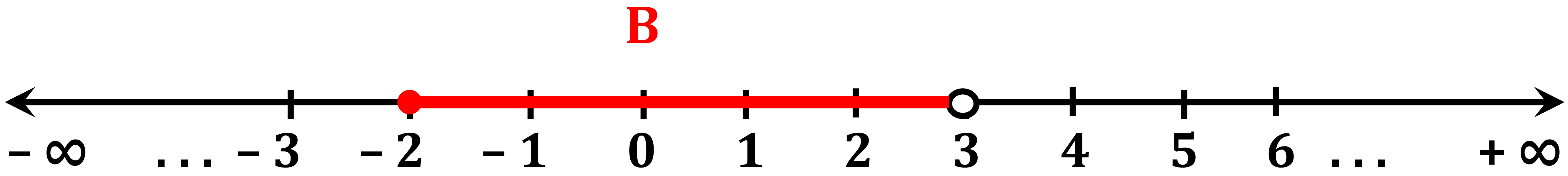
B) $A \cup B = ?$





C) $A - B = ?$ **D)** $B - A = ?$

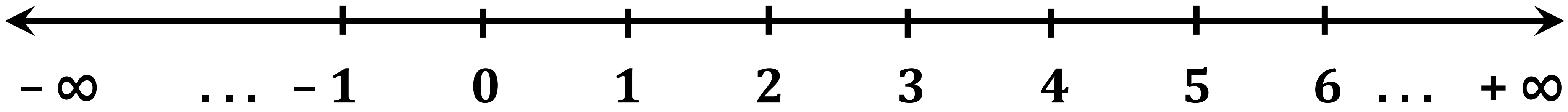




E) A ' = ?

F) B ' = ?

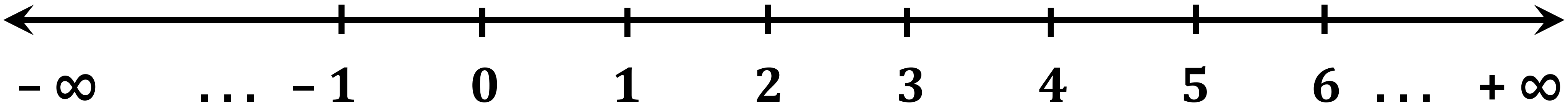
Soru : $A = [\, 3 \,,\, +\infty \,]$ ve $B = (\, -\infty \,,\, 5 \,)$ için aşağıda istenen kümelerin aralığını bulunuz.



A) $A \cap B = ?$

B) $A \cup B = ?$

$A = [\, 3 \,,\, +\infty \,]$ ve $B = (\, -\infty \,,\, 5 \,)$



C) $(\, A \cap B \,)' = \,?$

D) $A - B = \,?$

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler

$a, b \in \mathbb{R}$ için; $ax + b > 0$, $ax + b \geq 0$, $ax + b < 0$ ve $ax + b \leq 0$ şeklindeki ifadelere " birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik " adı verilir.

Özellikler :

1) $a, b, c \in \mathbb{R}$ için ; $a < b$ ise $a + c < b + c$ olarak alınabilir.

Yani eşitsizliğin iki tarafına aynı sayı eklenir ya da çıkarılırsa eşitsizlik yön değiştirmez.

Örneğin $2 < 6$ 'dır. Eşitsizliğin iki tarafına 5 ekleyelim.

$2 + 5 < 6 + 5 \longrightarrow 7 < 11$ doğru bir sonuç çıkartır.

Dolayısıyla eşitsizlik yön değiştirmez.

2) $a , b \in \mathbb{R}$ için;

A – c pozitif ve $a < b$ ise $a . c < b . c$ ve $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ olarak alınabilir. Yani eşitsizliğin iki tarafı aynı sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizlik yön <u>değiştirmez.</u>

Örneğin $2 < 6$'dır. $2 . 4 < 6 . 4 \longrightarrow 8 < 24$ <u>doğrudur.</u>

$$\frac{2}{2} < \frac{6}{2} \longrightarrow 1 < 3 \quad \text{doğrudur.}$$

B – c negatif ve $a < b$ ise $a . c > b . c$ ve $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ olarak alınır.

Yani eşitsizliğin iki tarafı aynı sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizlik yön <u>değiştirir.</u>

Örneğin $2 < 6$'dır. $2 . (-3) < 6 . (-3) \longrightarrow -6 < -18$ <u>yanlıştır.</u> Dolayısıyla eşitsizlik yön değiştirmelidir. $-6 > -18$ olur.

Not : **Eşitsizlik çözümünde, denklemlerde olduğu gibi bilinmeyen yalnız bırakılır.**

Soru : **$-5 + 4x \geq 7$ eşitsizliğinin çözüm aralığını bulup, kümeyi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.**

Soru : $4x - 11 < 2x + 7$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulup, kümeyi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.**

Soru : $-11 - 3x > x + 9$ **eşitsizliğinin ; A) Çözüm aralığını bulunuz.**

B) Çözüm aralığındaki <u>en büyük</u> tam sayıyı bulunuz.

Soru : $3.(x-2) \geq 4.(x+1)$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $-2.(x+3)+1 \leq 4.(3-x)-5$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : **$x \in \mathbb{Z}$ 'dır. Bir malın satış fiyatı $12x - 8$ ₺, alış fiyatı ise $7x + 42$ ₺ 'dir. Satıcı ürünün satışından <u>kar etmesi</u> için;**

A) **x <u>en az</u> kaç olur ?**

B) **En az kaç ₺ kâr yapar ?**

Soru : $\dfrac{x}{2} - 2 > \dfrac{x}{3} + 2$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.**

(İki tarafın da paydası aynı yapılır ve ardından işlemde payda sadeleşitirilir. Eşitsizliklerde içler – dışlar çarpımı yapmak risklidir.)

Soru : $\dfrac{2x}{3} - 2 \leq \dfrac{x}{4} + 3$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $-6 \leq 4x - 2 < 10$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz. (Eşitliğin her tarafına aynı sayı eklenebilirdi. Sonra x yalnız bırakılır.)**

Soru : **$-17 \leq 5x + 3 \leq 18$ eşitsizliğinin; A) Çözüm aralığını bulunuz.**

B) Çözüm aralığındaki <u>en büyük</u> ile <u>en küçük</u> tam sayının <u>çarpımı</u> kaçtır ?

Soru : $-5 < 1 - 3x \leq 10$ **eşitsizliğinin; A) Çözüm aralığını bulunuz.**

B) Çözüm aralığındaki tam sayıların toplamı kaçtır ?

Soru : $-3 \leq \dfrac{-2x+3}{3} < 1$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $x + 4 < 2x + 5 \leq 8 - x$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz. (Birinci ve ikinci eşitsizlik, ikinci ve üçüncü eşitsizlik ayrı çözülür. Bulunan çözümlerin ortak kısmı alınır. Ortak çözüm sayı doğrusundan daha doğru bir şekilde bulunabilir.)**

Soru : **$x + 3 \leq 3x - 1 < x + 9$ eşitsizliğinin; A) Çözüm aralığını bulunuz.**

B) **Çözüm kümesinde <u>kaç tane</u> tam sayı vardır ?**

Soru : **$-3x + 9 \leq x + 1 < 4x + 10$ eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : **Yasin'in boy uzunluğu $4x - 100$ cm, Fatih'in ise boy uzunluğu $2x + 60$ cm'dir. Yasin'in boyu 160 cm'den az, Fatih'in boyu ise 160 cm'den fazladır. x 'in en büyük tam sayı değeri için Fatih'in boy uzunluğu kaç cm olur ?**

Soru : **$x = 10 - 2y$ ve $1 < y < 4$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz. (Verilen eşitsizlik uygun sayı ile çarpılır ve uygun sayı eklenerek istenen bulunur.)**

Soru : **$x = 3y - 5$ ve $-2 < y \leq 6$ ise; A) x 'in çözüm aralığını bulunuz.**

B) Çözüm aralığındaki <u>en büyük</u> ile <u>en küçük</u> tam sayının çarpımı kaçtır ?

Soru : **$x + 3y = 16$ ve $2 < y < 6$ ise x tam sayısı en fazla kaç olabilir ?**

Soru : $x - \dfrac{y}{4} = 10$ ve $-4 < y < 24$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz.

Soru : $x, y \in \mathbb{Z}$; $-2 \le x < 10$ ve $4 < y \le 20$ ise $3x + 4y$ **en fazla** kaç olabilir ? (x ve y tam sayı olduğu için, istenilene uygun iki sayı için de **seçim** yapılır. **En fazla** durumunda iki grubu da mümkünse pozitif yaparız.)

Soru : $x , y \in \mathbb{Z}$; $-10 < x \leq 3$ ve $2 \leq y < 10$ ise;

A) $5x + 4y$ **en fazla** kaç olabilir ?

$x\ ,\ y \in \mathbb{Z}\ ;\ -10 < x \leq 3$ ve $2 \leq y < 10$ ise;

B) **$2x - 3y$ en az kaç olabilir ? (En az durumunda iki grubu da mümkünse negatif yaparız.)**

Soru : $x, y \in \mathbb{Z}$; $-6 < x < 4$ ve $-3 \leq y < 5$ ise;

A) $6x - 4y$ **en fazla** kaç olabilir ?

$x \, , \, y \in \mathbb{Z} \, ; \, -6 < x < 4$ ve $-3 \leq y < 5$ ise;

B) $3x + 5y$ <u>en az</u> kaç olabilir ?

Soru : $x , y \in \mathbb{R}$; $-4 < x < 6$ ve $-2 < y < 7$ ise $2x - 3y$ tam sayısı en fazla kaç olabilir ? (x ve y 'yi seçme şansımız yoktur. Çünkü tam sayıdır demiyor. x ve y 'nin bulunduğu eşitsizlikler istenen sayılar ile çarpılır. Aynı yönlü eşitsizlikler alt alta yazılır ve toplanır. Bulunan aralıkta istenen sayı elde edilir.)

Soru : **x , y ∈ ℝ ; – 10 < x < 4 ve 2 < y < 8 ise – 3x + 4y tam sayısı en az kaç olabilir ?**

Soru : $x\,,\,y \in \mathbb{R}\,;\ -16 < x < 8$ ve $-3 < y < 3$ ise $-y + \dfrac{x}{4}$ tam sayısının alabileceği <u>en küçük</u> değer ile <u>en büyük</u> değeri toplayınız.

Soru : $x , y \in \mathbb{R} ; -4 \leq x < 6$ ve $-3 < y \leq 8$ ise $x . y$'nin çözüm aralığı ne olmalıdır ? (Çarpımın çözüm kümesinde; tüm sınır değerleri birbiri ile çarpılır ve sonuçlardan en küçüğü çözüm kümesinin başlangıcını, en büyüğü ise çözüm kümesinin sonunu verir.)

Soru : **$x\ ,\ y \in \mathbb{R}\ ;\ -8 < x \leq 5$ ve $4 < y \leq 12$ ise $x \,.\, y$'nin çözüm aralığındaki en büyük tam sayı A , en küçük tam sayı da B ise $A - B = ?$**

Soru : $x\ ,\ y \in \mathbb{R}\ ;\ -6 \le x < -2$ ve $-5 \le y < 4$ ise $x\,.\,y$'nin çözüm aralığı $(\ a\ ,\ b\ ]$ ise $a\ .\ b = ?$

Kural : x ve y aynı işaretli ve sıfırdan farklı iki reel sayı olmak üzere $x < y$ ise $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{y}$ olarak alınır.

Soru : Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur ?

A) $4 < 8$ ise $\dfrac{1}{4} > \dfrac{1}{8}$ olur.

B) $-2 < 5$ ise $-\dfrac{1}{2} > \dfrac{1}{5}$ olur.

C) $0 < 11$ ise $\dfrac{1}{0} > \dfrac{1}{11}$ olur.

D) $-9 < -3$ ise $-\dfrac{1}{9} > -\dfrac{1}{3}$ olur.

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 3. 3. 3. Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.

A) Bir gerçek sayının mutlak değeri hatırlatılarak mutlak değer özellikleri verilir.

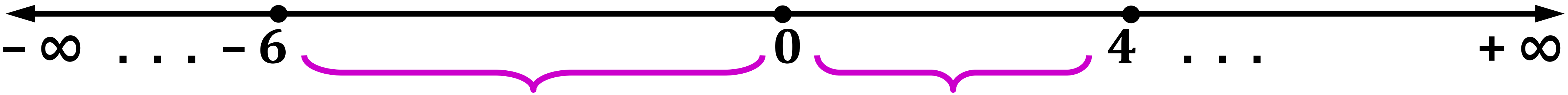
$(x , y \in \mathbb{R} , n \in \mathbb{Z} \text{ ve } a , b \in \mathbb{R}^+)$

$\lvert x \rvert \le a \Leftrightarrow -a \le x \le a$	$\lvert x \rvert \ge a \Leftrightarrow x \ge a \lor x \le -a$
$a \le \lvert x \rvert \le b \Leftrightarrow a \le x \le b \lor -b \le x \le -a$	
$\lvert x . y \rvert = \lvert x \rvert . \lvert y \rvert$	$\left\lvert \frac{x}{y} \right\rvert = \frac{\lvert x \rvert}{\lvert y \rvert} , \ (y \ne 0)$
$\lvert -x \rvert = \lvert x \rvert$	$\lvert x^n \rvert = \lvert x \rvert^n$
$\lvert x + y \rvert \le \lvert x \rvert + \lvert y \rvert$	

B) İkiden çok mutlak değer içeren denklem ve eşitsizliklere girilmez.

Mutlak Değer

Bir x sayısının mutlak değeri, sayı doğrusu üzerinde bu sayının sıfır noktasına olan uzaklığını gösterir ve | x | ile gösterilir.



Uzaklık 6 br 'dir. **Uzaklık 4 br 'dir.**

$|-6| = 6$ ve $|4| = 4$ olarak alınır.

Kural : **$x \in \mathbb{R}$ olsun.**

$$|x| = \begin{cases} x \text{ olarak çıkar}, & x \geq 0 \text{ ise} \\ -x \text{ olarak çıkar}, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

olarak alınır. Yani mutlak değerin sonucu her zaman pozitif veya sıfıra eşit olmalıdır.

$|-6| = -(-6) = 6$, $|4| = 4$, $|0| = 0$ v. b.

***** Mutlak değerin <u>iç kısmındaki grup</u> ; pozitif sonuçlu ise grup dışarı işaret değiştirmeden aynen, negatif sonuçlı ise grubun başına – işareti alınarak dışarı çıkarılır.**

Soru : $| \ 8 - 6 \ | + | -4 - 6 - 2 \ | - | \ 11 - 6 \ | = ?$

Soru : $|\ 5 - \sqrt{32}\ | = ?$ **(Kökün <u>yaklaşık değerine</u> göre iç kısmın işaret kontrolü yapılır .)**

Soru : $\left|\ 10 - \sqrt{105}\ \right| = ?$

Soru : $\left| \sqrt{33} + 4 \right| + \left| \sqrt{33} - 16 \right| = ?$

Soru : $| \sqrt{45} - 5 | + | 10 - \sqrt{45} | + | -8 | = ?$

Not : **Aşağıdaki tip sorularda bilinmeyen yerine rastgele sayı seçilerek mutlak değerin iç kısmının işaret durumu kontrol edilir.** ***** Seçilen sayı kesinlikle işlemin sonucunda yazılmaz.**

Soru : $x > 8$ ise $|x - 3| + |5 - x| = ?$

Soru : $x < 2$ ise; $|x - 3| - 2x + |8 - x| = ?$

Soru : $x > -1$ ise ; $|x+2| - |-6-x| = ?$

Soru : $-3 < x \leq 2$ ise; $|x-3| + |x+4| - |5-x| = ?$

Soru : $x < 0$ ise ; $x + |x| + |-x| + |x - 2| + \dfrac{|2x|}{x} = ?$

Soru : $x < 0 < y$ ise $2 . | x - y | + | x | - | y | = ?$

Soru : $x < y$ ise $|x - y| + |y - x| - (x - y) = ?$

Soru : $x < y < z$ ise $|x - y| + |z - x| - |y - z| = ?$

Not : $|\ ax + b\ | + |\ cx + d\ | + \ldots$ **ifadesinin <u>en küçük</u> olması için; mutlak değerlerden <u>birinin sıfır, diğerlerinin de küçük</u> olması gerekir.**

İşlem için iç kısımlar <u>sırayla sıfıra eşitlenir.</u> Sırayla <u>hangi</u> x değeri için toplamın en küçük olabileceği bulunur.

Soru : $A = |\ x - 5\ | + |\ 2x + 2\ |$ **toplamının <u>en küçük</u> değeri kaç olur ?**

Soru : **$A = |3x - 3| + |x + 2|$ toplamının <u>en küçük</u> değeri kaç olur ?**

Soru : **$A = |x - 2| + |2x - 6| + |x + 1|$ toplamının <u>en küçük</u> değeri kaç olur ?**

Soru : $A = \dfrac{18}{|x - 4| + |2x - 2|}$ **ifadesinin <u>en büyük</u> değeri kaç olur ?**

Mutlak Değerli Denklemler

Kural 1: $|a| + |b| = 0$ **ise** $a = 0$ **ve** $b = 0$ **olmalıdır. Yani; mutlak değerli ifadelerin toplamı sıfırsa, her bir mutlak değerin içi sıfıra eşitlenir.**

Soru : $|3 - x| + |3y - 12| = 0$ **ise** $x \cdot y = ?$

Soru : $|x + y - 3| + |x - 4| = 0$ ise $x - y = ?$

Soru : $|3m + 15| + |n - m + 6| = 0$ ise $m \cdot n = ?$

Kural 2: $|x| = a$ **ise** $x = a$ **veya** $x = -a$ **olmalıdır.**

$|x| = 2$ **ise** $x = 2$ **veya** $x = -2$ **olabilir. Çünkü**

$|2| = 2$ **ve** $|-2| = 2$ **olarak bulunur.**

Soru : $|x + 5| = 6$ **ise** $x = ?$

Soru : $|3x - 9| = 15$ ise $x = ?$

Soru : $|10 - 2x| = 14$ ise $x = ?$

Soru : $|-16+4x| = -20$ ise $x = ?$

Not : Sayı doğrusu üzerindeki a ile b sayıları arasındaki uzaklık $|\ a - b\ |$ sonucu ile bulunur.

Soru : Sayı doğrusu üzerinde $x + 2$ ile 7 sayıları arasındaki uzaklık 3 br ise x sayılarının alabileceği değerlerin çarpımı ne olur ?

Soru : **$2 \cdot |3x - 1| - 4 = 12$ ise $x = ?$** **(Mutlak değer yalnız bırakılır.)**

<u>*Soru :*</u> $-3 \cdot |5 - 2x| + 7 = -8$ **ise denklemi sağlayan x değerlerinin <u>toplamı</u> ne olur ?**

Soru : $\left|\,|x-2|-1\,\right| = 7$ ise $x = ?$

Soru : $\left|\,|3-x|+4\,\right| = 11$ ise $x = ?$

Soru : $\big|\,|2x - 4| - 10\,\big| = 4$ ise $x = ?$

Not : $|x| = |-x|$, $|a.x| = |a|.|x|$ **ve**

$|a.x + a.k| = |a.(x+k)| = |a|.|x+k|$

olarak alınabilir.

Soru : $|x| + |-5x| = 24$ ise $x = ?$

Soru : **$|8x| - |-3x| = 55$ ise denklemi sağlayan x değerlerinin <u>çarpımı</u> ne olur ?**

Soru : $| x + 2 | + | 2x + 4 | = 12$ ise $x = ?$

Soru : $|x - 3| + |-4x + 12| = 30$ ise $x = ?$

Kural 3 : $|x| = |y|$ **ise** $x = y$ **veya** $x = -y$ **olmalıdır.** **Yani; iki mutlak değer birbirine eşit ise, iç kısımlar ya birbirine eşit ya da biri diğerinin ters işaretlisi olmalıdır.**

Örneğin; $|6| = |6|$, $|6| = |-6|$ **eşitlikleri sağlanır.**

Soru : $|x - 4| = |2x + 10|$ **ise** $x = ?$

Soru : $|2x + 20| = |5 - 3x|$ ise $x = ?$

Soru : $|4x - 6| = |24 - 6x|$ ise $x = ?$

Kural 4: $|\ ax + b\ | = cx + d$ **ise;**

$ax + b = cx + d$ **ve** $-(\ ax + b\ ) = cx + d$

denklemlerinin çözümü bulunur. Bulunan değerler için baştaki denklemde sağlama yapılır.

Soru : $|\ x + 3\ | = 12 - 2x$ **ise** $x = ?$

Soru : $|x - 2| = 3x + 10$ ise $x = ?$

Soru : $|5 - x| = 3x - 11$ ise $x = ?$

Kural 5: **A)** **(İfade mutlak değerden aynı çıkıyorsa)**

$|ax + b| = ax + b$ ise $ax + b \geq 0$ **olmalıdır.**

Eşitsizliğin çözümü bize isteneni verir.

B) **(İfade mutlak değerden – ile çarpılmış olarak çıkıyorsa)**

$|ax + b| = -ax - b$ ise $ax + b \leq 0$ **olmalıdır.**

Eşitsizliğin çözümü bize isteneni verir.

Soru : $|x - 5| = x - 5$ **ise x 'in çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $| 2x - 6 | = -2x + 6$ **ise x'in çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $|12 - 3x| = 3x - 12$ ise x'in çözüm aralığındaki **en küçük** tam sayıyı bulunuz.

Soru : $|x| = -x$ ve $|x + 4| = x + 4$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz. **(İki ayrı çözümün ortak kümesi alınır.)**

Kural 6: $x, y \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere;

A) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

B) $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$, $(y \neq 0)$, C) $|x^n| = |x|^n$

D) $|x + y| \leq |x| + |y|$ olarak alınabilir.

Soru : $\dfrac{4 \cdot |x + y|}{|x| + |y|}$ ifadesinin sonucu en fazla kaç olur ?

Mutlak Değerli Eşitsizlikler

Kural 1 : $|\ x\ | < a$ **ise** $-a < x < a$ **olarak alınır.**

Soru : $|\ 3x + 1\ | \leq 10$ **ise x 'in çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $|\ 2x - 4\ | < 2$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz.

Soru : $2.|x-5|-3 \leq 1$ **ise x'in çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $-3 \, . \, |x+1| + 8 > 2$ **ise x'in çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $\dfrac{|x+6|}{|x|-3} \leq 0$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz.

Soru : Sayı doğrusu üzerinde $x - 2$ sayısının 4 sayısına olan uzaklığı 5 br'den <u>az</u> ise x sayılarının çözüm aralığı ne olmalıdır ?

Not : Sayı doğrusu üzerindeki a ile b sayıları arasındaki uzaklık $|\ a - b\ |$ sonucu ile bulunurdu.

Kural 2 : $|x| > a$ **ise** $x > a$ **veya** $x < -a$ **olarak alınır. İki çözümün bileşkesi alınır.**

Soru : $|x - 3| \geq 6$ **ise x'in çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $|-2+x| \geq 3$ ise; **A)** x ’in çözüm aralığını bulunuz.

B) **Çözüm aralığındaki tam sayıların <u>toplamı</u> kaçtır ?**

Soru : $|-2x+3|>7$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz.

Kural 3 : $a < |x| < b$ ise $a < x < b$ veya $-b < x < -a$ olarak alınır. İki çözümün bileşkesi alınır.

Soru : $1 \leq |5 - x| < 9$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz.

Soru : **$3 < |2x + 1| < 11$ ise x'in çözüm arlığını bulunuz.**

Soru : **$0 < | x + 2 | \leq 5$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz.**

Not : Negatif $< | \quad | <$ Pozitif

Mutlak değerin sonucu negatif olamayacağı için eşitsizliğin alt sınırı 0 olarak alınmalıdır.

$0 \leq | \quad | <$ Pozitif

Soru : $-7 < | 2x - 4 | \leq 6$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz.

Soru : $\big|\, |x+1| - 5 \,\big| \leq 4$ ise x'in çözüm aralığını bulunuz. (Kural 1 ve 3 kullanılır.)

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 3. 3. 4. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini bulur.

A) Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümeleri bulunurken yerine koyma, yok etme veya grafikle çözüm yöntemlerinden faydalanılır.

B) Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözümü, analitik düzlemde gösterilir.

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri

$a \neq 0$, $b \neq 0$ ve a , b , $c \in \mathbb{R}$; x ile y değişkenler olmak üzere $ax + by = c$ şeklindeki denklemlere " birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler " adı verilir. Bu denklemi sağlayan x ve y ger-çek sayıları ise (x , y) sıralı ikilisi olarak yazılır ve bu sıralı ikiliye denklemin çözüm kümesinin bir elemanı denir.

Yok Etme Metodu

$$\left.\begin{array}{l} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{array}\right\}$$

denklem sisteminin çözümü için iki gruptaki x veya y 'den biri yok edilmelidir. Bunun için;

Taraf tarafa toplamak yeterli ise iki denklem taraf tarafa toplanır.

Taraf tarafa toplamak çözüme ulaştırmıyorsa, denklemlerden biri ya da ikisi uygun sayılarla çarpılarak iki denklem taraf tarafa toplanır ve bilinmeyenlerden biri bulunur. Bulunan değer <u>ilk denklemlerin birinde</u> yerine yazılarak diğer bilinmeyen de bulunur.

<u>Soru :</u>

$$\left.\begin{aligned} 2x - y &= 11 \\ y + x &= 10 \end{aligned}\right\}$$ **denklem sistemi için $x = ?$, $y = ?$**

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} -\ 3x + 4y = 13 \\ 2y + 3x = 47 \end{array}\right\}$$ **denklem sistemi için $x \, . \, y = ?$**

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 2x - y &= 5 \\ 3x - y &= 8 \end{aligned}\right\}$$ **denklem sistemi için $x = ?$, $y = ?$**

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 3x - y &= 15 \\ 2x + 2y &= 10 \end{aligned}\right\}$$ **denklem sistemi için (x , y) ikilisini bulunuz.**

Soru :

$$\left.\begin{array}{r} 2x - 3y = 9 \\ -5x + 2y = 5 \end{array}\right\}$$ **denklem sistemi için $x \, . \, y = ?$**

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ 4x + 7y &= 44 \end{aligned}\right\}$$ **denklem sistemi için $x / y = ?$**

Soru :

$$\left.\begin{aligned} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{4}{3} \\ -\frac{4}{x} + \frac{3}{y} &= -1 \end{aligned}\right\}$$

denklem kümesinin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 5x - y = 6 \end{array}\right\}$ **denklem sistemi için x ve y sayılarını bulunuz.**

(Not : Çözümden kesirli sayı elde ediliyorsa diğer sayıyı bulmak için, yerine yazma yerine yok etme metodunu bir daha kullanmak daha avantajlıdır.)

Soru : $\left.\begin{aligned} 3ax - yb &= 10 \\ 2bx + ay &= 5 \end{aligned}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi (1 , 2) ikilisi ise a ve b değerlerini bulunuz. (Nokta denklemi sağlardı.)

Soru :

$$\left.\begin{aligned} x + 4y &= 18 \\ 2y + kx &= 24 \\ 2x - y &= 9 \end{aligned}\right\}$$ denklem sisteminin çözümü ortak ise $k = ?$ **(Not : Bilinen iki denklem taraf tarafa çözülür. Bulunan x ve y değeri istenen denklemde yazılır.)**

1.Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemlerin (Doğruların) Grafiği

$a \neq 0$, $b \neq 0$ ve a , b , $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere; $ax + by = c$ olan birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerin grafikleri doğru belirtir.

$ax + by = c$ doğrusunun grafik çizimi için;

1) $x = 0$ için y değeri bulunur ve $A (0 , y)$ noktası analitik düzlemde işaretlenir.

2) $y = 0$ için x değeri bulunur ve $B (x , 0)$ noktası analitik düzlemde işaretlenir.

3) İşaretlenen iki noktadan geçen düz çizgi (doğru) çizilir.

Soru : **$y = 3 - 3x$ doğrusunun grafiğini çiziniz.**

Soru : **$2y - 3x = 6$ doğrusunun grafiğini çiziniz.**

Soru : **$3x + 4y + 12 = 0$ doğrusunun grafiğini çiziniz.**

Soru : $y + 2x - 2 = 0$ **ile** $y - x + 4 = 0$ **doğrularının;**

A) **Grafiğini çiziniz.**

$y + 2x - 2 = 0$ ile $y - x + 4 = 0$ doğrularının;

B) Kesim noktasını bulunuz. (İki denklemi taraf tarafa çöz.)

Soru : $y - 2x - 2 = 0$ ile $2y + x - 6 = 0$ doğrularının;

A) **Grafiğini çiziniz.**

$y - 2x - 2 = 0$ ile $2y + x - 6 = 0$ doğrularının;

B) Kesim noktasını bulunuz.

Soru : $y = -x + 4$ ile $y = 2x + 4$ doğruları ile x ekseni arasında kalan üçgensel bölgenin alanını bulunuz.

Doğruların Birbirine Göre Durumu

Kural 1: $\left.\begin{array}{l} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{array}\right\}$ **denklemlerinin çözüm kümesi tek elemanlı ise, (Veya iki doğru tek noktada kesişiyor da diyebilirdi.)**

$$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$$ **olmalıdır.**

x 'in katsayılarının oranıdır. **y 'nin katsayılarının oranıdır.**

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y - 8 = 0 \\ 3x - y - 3 = 0 \end{array}\right\}$$ **doğrularının birbirine göre durumlarını inceleyiniz.**

(Çizim yapılarak ta gösterilebilir.)

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 4x - 2y + 5 &= 0 \\ 2ax + y - 1 &= 5 \end{aligned}\right\}$$

denklem sisteminin çözüm kümesi <u>tek</u> elemanlı ise a kaç <u>olamaz ?</u>

Soru : $\left.\begin{aligned} 16x - 1 + 8y &= 0 \\ 2y + kx + 4 &= 0 \end{aligned}\right\}$ **denklem sisteminin çözüm kümesi <u>tek</u> elemanlı ise k kaç <u>olamaz ?</u>**

Soru : $\left.\begin{aligned} -6ax + 4y - 1 &= 0 \\ 3y + 1 + 12x &= 0 \end{aligned}\right\}$ **doğruları tek noktada kesişiyorlarsa a sayısı kaç olamaz ?**

Kural 2: $\left.\begin{array}{l} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{array}\right\}$ denklemlerinin çözüm kümesi **boş küme** ise, (Veya iki doğru birbirine **paraleldir** de diyebilirdi.)

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$$ olmalıdır.

x 'in katsayılarının oranıdır.

y 'nin katsayılarının oranıdır.

Sabit sayıların oranıdır.

Soru :

$$\left.\begin{aligned} x - y &= 6 \\ -3x + 3y &= 12 \end{aligned}\right\}$$

doğrularının birbirine göre durumlarını inceleyiniz.

(Çizim yapılarak ta gösterilebilir.)

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 2x - y + 5 &= 0 \\ -ay + 4x + 1 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

denklem sisteminin çözüm kümesi boş küme ise a sayısı kaç olmalıdır ?

Soru :

$$\left.\begin{aligned} -3x + 6 + 2y &= 0 \\ -1 - 6y + (m+1)x &= 0 \end{aligned}\right\}$$

denklem sisteminin çözüm kümesi <u>yoksa</u> m sayısı kaç olmalıdır ?

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} 2x - 6y + m = 0 \\ ky - 9x + 18 = 0 \end{array}\right\}$$ **doğruları birbirine paralel ise;**

A) $k = ?$

B) **m sayısı ne olamaz ?**

Kural 3: $\left.\begin{array}{l} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{array}\right\}$ denklemlerinin çözüm kümesi **sonsuz elemanlı** ise, (Veya iki doğru çakışıktır da diyebilirdi.)

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$ olmalıdır.

x 'in katsayılarının oranıdır.

y 'nin katsayılarının oranıdır.

Sabit sayıların oranıdır.

Soru :

$$\left.\begin{aligned} x + y - 5 &= 0 \\ 3x + 3y - 15 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

doğrularının birbirlerine göre durumunu inceleyiniz.

(Çizim yapılarak ta gösterilebilir.)

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 2x - ky + 6 &= 0 \\ 8x + m + 12y &= 0 \end{aligned}\right\}$$

sisteminin <u>sonsuz elemanlı</u> çözüm kümesi varsa $k + m = ?$

Soru : $\left.\begin{array}{r} 2kx + 6y - 8 = 0 \\ -4 + my + 10x = 0 \end{array}\right\}$ sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise $k - m = ?$

Soru :

$$\left.\begin{array}{r} (k+1)x - 6y + 30 = 0 \\ m - 2 + 2x + y = 0 \end{array}\right\}$$

doğruları <u>çakışık</u> doğrular ise $k \cdot m = ?$

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Eşitsizlik ve Eşitsizlik Sistemlerinin Grafik Gösterimi

$y < ax + b$, $y \leq ax + b$, $y > ax + b$ ve $y \geq ax + b$ eşitsizliklerin grafiklerinde ;

1) Denklem $y = ax + b$ olarak düşünülür. $x = 0$ için y, $y = 0$ için x değerleri bulunur ve noktalar işaretlenir.

2) $\geq$ ve $\leq$ eşitsizliklerinde doğru grafiği tam , $<$ ve $>$ eşitsizliklerinde ise doğru grafiği kesik kesik çizilir.

3) O (0 , 0) noktası eşitsizlikte x ve y yerine yazılır. Doğru hüküm çıkarsa O (0 , 0) noktası taralı bölgenin içinde kalacak şekilde grafiğin uygun tarafı taranır. Yanlış hüküm çıkarsa O (0 , 0) noktası taralı bölgenin dışında kalacak şekilde grafiğin uygun tarafı taranır.

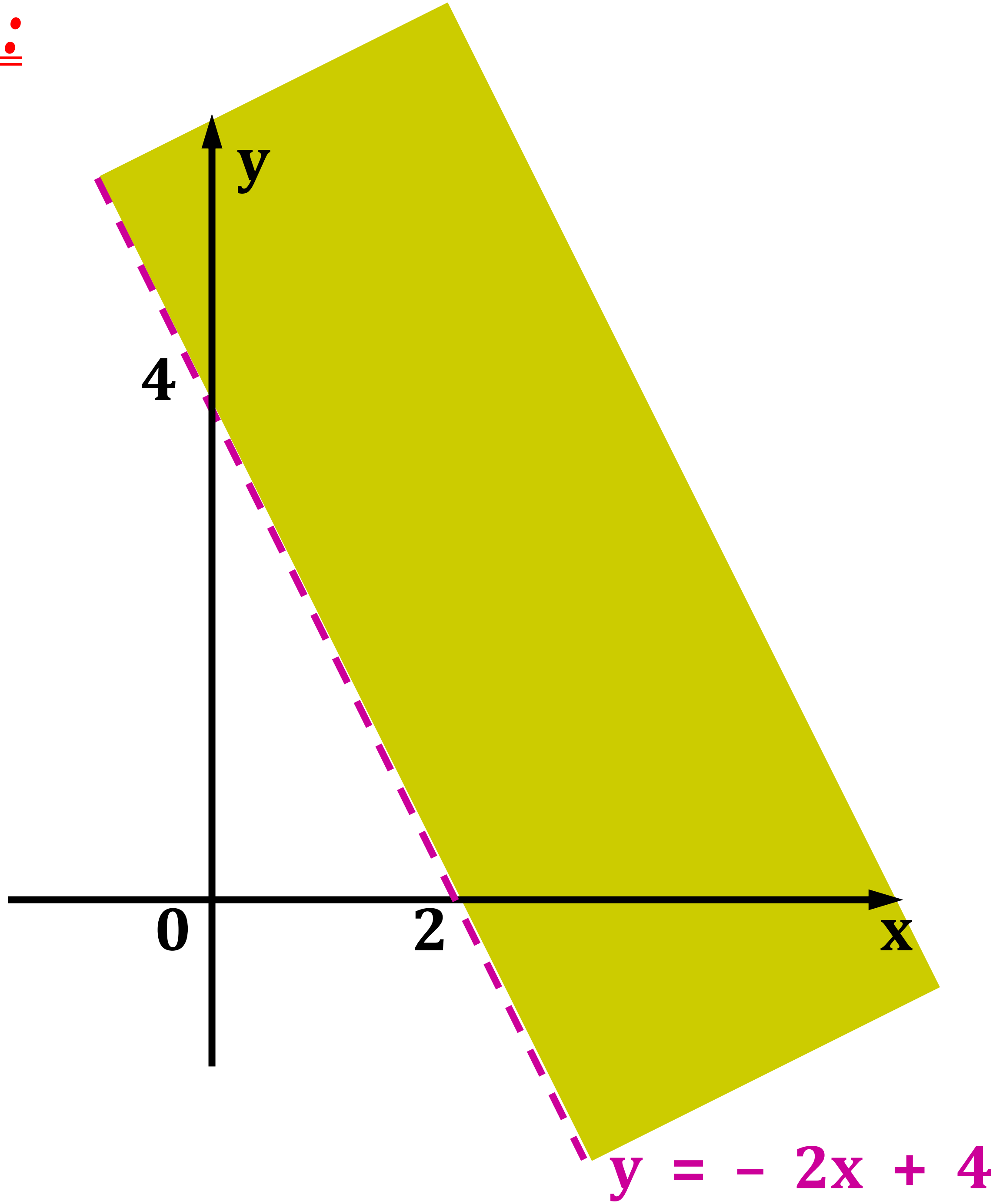
Soru : $y < x + 2$ **eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.**

Soru : **$y \leq -2x - 2$ eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.**

Soru : **$y > 3x + 6$ eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.**

Soru : **$5x \leq 10y + 10$ eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.**

Soru :



Boyalı bölgeyi gösteren eşitsizliği yazınız.

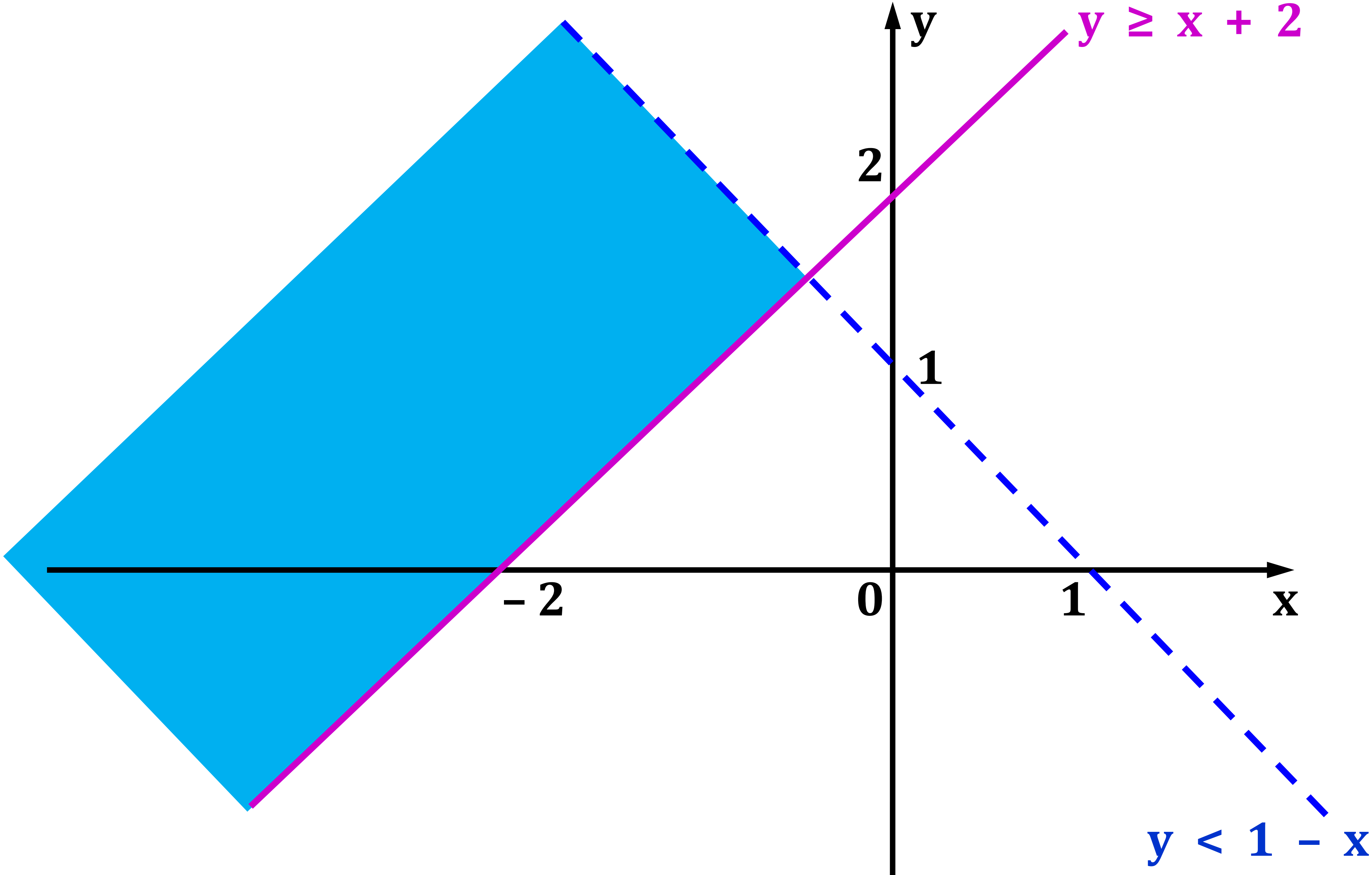
Not : **Eşitsizlik sistemlerinde ortak taralı bölge isteneni verir.**

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} y \geq x + 2 \\ y < 1 - x \end{array}\right\}$$

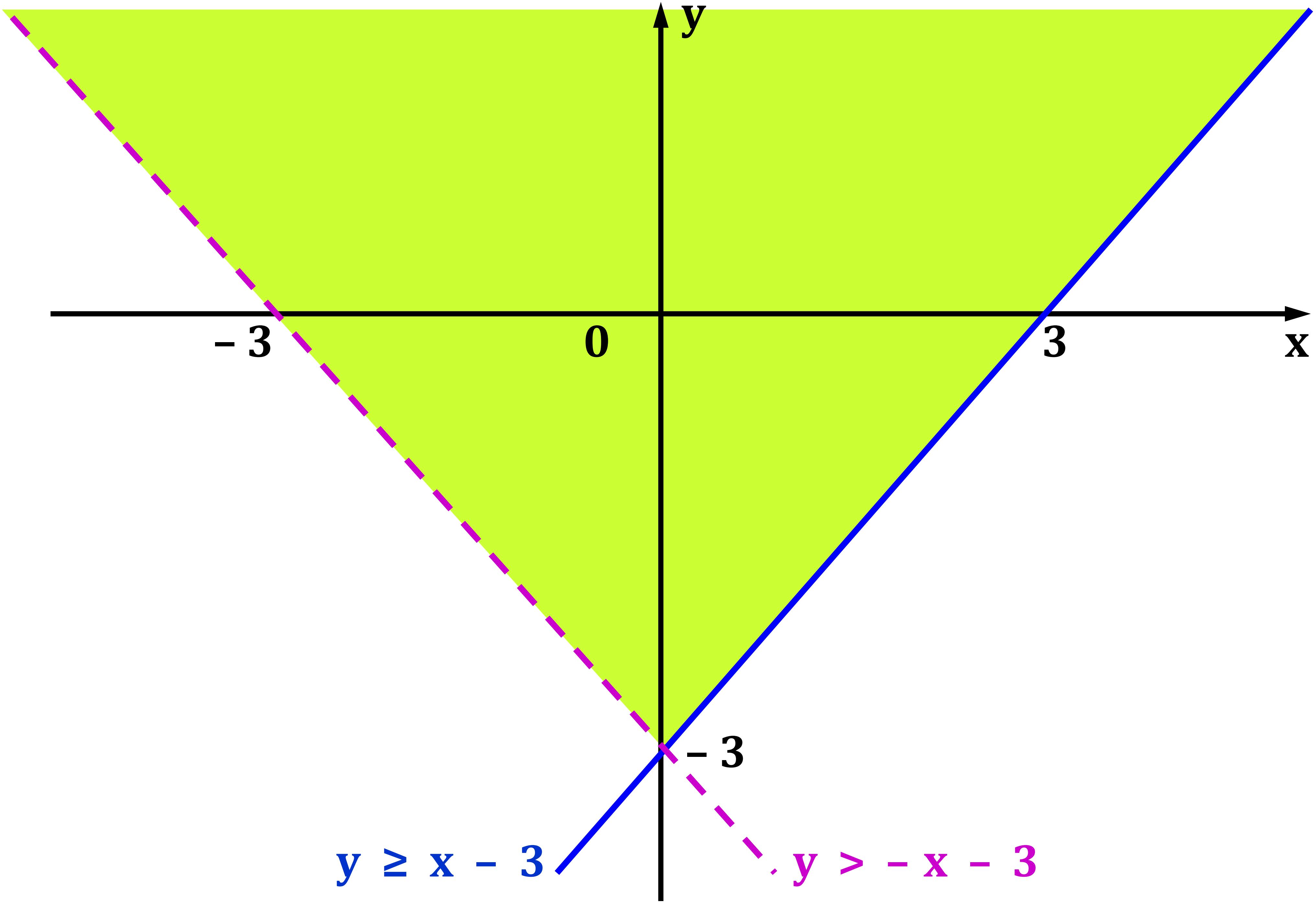
sistemini sağlayan noktaların kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.

(Çizimlerin testlerde nasıl gösterildiğini ekledim.)

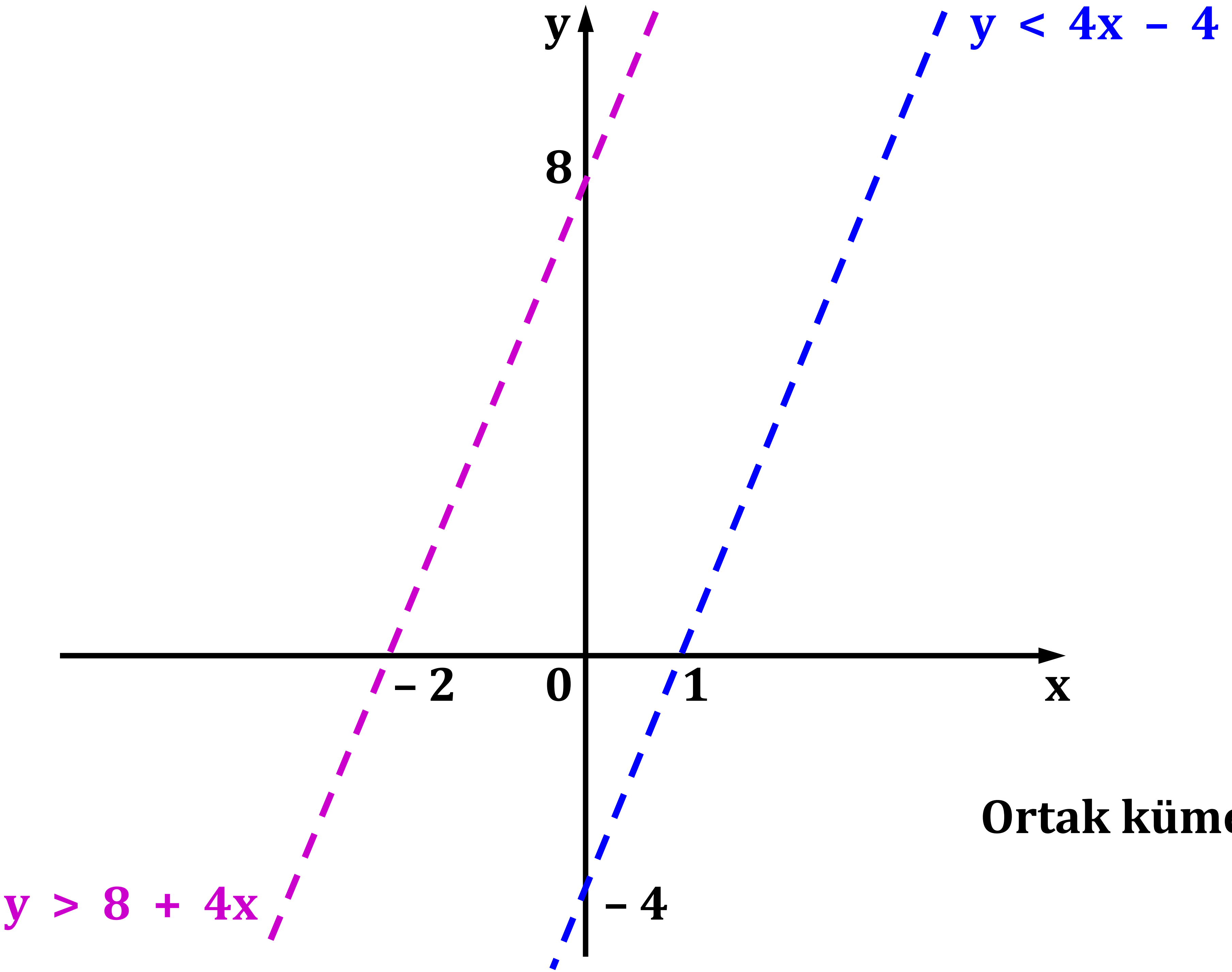

y
x
y ≥ x + 2
2
1
– 2
0
1
y < 1 – x

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} y > -x - 3 \\ y \geq x - 3 \end{array}\right\}$$ **sistemini sağlayan noktaların kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.**

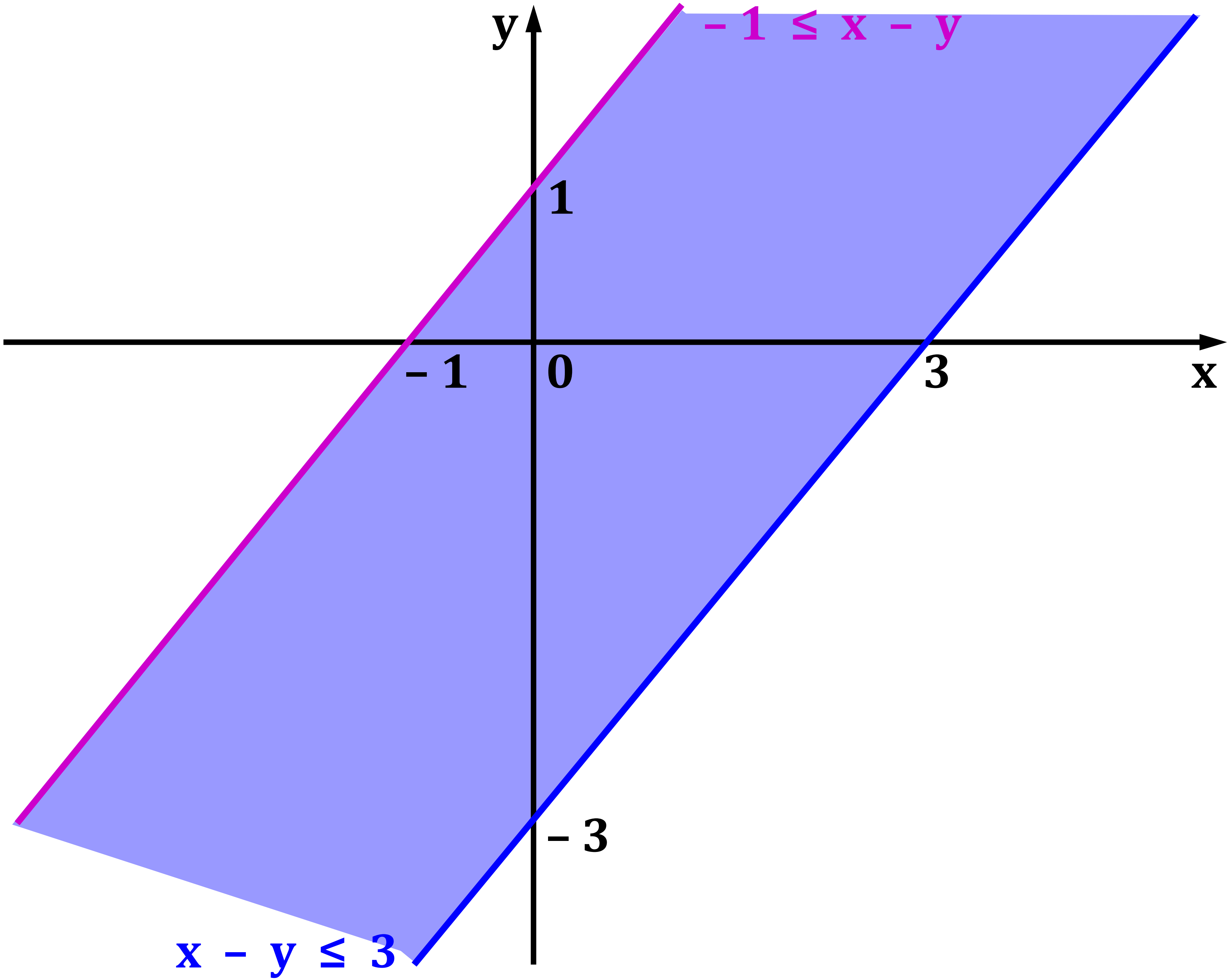

y
x
– 3
0
3
– 3
y ≥ x – 3
y > – x – 3

Soru : $\left.\begin{array}{l} y > 8 + 4x \\ y < 4x - 4 \end{array}\right\}$ **sistemini sağlayan noktaların kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.**



Ortak küme yoktur.

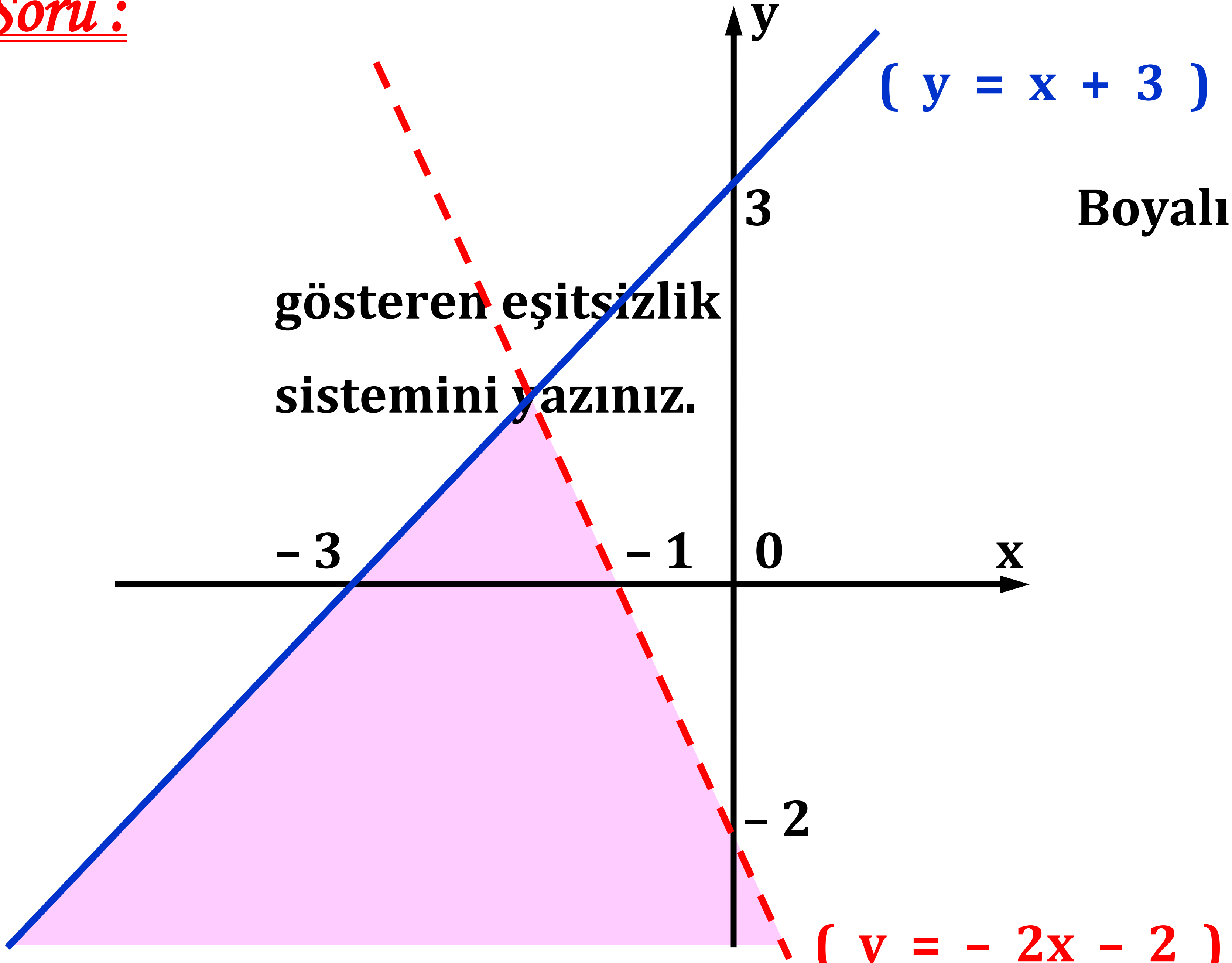
Soru : $-1 \leq x - y \leq 3$ **eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.**



y
$-1 \le x - y$
1
-1
0
3
x
-3
$x - y \le 3$

Soru :

Boyalı bölgeyi gösteren eşitsizlik sistemini yazınız.



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 3. 4. ÜSLÜ İFADELER ve DENKLEMLER

Terimler ve Kavramlar : Üslü ifade, taban, üs,

Sembol ve Gösterimler : x^n

9. 3. 4. 1. Üslü ifadeleri içeren denklemleri çözer.

A) Üslü ifade kavramı hatırlatılır.

B) Bir gerçek sayının tam sayı kuvveti ile ilgiliuygulamalar yapılır.

C) Üslü ifadelerin özellikleri üzerinde durulur.

Üslü İfade ve Denklemler

Üslü İfadeler

$x \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ için x^n ifadesine " üslü ifade " adı verilir.

x^n → n: Üs (kuvvet), x: Taban olarak adlandırılır.

$x^n = \underbrace{x \,.\, x \,.\, x \,.\,.\,.\, x}_{n \text{ adet}}$ olarak açılır.

Aynı sayının birden çok çarpımını kolay bir şekilde göstermek için üslü ifadeler kullanılır.

Not : $x \neq 0$ olmak üzere $x^0 = 1$ olarak alınır.

Soru : $3^4 + (-2)^3 = ?$

Soru : $\left(\dfrac{-1}{2}\right)^5 = ?$

Soru : $2^4 - (-3)^3 + \dfrac{5^0}{63^1 - 8^2} = ?$

Soru : $-5^2+(-1)^{1254}-\dfrac{10^2}{(-1)^0+3^2}=?$

Kural 1 : **(Üslü İfadelerde Çarpma İşlemi)**

$x \in \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}$ için $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ olarak alınır.

Yani çarpma işleminde; üslü ifadelerin tabanları aynı ise, sonucu aynı tabanda üslerin toplanması olarak alabiliriz.

Soru : **Aşağıda verilenleri <u>tek tabanda</u> üslü ifade olarak yazmaya çalışınız.**

A) $3^{12} \cdot 9 \cdot 3^5 = ?$

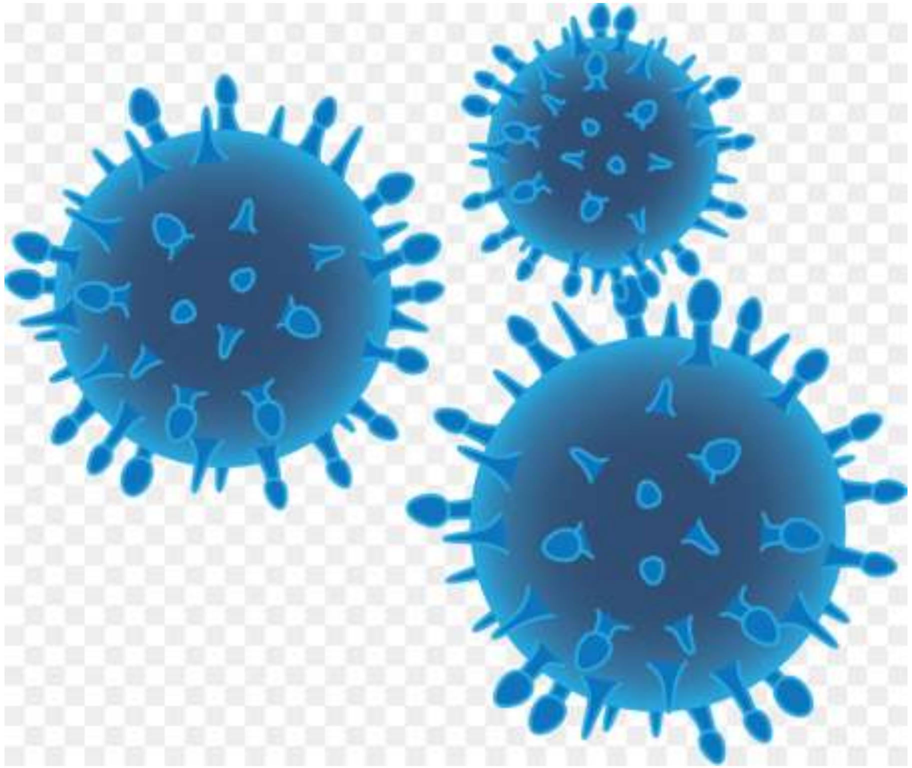
B) $5^{12} \cdot 25 \cdot 5^{-2} \cdot 625 = ?$

C) $-2x^{4} \cdot x^{6} \cdot 3x^{5} \cdot (-x^{6}) = ?$

D) $16y^{2} . 32y^{3} . 4y^{11} = ?$

E) $a^{3x - 3} . a^{4 - x} . a^{-2x + 1} = ?$

Soru :



Bir bakteri türünün sayısı her saat sonunda 3 katına çıkmaktadır. Başlangıçta bakteriden 9 adet vardır. Bir gün sonra bakterinin ulaştığı sayıyı bulunuz.

Not : **Örneğin ;**

$1,24 = 124 \ . \ 10^{-2}$, $51,246 = 51246 \ . \ 10^{-3}$

$3412 = 3,412 \ . \ 10^{3}$, $27 = 0,27 \ . \ 10^{2}$ **şeklinde yazılırdı.**

(Virgül sağa kaydırılırsa, kaydırma sayısı negatif olarak 10 sayısının kuvveti olarak yazılır. Virgül sola kaydırılırsa, kaydırma sayısı pozitif olarak 10 sayısının kuvveti olarak yazılırdı.)

Soru : **A)** $2,154 \ . \ 10^{25}$ **sayısını virgülden kurtarınız.**

B) $0,000102 \, . \, 10^{11}$ **sayısını virgülden kurtarınız.**

C) $0,04 \, . \, 2,5 \, . \, 10^{32}$ **sayısını üslü ifade olarak yazınız.**

Kural 2 : **(Reel Sayının Negatif Tam Sayı Kuvveti)**

$a , b \in \mathbb{R}$ ($b \neq 0$) ve $m \in \mathbb{Z}$ için,

$$\left(\frac{a}{b} \right)^{-m} = \left(\frac{b}{a} \right)^{m}$$

olarak alınır. Yani sayının negatif kuvvetinde, tabanın çarpmaya göre tersi alınır ve kuvvet pozitife dönüştürülür.

Soru : **A)** $(1 / 2)^{-5} = ?$

B) $(-3)^{-4} = ?$

C) $5^{6} . (-1/5)^{-4} = ?$

Soru : $2^{-1} + (6/5)^{-1} = ?$

Soru : $\left(2\ /\ 3\right)^{-4} + \left(1\ /\ 4\right)^{2} = ?$

Soru : $\dfrac{3^{-1} + 2^{-2}}{4^{-1}} = ?$

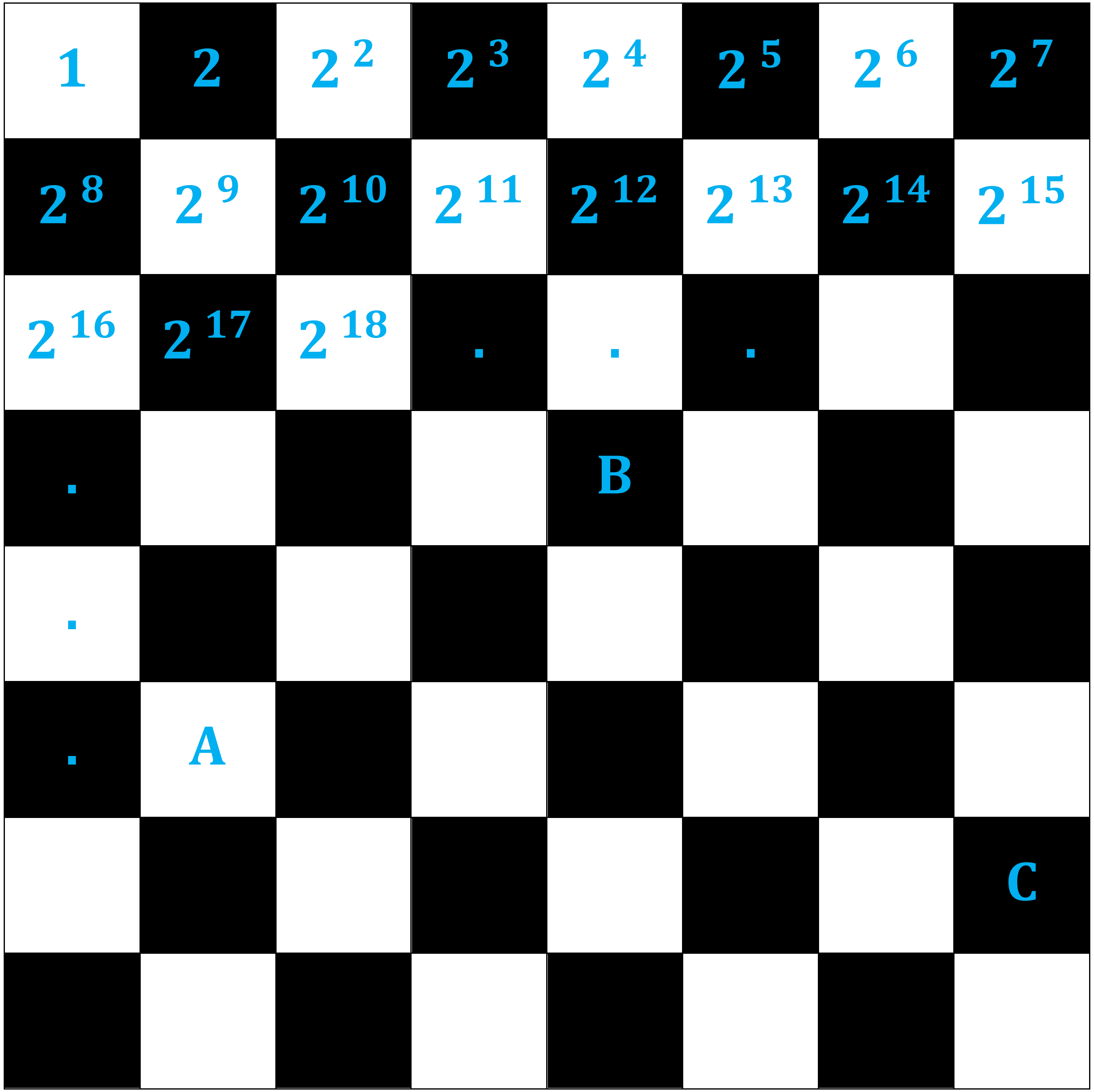
Kural 3 : **(Üslü İfadelerde Bölme İşlemi)**

$x \in \mathbb{R} - \{0\}$ ve m , $n \in \mathbb{Z}$ için $\dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ **olarak alınır.** **Yani bölme işleminde; üslü ifadelerin tabanları aynı ise, sonucu aynı tabanda üslerin farkı olarak alabiliriz.**

Soru : $\dfrac{3^{11}}{3^5} \cdot 3^{27} = ?$

Soru : $$\frac{5^{21}}{5^{10}} \cdot \frac{5^{9}}{5^{18}} = ?$$

Soru : Bundan yaklaşık 1400 yıl evvel Hindistan'da savaşmayı çok seven bir kral vardı. Bu kralın en büyük zevki savaş stratejilerini komutanlarına denetmekmiş. Savaş yıllarca sürer karşılıklı halklar büyük zarar görürmüş. Sonunda halk bilge bir kişiden yardım istemişler. Bilge kişide " Kralım siz savaşmayı çok seviyorsunuz. Bu sebeple size aynı gün içerisinde defalarca savaşma imkanı verecek satranç oyununu getirdim. " demiş. Kral oyunu öyle sevmiş ki bir daha komşularıyla savaşmamış çünkü satranç tahtasında savaşmak hem masrafsız hem de daha eğlenceliymiş. Kral bu oyunu öyle beğenmiş ki bilgin'e dile benden ne dilersin demiş. Parada pulda gözü olmayan bilgin " Kralım sizden çok fazla şey istemem buğday verseniz yeter. Bakın bu satranç tahtası 64 kare. Birinci kareye 1 buğday ikincisine 2 , üçüncü kareye 4 (2^2) , dördüncü kareye 8 (2^3) ve sonra hep böyle iki misli olacak şekilde her kareyi doldurmaya yetecek kadar buğday yeter. " demiş. Kral öncesinde istediği ödülü küçümsese de hesap yapıldığında bu ödülün verilmesinin imkansız olduğunu anlamış ve bilgini verdiği dersten dolayı tebrik etmiş.



Bu hikayeye dayanarak

$$\frac{A\ .\ B}{C} = ?$$

Soru : $\dfrac{3^{25} + 7 \,.\, 3^{25} + 3^{25}}{3^{18}} = ?$ **(Aynı olan terimlerin kat sayısı toplanır ve kural uygulanır.)**

Soru :

$$\frac{4 \cdot 2^{15} + 2^{15} + 16 \cdot 2^{15} + 2^{15} + 2^{15} + 2^{15}}{2^{3} + 2^{3} + 2^{3}} = ?$$

Soru : $\dfrac{3^{12} + 3^{13} + 3^{14}}{3^{7} + 3^{8} + 3^{9}} = ?$ **(Terimler aynı değilse aynı hale getirilir. Kuvvetlerdeki fazlalık ayrılır ve katsayılar toplanır sonra da kural uygulanır.)**

Soru :

$$\frac{5 \cdot 2^{22} + 3 \cdot 2^{24} + 2^{26}}{2^{10} + 2^{11} + 2^{13}} = ?$$

Kural 4 : (Ortak Paranteze Alma)

A) $x , y \in \mathbb{R}$ ve $m \in \mathbb{Z}$ için $x^m . y^m = (x . y)^m$ olarak alınır.

B) $x , y \in \mathbb{R}$ ($y \neq 0$) ve $m \in \mathbb{Z}$ için $\dfrac{x^m}{y^m} = \left(\dfrac{x}{y} \right)^m$ olarak alınır.

Yani üslü ifadelerin kuvvetleri aynı ise, ortak üs altında parantez içerisine tabanlar alınabilir.

Soru : $(a / b)^3 . (2b)^3 = ?$

Soru : $10^{6} \cdot (2 / 5)^{6} \cdot 3^{6} = ?$

Soru : $\dfrac{12^{a}}{0{,}3^{a}} = ?$

Soru : $(0,25)^2 \cdot \dfrac{1}{(0,005)^2} = ?$

Soru : $2^{12} \cdot 3^{13} = ?$ **(Fazlalığı ayır ve kuralı kullan.)**

Soru : $2^{10} . 5^{9}$ **sayısının sonunda kaç sıfır vardır ?**

Soru : $2^{15} . 5^{17}$ **sayısı için;**

A) Sayının sonunda kaç sıfır vardır ?

B) Sayı kaç basamaklıdır ?

Kural 5 : **(Üslü İfadenin Kuvveti)**

$x \in \mathbb{R}$ ve m , $n \in \mathbb{Z}$ için $(x^{m})^{n} = x^{m \cdot n}$ olarak alınır. **Yani üslü ifadenin kuvveti varsa taban aynı kalır ve kuvvetler çarpılır.**

Soru : **27^{14} ifadesini 3 'ün kuvveti olarak yazınız.**

Soru : $8^{6} \cdot 16$ ifadesini 2 'nin kuvveti olarak yazınız.

Soru : $\dfrac{125^{12}}{25^{4}}$ ifadesini 5 'in kuvveti olarak yazınız.

Soru : $$\frac{(a^{2} . b^{3})^{5}}{(a^{3})^{3}} = ?$$

Soru : $$\frac{(x^3 \, . \, y^4)^4}{(x^2 \, . \, y^3)^5} = ?$$

Karışık Uygulamalar

Soru : $2^x = m$, $3^x = n$ ise 72^x'in m ve n türünden sonucunu bulalım. **(72 sayısı asal çarpanlarına ayrılır.)**

Soru : $2^x = m$, $5^x = n$ ise 400^x'in m ve n türünden sonucunu bulunuz.

Soru : $2^x = m$, $3^x = n$ ve $5^x = p$ ise 900^x'in m , n ve p türünden sonucunu bulunuz.

Soru : $3^{x} = a$ ise 3^{2x+1} ifadesini a türünden bulunuz.

(İstenende 3^{x} ifadesini elde edip, verileni yerine yazarız.)

Soru : $2^{x} = m$ ise $8^{x+2} = ?$

Soru : $5^{x-1} = k$ ise $25^{x+1} = ?$ **(İlkinden 5^{x} yalnız bırakılır. Bulduğumuzu ikincide yerine yazarız.)**

Soru : $3^{x+1} = m$ ise $27^{x+2} = ?$

Üslü Denklemler

$x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ ve $m, n \in \mathbb{Z} - \{0\}$ olsun.

$x^m = x^n$ ise $m = n$ olarak alınır.

Yani eşitlikte tabanlar eşit ise kuvvetler de birbirine eşit olmalıdır.

Soru : $2^{15 + 2x} = 32$ ise $x = ?$

Soru : $5^{3x - 11} = 625$ ise $x = ?$

Soru : $4^{x-2} = 32$ ise $x = ?$

Soru : $5^{x-6} = 25^{6-x}$ ise $x = ?$

Soru : $8^{3x + 2} = 16^{2x + 10}$ ise $x = ?$

Soru : $16^{x+1} = (0,5)^4$ ise $x = ?$

Soru : $(1/3)^{-x+5} = 81^{x-2}$ **ise x = ?**

Soru : $4^{x+1} \cdot 8^{x-5} = 16^{x+3}$ ise $x = ?$

Soru : $\dfrac{9^{x+4}}{3^{x-1}} = 27^{x-5}$ ise $x = ?$

Soru : $5^{x} - 5^{x+2} = -600$ ise $x = ?$ **(Üsleri ayır.)**

Soru : $3^{x+3} + 3^{x+1} = 810$ ise $x = ?$

Soru : $3^{2x+1} - 3^{2x} - 3^{2x-1} = 135$ ise $x = ?$

Kural 1 : **(Kuvvetlerin Eşitliği)**

$a , b \in \mathbb{R} - \{ -1 , 0 , 1 \}$ ve $n \in \mathbb{Z} - \{ 0 \}$ olsun.

$$a^n = b^n$$

n çift ise

$a = b$ veya $a = -b$

n tek ise

$a = b$

olarak alınır.

Örneğin;

$x^2 = 2^2$ ise

$x = 2$ veya $x = -2$

olabilir.

$x^3 = 4^3$

ise $x = 4$ olmalıdır.

Soru : $(-5 + 2x)^2 = 81$ ise $x = ?$

Soru : $(-3x + 15)^3 = 27$ ise $x = ?$

Soru : $\left(x / 2 - 3 \right)^{4} = 16$ ise $x = ?$

Soru : $(6x - 4)^{24} = (-26 + 4x)^{24}$ ise $x = ?$

Soru : $(2x - 5)^{102} = (x + 17)^{102}$ ise $x = ?$

Soru : $(-5x+4)^{37}=(x-86)^{37}$ ise $x=?$

Kural 2 : **(Sonucu 1 Olan Üslü İfadeler)**

$a^n = 1$ ise;

1. İhtimal : $a = 1$ olabilir.

2. İhtimal : $a = -1$ ve n çift sayı olabilir.

3. İhtimal : $a \neq 0$ ve $n = 0$ olabilir.

*** **Sorularda verilen, üç ihtimalden hangisine uyuyorsa ona göre çözüm üretilir.**

Soru : $(x - 3)^4 = 1$ ise $x = ?$

Soru : $(9 - 2x)^{102} = 1$ ise $x = ?$

Soru : $3^{2x - 14} = 1$ ise $x = ?$

Soru : $5^{6-x} = 1$ ve $3^{15+3y} = 1$ ise $x - y = ?$

Soru : $2^{x - y + 3} = 1$ ve $7^{x + y - 11} = 1$ ise $x \cdot y = ?$

Soru : $5^{a - 2b + 1} = 11^{-a + b + 7}$ ise $a + b = ?$

(Tabanlar eşitlenemiyorsa ancak kuvvetler 0 olma durumunda iki sonuç birbirine eşit olur.)

Soru : $(2x - 5)^{4x - 8} = 1$ ise $x = ?$

Soru : $(x-3)^{2x+6} = 1$ **ise** $x = ?$

Kural 4 : $x , y \in \mathbb{R}$ ve $m \in \mathbb{Z}$ olsun.

$x = y$ ise $x^m = y^m$ olarak alınabilir. **Eşitliğin iki tarafının aynı kuvveti yine birbirine eşittir.**

Soru : $x^{0,5} = \sqrt{8}$ ise $x = ?$

Soru : $x^{0,6} = 27$ ise $x = ?$

Soru : **$3^{x} = 8$ ve $2^{y} = 9$ ise $x \cdot y = ?$** **(İlkinde 3 yalnız bırakılır ve ikinci eşitlikte kullanılır.)**

Soru : $5^x = 8$ ve $625 = 2^y$ ise $x \cdot y = ?$

Kural : (Üslü Eşitsizlikler)

$a \in \mathbb{R}$ ve $m , n \in \mathbb{R} - \{ 0 \}$ olmak üzere;

A) $0 < a < 1$ olsun. $a^m < a^n$ ise $m > n$ olmalıdır.

Basit kesir

(Kuvvetlerde eşitsizlik yön değiştirir.)

B) $a > 1$ olsun. $a^m < a^n$ ise $m < n$ olmalıdır.

Bileşik Kesir

(Kuvvetlerde eşitsizlik aynı kalır.)

Not : Tabanlar aynı değilse öncelikle tabanlar eşitlenir.

Soru : $(2/3)^{2x-1} < (2/3)^{x+4}$ **eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $(5/4)^{x+2} < (5/4)^{3x-6}$ **eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $\left(8 / 3 \right)^{x - 11} < \left(3 / 8 \right)^{-3x + 5}$ **eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin; A) Çözüm aralığını bulunuz.,**

B) **Çözüm kümesindeki <u>negatif tam sayıların çarpımı</u> ne olur ?**

Soru : $\left(9 / 25 \right)^{3 + x} < \left(3 / 5 \right)^{4x - 9}$ **eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $(16/9)^{-2x+7} < (27/64)^{5x-1}$ **eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $2^{a-2} = 9$ ise a sayısının bulunduğu çözüm aralığını bulunuz. (9 sayısı 2 ’nin hangi kuvvetleri arasında bulunuyorsa a – 2 sayısını bu kuvvetler arasında alıp çözümü gerçekleştiririz.)

Soru : **$3^{1+2x} = 43$ ise x sayısının bulunduğu çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $3^{x-3} = 21$ ve $2^{y+1} = 55$ ise x ve y sayısını karşılaştırınız. **(Çözüm aralıkları karşılaştırılıp kimin büyük olduğuna karar verilir.)**

Not : **T = Tek sayı , Ç = Çift sayı olmak üzere;**

$(-)^{Ç} = +$, $(-)^{T} = -$, $(+)^{Ç} = +$, $(+)^{T} = +$ **işaretlidir.**

$(+).(+) = +$, $(-).(-) = +$, $(+).(-) = -$ **işaretli idi.**

Soru : **x , y , z ∈ ℝ'dir.** $x^2 . y < 0$, $y . z > 0$, $x . z < 0$ **ise x , y , z'nin işaret kontrolünü yapınız.** **(Verilenlere göre terimlerin işaretine karar verilir.)**

$x^2 . y < 0$ $\qquad$ $y . z > 0$ $\qquad$ $x . z < 0$

Soru : $x, y, z \in \mathbb{R}$'dir. $x^3 . y < 0$, $x^2 . y^4 . z < 0$, $z^2 . y^3 < 0$ ise x, y, z'nin işaret kontrolünü yapınız.

$x^3 . y < 0$ $\qquad$ $x^2 . y^4 . z < 0$ $\qquad$ $z^2 . y^3 < 0$

Soru : a , b , $c \in \mathbb{R}$'dir. $a \cdot b^2 \cdot c < 0$, $b^4 \cdot a > 0$, $c \cdot b^3 > 0$ ise a , b , c'nin işaret kontrolünü yapınız.

$a \cdot b^2 \cdot c < 0$ $\qquad$ $b^4 \cdot a > 0$ $\qquad$ $c \cdot b^3 > 0$

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

Terimler ve Kavramlar : Köklü ifade, rasyonel kuvvet

Sembol ve Gösterimler : $\sqrt[n]{x^m}$, $x^{\frac{m}{n}}$

9. 3. 4. 2. Köklü ifadeleri içeren denklemleri çözer.

A) Köklü ifadelerin özellikleri üzerinde durulur.

B) $x \in \mathbb{R}^+$ ve $m , n \in \mathbb{Z}^+$ için $n > 1$ olmak üzere

$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ olduğu vurgulanarak köklü ifadeler ve üslü ifadeler arasındaki ilişkiler üzerinde durulur.

C) En çok iki terimli köklü ifadelerin eşleniklerine yer verilir.

D) Köklü ifadelerde sonsuza giden iç içe köklerle yapılan işlemlere yer verilmez.

Köklü İfadeler

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \geq 2$ (n tam sayı) olsun. $\sqrt[n]{a}$ terimine

" köklü ifade " adı verilir.

$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ ifadesi a 'nın karekökünü,

$\sqrt[3]{a}$ ifadesi a 'nın küpkökünü,

$\sqrt[4]{a}$ ifadesi a 'nın 4. dereceden kökünü gösterir.

Kural 1: A) $\sqrt[2k]{a}$ ifadesinde kökün derecesi çift olduğundan

$a \geq 0$ olmalıdır.

$\sqrt{25} = 5$ tanımlıdır. Ama $\sqrt{-4}$ tanımlı değildir.

B) $\sqrt[2k+1]{a}$ ifadesinde kökün derecesi tek olduğundan

$a \in \mathbb{R}$ olmalıdır. Yani her reel sayı için köklü ifade tanımlıdır.

$\sqrt[3]{8} = 2$ ve $\sqrt[3]{-1} = -1$ tanımlıdır.

Soru : $\sqrt[8]{2x - 4}$ ifadesi tanımlı ise x ’in çözüm aralığını bulu-

nuz.

Soru : $\sqrt[6]{15 - 3x}$ **ifadesi tanımlı ise x yerine gelebilecek en büyük iki tam sayının çarpımını bulunuz.**

Soru : $\sqrt[15]{4x + 16}$ **ifadesi tanımlı ise x 'in çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : $\sqrt[m-2]{32}$ **ifadesi <u>karekök</u> olup, $\sqrt[4]{n-6}$ ifadesi <u>tanımlı</u> ise n 'nin <u>en küçük</u> değeri için $m + n = ?$**

Soru : $\sqrt{3x - 3}$ **ve** $\sqrt[4]{10 - 2x}$ **ifadeleri** **tanımlı** **ise x 'in çözüm aralığını bulunuz.** **(İki çözüm kümesi bulunacağından iki çözümün ortak aralığı alınır.)**

Kural 2: **(Kökten Kurtarma)**

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |\, a \,| \quad \text{ve} \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \quad \text{olarak alınır.}$$

(Kökün derecesi çift ise, kökü kaldırırken kökün iç kısmının mutlak değeri alınır. Kökün derecesi tek ise kökü kaldırırken iç kısım aynen alınır.)

$\sqrt{(-2)^2} = |-2| = 2$, $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$ v. b.

Soru : $x < 0$ ve $y > 0$ olsun. $\sqrt{x^2} - \sqrt[3]{y^3} + x - y = ?$

Soru : $x > 5$ ise $\sqrt{(x-5)^2} + \sqrt[3]{(x-11)^3} = ?$

Soru : $2 < x < 10$ ise $\sqrt{(x-15)^2} - \sqrt[4]{(10-x)^4} = ?$

Soru : $x < -3$ ise $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 6x + 9} = ?$

(**Hatırlatma :** $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ve

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ idi.)

Soru : $\sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt[4]{16} + \sqrt{(-6)^2} = ?$

Soru : $\sqrt[5]{-1} + \sqrt[3]{8} - \sqrt{121} + \sqrt[4]{81} = ?$

Soru : $\sqrt[3]{6 + \sqrt{9 - \sqrt{25}}} = ?$

Soru : $\sqrt{35 + \sqrt[5]{5 - \sqrt[3]{64}}} = ?$

Soru : $\sqrt[4]{18+\sqrt[3]{-13+\sqrt{28+\sqrt[3]{-27}}}}=?$

Soru : $\sqrt[3]{(1/27)^{-1}} \cdot (\sqrt[4]{16})^{-1} = ?$

Soru : $\sqrt[4]{0,0256} \cdot \sqrt[3]{(0,008)^{-1}} = ?$

Kural 3: $\sqrt[n]{x^{m}} = x^{\frac{m}{n}}$ **olarak alınır.**

Soru : $\sqrt[7]{a^{42}} \, . \, a = ?$

Soru : $\sqrt[5]{x^{30}} \cdot \sqrt[3]{x^{12}} = ?$

Soru : $3 . \sqrt[4]{x^{16}} - \sqrt[13]{x^{52}} = ?$

Soru : $\sqrt[3]{a^5} = ?$ **(Kural uygulandığında sadeleşme olmuyorsa, kökün içindeki üslü ifadenin kökten kurtulabilecek kısmı ayrı tutularak düzenleme yapılır.)**

Soru : $\sqrt[7]{m^{15}} = ?$

Soru : $\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^6 = ?$

(***Not :*** $\left(\sqrt[m]{x^n}\right)^p = \sqrt[m]{x^{n \cdot p}}$ olarak alınabilir.)

Soru : $\left(\sqrt[4]{25} \right)^3 = ?$

Kural 4: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m.n]{x}$, $\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m.n.p]{x}$

olarak alınır. Kural 3 'ten de çözüm bulunabilir.

Soru : $\sqrt[3]{\sqrt{8}} = ?$

Soru : $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{64}}} = ?$

Soru : $\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[3]{81}}} = ?$

Soru : $\sqrt[4]{a^3 . \sqrt{a}} = ?$ **(Soldaki terim sağdaki kökün içine alınır. Sorunun çözümü kural 3 'ten de yapılabilir.)**

Soru : $\sqrt{2 \cdot \sqrt[5]{2}} = ?$

Soru : $\sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt[4]{a}} = ?$

Soru : $\sqrt[4]{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt[3]{5}}} = ?$

Soru : $\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{3^2 \cdot \sqrt[5]{3}}} = ?$

Kural 5: A) $\sqrt[m]{x} \cdot \sqrt[m]{y} = \sqrt[m]{x \cdot y}$

B) $\dfrac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[m]{y}} = \sqrt[m]{\dfrac{x}{y}}$ olarak alınabilir.

Yani ; çarpma ve bölme işleminde köklerin derecesi aynı ise işlemi tek kök altında yazabiliriz.

Soru : $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = ?$

Soru : $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\dfrac{15}{8}} \cdot \sqrt{\dfrac{3}{5}} = ?$

Soru :

$$\frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{80}} = ?$$

Soru : $$\frac{\sqrt{0{,}03}}{\sqrt{0{,}27}} \cdot \sqrt{1{,}44} = ?$$

Soru :

$$\frac{\sqrt[3]{54 \cdot a^{6} \cdot b^{5}}}{\sqrt[3]{2 \cdot b^{2} \cdot a^{3}}} = ?$$

Soru :

$$\frac{\sqrt[4]{0,0081}}{\sqrt[4]{0,0016}} - \sqrt{\frac{1}{4}} = ?$$

Soru : $\sqrt[3]{0,005} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{10^{6}} = ?$

Kural 6: A)

$$\sqrt[m]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[m \cdot n]{x^{n}} \cdot \sqrt[n \cdot m]{y^{m}} = \sqrt[m \cdot n]{x^{n} \cdot y^{m}}$$

B) $$\frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \frac{\sqrt[m \cdot n]{x^{n}}}{\sqrt[n \cdot m]{y^{m}}} = \sqrt[m \cdot n]{\frac{x^{n}}{y^{m}}}$$ **olarak**

alınabilir.

Yani ; çarpma ve bölme işleminde köklerin derecesi farklı ise, köklerin derecesi eşitlenir. Sonra işlemi tek kök altında yazabiliriz.

Soru : $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a} = ?$

Soru : $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x} = ?$

Soru :

$$\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[3]{x}} = ?$$

Soru : $$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[7]{x^2}} = ?$$

Soru : $\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[6]{5} = ?$

Soru : $\sqrt[5]{3^2} \,.\, \sqrt{3} \,.\, \sqrt[3]{3} = ?$

Soru :

$$\frac{\sqrt[3]{x}\ .\ \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} = ?$$

Kural 7: **(Köklerle Toplama ve Çıkarma İşlemi)**

$$a\,.\sqrt[m]{x} + b\,.\sqrt[m]{x} - c\,.\sqrt[m]{x} = (a + b - c)\,.\sqrt[m]{x}$$

olarak alınır. Yani köklerin derecesi <u>aynı</u> ise, köklü ifadelerin sadece <u>katsayıları toplanır ve çıkartılır.</u>

Örnekler : 1) $3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = ?$

2) $\sqrt{12} - \sqrt{27} = ?$

Soru : $\sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{72} = ?$

Soru : $\sqrt{75} - 2\sqrt{48} + \sqrt{27} = ?$

Soru : $\sqrt{216} - 3\sqrt{24} + \sqrt{150} = ?$

Soru : $$\sqrt{\frac{27}{16}} + \sqrt{\frac{12}{25}} = \ ?$$

Soru : $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} = ?$

Soru : $3 . \sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{1250} = ?$

Kural 8: **(Sıralama)** $\sqrt[m]{x}$, $\sqrt[m]{y}$, $\sqrt[m]{z}$, . . .

ifadelerinde kök dereceleri aynı ise, köklerin iç kısmı karşılaştırılarak sıralama yapılabilir. Kök dereceleri aynı değil ise, dereceler eşitlenerek sıralama yapılır.

Soru : $x = 3\sqrt{2}$ **ile** $y = 2\sqrt{3}$ **sayılarını karşılaştırınız.**

Soru : $x = 3\sqrt{5}$, $y = 5\sqrt{2}$ ve $z = 4\sqrt{3}$ sayılarını karşılaştırınız.

Soru : $x = 2\sqrt[3]{7}$ ile $y = 3\sqrt[3]{2}$ sayılarını karşılaştırınız.

Soru : $x = \sqrt[3]{2}$ ile $y = \sqrt[4]{3}$ sayılarını karşılaştırınız.

(Önce köklerin dereceleri eşitlenir.)

Soru : $x = \sqrt[5]{7}$ ile $y = \sqrt{2}$ sayılarını karşılaştırınız.

Kural 9: **(Eşlenik)** **Paydası köklü olan ifadelerde; pay ile payda, paydanın eşleniği ile çarpılır. Böylece ifadenin paydası kökten kurtarılır.**

A) $\sqrt{a}$ **'nın eşleniği** $\sqrt{a}$ **'dır.**

B) $a + \sqrt{b}$ **'nin eşleniği** $a - \sqrt{b}$ **'dir.**

C) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ **'nin eşleniği** $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ **'dir.**

*** **B ve C 'de eşlenik alınırken, küçük olan ifadenin ters işaretlisi alınır.**

Örnekler : 1) $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = ?$

2) $\dfrac{5}{2 - \sqrt{3}} = ?$ (**Hatırlatma :** $(x - y) . (x + y) = x^2 - y^2$ idi.)

Soru : $$\frac{8}{3-\sqrt{5}} = ?$$

Soru : $$\frac{12}{\sqrt{7}-2} = ?$$

Soru : $$\frac{7}{2\sqrt{2} - 1} = ?$$

Soru :

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2}-\frac{12}{\sqrt{3}}=?$$

Soru :

$$\frac{15}{\sqrt{5}} + \frac{12}{3 + \sqrt{5}} = ?$$

Soru : $$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\ ?$$

Soru :

$$\frac{1}{\sqrt{5} - 1} - \frac{1}{\sqrt{5} + 1} = ?$$

Soru :

$$\frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = ?$$

Soru : $\dfrac{8}{\sqrt[3]{2}}$ **kesrinin paydasını kökten kurtarınız.** **(Pay ile payda uygun köklü ifade ile çarpılarak, payda kökten kurtarılır.)**

Soru : $\dfrac{6}{\sqrt[3]{9}}$ **kesrinin paydasını kökten kurtarınız.**

Soru : $\dfrac{18}{\sqrt[5]{8}}$ **kesrinin paydasını kökten kurtarınız.**

Kural 10: (Köklü Denklemler)

Köklü denklemlerin bulunduğu eşitliklerde, köklü ifade yalnız bırakılarak eşitliğin uygun kuvveti alınır. Kök ortadan kaldırıldıktan sonra denklem çözülür.

Not : **Kökün derecesi çift ise bulunan çözümün denklemi sağlayıp sağlamadığı kontrol edilir.**

Soru : $\sqrt{-2+x} = 5$ ise $x = ?$

Soru : $\sqrt{2x - 3} = 11$ ise $x = ?$

Soru : $\sqrt{x - 4} = -10$ ise $x = ?$

Soru : $2 \cdot \sqrt{x - 3} - 7 = 1$ ise $x = ?$

Soru : $6 + 3 . \sqrt{4 - x} = 15$ ise $x = ?$

Soru : $\sqrt[3]{5 - 2x} = -3$ ise $x = ?$

Soru : $4 = \sqrt[5]{3x - 11}$ **ise x = ?**

Soru : $\sqrt{x^2 - 3} = x - 3$ ise $x = ?$

Soru : $\sqrt{x^2 + 24} = x + 4$ ise $x = ?$

Soru : $8^2 = \sqrt{2^{x+2}}$ ise $x = ?$

Soru : $\sqrt[3]{2^{4-x}} = 4^{5}$ ise $x = ?$

Soru : $\sqrt{2^{x+2}} = \sqrt[3]{4^{x-1}}$ **ise x = ?**

Soru : $\sqrt[3]{25^{2x+\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{125^{x-1}}$ **ise x = ?**

Kural 11: $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{a \pm 2\sqrt{m}} = \sqrt{p} \pm \sqrt{q}$

olarak alınır.

$a = p + q$ $\qquad$ $m = p \cdot q$

şartını sağlamalıdır.

*** **Sonuç kısmında büyük kökten küçük kök çıkartılır.**

Soru : $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = ?$

Soru : $\sqrt{19 + 2\sqrt{60}} = ?$

Soru : $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = ?$

Soru : $\sqrt{7 + \sqrt{48}} = ?$ **(Kuralı sağlar hale getirilir.)**

Soru : $\sqrt{6 + \sqrt{20}} = ?$

Soru : $\sqrt{4 - \sqrt{7}} = ?$

Soru : $\sqrt{6 + \sqrt{11}} = ?$

Soru : $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}=?$

Soru : $\sqrt{9 - 6\sqrt{2}} = ?$ **(Kuralı sağlar hale getirilir.)**

Soru : $\sqrt{14 + 8\sqrt{3}} = ?$

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 3. 5. DENKLEMLER ve EŞİTSİZLİKLERLE İLGİLİ UYGULAMALAR

Terimler ve Kavramlar : **Oran , orantı , doğru orantı , ters orantı**

Sembol ve Gösterimler : $\frac{a}{b}$, $a : b$, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $a : b = c : d$

9. 3. 4. 1. Oran ve orantı kavramlarını kullanarak problemler çözer.

A) **Oran, orantı, doğru orantı, ters orantı kavramları ile oran ve orantıya ait özellikler hatırlatılır.**

B) **Altın oran tanıtılarak gerçek hayattan örnekler verilir ancak hesaplama yöntemlerine yer verilmez.**

Denklem ve Eşitsizliklerle İlgili Uygulamalar

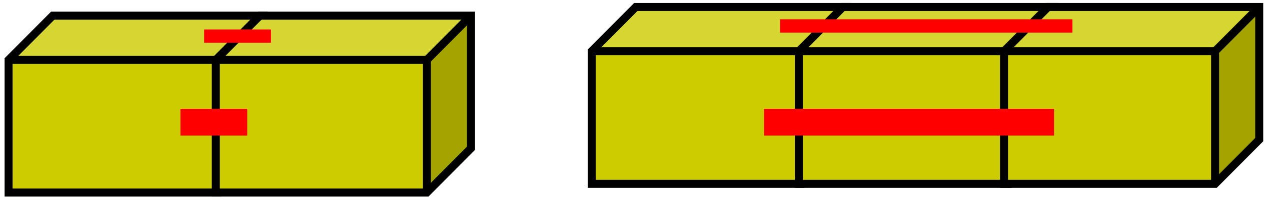
Oran – Orantı

Tanım : İki çokluğun birbiri ile karşılaştırılmasına " oran " adı verilir.

$a , b \in \mathbb{R}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\dfrac{a}{b}$ veya $a : b$ ifadesine " a 'nın b 'ye oranı " adı verilir.

Soru : 4 kg un ile 500 gr şekerin karışımında, şeker miktarının un miktarına oranını aynı birim türünden bulunuz. bulunuz.

Soru :



Markette bir ürünün; ikili paketinin fiyatı 4,80 ₺, üçlü paketinin fiyatı ise 6,21 ₺ ’dir. İkili paketteki bir ürünün adet fiyatının, üçlü paketteki bir ürünün adet fiyatına oranını bulunuz.

Tanım : İki ya da daha fazla oranın eşitliğine " orantı " adı verilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$ gibi.

*** İki orantıda içler – dışlar çarpımı yapılarak çözüm yapılır.

İçler

$$a : b = c : d$$

Dışlar

$a \, . \, d = b \, . \, c$ olarak alınır.

Soru : $\dfrac{36}{7 + x} = \dfrac{32}{x + 4}$ ise $x = ?$

Soru : $\dfrac{-6+2x}{4} = \dfrac{3x-5}{7}$ **ise 6x sayısının x – 8 sayısına oranı kaçtır ?**

Kural 1: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \cdot k}{b \cdot k}$ $(k \neq 0)$ olarak alınabilir. Yani, kesrin pay ile paydası aynı terim ile çarpılırsa sonuç değişmez.

Soru : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{3}$ ve $a + b = 75$ ise $a = ?$, $b = ?$

Soru : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{7}{3}$ **ve** $2a - b = 77$ **ise** $a + b = ?$

Soru : $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ olup $a\ ,\ b \in \mathbb{R}^+$'dir. $a\ .\ b = 240$ ise

$a + b = ?$

Soru :

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{t} = \frac{15}{7} \quad \text{ise} \quad \frac{x \, . \, z}{y \, . \, t} = ?$$

Soru : $\dfrac{x}{y} = \dfrac{z}{t} = \dfrac{3}{5}$ ise $\dfrac{2x + z}{2y + t} = ?$

Soru : $\dfrac{a - b}{a + b} = \dfrac{5}{11}$ ise $\dfrac{3a}{b} = ?$ **(İlk orantıda içler dışlar çarpımı yapılarak düzenleme sonucu $\dfrac{a}{b}$ orantısı bulunur. Ya da a ile b sayıları tahmin edilebilir.)**

Soru : $\dfrac{2a - b}{a + 2b} = \dfrac{9}{17}$ ise $\dfrac{a + b}{b} = ?$

Soru : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{4}$ ve $\dfrac{b}{c} = \dfrac{5}{2}$ olup, $a + b + c = 86$ ise a , b , c sayılarını bulunuz. (İki orantıda da ortak olan terimin, ortak katı düşünülerek diğer terimler bulunur.)

Soru : $\dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{6}$ ve $\dfrac{y}{z} = \dfrac{4}{3}$ olup, $x - y + z = 63$ ise

$x + y + z = ?$

Kural 2: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{e}{f} = k$ **olarak alınabilir. Yani; orantılar birbirine eşitse, kesirleri bir k sabitine eşitleyebiliriz.**

Soru : $\dfrac{x}{5} = \dfrac{y}{4}$ ve $2x - 3y = 10$ ise $x + y = ?$

Soru : $\dfrac{x}{6} = \dfrac{y}{5}$ olup $x , y \in \mathbb{R}^{+}$'dir. $x . y = 750$ ise $x - y = ?$

Soru : $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{7} = \dfrac{z}{5}$ ve $x - y + 2z = 36$ ise $x + y + z = ?$

Kural 4: **(Doğru Orantı)** **a ile b doğru orantılı**

(sadece orantılıdır diye de denilebilirdi) çokluklar ise,

$\dfrac{a}{b} = k$ **olarak yazılır.** **($b \neq 0$ olmalıdır.)**

Soru : **x sayısı 3 ile, y sayısı ise 5 ile doğru orantılıdır.**

$x + 2y = 39$ **ise** $x \,.\, y = ?$ **(Kural 2 'de benzerini çözmüştük.)**

Soru : **a , b , c pozitif sayıları sırası ile 3 , 4 ve 5 ile <u>doğru orantılıdır.</u> $a^2 + b^2 + c^2 = 200$ ise $a = ?$**

Soru : **Baba 4 , 5 ve 10 yaşındaki çocuklarına 380 ₺'yi yaşları ile <u>orantılı</u> olacak şekilde paylaştıracaktır. Buna göre <u>büyük çocuğun payına</u> kaç ₺ para düşecektir ?**

Soru :

Dikdörtgen şeklindeki iki duvarın kısa kenarları uzun kenarları ile orantılı ise x = ?

Kural 5: (*Ters Orantı*) **a ile b ters orantılı çokluklar ise,**

$a \, . \, b = k$ olarak yazılır.

Soru : **x sayısı 3 ile, y sayısı ise 7 ile ters orantılıdır.**

$x - y = 16$ ise x ve y sayılarını bulunuz.

Soru : a sayısı 5 ile, b sayısı ise 2 ile **ters orantılıdır.** $a \cdot b = 40$ ise a ve b pozitif sayılarını bulunuz.

Soru : **a , b , c sayıları sırası ile 3 , 4 ve 8 ile ters orantılıdır.**

$a + b - c = 44$ ise $a + c - b = ?$

Not : **Problem sorularında;**

A) **Eğer iki grupta da artış (ya da azalış) olayı varsa, çözümde doğru orantı şartı kullanılır. Elemanlar çapraz şekilde çarpılarak sonuçlar birbirine eşitlenir. Denklemden istene bulunur.)**

x a

(D. O.) $x \cdot b = y \cdot a$ **olarak alınır.**

y b

B) **Eğer iki gruptan birinde artış, diğerinde ise azalış meydana geliyorsa çözümde ters orantı şartı kullanılır. Elemanlar yan yana çarpılarak sonuçlar birbirine eşitlenir.**

x → a

(T. O.) $x \cdot a = y \cdot b$ **olarak alınır.**

y → b

Soru :

Murat 150 soruyu x saatte, 200 soruyu ise x + 3 saatte çözebilmektedir. Buna göre x = ?

Murat 150 soruyu x saatte, 200 soruyu ise x + 3 saatte çözebilmektedir. Buna göre x = ?

2. yol : **Bu yöntem tüm orantı problemlerinde kullanılabilinir.**

$$\frac{\text{1. İş}}{\text{1. İş Diğer Verilerin Çarpımı}} = \frac{\text{2. İş}}{\text{2. İş Diğer Verilerin Çarpımı}}$$

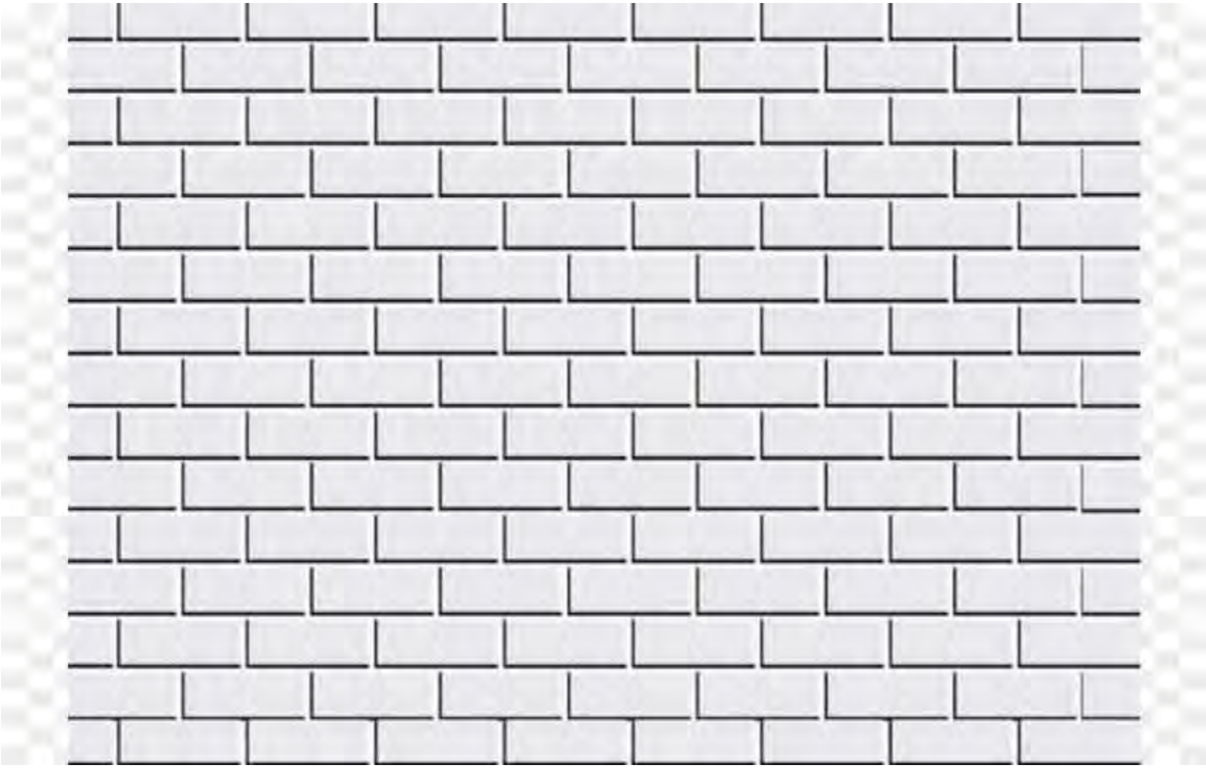
Orantıdan istenilene ulaşılır.

Soru :

Otobüsle saatte 120 km hızla 5 saatte gidilen bir mesafe, dönüşte otobüsün hızı saatte kaç km azalırsa aynı mesafeyi 12 saatte alır ?

Soru : **Aynı güçteki 30 kişi bir işi 12 günde bitiriyor. Gruba aynı güçte 6 kişi daha katılırsa işi kaç günde bitirirler ?**

Soru :



Aynı güçteki bir grup işçi 36 m^2 duvar örüyor. Grupta 2 kişi olmasaydı aynı sürede 24 m^2 duvar öreceklerdi. Buna göre başlangıçta kaç işçi vardı ?

Soru : **120 kişiye 16 gün yetecek olan gıda stoğu vardır. 6 gün sonra gruba 30 kişi daha katılırsa, gıda stoğu gruba kaç gün yeter ?**

Soru :

Bir traktörün ön tekerleğinin yarıçapının, arka tekerleğinin yarıçapına oranı $\frac{2}{5}$'tir.

Traktör belli bir süre hareket ettiğinde ön tekerlek arka tekerlekten 24 tur daha <u>fazla</u> devir yapıyor. Buna göre ön tekerlek kaç devir yapmıştır ?

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 3. 4. 2. Denklemler ve eşitsizlikler ile ilgili problemler çözer.

A) Gerçek hayat durumlarını temsil eden sözel ifadelerdeki ilişkilerin cebirsel, grafiksel ve sayısal temsilleri ile ilgili uygulamalar yapılır.

B) Farklı problem çözme stratejilerinin uygulanmasını gerek-tiren oran, orantı kavramlarının kullanıldığı problemlere { örneğin elektrik, su vb. fatura ve ödemeler; sayı, kesir, yaş, alım - satım, kâr - zarar, yüzde ve karışım problemleri; hız ve hareket [hız kavramı, sabit hız, ortalama hız, birimler arası dönüşüm (km/sa. , m/sn.)] } yer verilir; faiz, işçi – havuz, saat problemlerine girilmez.

C) Rutin olmayan problem türlerine de yer verilerek farklı problem çözme stratejilerinin uygulanmasına imkân verilir.

Problemler

Sayı Problemleri

Bir problemde bulunan bilinmeyenlerin x , y , z v. b. cin-sinden yazılımına " denklem kurma " adı verilir.

Problemde verilenler denkleme dönüştürülerek çözüm üretilir.

Örneğin;

Bir sayının 5 fazlası → $x + 5$

Bir sayının 2 katının 4 eksiği → $2x - 4$

Bir sayının 1 fazlasının 3 katı → $3(x + 1)$

Bir sayının yarısının 6 fazlası → $\frac{x}{2} + 6$

Bir sayının 8 eksiğinin beşte ikisi → $\frac{2(x - 8)}{5}$ **v.b.**

Soru : **Hangi sayının 4 eksiğinin 3 katı, aynı sayının 18 fazlasına eşittir ?**

Soru : **Hangi sayının 2 katının 6 fazlası, aynı sayının 7 eksiğinin 4 katına eşittir ?**

Soru : **Hangi sayının 5 fazlasının 4 katı, aynı sayının 6 katının 10 fazlasına eşittir ?**

Soru : **Ardışık dört çift sayının toplamı 52 'dir. Bu sayılardan en büyüğü ile en küçüğünün çarpımı kaç olmalıdır ?**

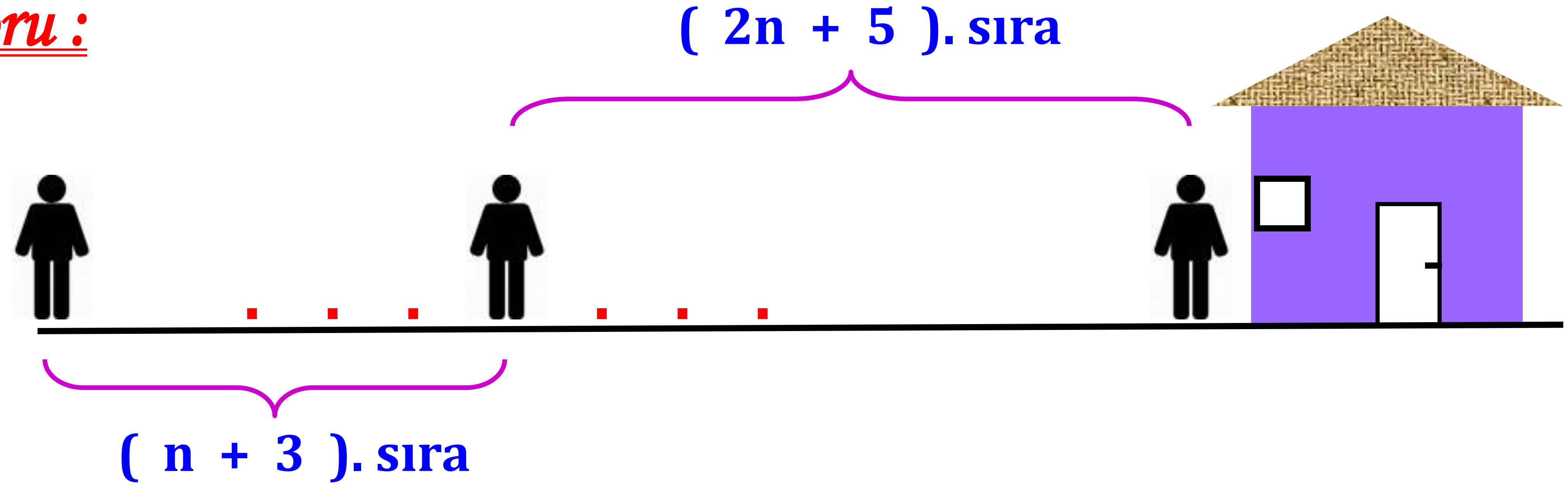
Soru : **Ardışık beş tek sayının toplamı 595 'tir. Bu sayılardan en büyüğü kaç olmalıdır ?**

Soru : **Yunus'un parası, Zeynep'in parasının 3 katıdır. Yunus Zeynep'e 10 ₺ para verirse, Yunus'un parası Zeynep'in parasının 2 katı oluyor. Buna göre ikisinin başlangıçta toplam kaç ₺ 'si vardır ?**

Soru :

Bir sınıftaki öğrenciler sıralara 2 'şerli oturduklarında 1 kişi ayakta kalıyor. Sıralara 3 'erli otururlarsa da 4 sıra boş kalıyor. Buna göre sınıfta kaç öğrenci vardır ?

Soru :



Bilet kuyruğundaki bir kişi; baştan (2n + 5). sırada, sondan ise (n + 3). sıradadır. Sırada toplam 67 kişi varsa bu kişi sondan kaçıncı sıradadır ?

Soru :


Bir öğrenci 2 kalem ile 1 deftere 15 ₺ ödüyor. Arkadaşı ise aynı malzemelerden, 3 kalem ile 2 deftere 26 ₺ ödüyor. Buna göre, defter kalemden kaç ₺ fazladır ?

(İki denklem olduğundan taraf tarafa yok etme metodu kullanılır.)

Soru :

Bir çiftlikte toplamda 22 koyun ve tavuk vardır. Grupta 58 tane ayak bulunduğuna göre tavukların sayısı, koyunların sayısından kaç fazladır ?

Soru :

Bir kumbarada <u>bozuk paralar hariç</u>, toplamda 20 adet 5 ve 10 ₺ 'lik kağıt para vardır. Kumbaradaki paraların toplam değeri 160 ₺ ise kumbarada kaç adet 10 ₺'lik kağıt para vardır ?

Kesir Problemleri

Bir x sayısının $\frac{a}{b}$ 'si $x \cdot \frac{a}{b}$ olarak alınır.

Bir x sayısının b 'de a 'sı $x \cdot \frac{a}{b}$ olarak alınır.

Bir x sayısının yarısı $\frac{x}{2}$ olarak alınır.

Bir x sayısının çeyreği $\frac{x}{4}$ olarak alınır.

Soru : **Bir sayının beşte ikisi 24 ise bu sayının yarısı kaç olur ?**

Soru : **Hangi sayının $\frac{3}{5}$ 'inin 12 fazlası 36 'ya eşittir ?**

Soru : **Hangi sayının çeyreğinin 14 eksiği, aynı sayının 2 katına eşittir ?**

Soru : **Hangi sayının 5 fazlasının üçte ikisinin yedide altısı 16 'ya eşittir ?**

Soru : **Hangi sayının yarısı ile $\frac{3}{5}$ 'inin toplamı, aynı sayının 1 fazlasının çeyreğine eşittir ?**

Soru :

Bir bakır tel çubuk 9 eşit parçaya bölünüyor. Eğer 12 eşit parçaya bölünseydi parçaların uzunluğu bir önceki parçalara göre 3 cm daha kısa olacaktı. Buna göre telin uzunluğunu bulunuz.

Soru :

Bir kişi merdiven basamaklarını 2 'şer 2 'şer çıkıp, 5 'er 5 'er iniyor. Çıkarken attığı adım sayısı, inerken attığı adım sayısından 60 fazla ise merdiven kaç basamaklıdır ?

Soru :

Bir kişi maaşının; çeyreğini ev kirasına, $\frac{1}{12}$ 'sini kredi borcuna, $\frac{1}{8}$ 'ini de faturalara ayırıyor. Toplamda 2200 ₺ kullandığına göre elinde kaç ₺ 'si kalmıştır ?

Soru : **Bir kişi maaşının $\frac{2}{5}$ 'ini ev kirasına, kalan parasının da $\frac{1}{4}$ 'ünü gıda harcamalarına ayırıyor. Elinde 1800 ₺ kaldığına göre bu kişinin maaşı kaç ₺ 'dir ? (Kalanın kullanılması türündeki sorularda tüm parçayı, verilen kesirlerin paydalarının ortak katı kadar almak işi kolaylaştırır.)**

Soru :

Manavelindeki limonların önce $\frac{1}{6}$ 'sını, sonra da kalanların $\frac{2}{7}$ 'sini satıyor. Elinde 100 adet limon kaldığına göre başlangıçta kaç limonu vardı ?

Soru :

Anne ile iki çocuğunun yaşları toplamı 46 'dır. 8 yıl sonra yaşları toplamı kaç olur ?

Soru :

Babanın yaşı, çocuğunun yaşının 16 katına eşittir. 6 yıl sonra ise babanın yaşı, çocuğunun yaşının 4 katı olacaktır. Buna göre babanın şimdiki yaşı kaçtır ?

Soru : **Annenin yaşı, iki çocuğunun yaşları toplamının 3 katına eşittir. 3 yıl önce ise annenin yaşı, çocuklarının yaşları toplamının 4 katına eşit idi. Buna göre çocukların şimdiki yaşları toplamı kaçtır ?**

Soru : **Babanın yaşı, 4 'er yıl ara ile doğan üç çocuğunun yaşları toplamına eşittir. Baba 72 yaşında ise ortanca çocuk doğduğunda baba kaç yaşındaydı ?**

Soru : **Murat'ın yaşının Simge'nin yaşına oranı $\frac{5}{2}$ 'dir. Simge, Murat'ın yaşına geldiğinde yaşları toplamı 65 ise Murat'ın şimdiki yaşı kaçtır ?**

Soru : **Çocuğun babasının yaşına oranı $\frac{1}{4}$ 'tür. 6 yıl sonra yaşları oranı $\frac{5}{14}$ olduğuna göre, babasının şimdiki yaşı kaçtır ?**

Yüzde Problemleri

$\dfrac{a}{100} = \%\ a$ **Yüzde a diye okunur.**

x sayısının % a'sı $x \cdot \dfrac{a}{100}$ **olarak bulunur. Doğru orantıdanda istenen bulunabilir.**

Soru : **450 sayısının % 12 'si kaçtır ?**

Soru : **25 sayısının % 20 'si ile 80 sayısının % 35 'inin toplamı kaçtır ?**

Soru : **% 35 'i 42 olan sayıyı bulunuz.**

Soru : **50 kişilik sınıfta bir sınavdan başarılı olanların sayısı 40 kişi ise, bu dersin başarı oranı kaçtır ?**

Soru : **Bir sayının % 20 fazlası 30 'dur. Bu sayının % 16 eksiği kaç olmalıdır ?**

Soru : **Bir sayı kendisinin % 40 'ından 36 fazladır. Bu sayının % 20 'si kaçtır ?**

Soru : **1000 ₺ 'ye alınan bir malın fiyatına önce % 8 vergi, ardından da vergili fiyata % 40 kâr eklenerek satışa çıkarılıyor. Ürünün son fiyatı ne olur ?**

Soru :

Malın Cinsi :	**Ceket**
Kumaş :	**% 100 pamuk**
Beden :	**XL**
Üretim Yeri :	**Türkiye**
Satış Fiyatı :	**. . . ₺**

YERLİ ÜRETİM

Alış fiyatı 400 ₺ olan bir ceketin fiyatına önce % 30 kâr ekleniyor. Ürünü peşin alanlara son fiyat üzerinden % 10 indirim uygulanıyor. Buna göre ürünün indirimli fiyatı kaç ₺ olmuş olur ?

Soru :

TÜM ÜRÜNLERDE % 50 + % 20 İNDİRİM

Bir mağazanın vitrininde tüm ürünlerde % 50 + % 20 indirim yazmaktadır. Satış fiyatı 320 ₺ olan bir ürüne bu indirimler uygulandığında ürünün son fiyatı kaç ₺ olur ?

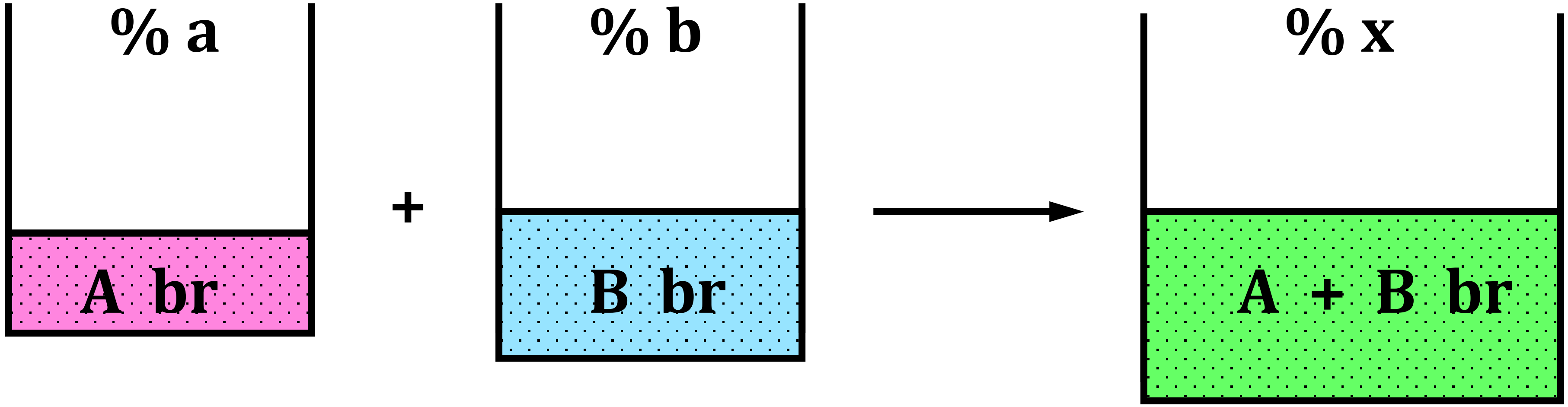
Soru :

Balıkçı aldığı 25 kasa hamsiyi kilosu 20 ₺ 'den olmak üzere satmayı hedeflemektedir. Her bir kasada 6 kg hamsi bulunmaktadır. Balıkçı satışa sürmeden balıkların % 20 'sinin bozulduğunu tespit etmiştir. Durumu aldığı firmaya kabul ettiremeyen balıkçının <u>para kaybının olmaması</u> için kalan hamsilerin kilosunu kaç ₺ 'den satması gerekmektedir ?

Soru : **420 ₺ satış fiyatı olan bir ürün indirim ile 294 ₺ 'ye satılıyor. Buna göre % kaç indirim yapılmıştır ?**

Soru : **120 ₺ indirimle 360 ₺'ye satılan bir ürün etiket fiyatı ile satılmış olsaydı % 60 kâr yapılacaktı. İndirimli yapılan satıştan satıcıya kaç ₺ kâr kalmıştır ?**

Karışım Problemleri



% a , % b , % x maddenin karışımdaki yüzdeliğidir. Son karışımdaki maddenin çözeltideki yüzdelik oranını bulmak için;

$$A \cdot \frac{a}{100} + B \cdot \frac{b}{100} = (A + B) \cdot \frac{x}{100}$$ eşitliği kullanılır.

Paydalar sadeleştirilerek denklemden istenen bulunur.

Soru : **Bir kapta % 30 tuz içeren 900 gr, diğer kapta ise % 20 tuz içeren 600 gr tuzlu su bulunmaktadır. Bu iki karışım bir kapta birleştirildiğinde yeni karışımdaki tuz oranı yüzde kaç olmalıdır ?**

Soru : **Alkol oranı % 30 olan 60 lt'lik karışıma, alkol oranı % 15 olan 140 lt karışım ekleniyor. Son karışımın alkol oranı yüzde kaçtır ?**

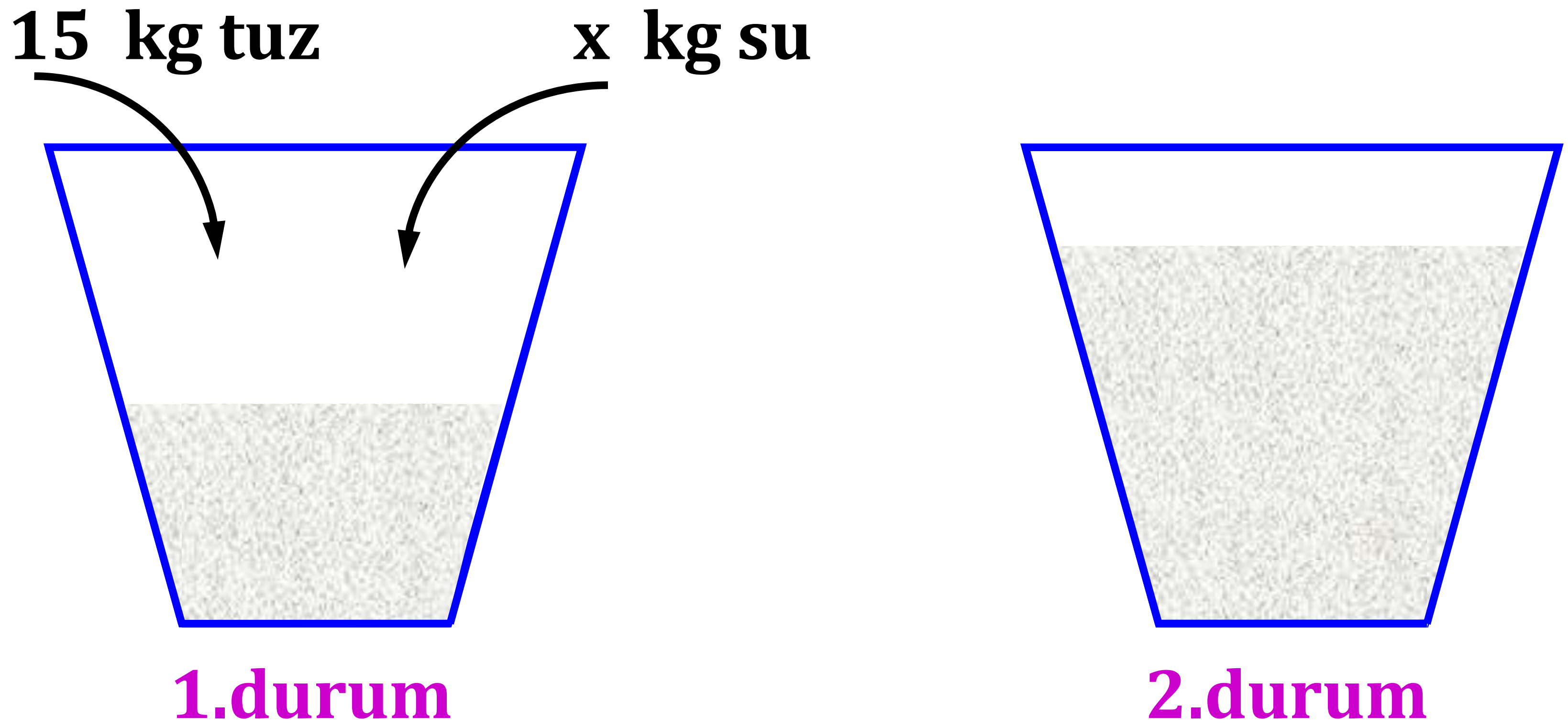
Soru : **% 40 şeker içeren 150 lt'lik karışıma, % 50 şeker içeren x lt karışım ilave ediliyor. Oluşan karışımdaki şekerin oranı yüzde % 44 ise x kaç olmalıdır ?**

Soru : **40 kg'lık sulu karışımda % 25 oranında şeker bulunmaktadır. Karışıma 10 kg şeker ilave edilirse karışımdaki şekerin oranı yüzde kaç olmalıdır ? (Karışıma saf madde ekleme olayında, maddenin oranı % 100 olarak alınır.)**

Soru : **% 45 'i şeker olan 200 lt'lik sulu karışım kaynatıldığında 50 lt su buharlaşıyor. Kalan karışımında şekerin oranı yüzde kaçtır ?**

(Karışıma su ekleme veya çıkarma olayında, suyun içinde karışımın diğer maddesi olmadığından maddenin oranı % 0 olarak alınır.)

Soru :



1.durumdaki % 30 'u tuz olan 50 kg'lık sulu tuz karışımına 15 kg tuz, x kg su katılıyor. 2.durumdaki karışımın tuz oranı % 25 olduğuna göre x kaç olmalıdır ?

Soru : **% 60 'ı tuz olan sulu tuz karışımına <u>karışımın üçte biri</u> kadar su ilave edilirse karışımın tuz oranı yüzde kaç olur ?**

Hız Problemleri

Hızı V olan bir hareketlinin, t zamanda aldığı yol x ise

x = V . t olarak hesaplanır.

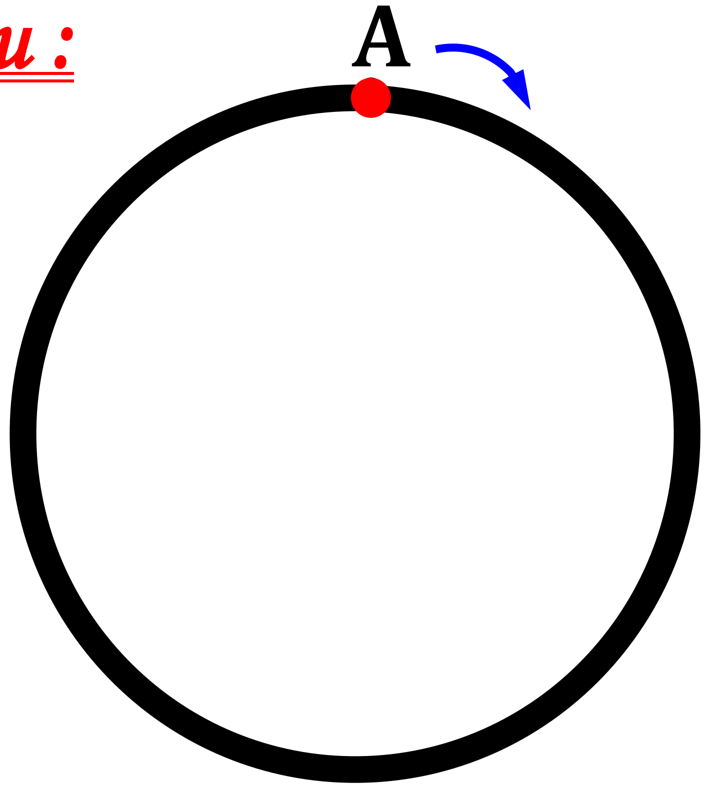
Yol km , zaman saat , hız ise km/saat birimleri ile gösterilir.

***** Sayılar başka birimler ile verilirse, birimler arası dönü-şüm uygulanarak çözüm üretilir.**

Soru : **750 km'yi 12 saatte alan bir aracın hızını bulunuz.**

Soru : **105 km/saat hızla 6 saatte alınan yol dönüşte 7 saatte kat ediliyorsa, aracın dönüşteki hızı kaç km/saat'tir ?**

Soru :



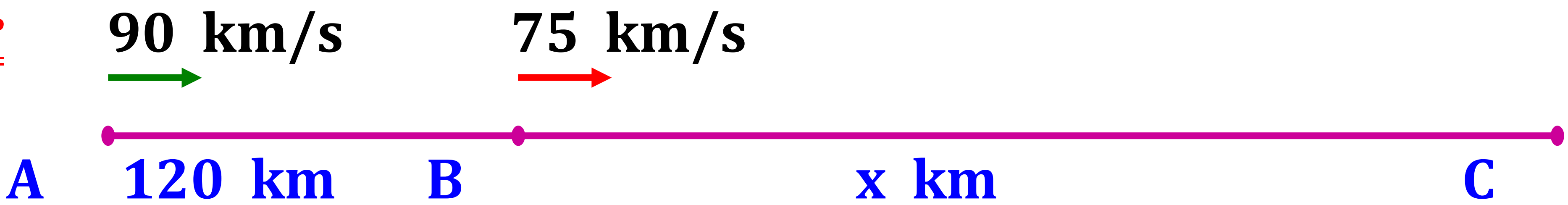
Dairesel bir yolda A noktasından harekete başlayan bir araç 66 km / s hızla 3 saatte tekrar A noktasına ulaşıyor. Buna göre dairenin yarıçapı kaç km 'dir ? (π = 3 alınız.)

(Dairenin çevresi 2 π r idi.)

Soru : A ve B 'den birbirlerine doğru aynı anda hareket eden iki aracın hızları sırası ile 75 ve 90 km/s 'tir.Araçlar 4 saat sonunda karşılaştıklarına göre A ile B arası mesafeyi bulunuz.

Soru : **Aynı noktadan aynı anda hareket eden iki aracın hızları sırası ile 100 ve 120 km/s 'tir. Aynı yolu yavaş olan araç 3 saat daha geç tamamladığına göre, kat ettikleri yol kaç km 'dir ?**

Soru :



Aynı anda aynı yöne hareket eden iki araçtan hızlı olan C nokta-sında yavaş olan aracı yakalıyor. Buna göre x = ?

Soru :

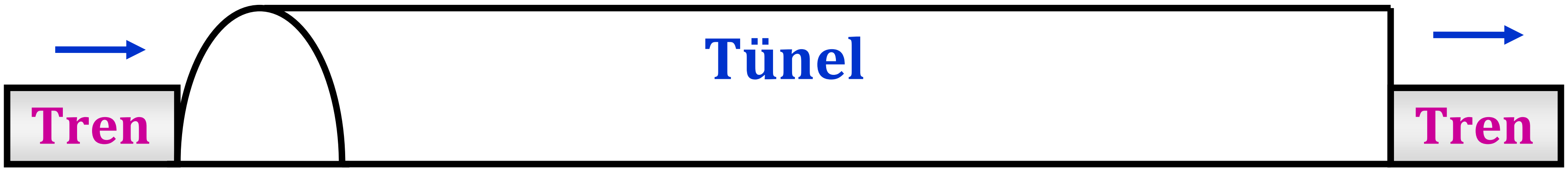
B A

Bir yolcu terminalinde A giriş, B çıkış yönünde hareket eden yürüyüş bantlardır. A yürüyüş bandının hızı 1 m / sn ’dir. Koşma hızı 2,5 m / sn olan bir çocuk A bandında bant ile aynı yönde hareket edip 30 sn sonra banttan iniyor. Bu sefer ters yönde hareket edip yine A bandına biniyor. Hızlar başlangıç ile aynı ise çocuk kaç sn sonra ilk başladığı noktaya varır ? (Sürtünme v.b. durumları göz önüne almayınız.)

Soru : **2000 m'yi 50 sn'de alan aracın hızı kaç km/saat'tir ?**

(m km 'ye, sn 'de saate çevrilir. 1 km = 1000 m , 1 saat = 3600 sn idi. Alt birimden üst birime çıkılırken bölme işlemi uygulanır.)

Soru : **100 m uzunluğundaki tren 7900 m uzunluğundaki tüneli 80 km/saat hız ile geçtiğine göre,tren tüneli kaç sn'de geçmiştir ?**



Kural : (Ortalama Hız) **Hızları V_1 ve V_2 olan iki hareketli-nin aldıkları yol birbirine eşit ise hareketlilerin ortalama hızı,**

$$V_{ort} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2}$$

eşitliği ile hesaplanır.

***** Hız, zaman – yola bağlı olduğundan hızın aritmetik ortalaması alınmaz.**

2.Yol :

$$V_{ort} = \frac{\text{Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}}$$

eşitliği de kullanılabilir.

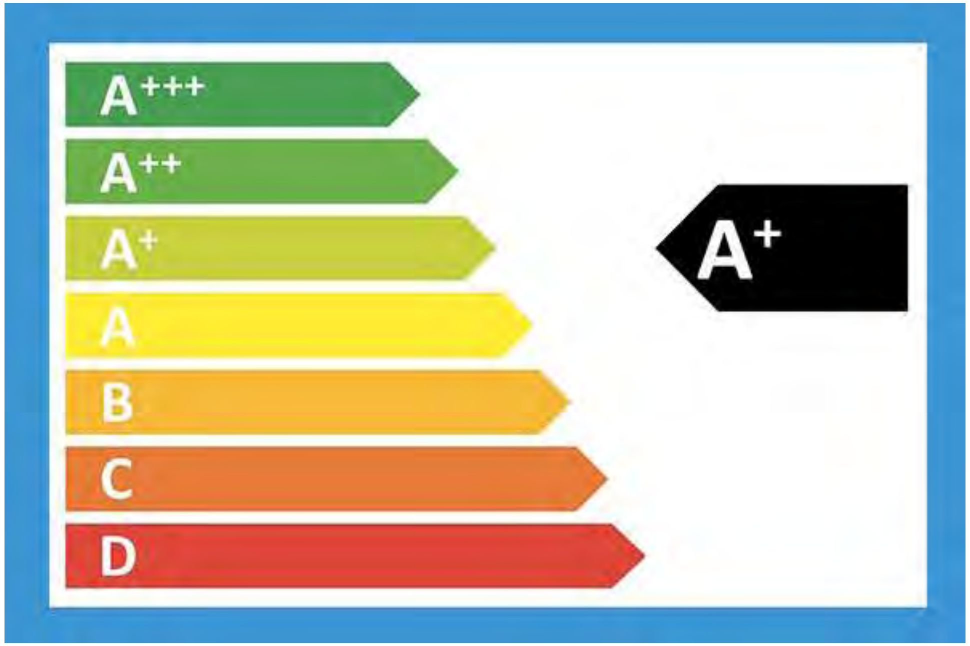
Soru : **A ile B arasını 110 km/saat hızla kat eden bir araç aynı mesafeyi dönüşte 90 km/saat hızla yol almıştır. Buna göre aracın yolculuktaki ortalama hızını bulunuz.**

Soru : **Bir araç 60 km/saat hızla iki şehir arası yol alıyor. Aracın dönüşteki hızı V olup, gidiş – dönüşteki ortalama hızı 72 km/saat ise V = ?**

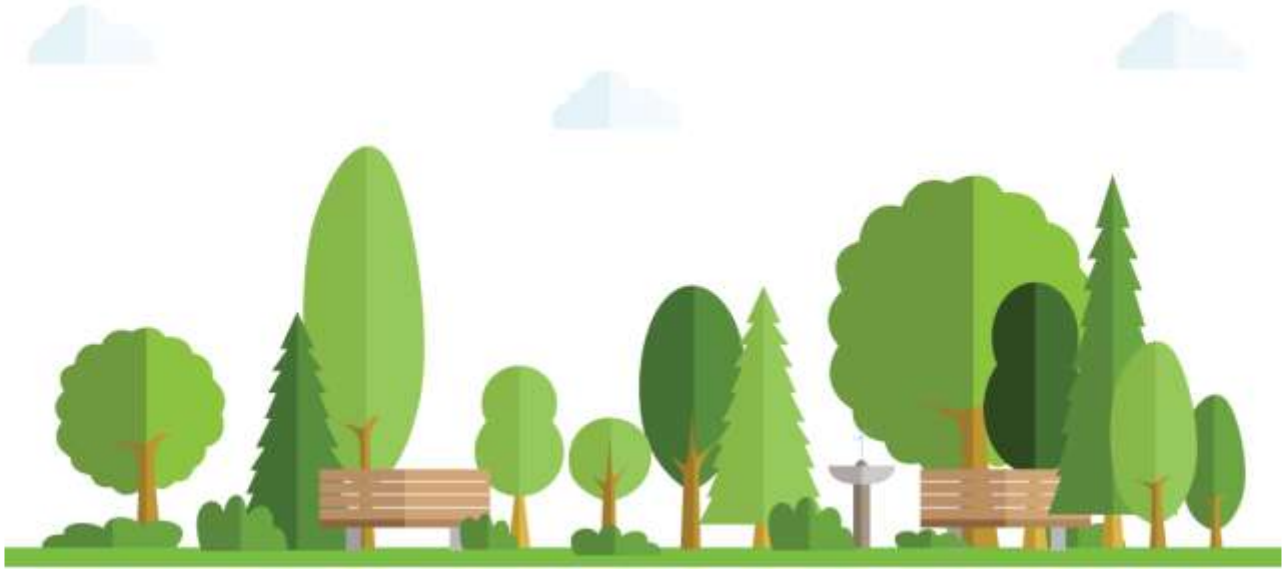
Soru : **900 km 'lik yolun yarısını 6 saatte, diğer yarısını ise 9 saatte kat eden bir arabanın yol boyunca ortalama hızı kaç km/s 'tir ?**

Not : **Rutin olmayan (normalin dışında) problem türlerine de yer verilir.**

Soru : **Enerji sınıfı; A + olan çamaşır makinesi saatte 0,18 kw/h , A ++ olan başka bir çamaşır makinesi ise saatte 0,15 kw/h enerji tüketmektedir. 1 kw enerjinin tüketim bedelinin 25 kuruş (0,25 ₺) olduğu biliniyor. 30 gün boyunca çalışan iki makine için A ++ olan makine diğerine göre kaç ₺ tasarruf yapmış olur ?**

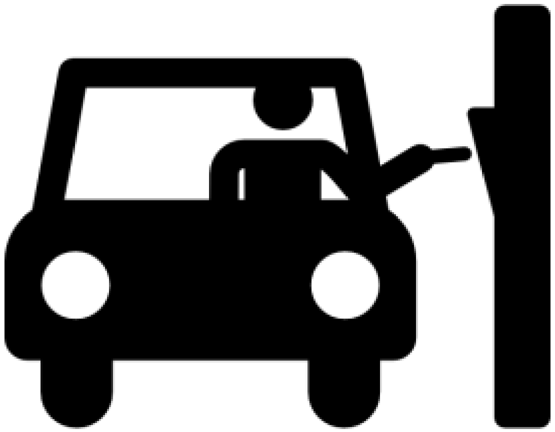


Soru : **Bir piknik alanındaki parka girişte otomobil tarzı araçlar için araç başına 5 ₺, minibüs tarzı araçlar içinse araç başına 8 ₺ giriş ücreti alınıyor. Gün sonunda iki gruptan toplanan para toplam 432 ₺ ise parka <u>en fazla</u> kaç otomobil girmiştir ?**



Soru : x saati göstermek üzere, bir aracın ücretli araç otoparkında kalacağı saate göre ödeyeceği ücret alttaki tabloda verilmiştir. Bu otoparka giren A aracı 2 saat, B aracı 12 saat, C aracı ise 30 saat otoparkta kalmıştır. Üç aracın ödeyeceği toplam ücret kaç ₺ 'dir ?

OTOPARK ÜCRETİ	$0 \leq x \leq 3$ arası 10 ₺
	$3 < x \leq 24$ arası saat başı 1 ₺
	$x > 24$ saat başı 0,5 ₺



Soru : **Bir bölgede doğal afet sonucu zarar gören ailelere devlet tarafından yardım paketi dağıtımı yapılacaktır. Ailedeki birey sayısı 4 ve 4 'ten az ise aileye 2 paket, 4 'ten fazla ise aileye 3 paket yardım verilecektir. Ailelerdeki birey sayısı 7 'yi geçmemektedir. Toplamda 79 paket dağıtıldığına göre bu bölgede en fazla kaç kişi yaşamaktadır ?**

Soru : **Bir işçi 12 dakikada 16 ürünün paketlemesini yapıp 2 dakika mola veriyor. İşçi çalışmaya başlandığı andan itibaren 219. dakika sonunda kaç ürün paketlemiş olur ?**

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 4. ÜÇGENLER

9. 4. 1. ÜÇGENLERDE TEMEL KAVRAMLAR

Terimler ve Kavramlar: Üçgen, açı, kenar, iç açı, dış açı, üçgen eşitsizliği, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen

Sembol ve Gösterimler: $\overset{\triangle}{ABC}$, $\widehat{ABC}$, m ($\widehat{ABC}$) , [AB] , | AB |

9. 4. 1. 1. Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar.

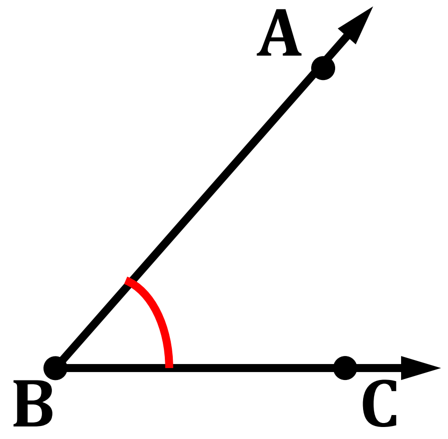
A) Kültür ve medeniyetimizden geometrinin tarihsel gelişim sürecine katkı sağlamış bilim insanları ve bilim insanlarının yaptığı çalışmalar tanıtılır. Mustafa Kemal Atatürk'ün geometri üzerine yaptığı çalışmalardan bahsedilir.

B) Açı çeşitleri ve paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar hatırlatılır.

4. ÜNİTE : ÜÇGENLER

ÜÇGENLERDE TEMEL KAVRAMLAR

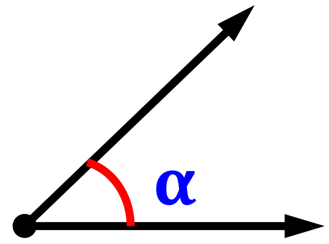
Açı ve Özellikleri



Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine " açı " adı verilir.

ABC açısı $\widehat{ABC}$ ve ölçüsü de $m(\widehat{ABC})$ ile gösterilir.

Dar Açı :

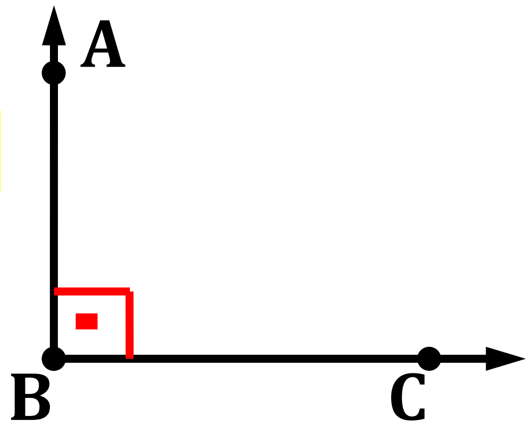


Ölçüsü 0° ile 90° arasında olan açıya " dar açı " adı verilir. $0° < \alpha < 90°$ **olmalıdır.**

Soru : **$3x - 6^\circ$ 'lik açı bir <u>dar açı</u> ise x sayısının çözüm aralığı ne olur ?**

Dik Açı :

Ölçüsü 90° olan açıya " dik açı " adı verilir.

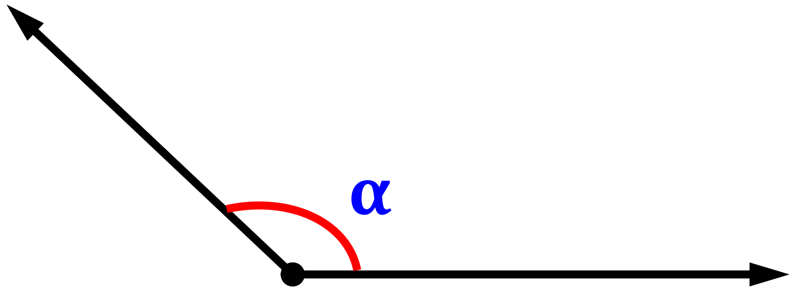


[BA ⊥ [BC gösterimi BA ışını ile BC ışınının birbirine dik olduğunu gösterir.

Soru : **$2k - 11^\circ$'lik açı bir dik açının 5° fazlasının 3 katına eşit ise $k = ?$**

Geniş Açı :

Ölçüsü 90° ile 180° arasında olan açıya " geniş açı " adı verilir.



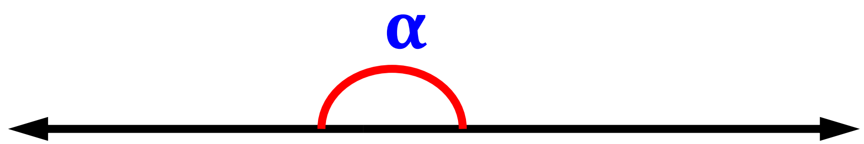
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$ olmalıdır.

Soru : **$-\ 2x + 30^\circ$ 'lik açı bir geniş açı ise x 'in çözüm aralığı ne olmalıdır ?**

Doğru Açı :

Ölçüsü 180° olan açıya

" doğru açı " adı verilir.



Tam Açı :

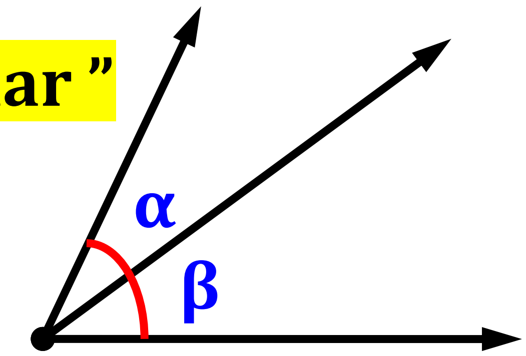
Ölçüsü 360° olan açıya " tam açı "

adı verilir.

Soru : 254°'lik açıya x° eklenince tam açı , x°'ye y° eklenince ise doğru açı elde edilmektedir. Buna göre $x^\circ - y^\circ = ?$

Komşu Açılar :

Birer ışını ortak olan açılara " komşu açılar " adı verilir. **α ile β komşu açılardır.**



Tümler - Bütünler Açılar :

Ölçüleri toplamı ; 90° olan iki açıya " tümler " , 180° olan iki açıya ise " bütünler " açılar adı verilir.

Bir x açısının <u>tümleri</u> $90^\circ - x$ olarak alınır.

Bir x açısının <u>bütünleri</u> ise $180^\circ - x$ olarak alınır.

Soru : **Bir açının tümleyeni ile bütünleyeninin toplamı 130° ise bu açının ölçüsünü bulunuz.**

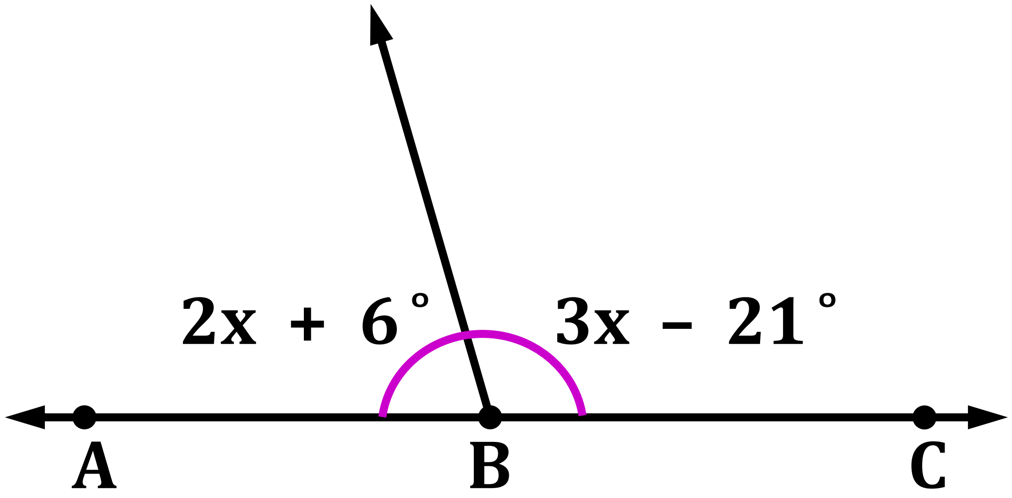
Soru : **Komşu tümler açıdan birinin ölçüsü diğerinin ölçüsünün 2 katından 15° fazla ise bu açıları bulunuz.**

Soru : **Bütünleyeni, tümleyeninin 6 katı olan açının tümleri kaç derecedir ?**

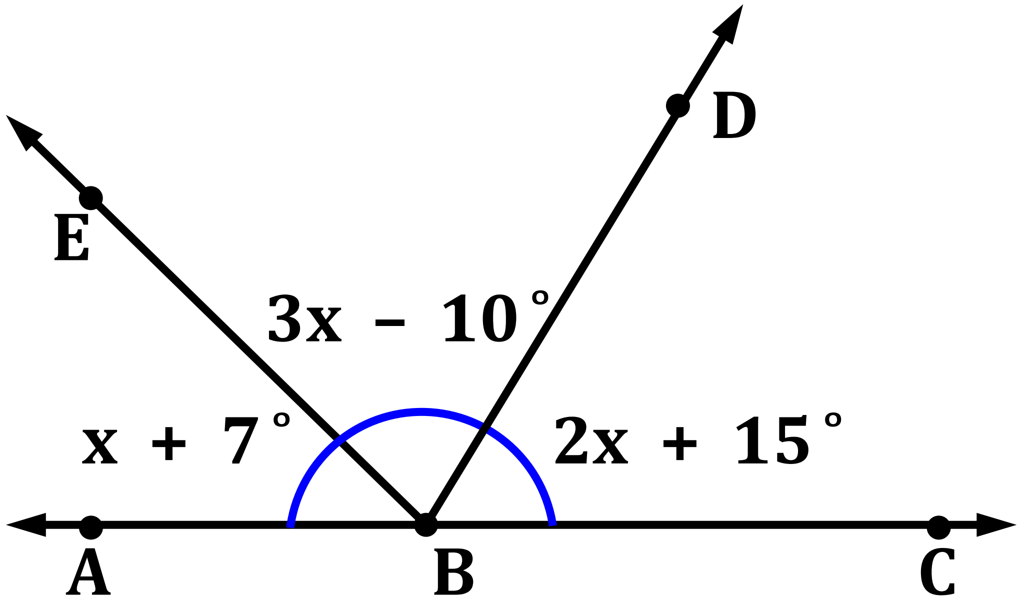
Soru : **Bir açının bütünleyeninin yarısı , tümlerinin 3 katından 20° eksik ise bu açının ölçüsünü bulunuz.**

Soru : **Komşu tümler iki açının ölçüleri oranı $\frac{4}{11}$ ise bu açılardan büyük olanın ölçüsünü bulunuz.**

Soru : A , B , C noktaları **doğrusal** ise x = ?

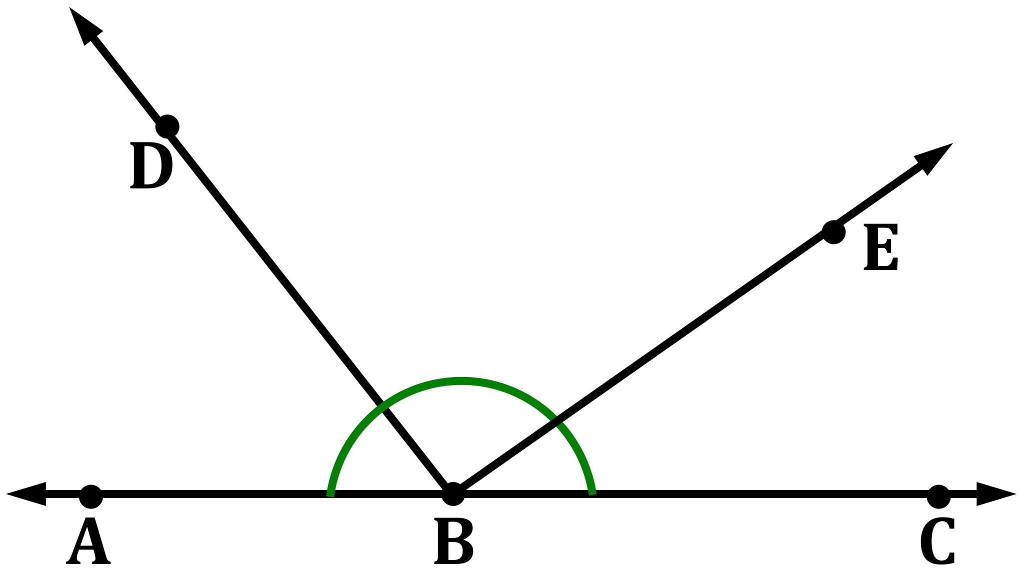


Soru : A , B , C noktaları doğrusal ise $m(\widehat{ABD}) = ?$



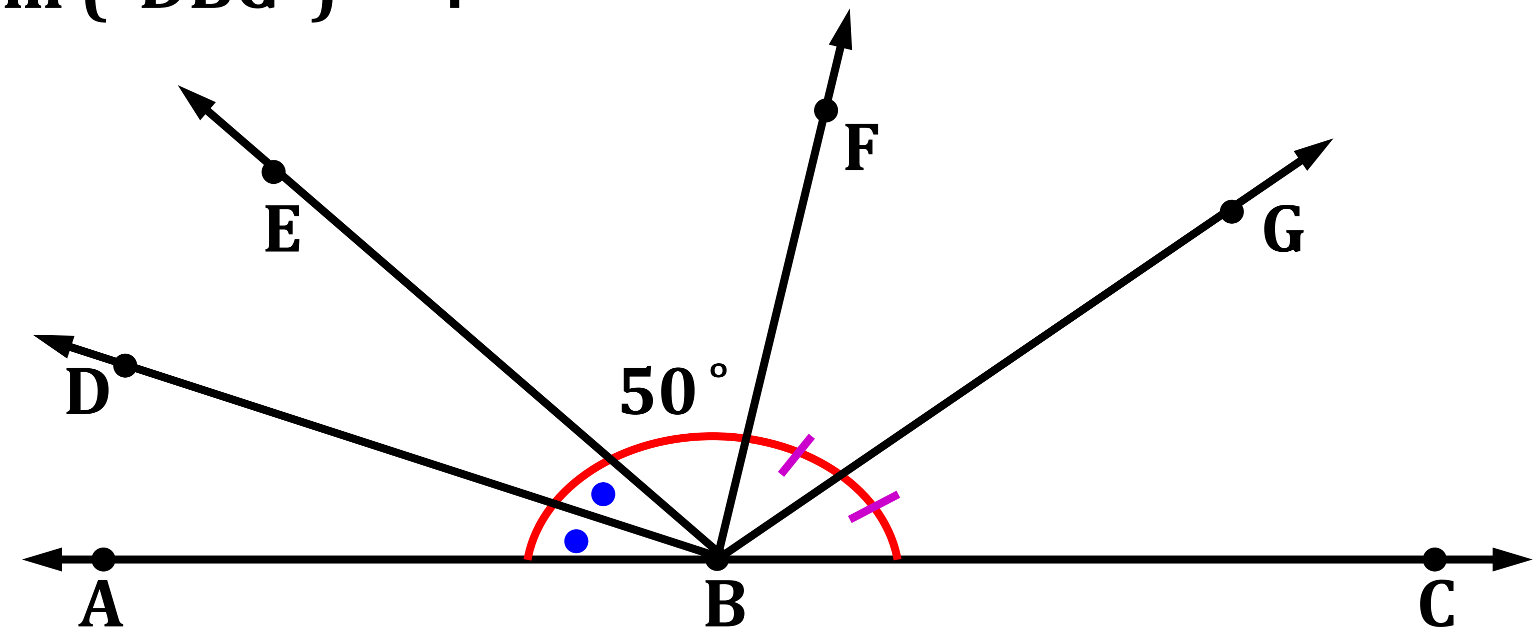
Soru : A , B , C noktaları doğrusal ve

4 . $m(\widehat{ABD}) = 3 . m(\widehat{DBE}) = 6 . m(\widehat{EBC})$ ise $m(\widehat{DBE}) = ?$



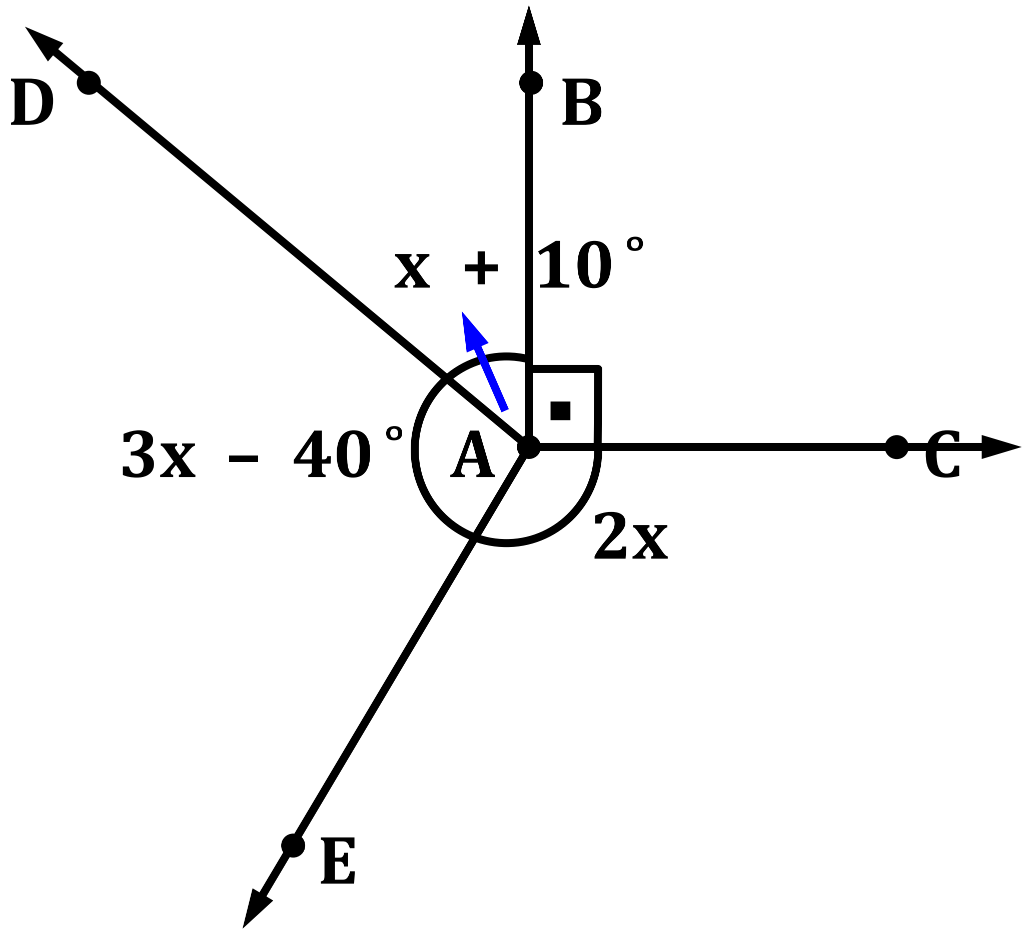
Soru : A , B , C noktaları <u>doğrusaldır</u>. [BD ve [BE açıortay ise

m ($\widehat{DBG}$) = ?



Soru : Verilenlere göre

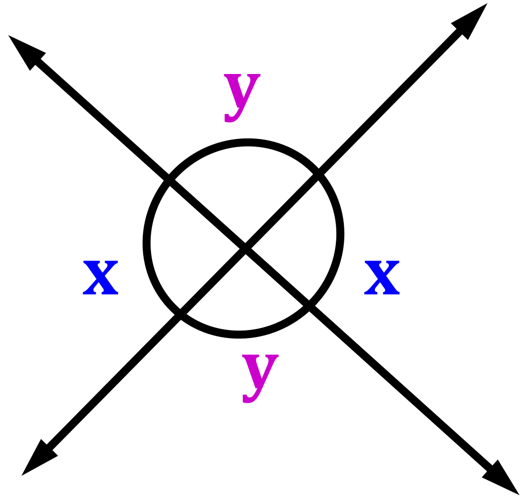
m ($\widehat{BAD}$) = ?



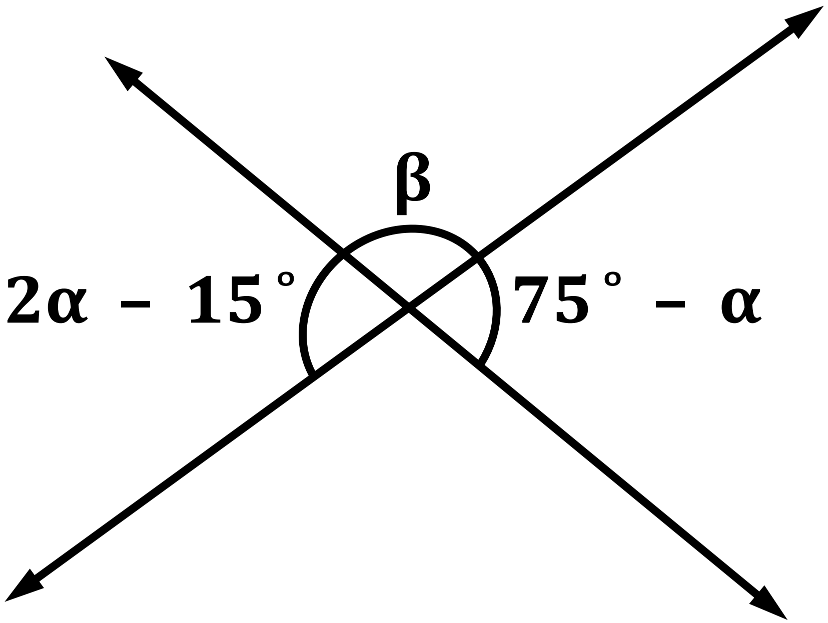
Ters Açı

Birbirini kesen iki doğrunun oluşturduğu açılardan komşu olmayan açılara " ters açı " adı verilir.

Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

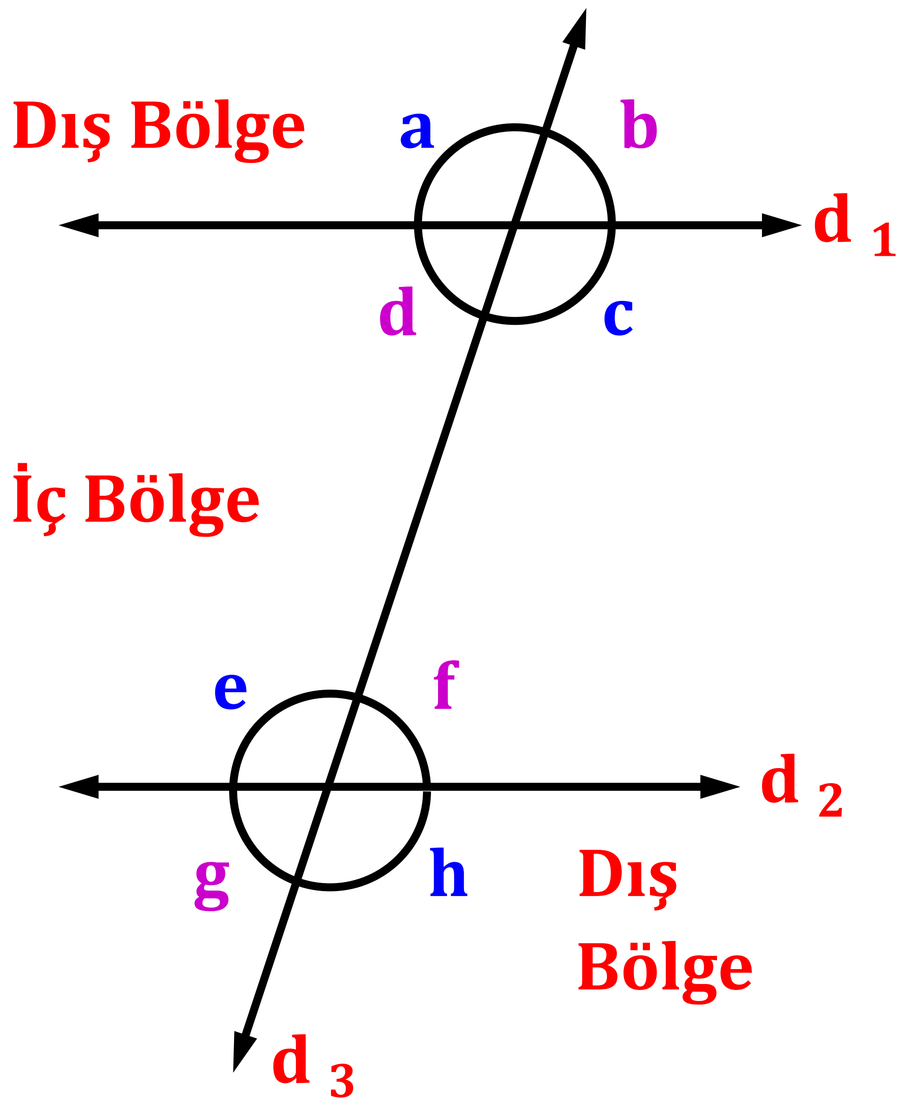


Soru : **Verilenlere göre β açısının ölçüsünü bulunuz.**



Paralel İki Doğrunun Bir Kesen ile Yaptığı Açılar

Şekilde d_1 // d_2 olmak üzere d_3 bunları kesen bir doğrudur.



Ters Açılar :

a = c , b = d , e = h , f = g

Yöndeş Açılar :

a = e , c = h , b = f , d = g

İç Ters Açılar :

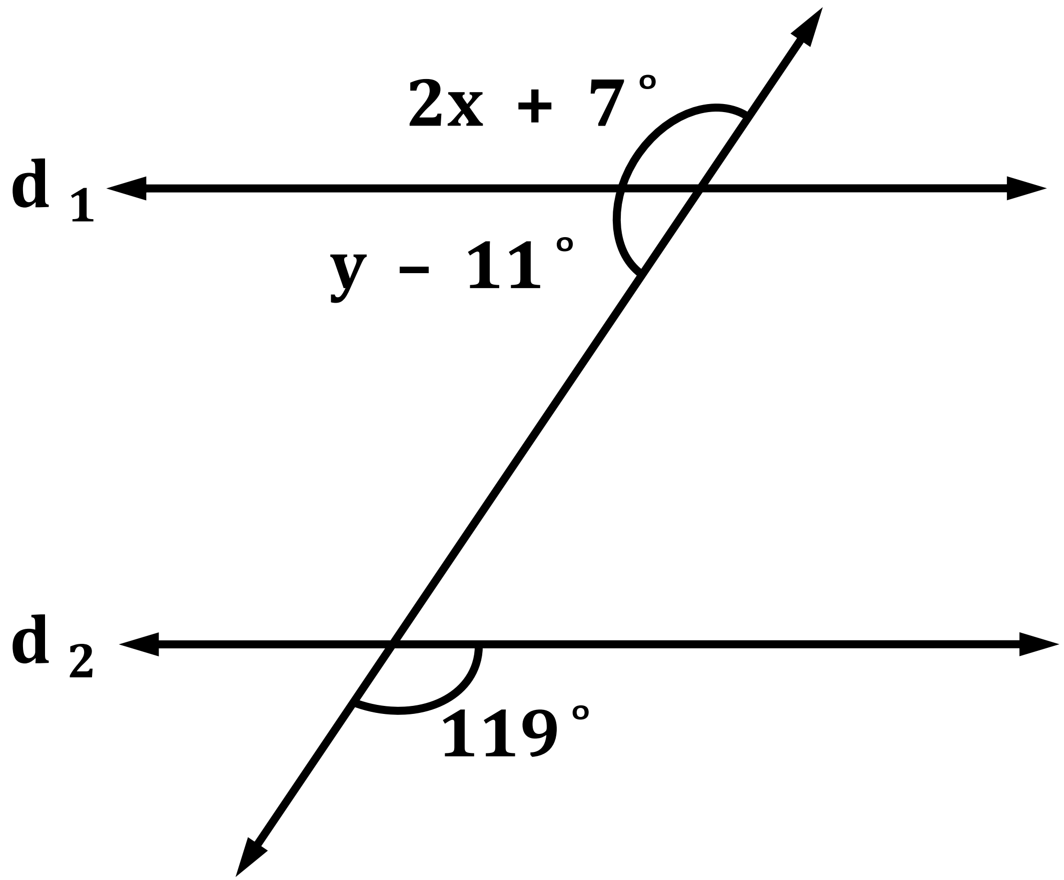
d = f , c = e

Dış Ters Açılar :

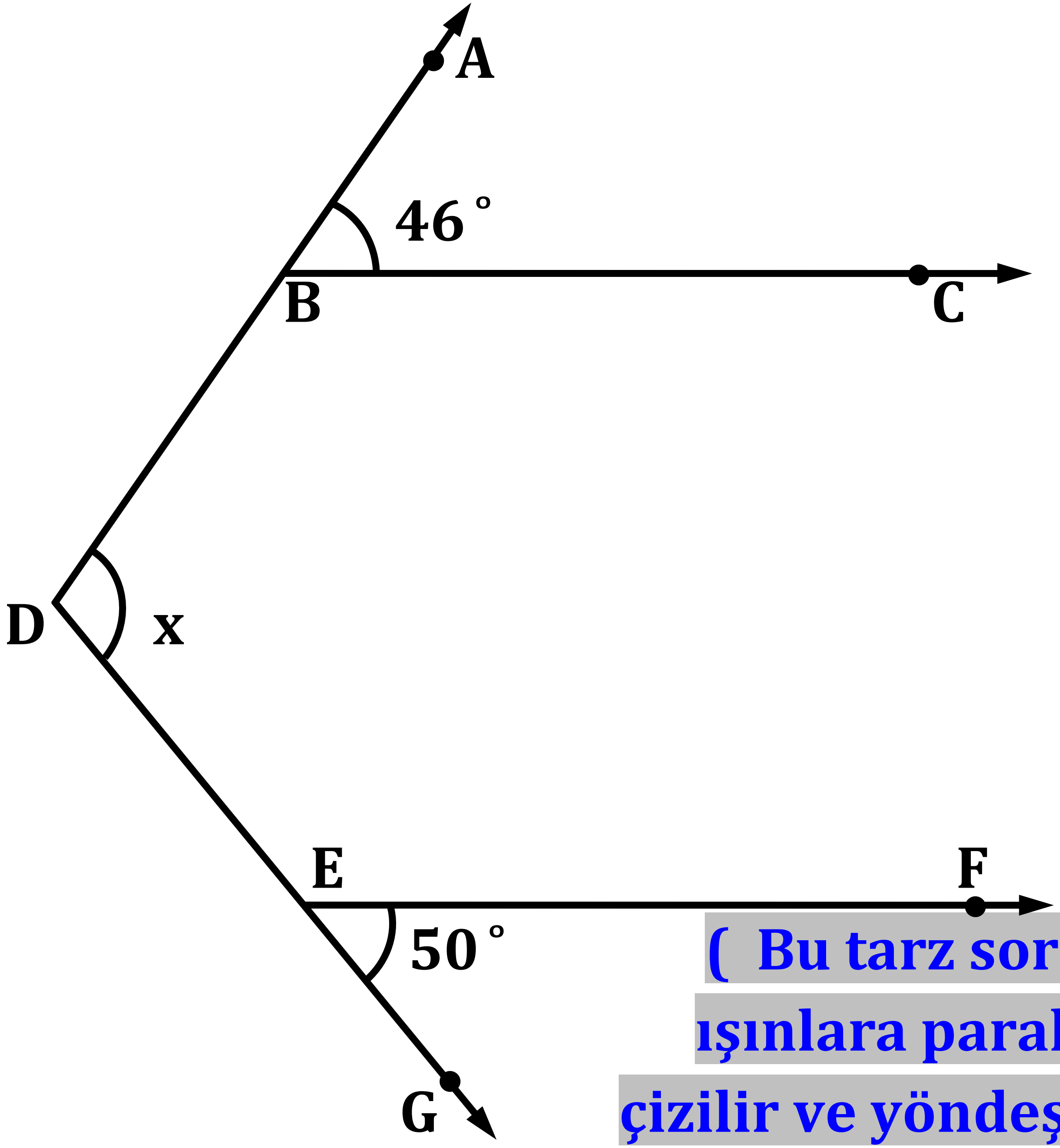
b = g , a = h

olarak belirlenir.

Soru : Şekilde $d_1 // d_2$ ise $x + y = ?$

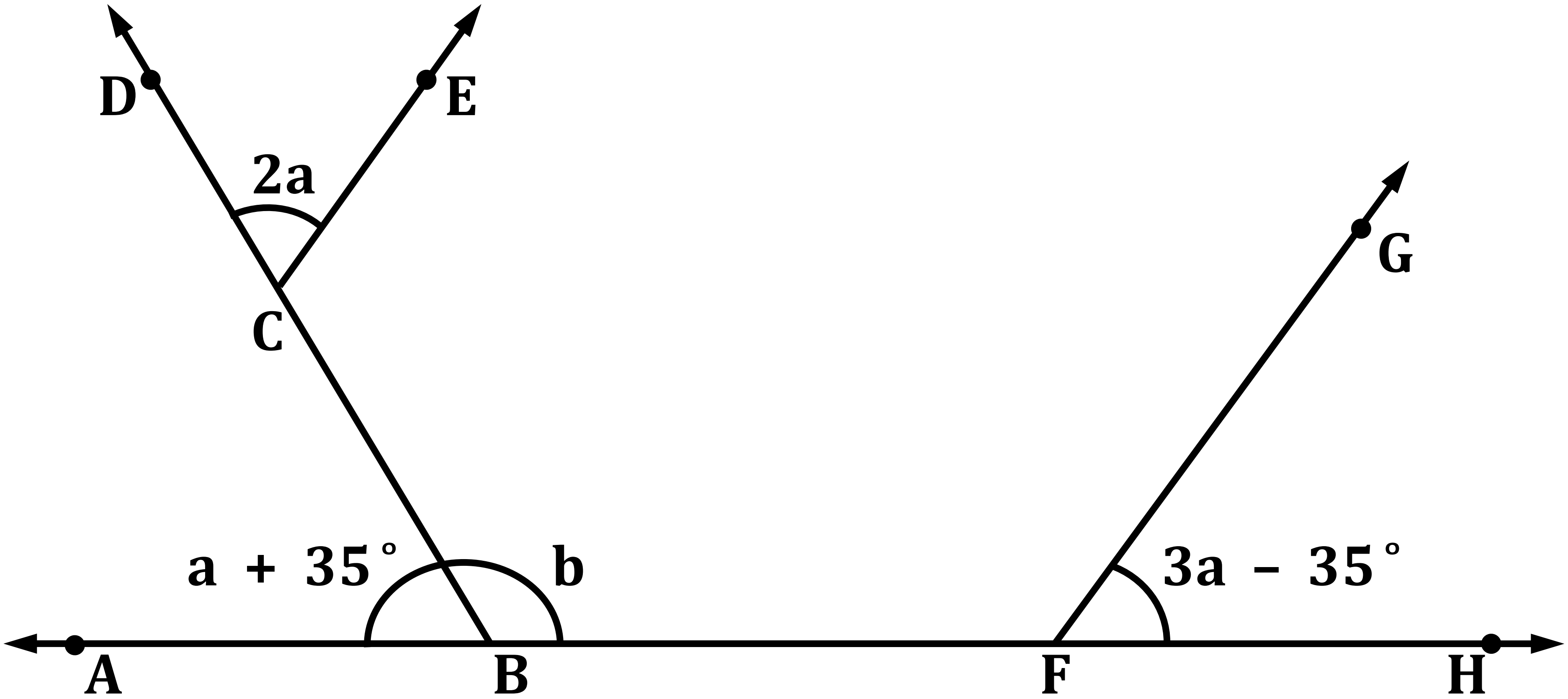


Soru : Şekilde [BC // [EF ise x = ?

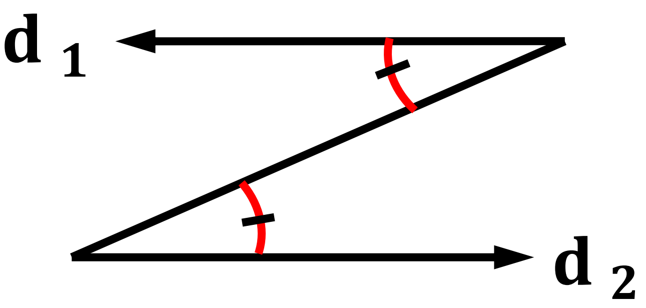


(Bu tarz sorularda uygun noktadan diğer ışınlara paralel olacak şekilde yeni bir ışın çizilir ve yöndeş açılardan iste nen bulunur.)

Soru : **Şekilde A , B , F , H <u>doğrusal</u> olup [CE // [FG ise b = ?**

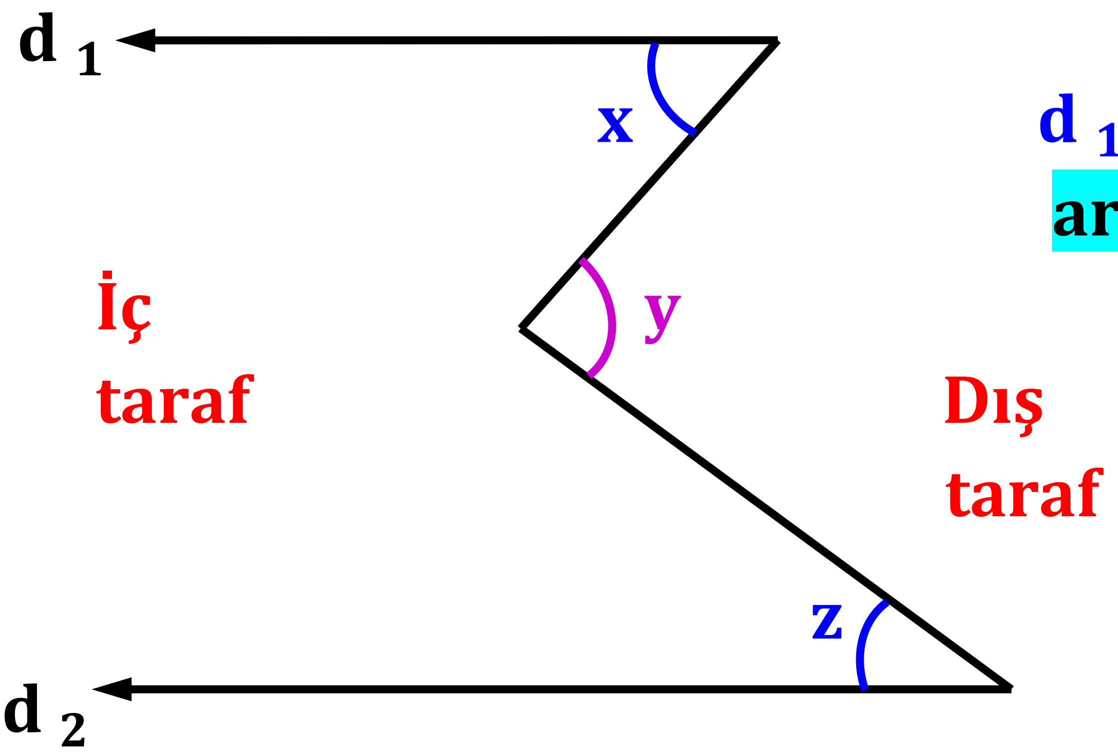


Kural 1: A) (Z Kuralı)



$d_1 \,//\, d_2$ olsun. **İki paralel kol arasında kalan zıt yönlü açılar birbirine eşittir.**

B) (Zikzak Kuralı)



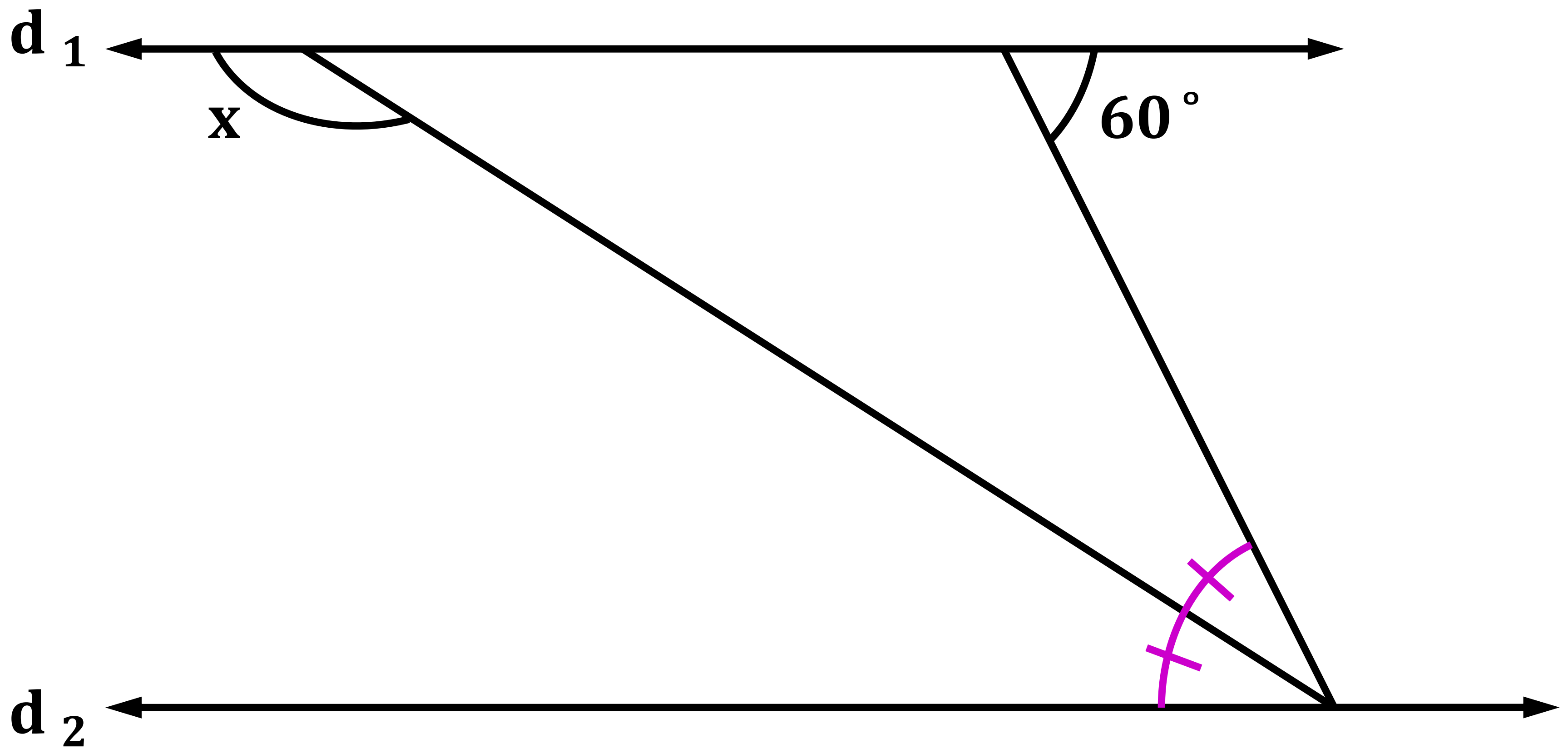
$d_1 \,//\, d_2$ olsun. **İki paralel kol arasında kalan içe bakan açılar toplamı dışa bakan açıların toplamına eşittir.**

$x + z = y$ olmalıdır.

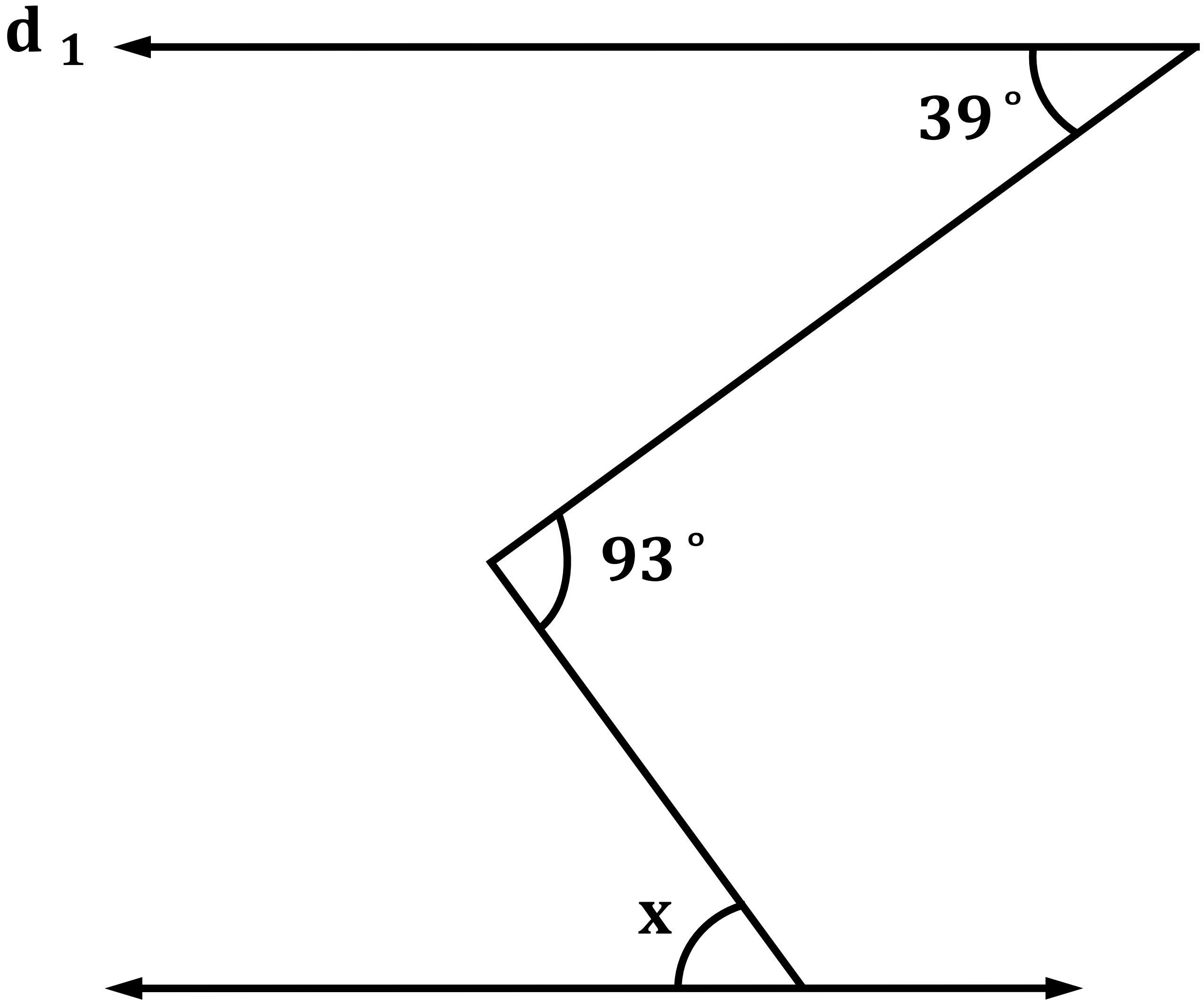
*** **Şekilde sırası ile bir iç, bir dış açı verilmelidir.**

2. yol: Orta kısımdan doğrulara paralel olacak şekilde yeni bir paralel doğru çizilir. Z kuralından çözüm bulunur.

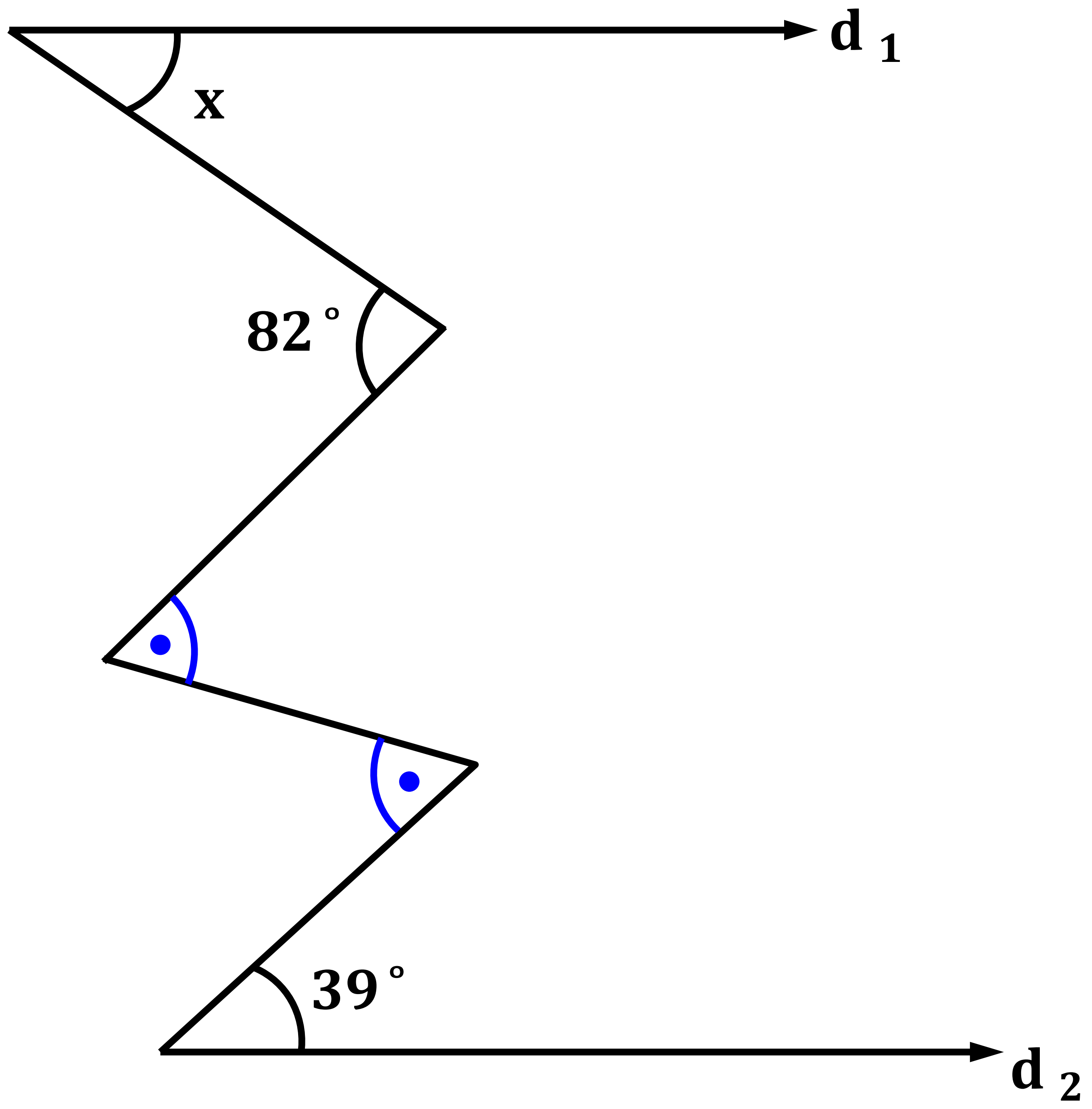
Soru : Şekilde $d_1 // d_2$ ise $x = ?$



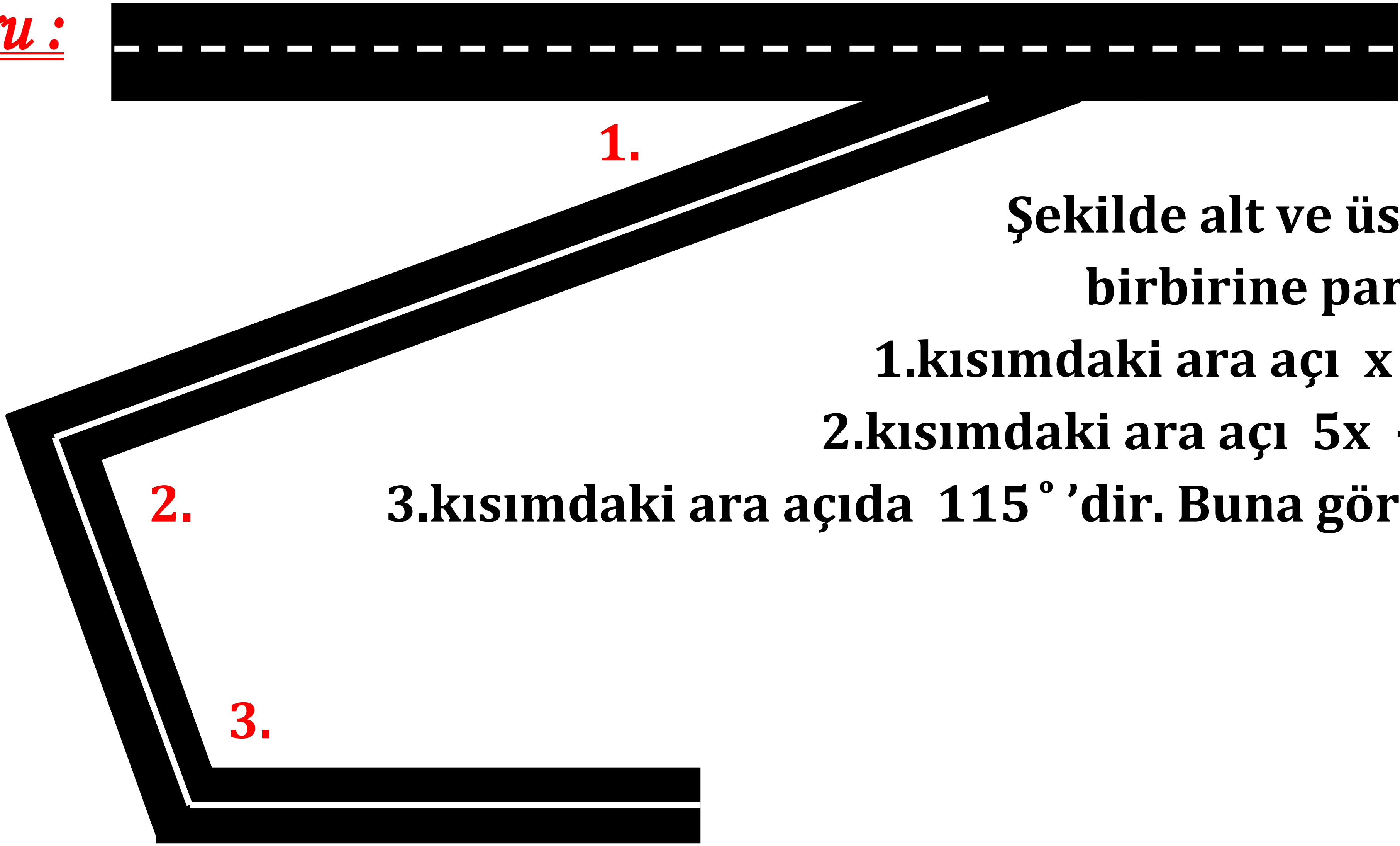
Soru : **Şekilde d_1 // d_2 ise x açısının <u>komşu bütünlerini</u> bulunuz.**



Soru : **Şekilde $d_1 // d_2$ ise $x = ?$**

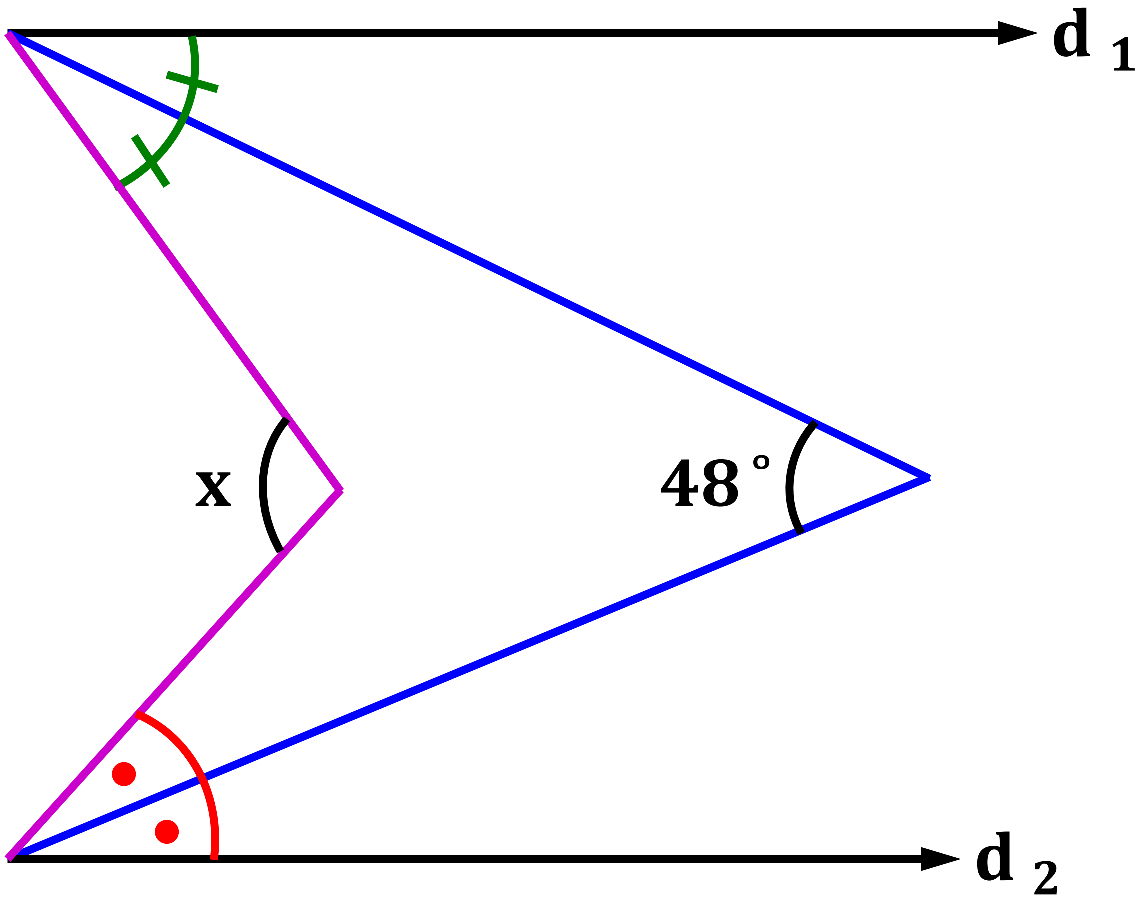


Soru :



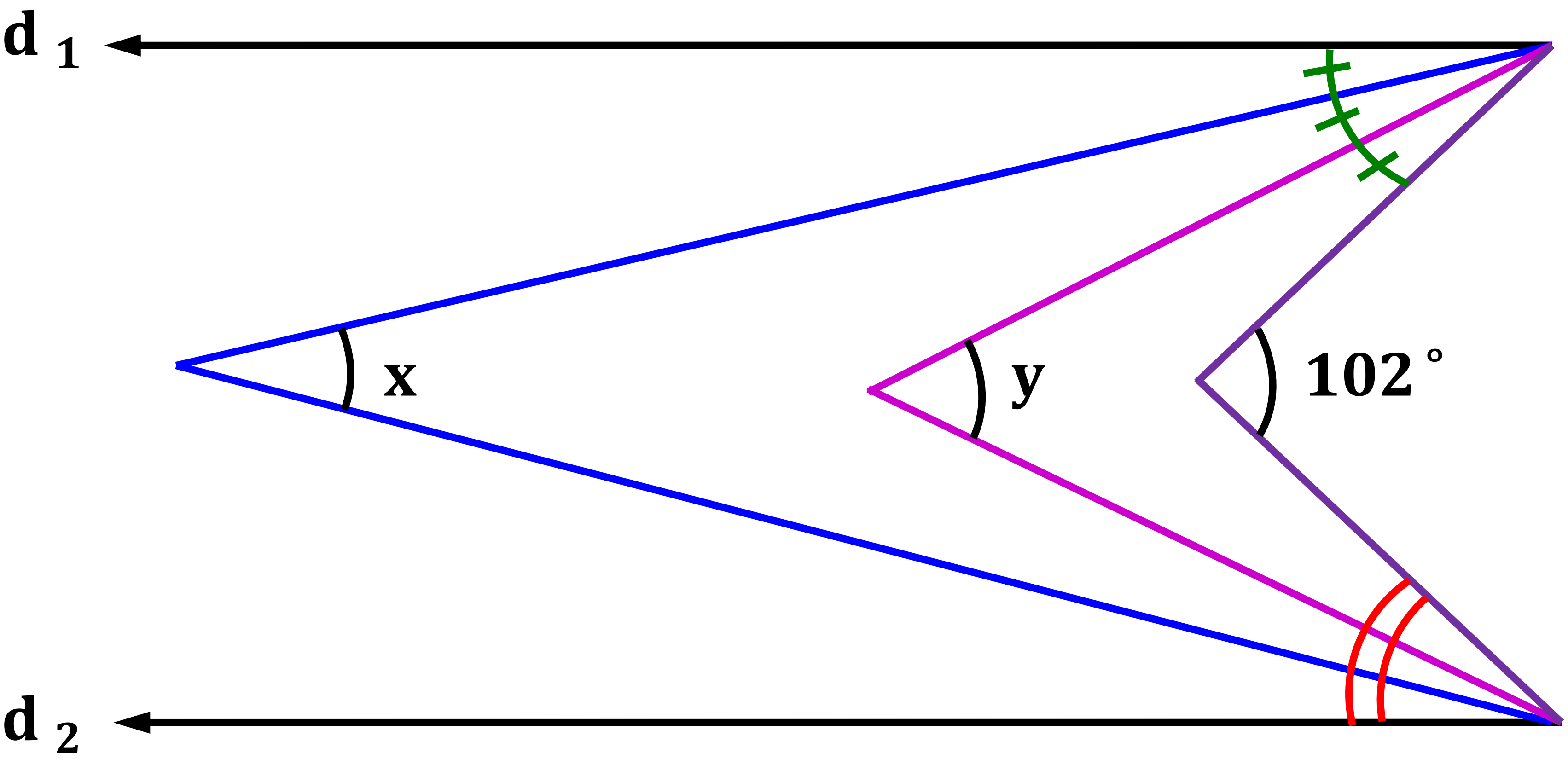
Şekilde alt ve üst yollar birbirine paraleldir.
1.kısımdaki ara açı $x + 25°$,
2.kısımdaki ara açı $5x + 2°$ ve
3.kısımdaki ara açıda $115°$'dir. Buna göre $x = ?$

Soru : Şekilde $d_1 // d_2$ ise $x = ?$

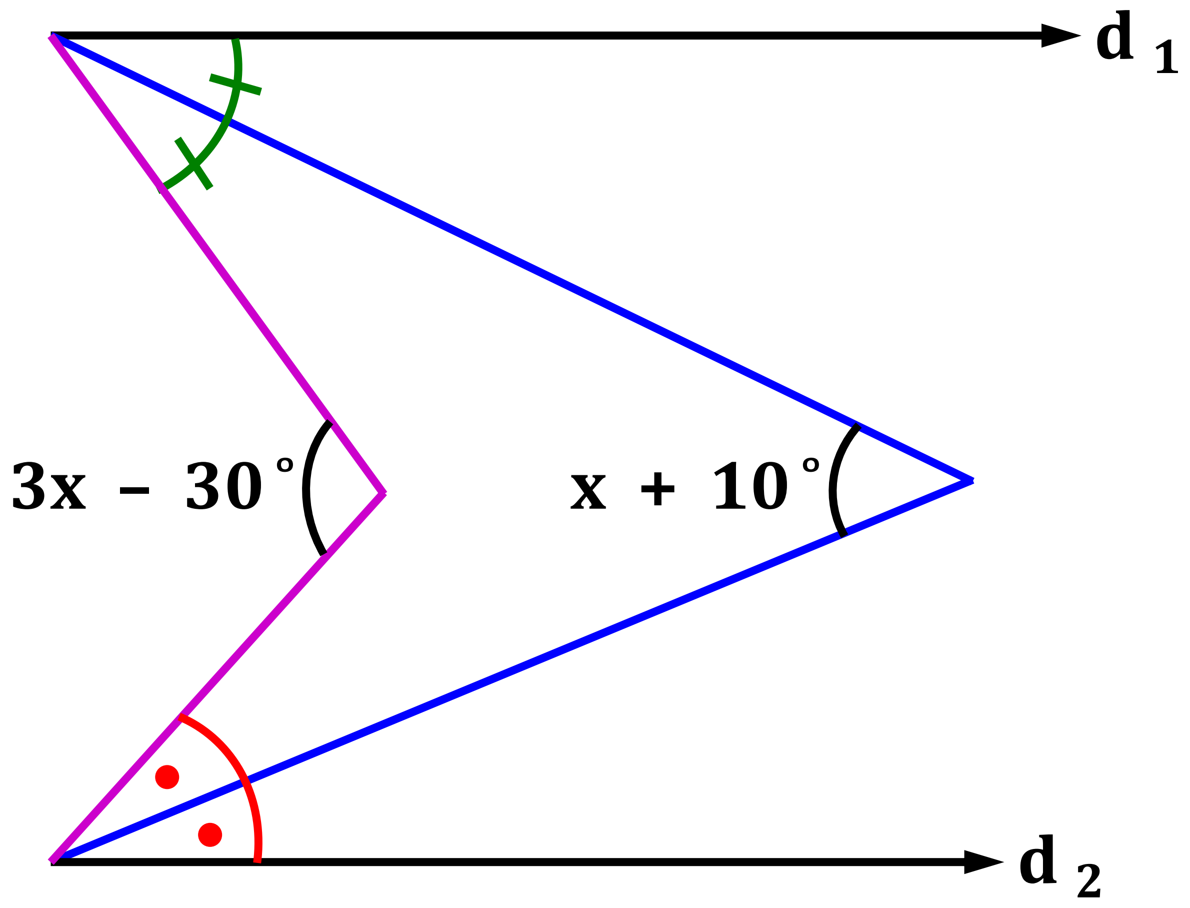


Not : **Zikzak kuralı iki defa uygulanır.**

Soru : Şekilde $d_1 // d_2$ ise $x = ?$, $y = ?$



Soru : Şekilde $d_1 // d_2$ ise $x = ?$



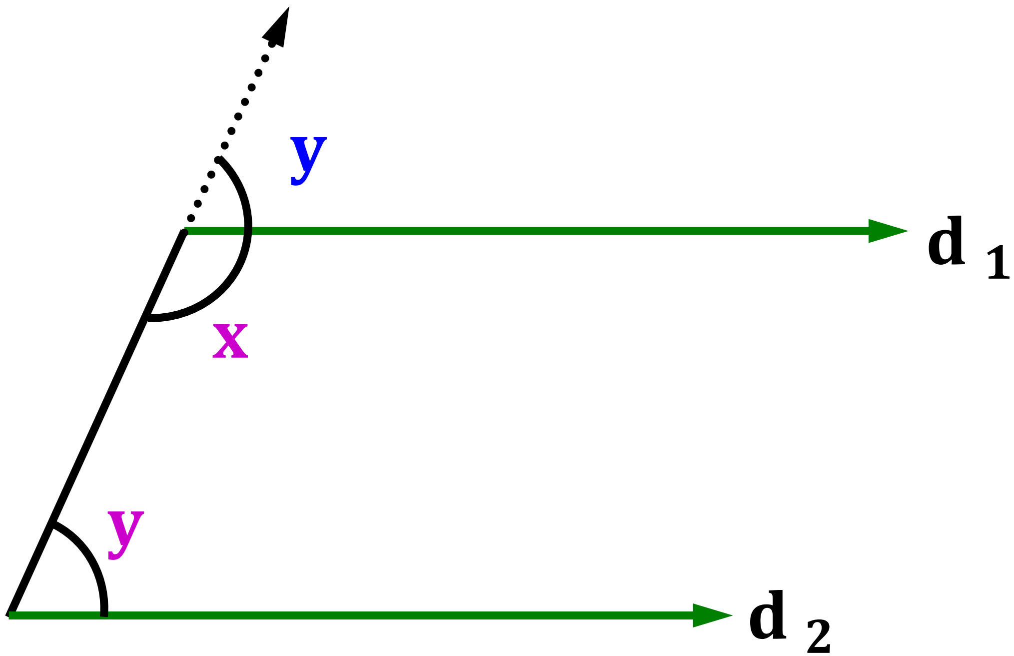
Kural 2: (U Kuralı)

Şekilde $d_1 \, // \, d_2$ olsun.

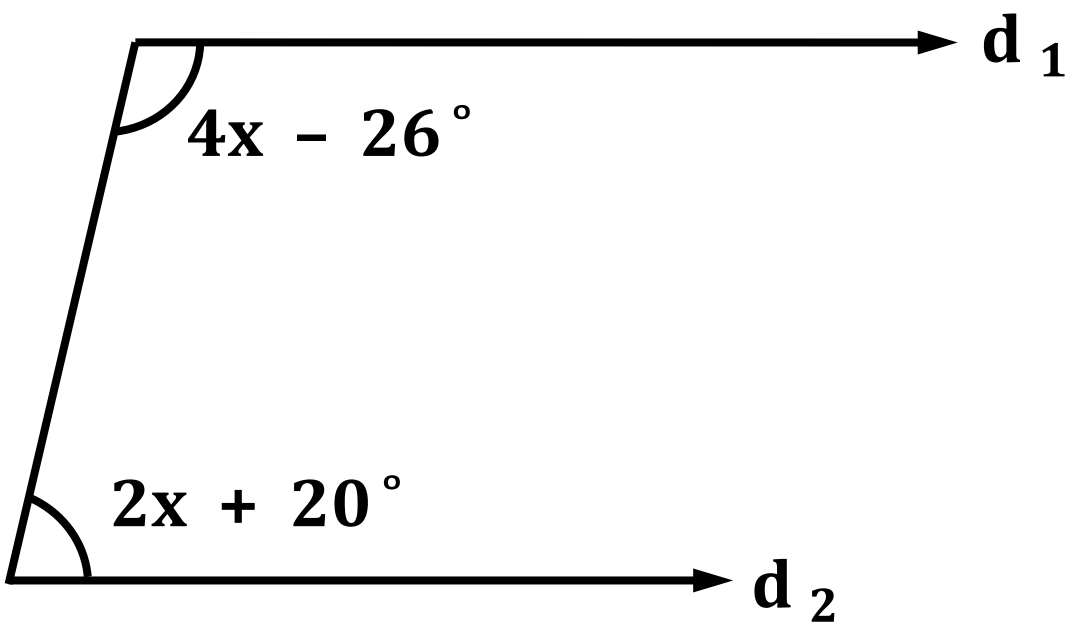
Paralel kollar arasında kalan karşılıklı iki açının toplamı 180° olur.

$$x + y = 180^\circ$$

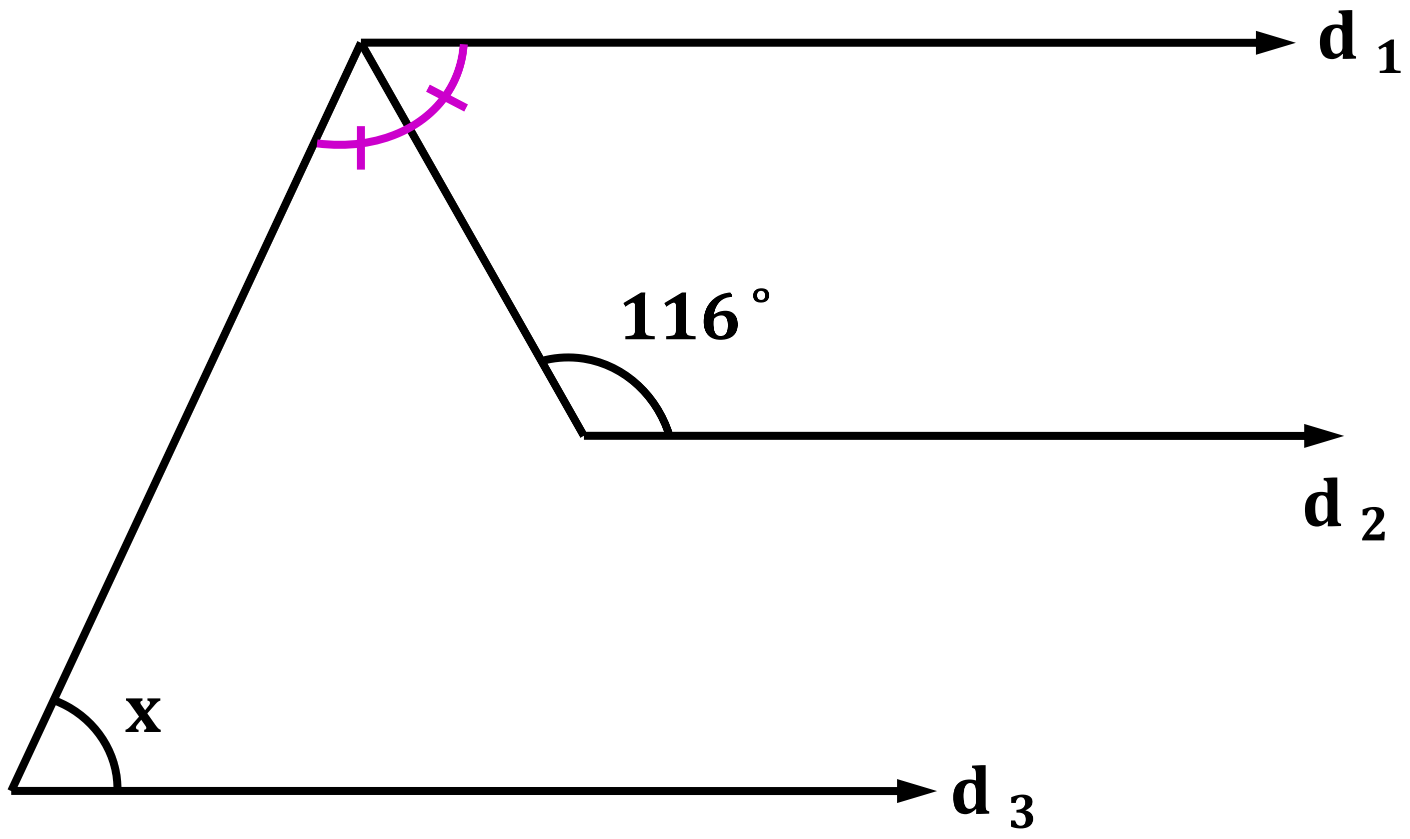
olarak alınır.



Soru : Şekilde $d_1 \, // \, d_2$ ise $x = ?$

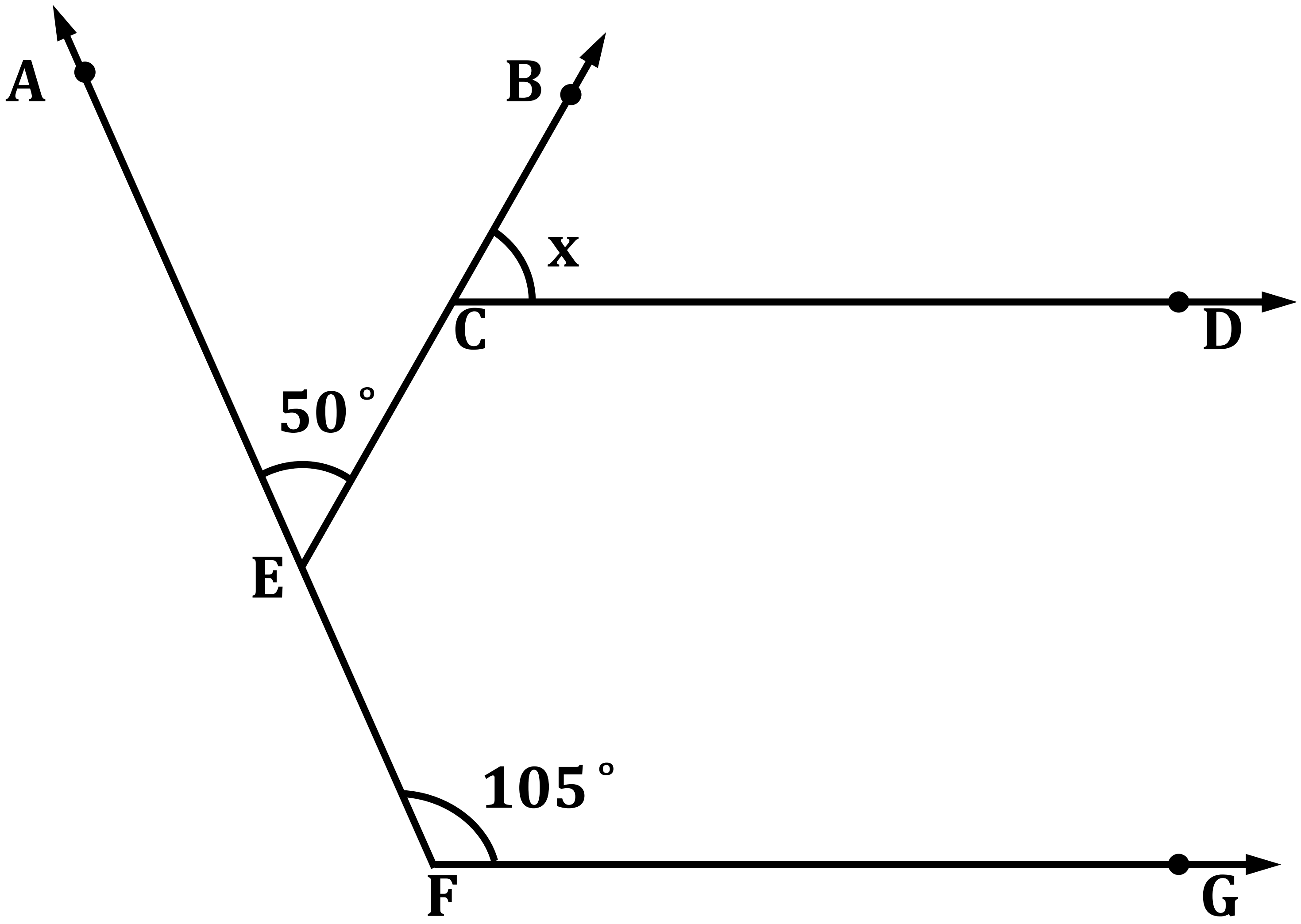


Soru : Şekilde $d_1 // d_2 // d_3$ ise $x = ?$

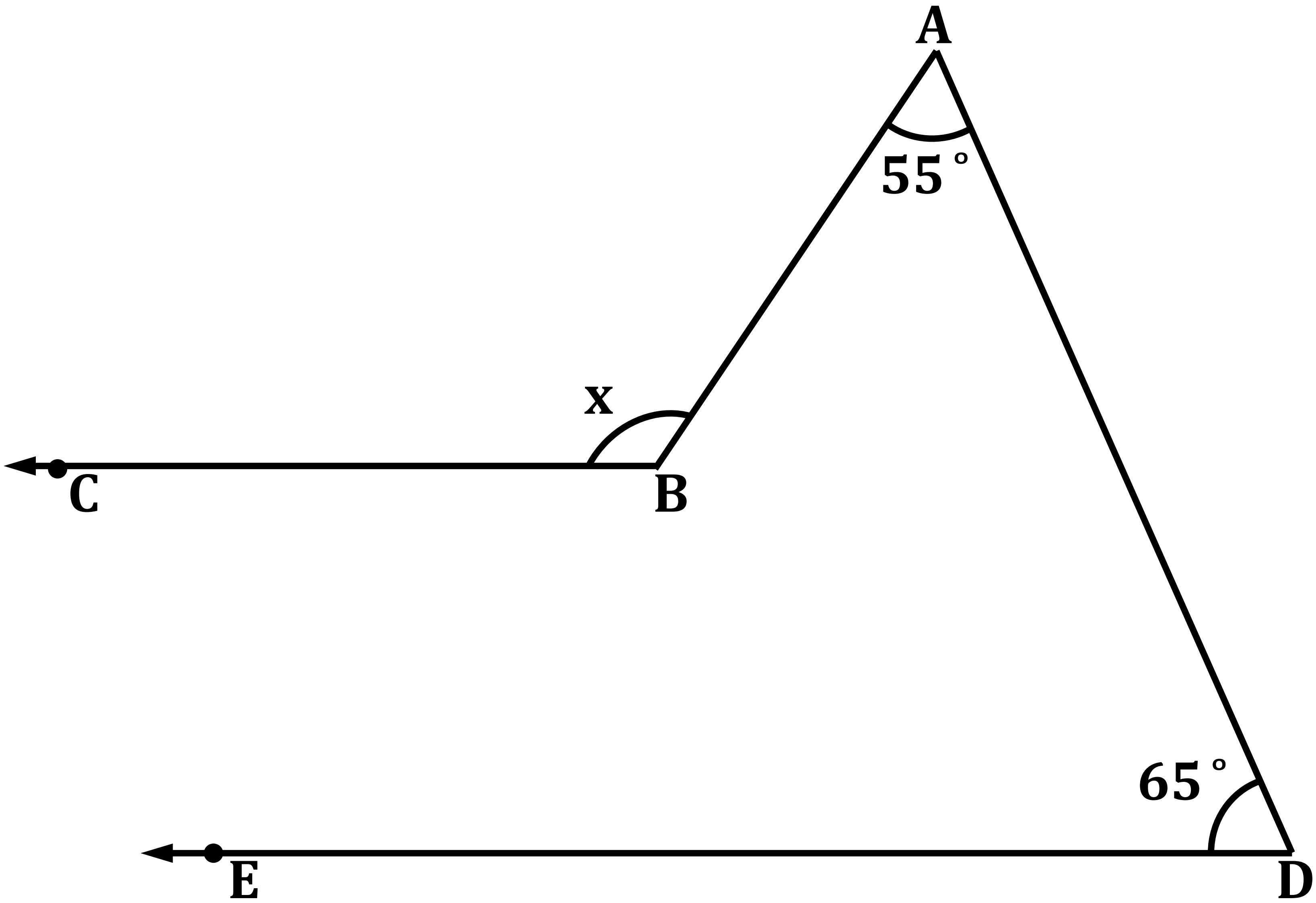


Not : **Bazı durumlarda verilen doğrulara uygun bir noktadan, bu doğrulara paralel olacak şekilde yeni bir paralel doğru çekilir.**

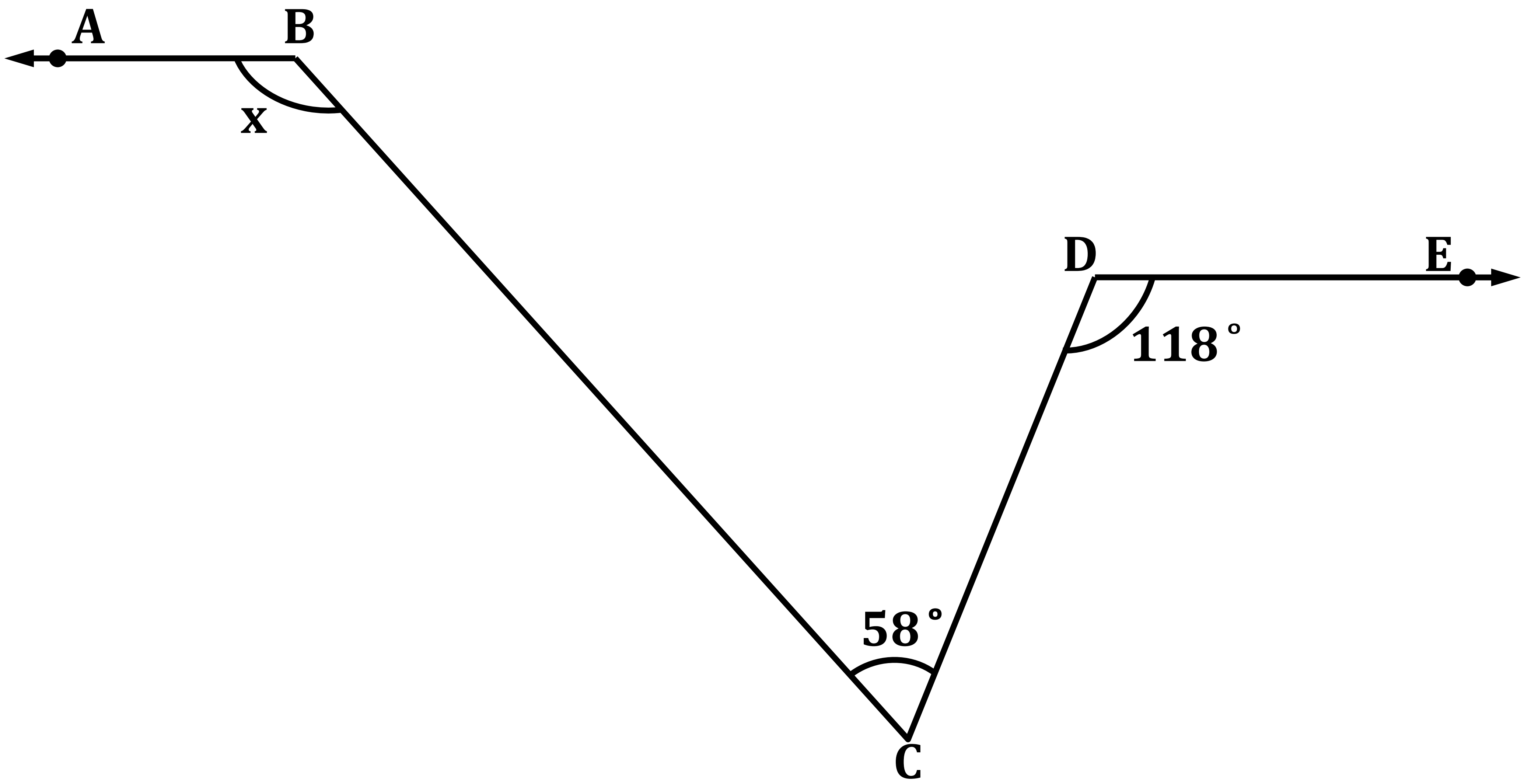
Soru : **Şekilde [CD // [FG ise x = ?**



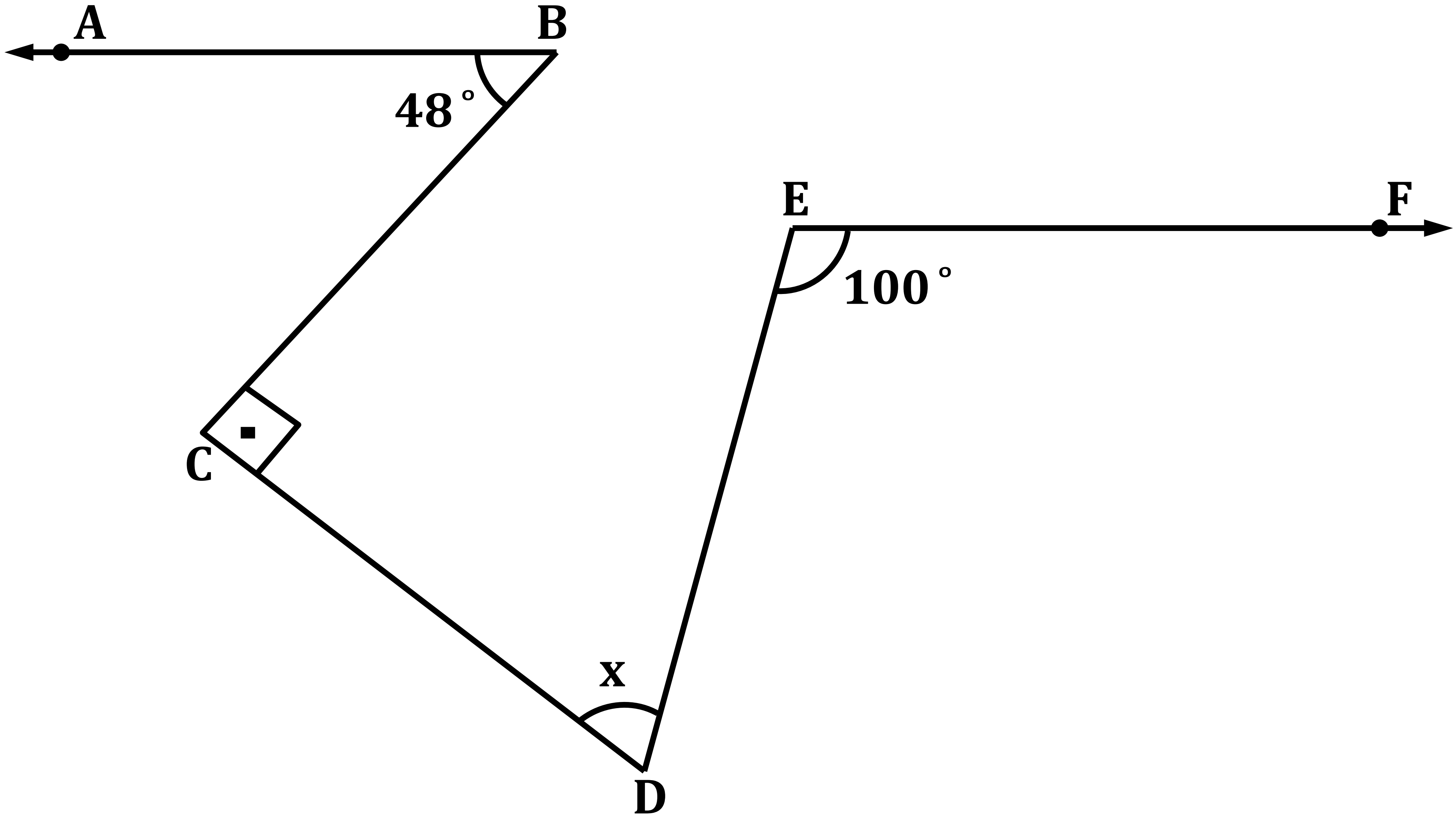
Soru : **Şekilde [BC // [DE ise x = ?**



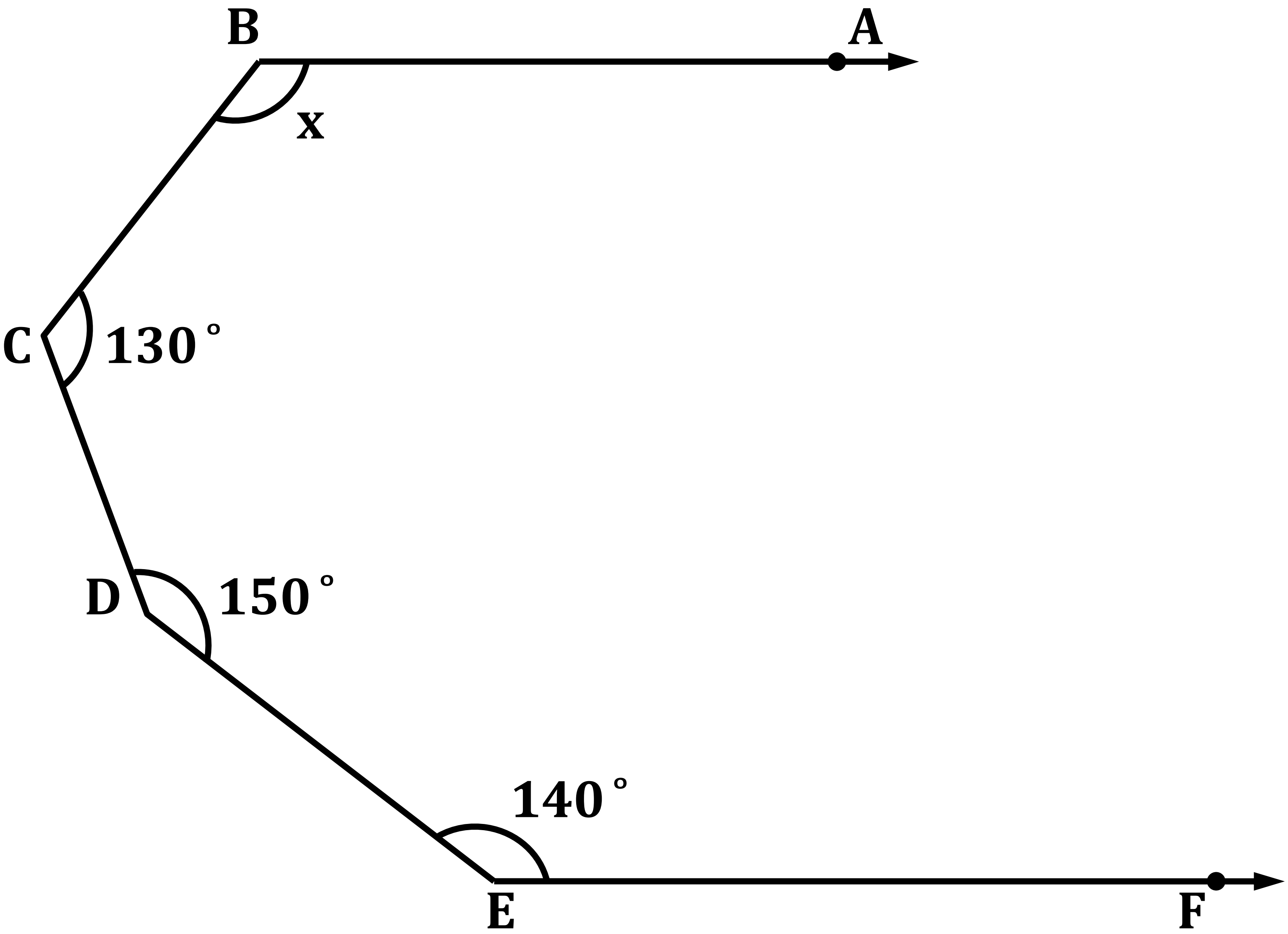
Soru : Şekilde [BA // [DE ise x = ?



Soru : Şekilde [BA // [EF ise x = ?

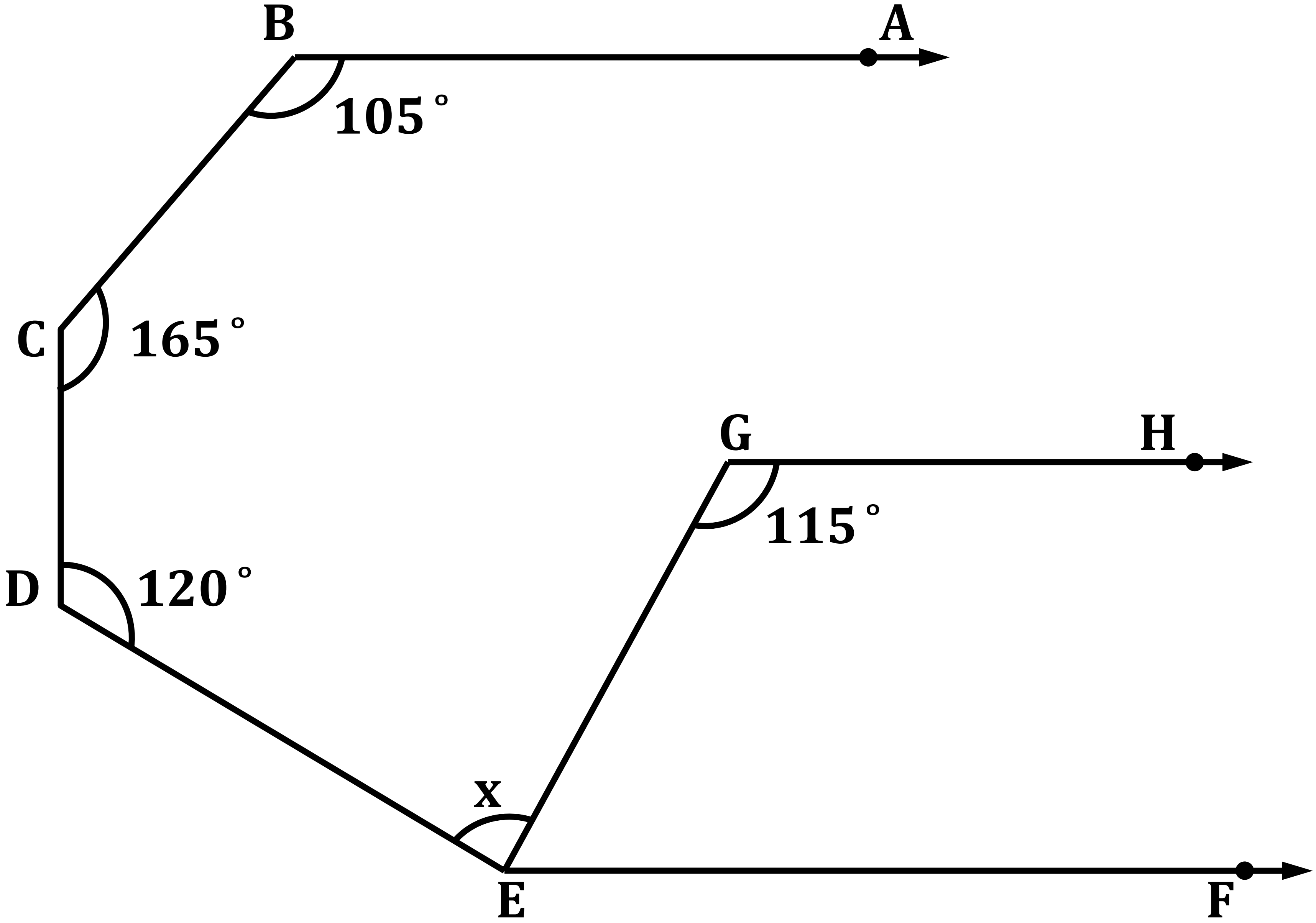


Soru : Şekilde [BA // [EF ise x = ?

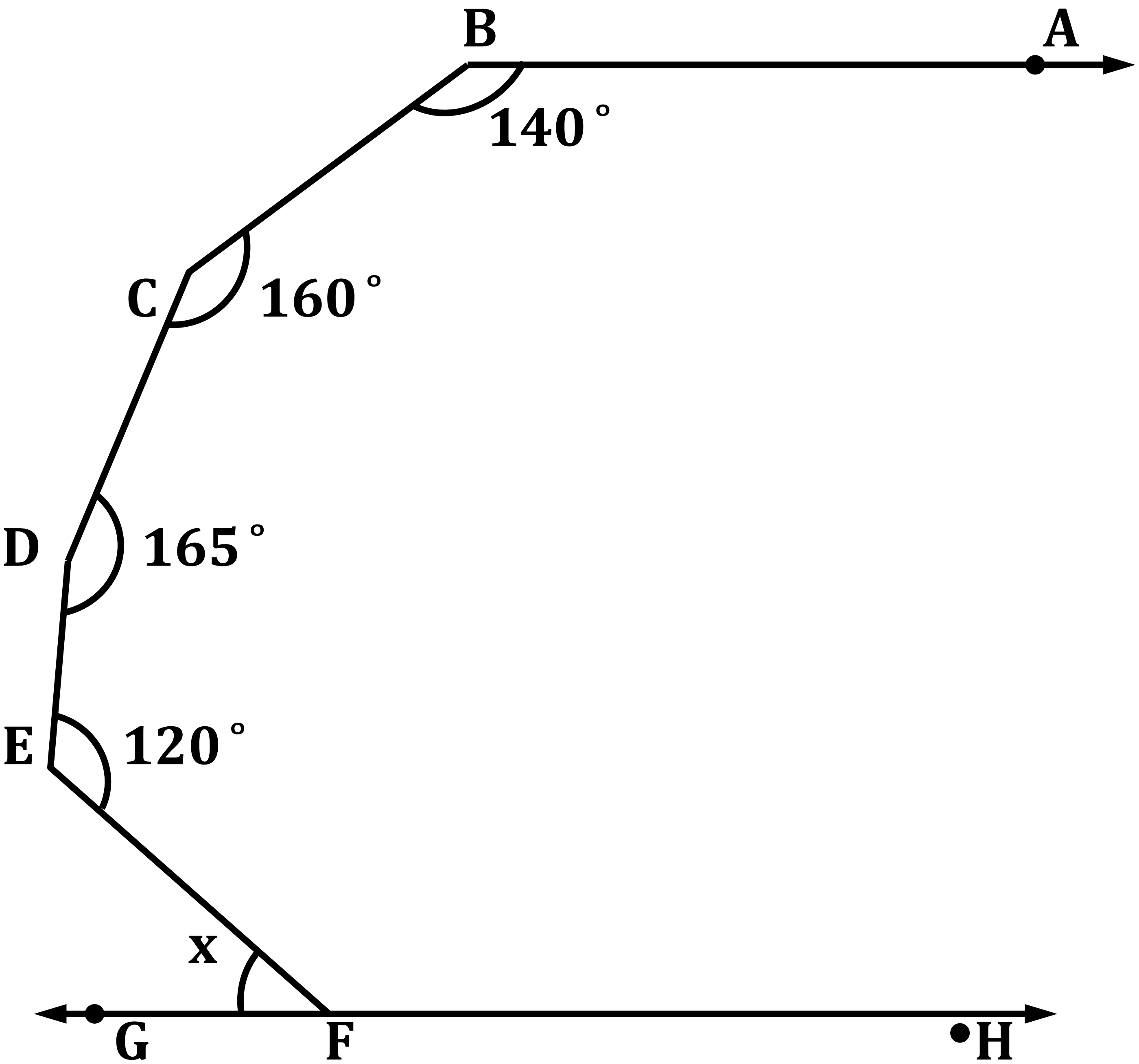


2. yol : Şekilde kaç tane u kuralı uygulanacağı bulunur.

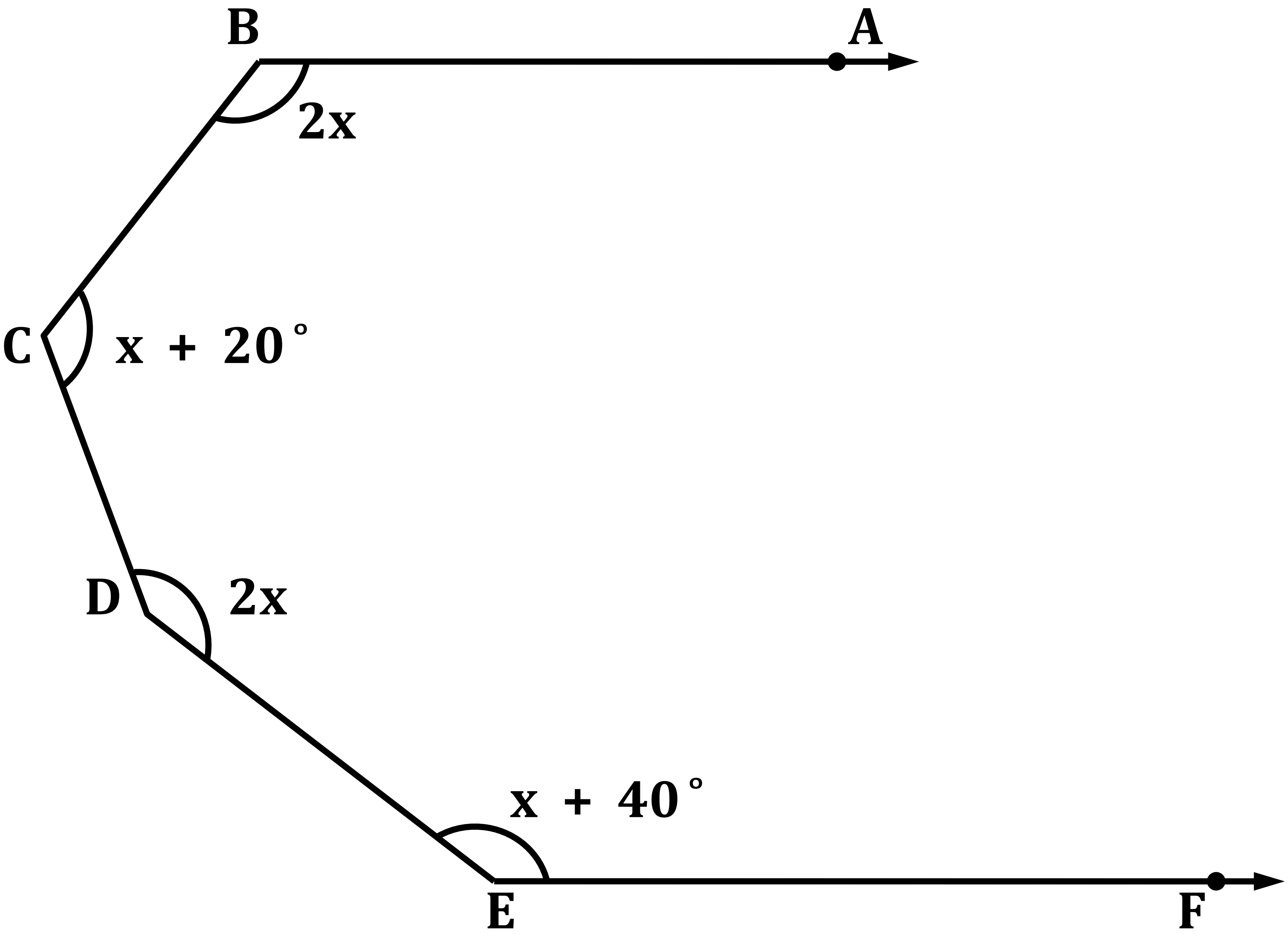
Soru : Şekilde [BA // [EF // [GH ise x = ?



Soru : Şekilde [BA // [FH ise x = ?



Soru : Şekilde [BA // [EF ise x = ?

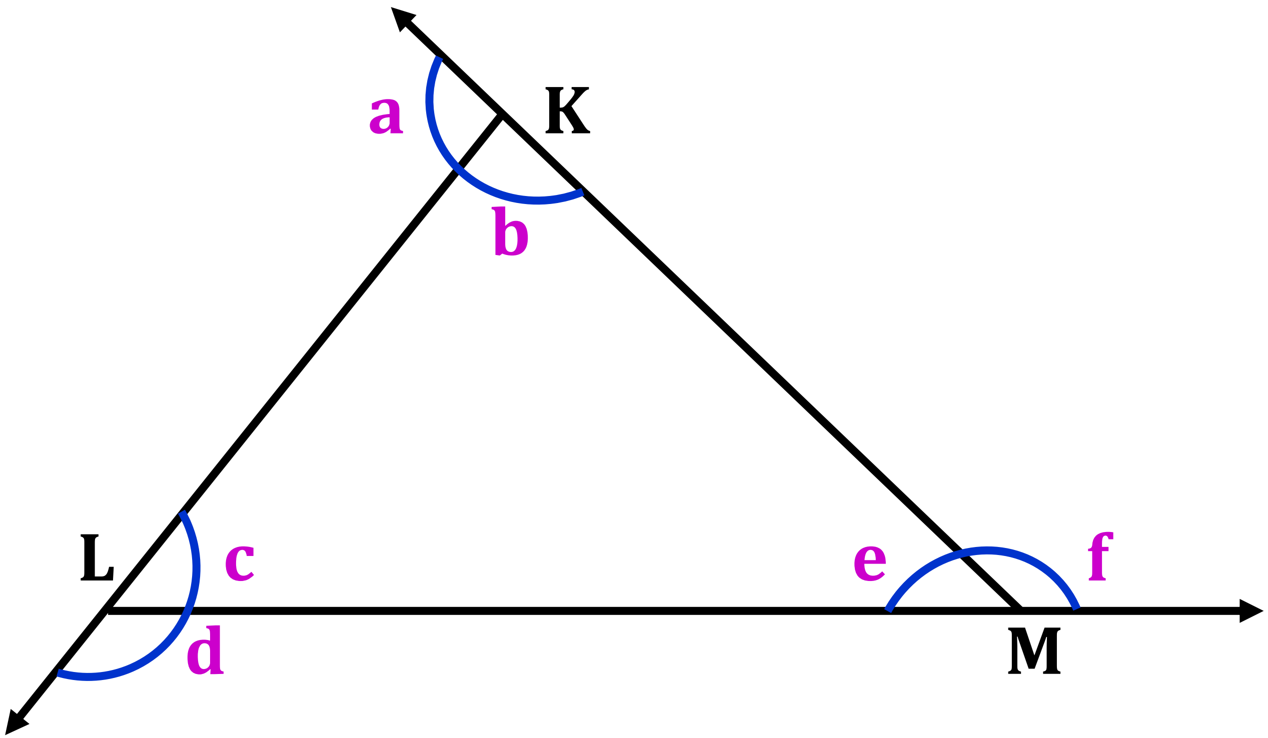


(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 4. 1. 1. Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar.

C) Üçgende sadece iç ve dış açı özelliklerinin kullanıldığı sorulara yer verilir. İkizkenar ve eşkenar üçgenin açı özellikleri üzerinde durulur.

ÜÇGENDE AÇI UYGULAMALARI



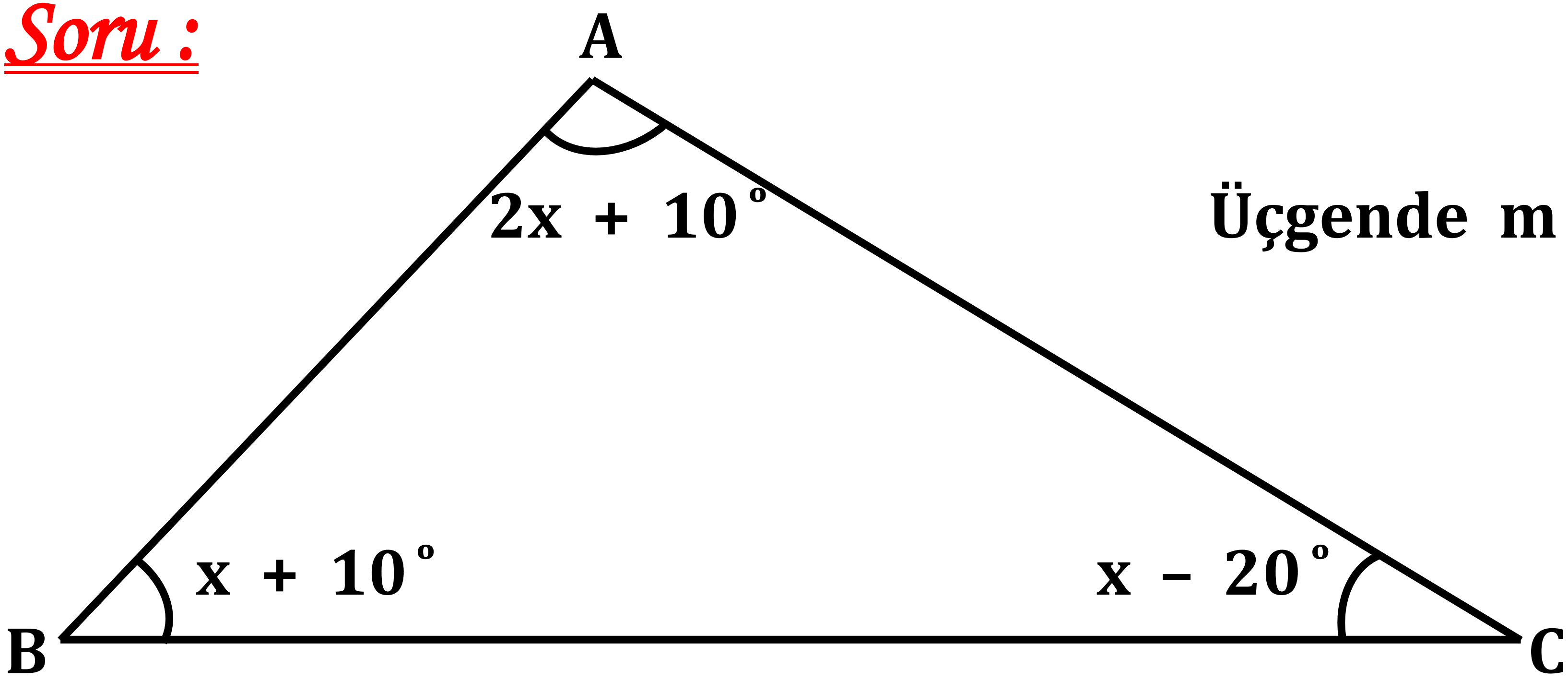
Kural 1: **Bir üçgende ;**

A) $b + c + e = 180^{\circ}$ **'dir. Yani iç açılar toplamı 180° 'dir.**

B) $a + d + f = 360^{\circ}$ **'dir. Yani dış açılar toplamı 360° 'dir.**

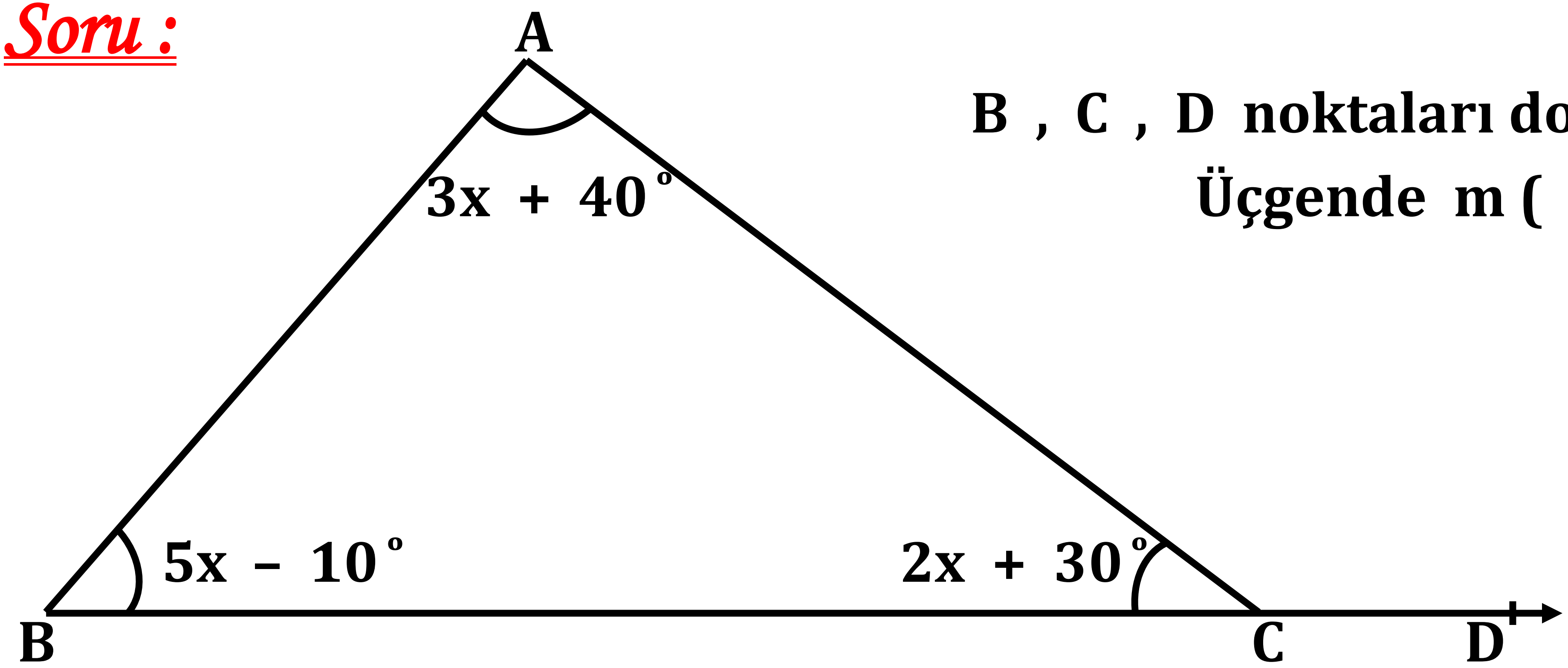
Not : $a + b = c + d = e + f = 180^{\circ}$ **'dir. Doğrusal açı 180° idi.**

Soru :



Üçgende $m(\widehat{BAC}) = ?$

Soru :

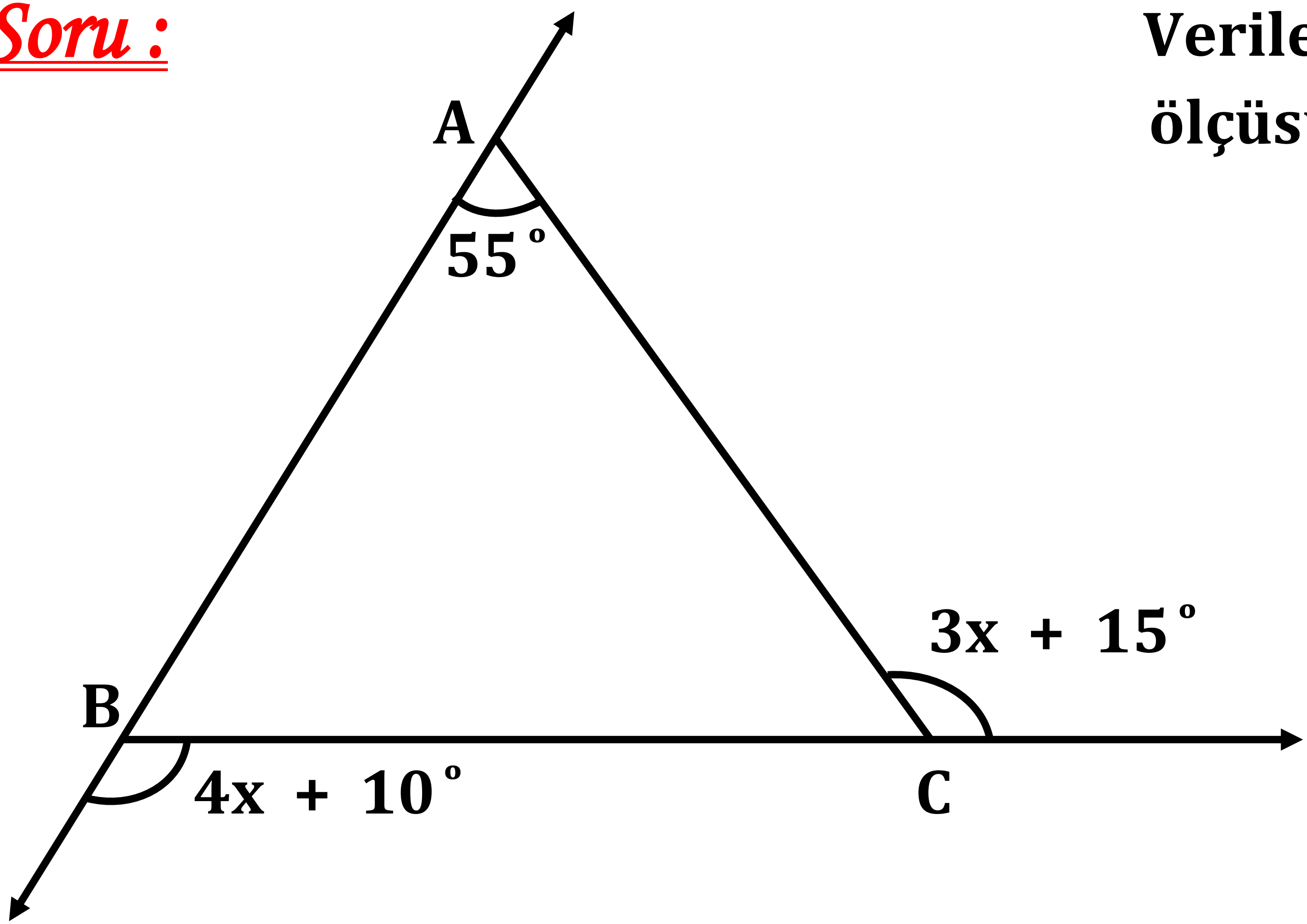


B , C , D noktaları doğrusaldır.

Üçgende $m(\widehat{ACD}) = ?$

Soru :

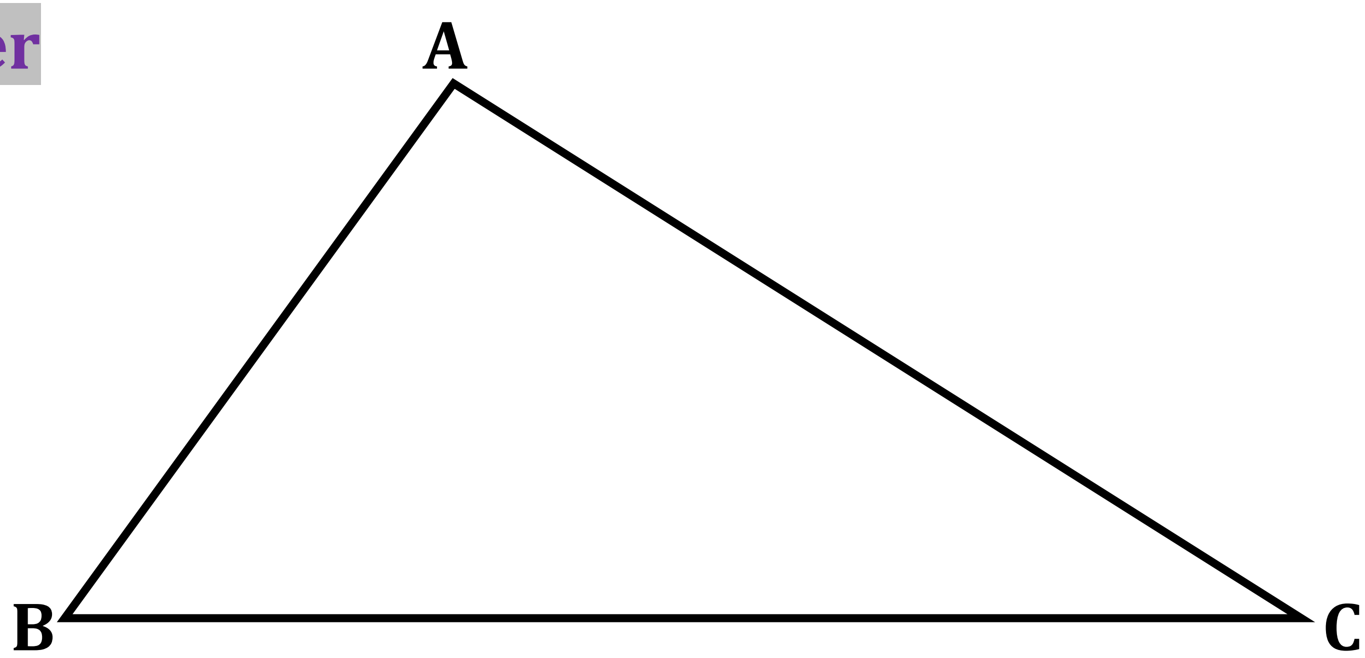
Verilenlere göre x ’in ölçüsü kaç derecedir ?



Soru : **Bir ABC üçgeninde dış açılar sırası ile 4 , 5 ve 6 ile orantılı ise en küçük iç açının ölçüsü kaç derece olur ?** **(Doğru orantı konusunda benzer soru işlenmişti.)**

Soru : **ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) = 2 . m(\widehat{B}) = 6 . m(\widehat{C})$ ise $m(\widehat{A}) = ?$**

(Eşitliği sağlayacak şekilde açılara orantılı değerler verilir.)



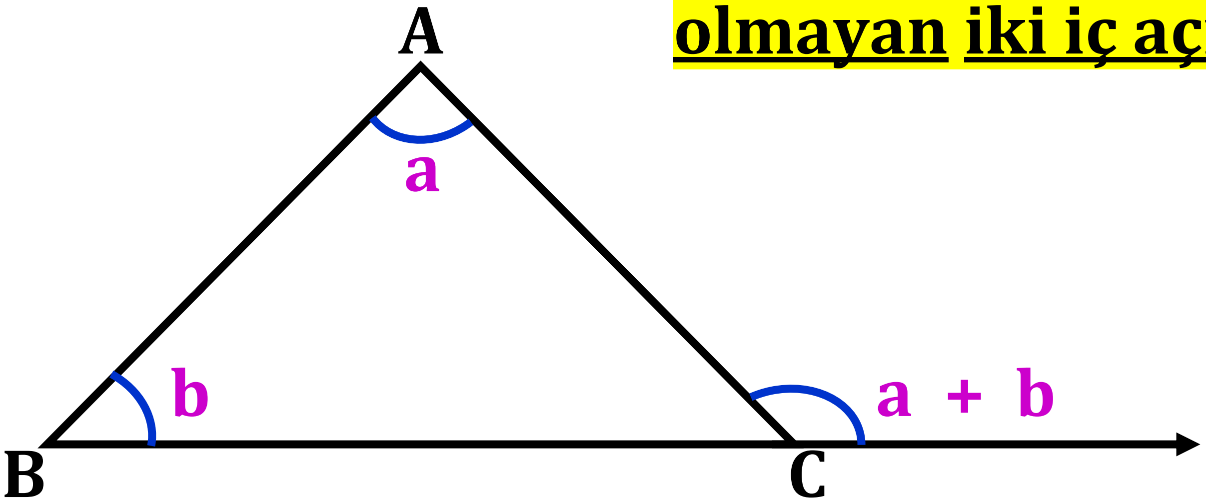
Soru : **Bir ABC üçgeninde $2 \cdot m(\widehat{A}) < m(\widehat{B}) + m(\widehat{C})$ ise $m(\widehat{A})$'nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaç derecedir ?**

($m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^{\circ}$ eşitliğinden yararlanılır.)

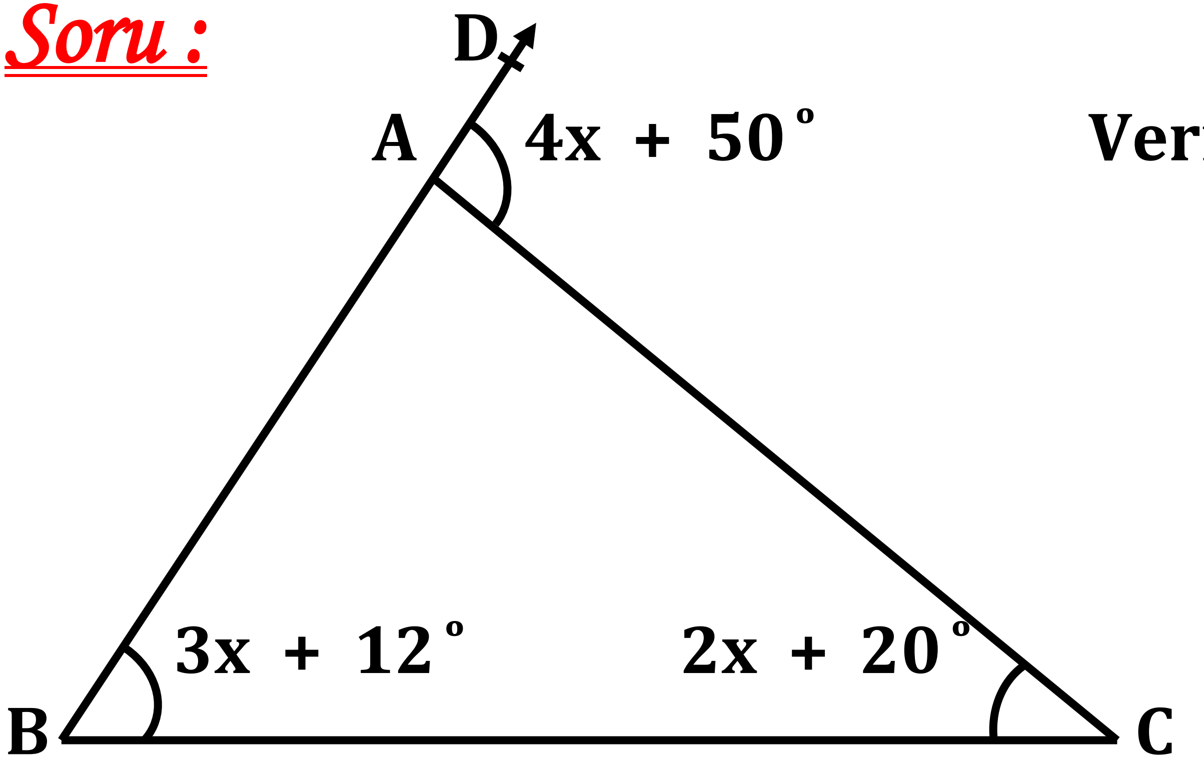
$$2 \cdot m(\widehat{A}) < m(\widehat{B}) + m(\widehat{C})$$

Kural 2:

Üçgende; <u>bir dış açının ölçüsü</u>, kendisine <u>komşu olmayan</u> <u>iki iç açının ölçüleri toplamına</u> eşittir.

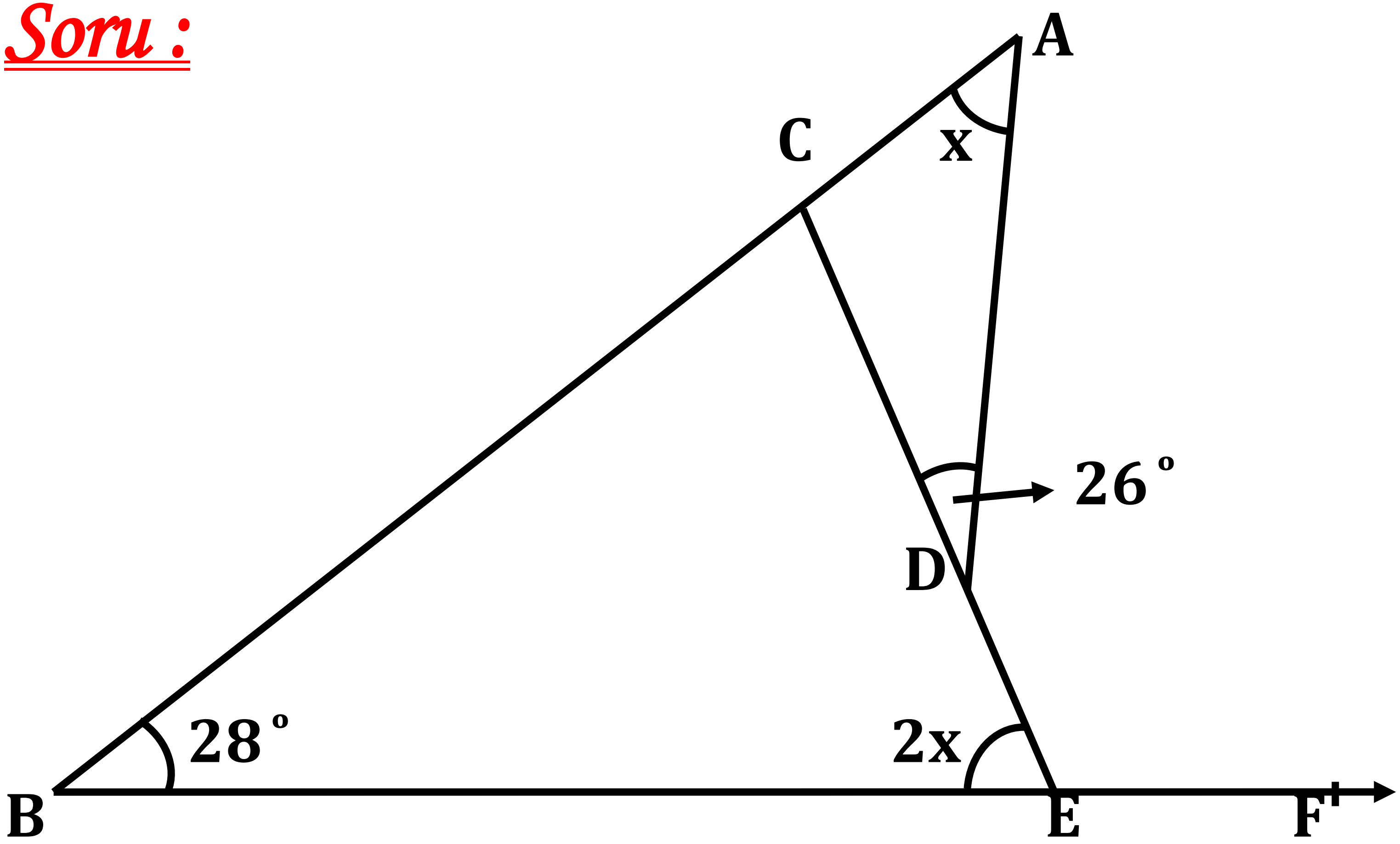


Soru :



Verilenlere göre $m(\widehat{CAD}) = ?$

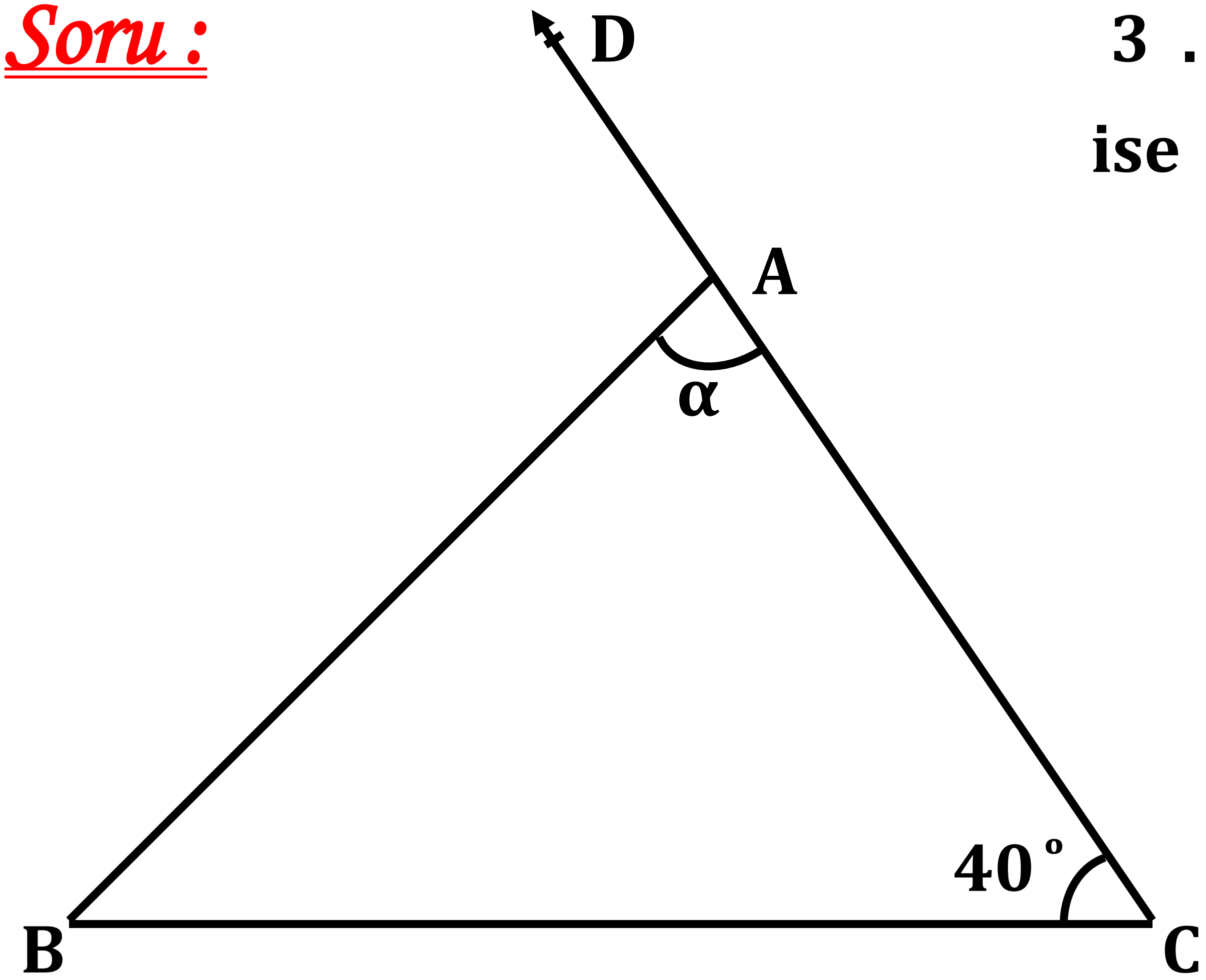
Soru :



Verilenlere göre

m ($\widehat{DEF}$) = ?

Soru :

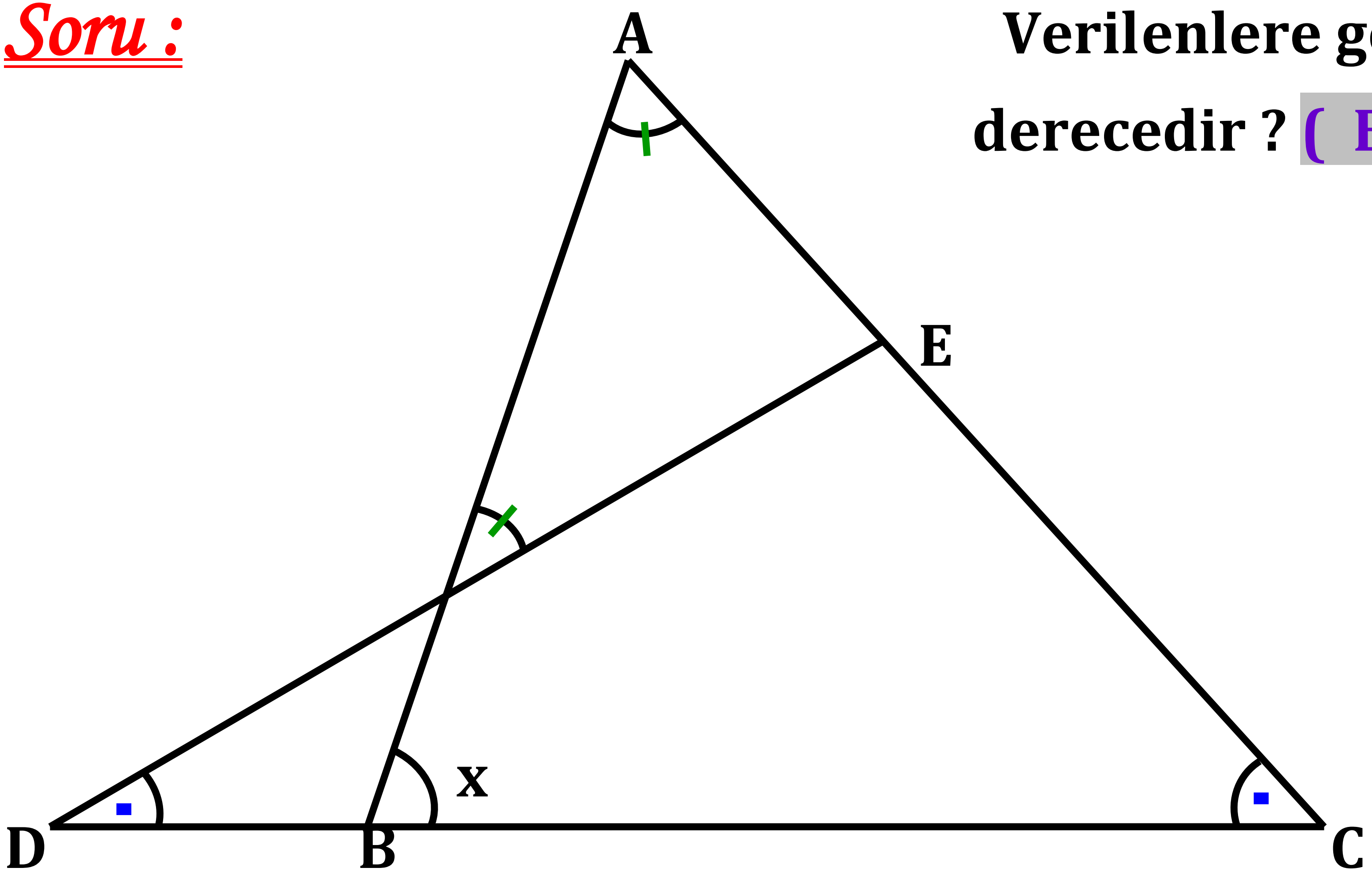


$3 \cdot m(\widehat{DAB}) = 7 \cdot m(\widehat{ABC})$

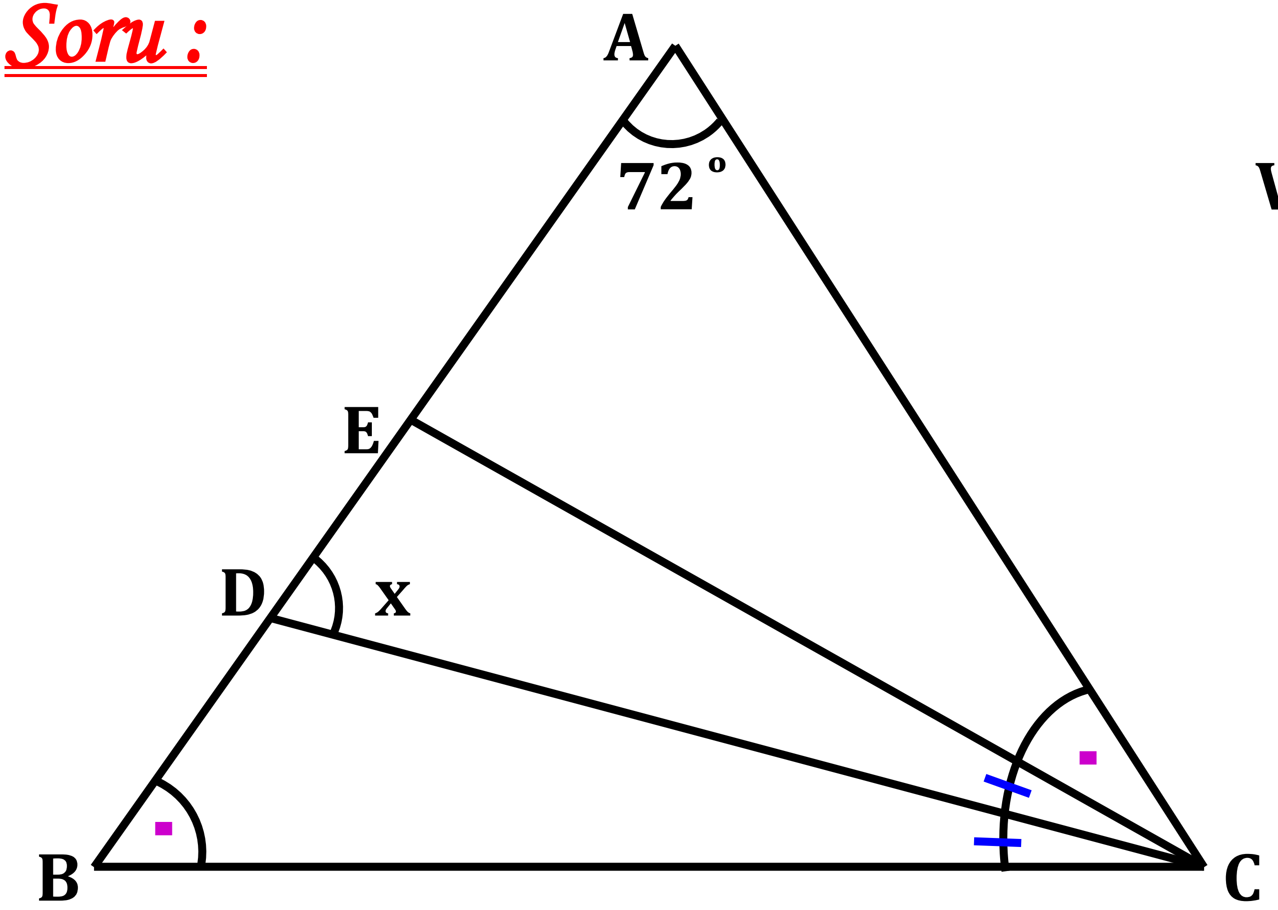
ise α ' nın ölçüsü kaç derecedir ?

Soru :

Verilenlere göre x 'in ölçüsü kaç derecedir ? **(Eş açılara harf ver.)**

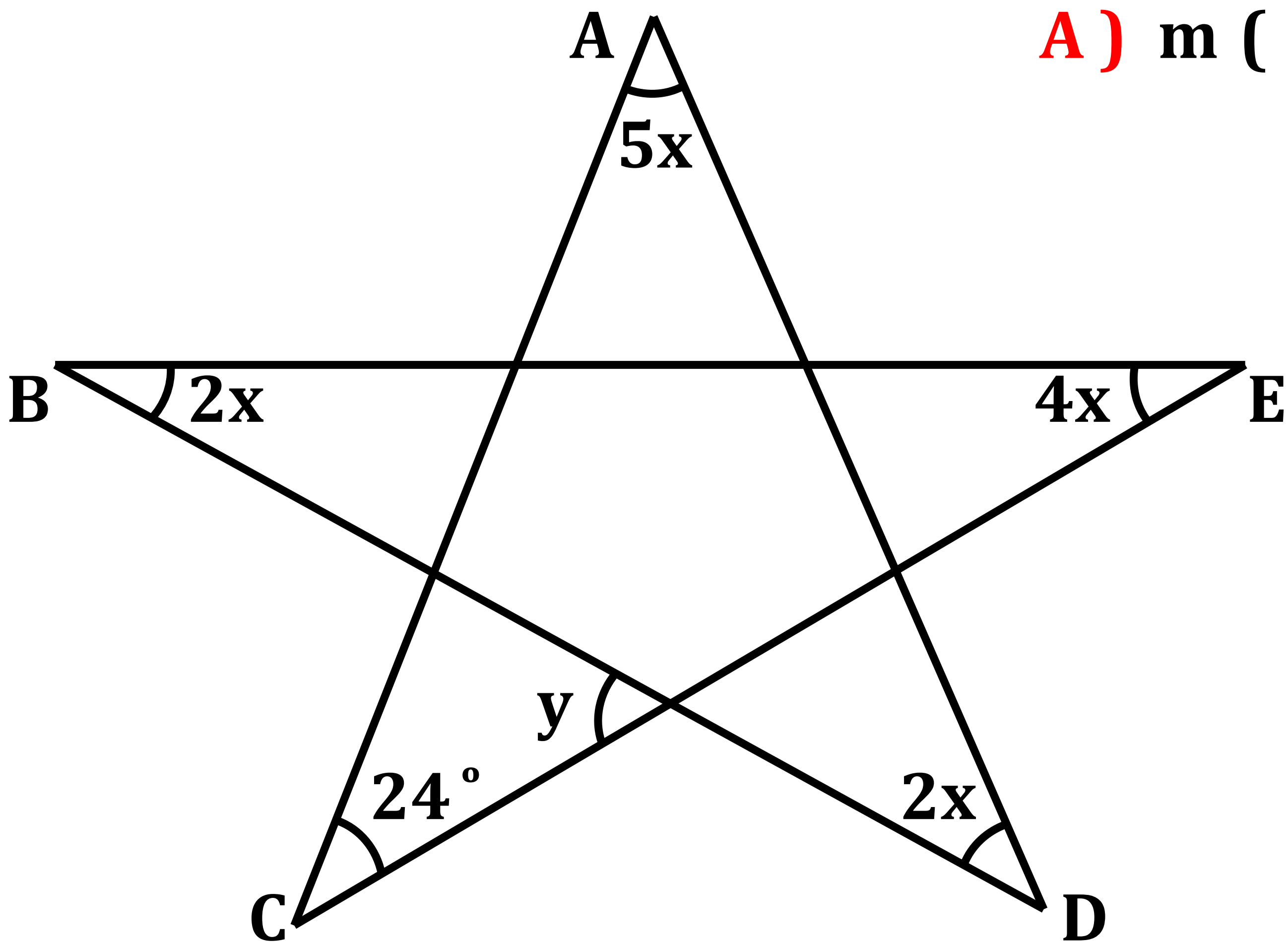


Soru :



Verilenlere göre x ’in ölçüsü kaç derecedir ?

Soru :

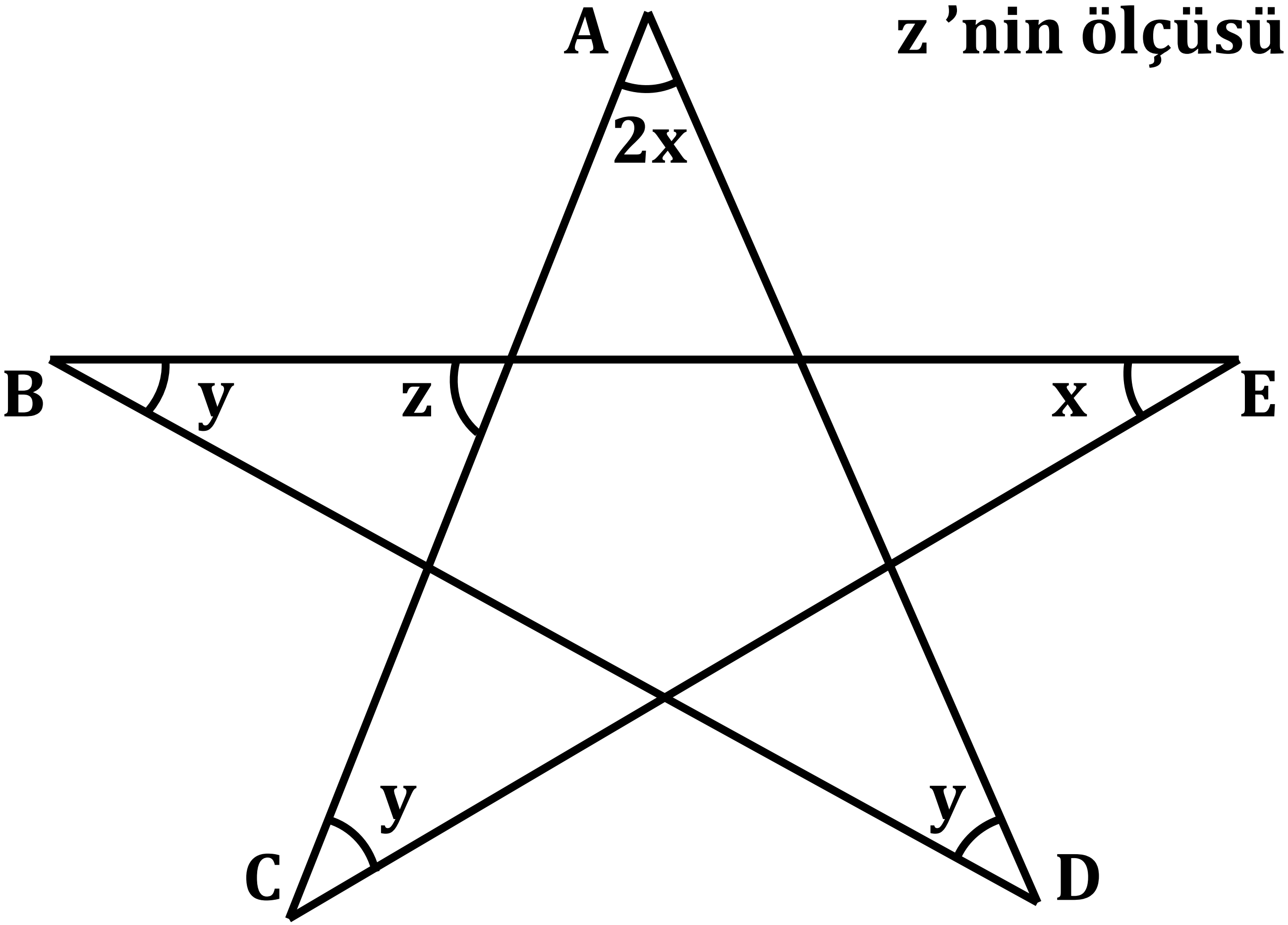


A) $m(\widehat{BEC}) = ?$

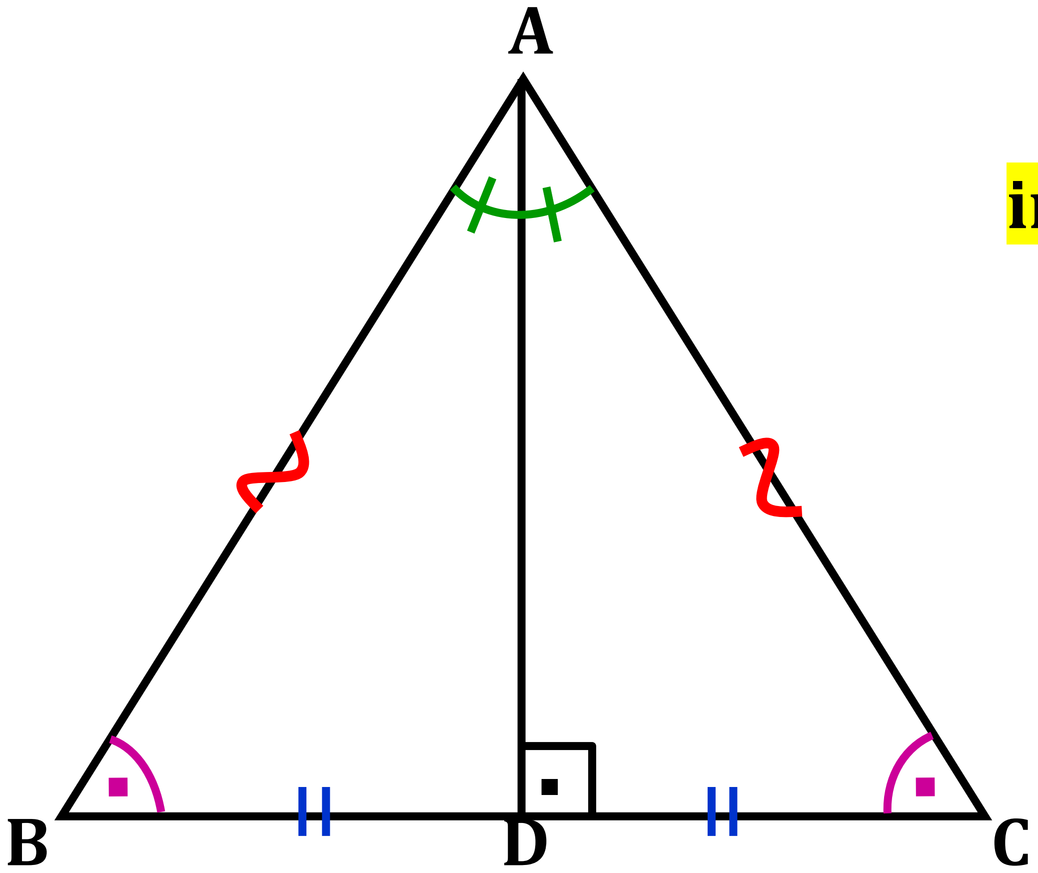
B) $y = ?$

Soru :

z 'nin ölçüsü kaç derecedir ?

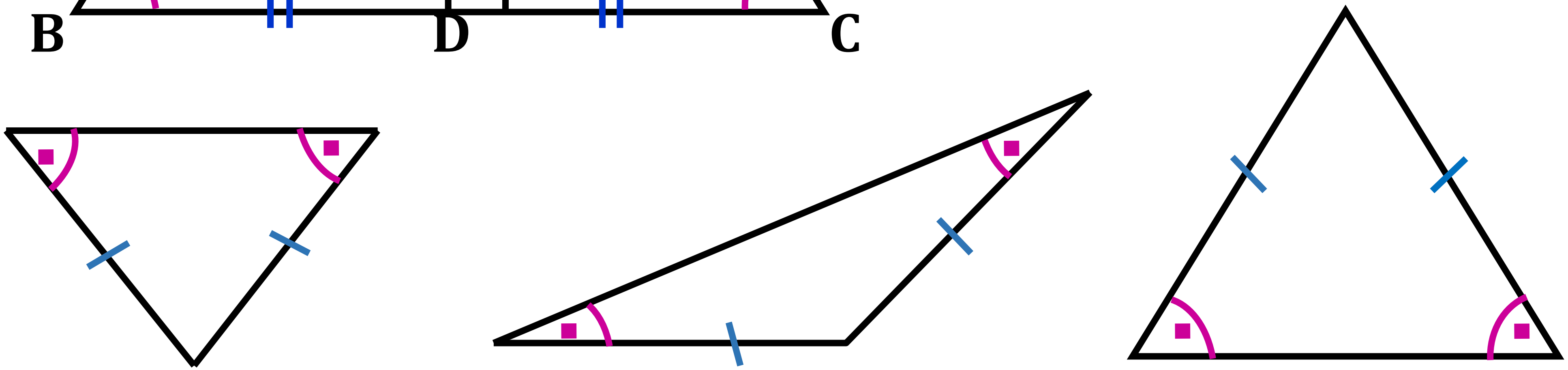


Kural 3 : (İkizkenar Üçgen)



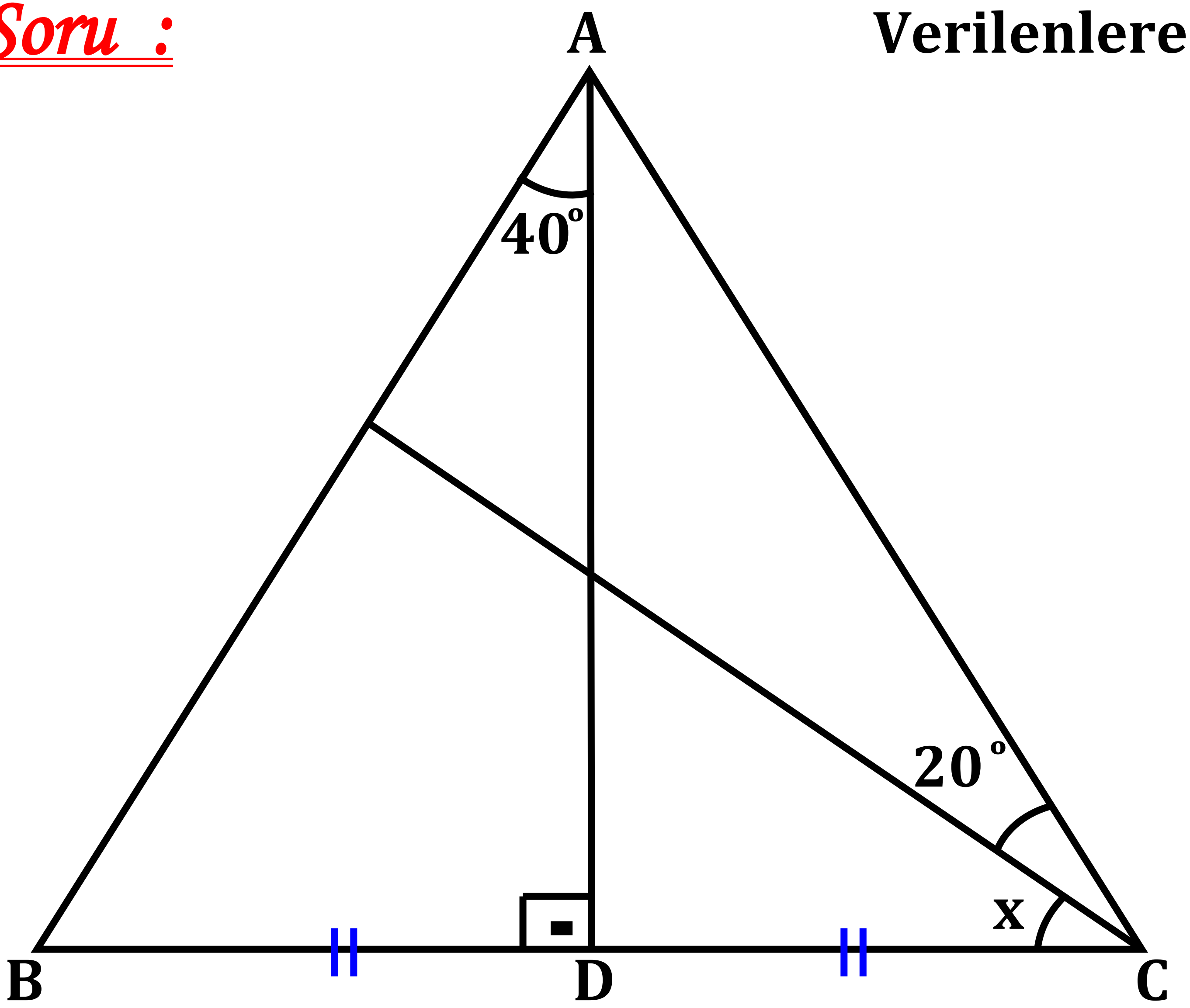
İkizkenar üçgende tepeden indirilen dikme tabanı iki eşit parçaya ayırır. Dikme aynı zamanda açıortaydır.

*** **İkizkenar üçgende taban açıları da birbirine eşittir.**

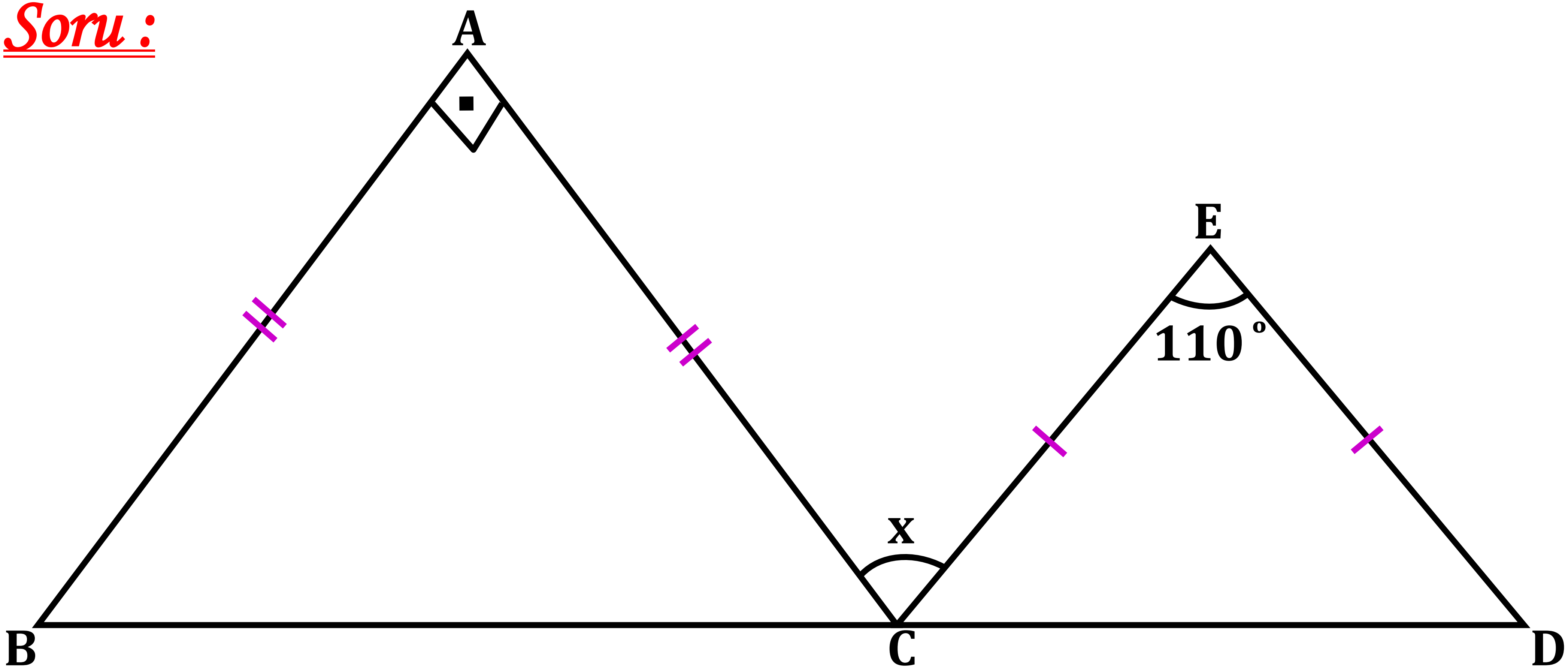


Soru :

Verilenlere göre x = ?

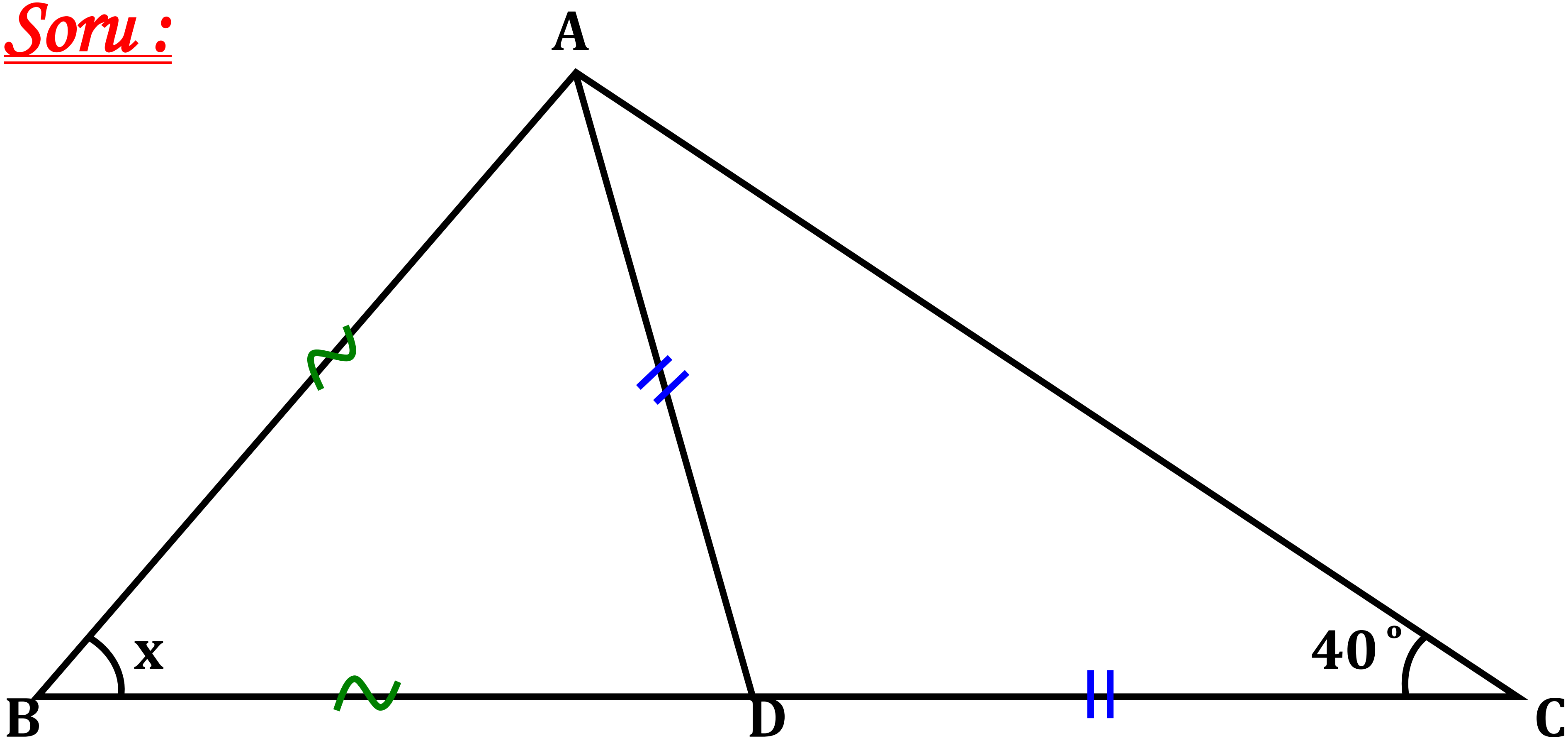


Soru :



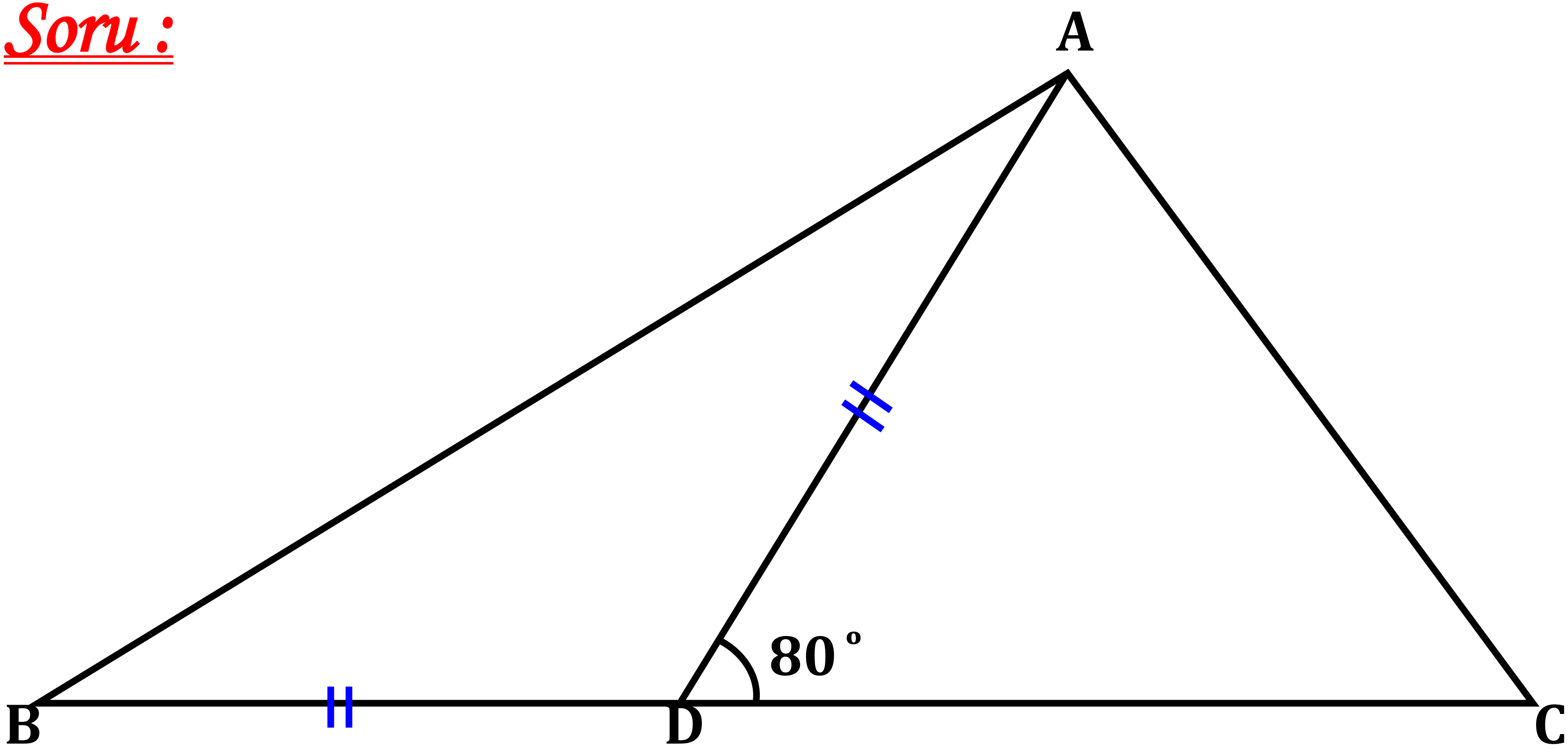
B , C ve D noktaları doğrusaldır. Verilenlere göre x ’in ölçüsü kaç derece olmalıdır ?

Soru :



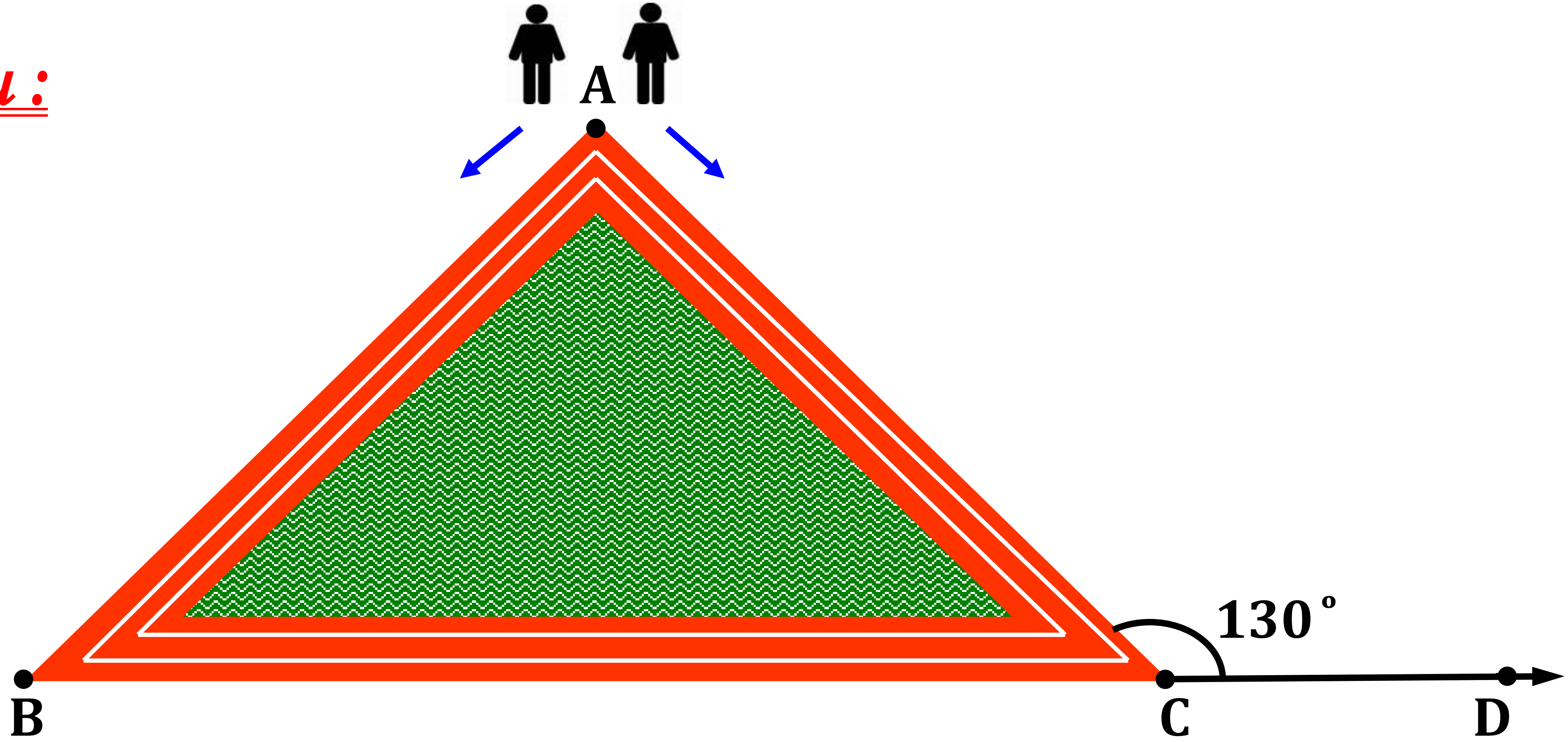
Verilenlere göre x ’in ölçüsü kaç derece olmalıdır ?

Soru :



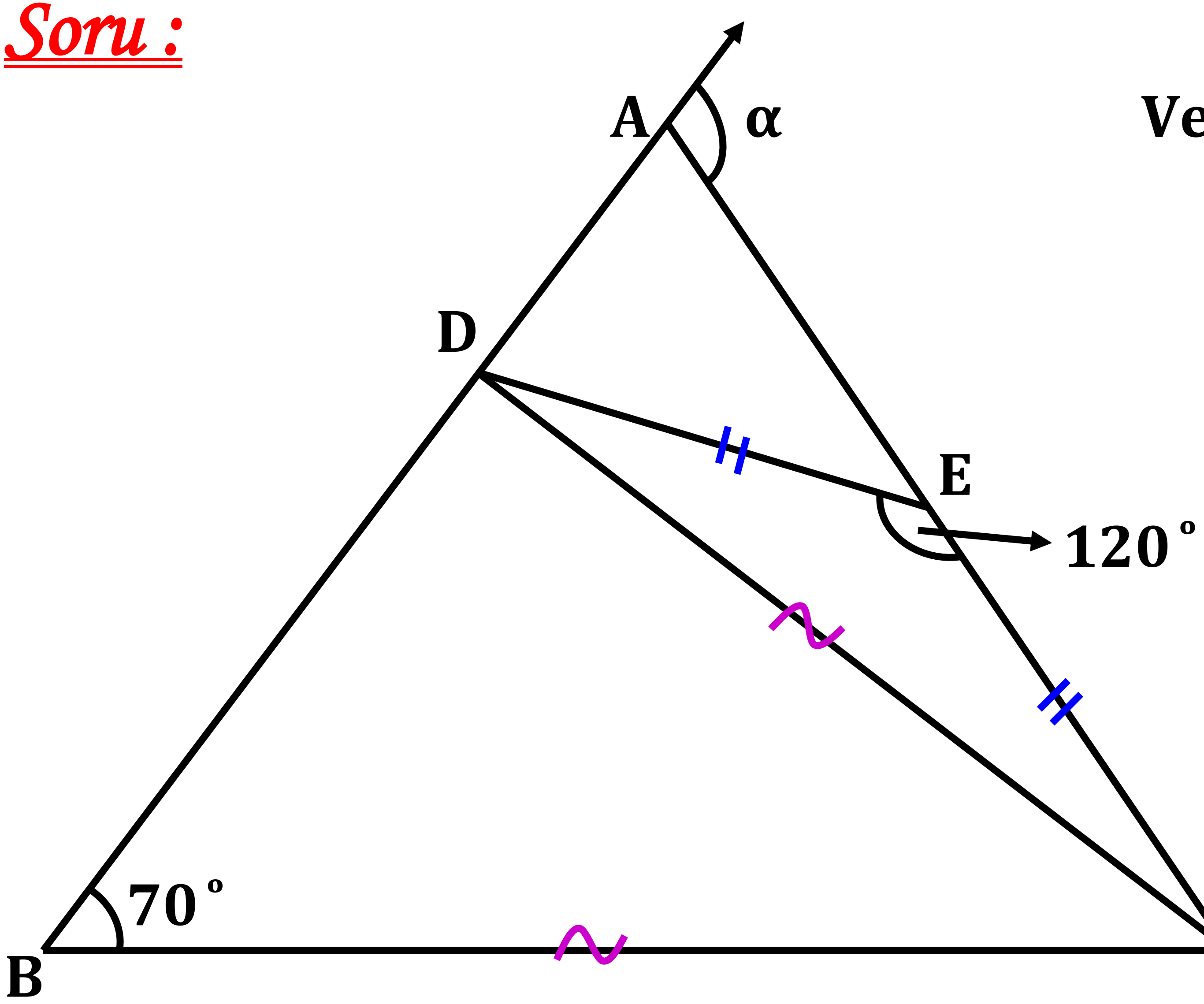
$m(\widehat{BAC}) = 95°$ ise $m(\widehat{ACB}) = ?$

Soru :



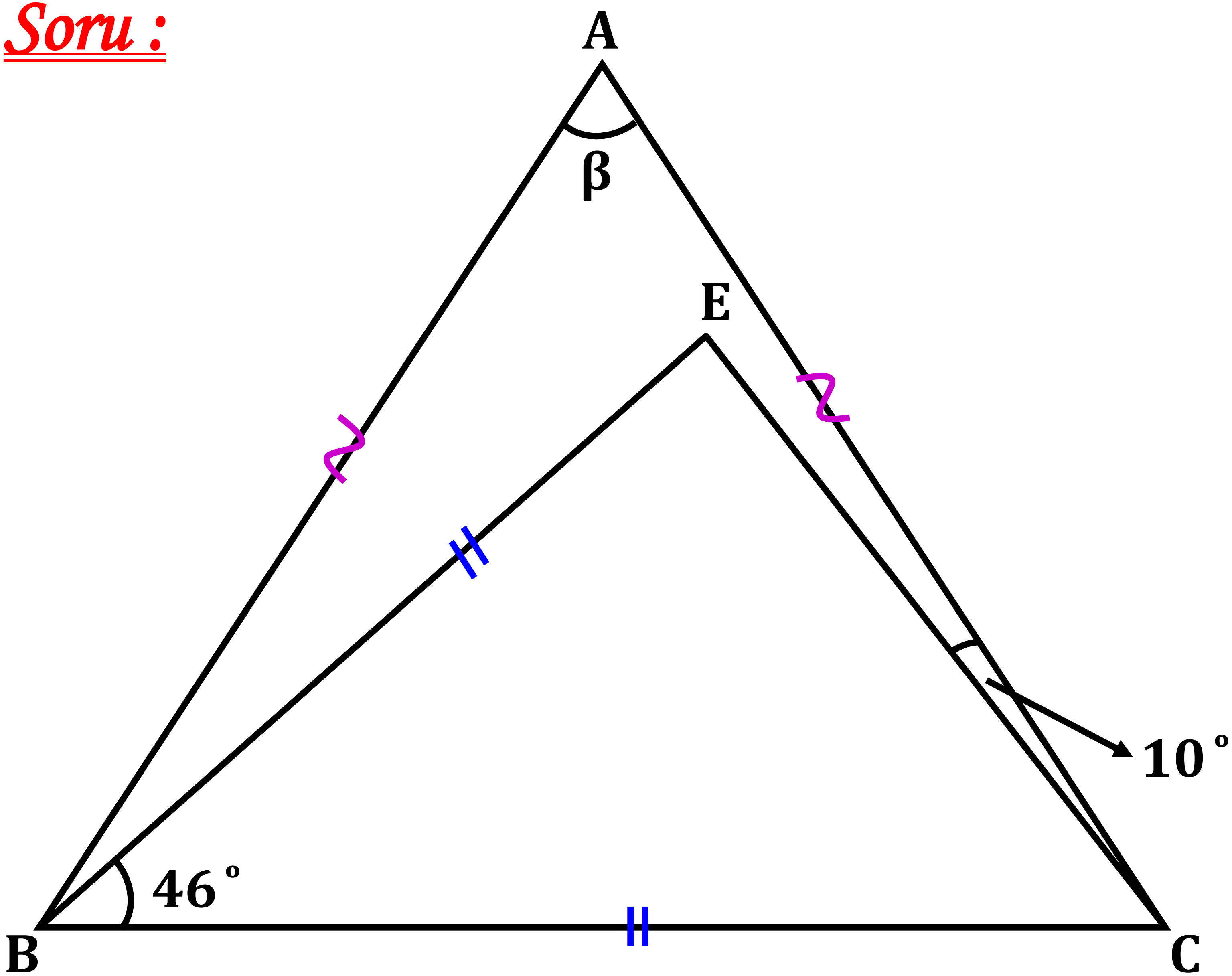
Üçgen şeklindeki bir yeşil alanın çevresinde yürüyüş yolu bulunmaktadır. Aynı yönlü yol çizgileri ve üçgenin aynı yöndeki kenar uzunlukları birbirine paraleldir. B , C ve D noktaları doğrusaldır. A'dan aynı anda yola çıkan iki kişi dış sınırdan yürüyerek <u>aynı mesafe gittikten</u> sonra B ve C noktalarına ulaşıyorlar. Buna göre A 'daki iç açı B 'deki iç açıdan kaç derece fazladır ?

Soru :



Verilenlere göre α 'nın ölçüsü kaç derecedir ?

Soru :

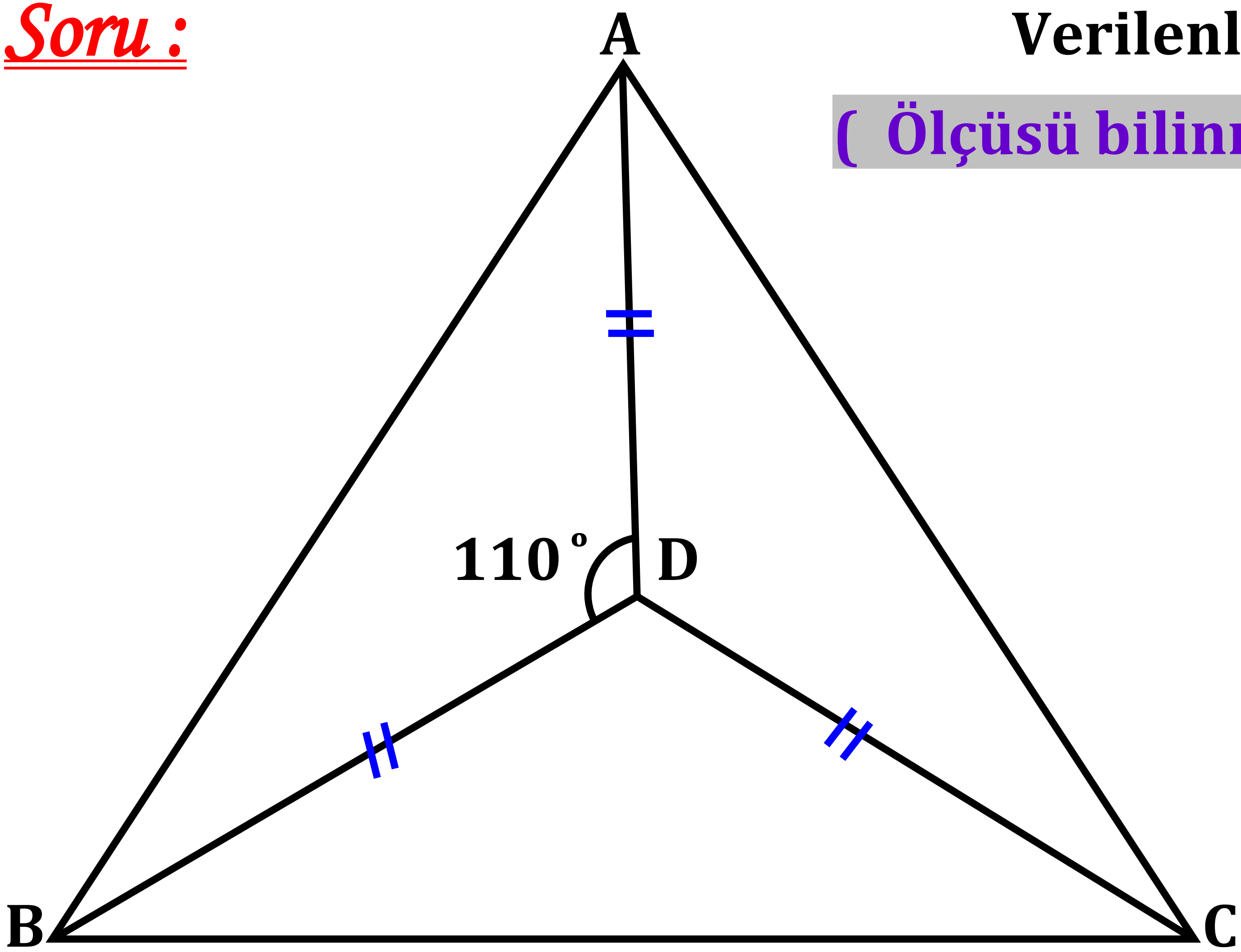


Verilenlere göre β 'nın ölçüsü kaç derece olmalıdır ?

Soru :

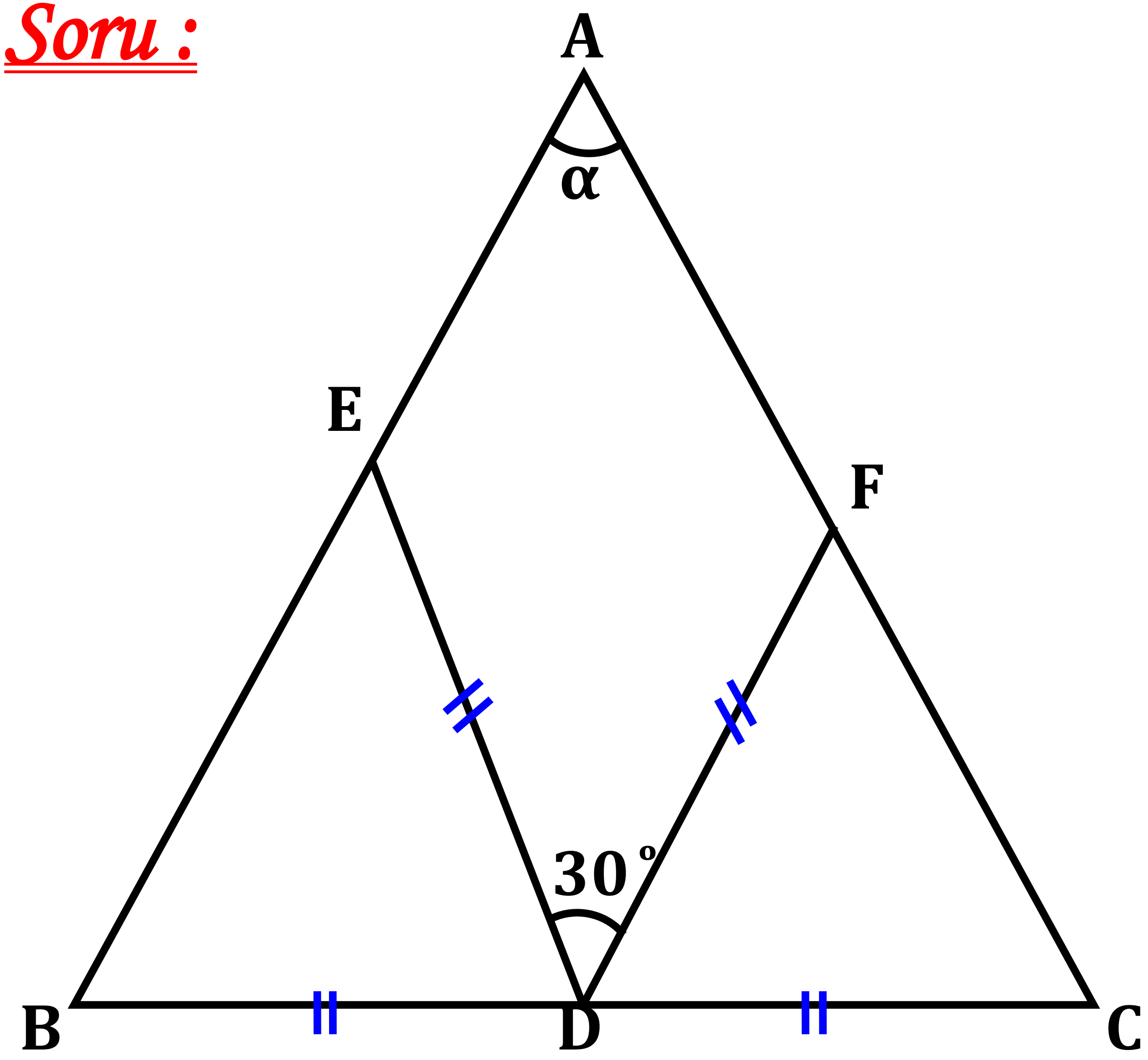
Verilenlere göre $m(\widehat{ACB}) = ?$

(Ölçüsü bilinmeyen açılara harf ver.)



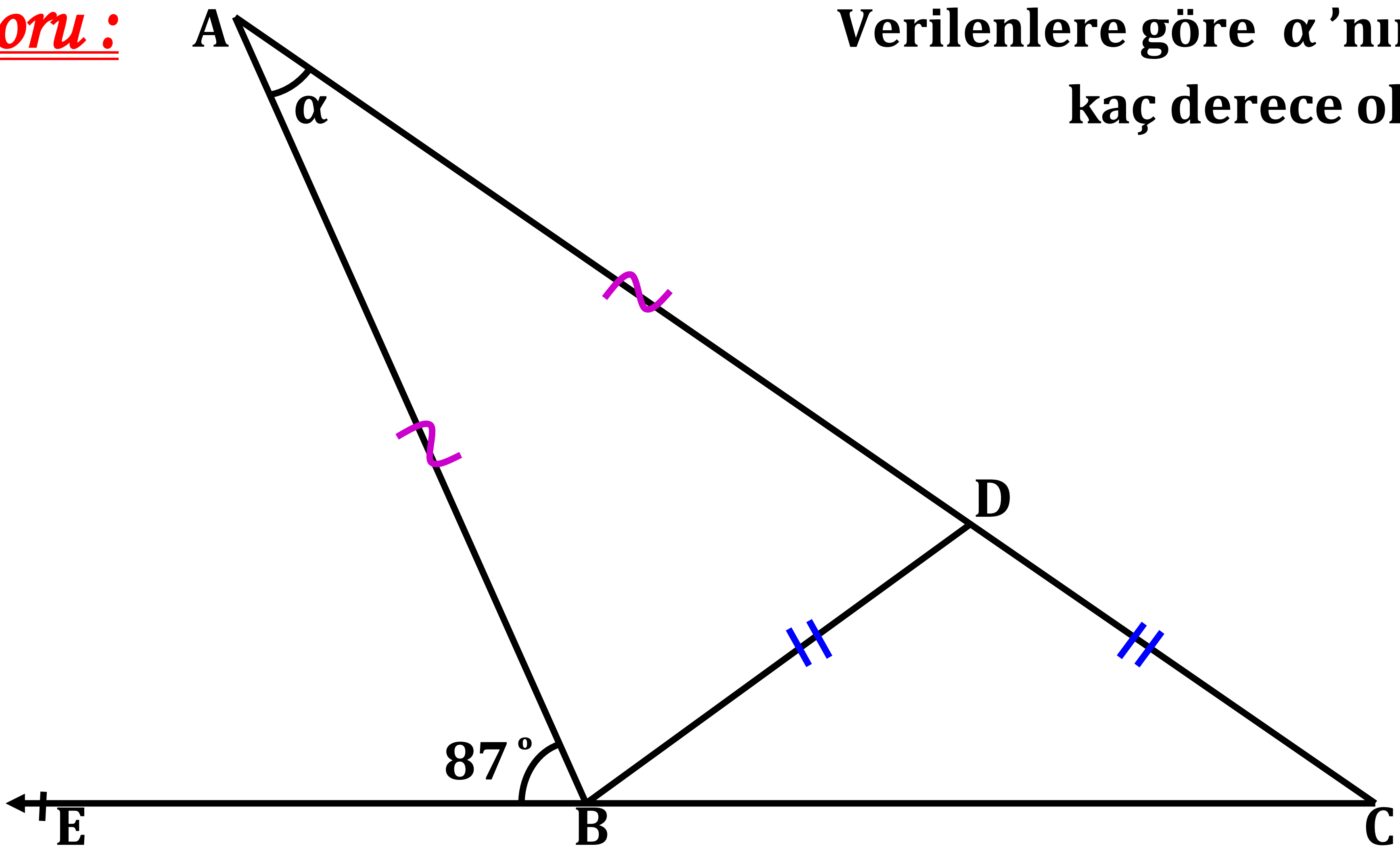
Soru :

Verilenlere göre $\alpha = ?$



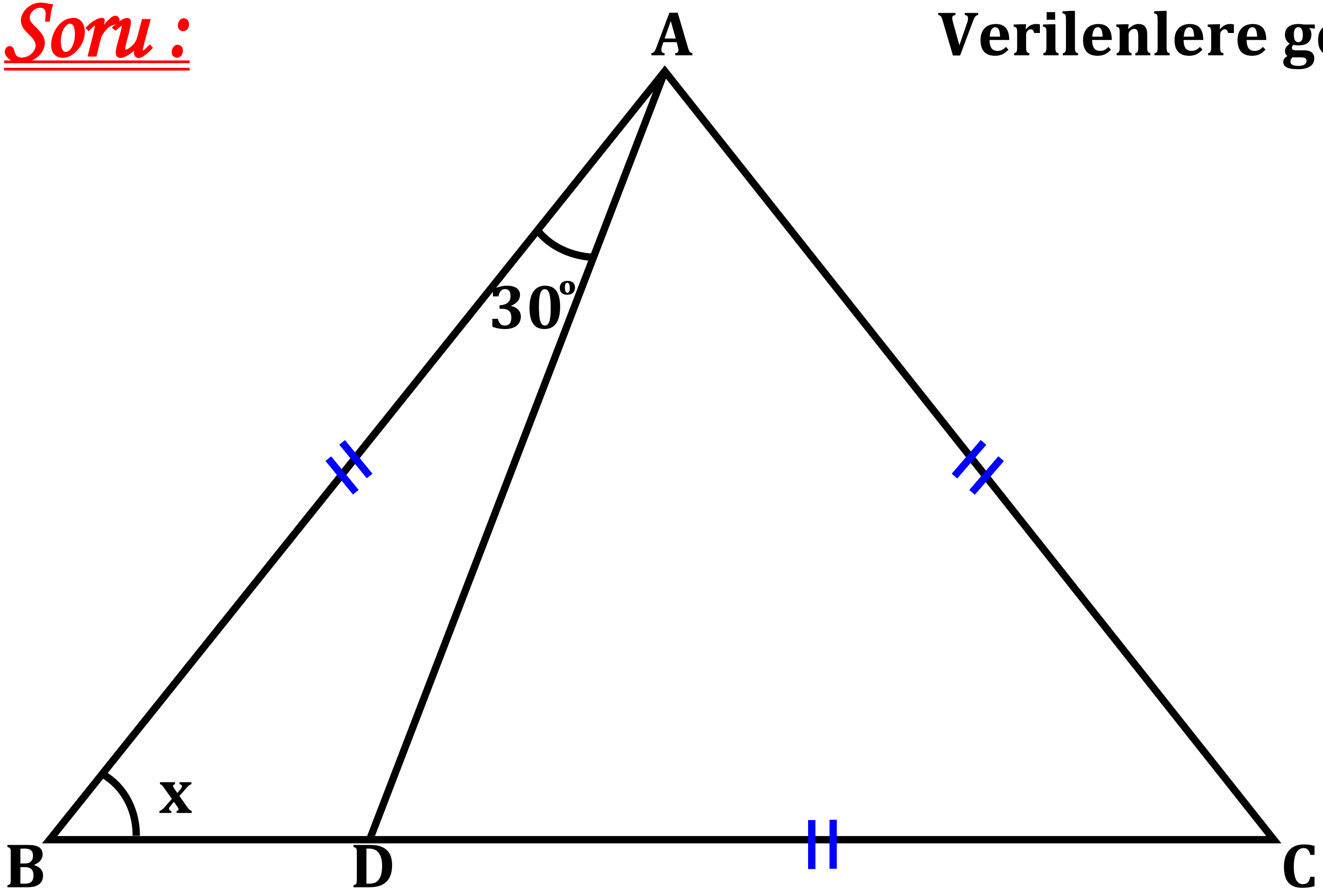
Soru :

Verilenlere göre α 'nın ölçüsü kaç derece olmalıdır ?



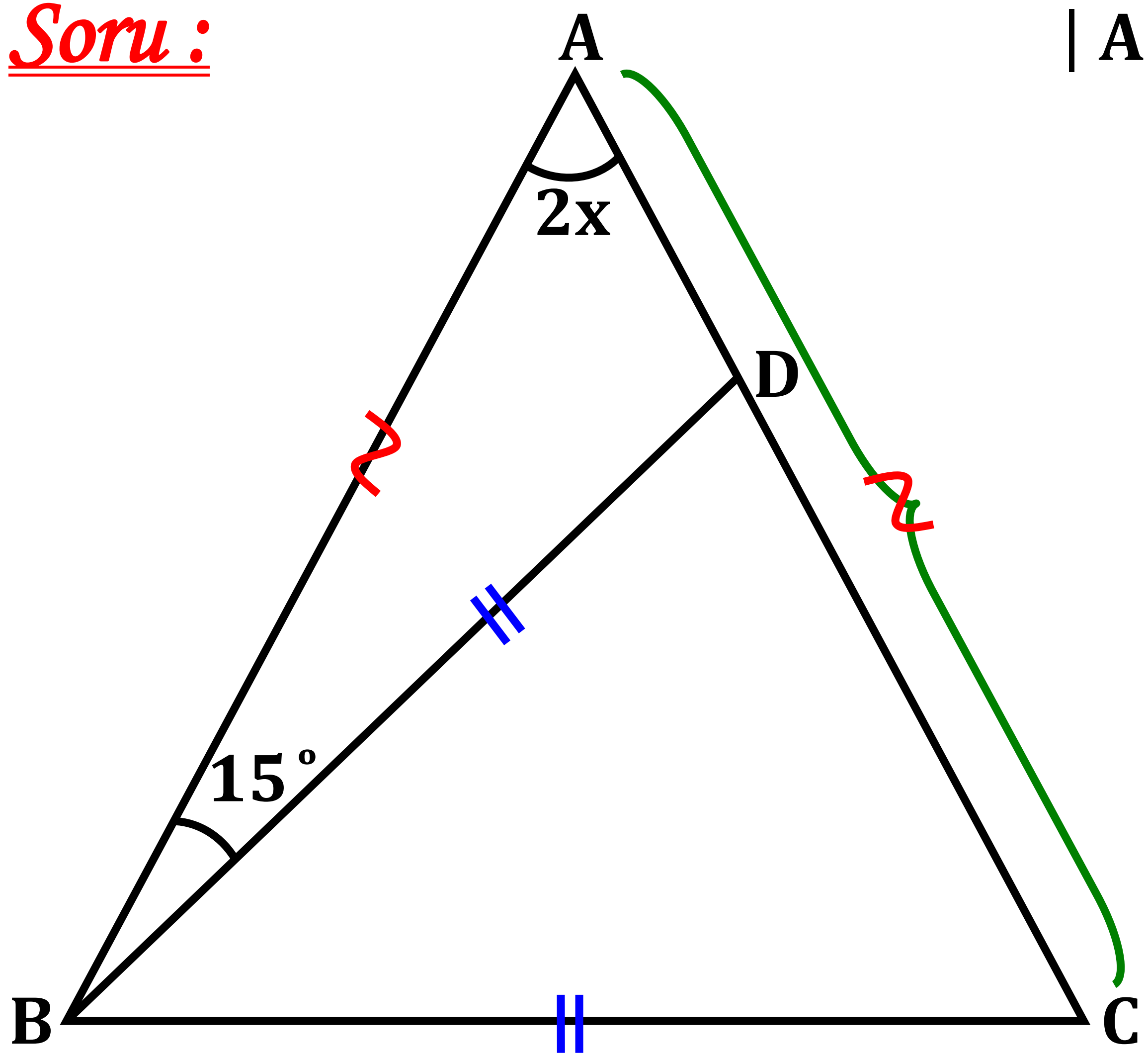
(İki iç açının toplamı bu açılara komşu olmayan dış açıyı verirdi.)

Soru :



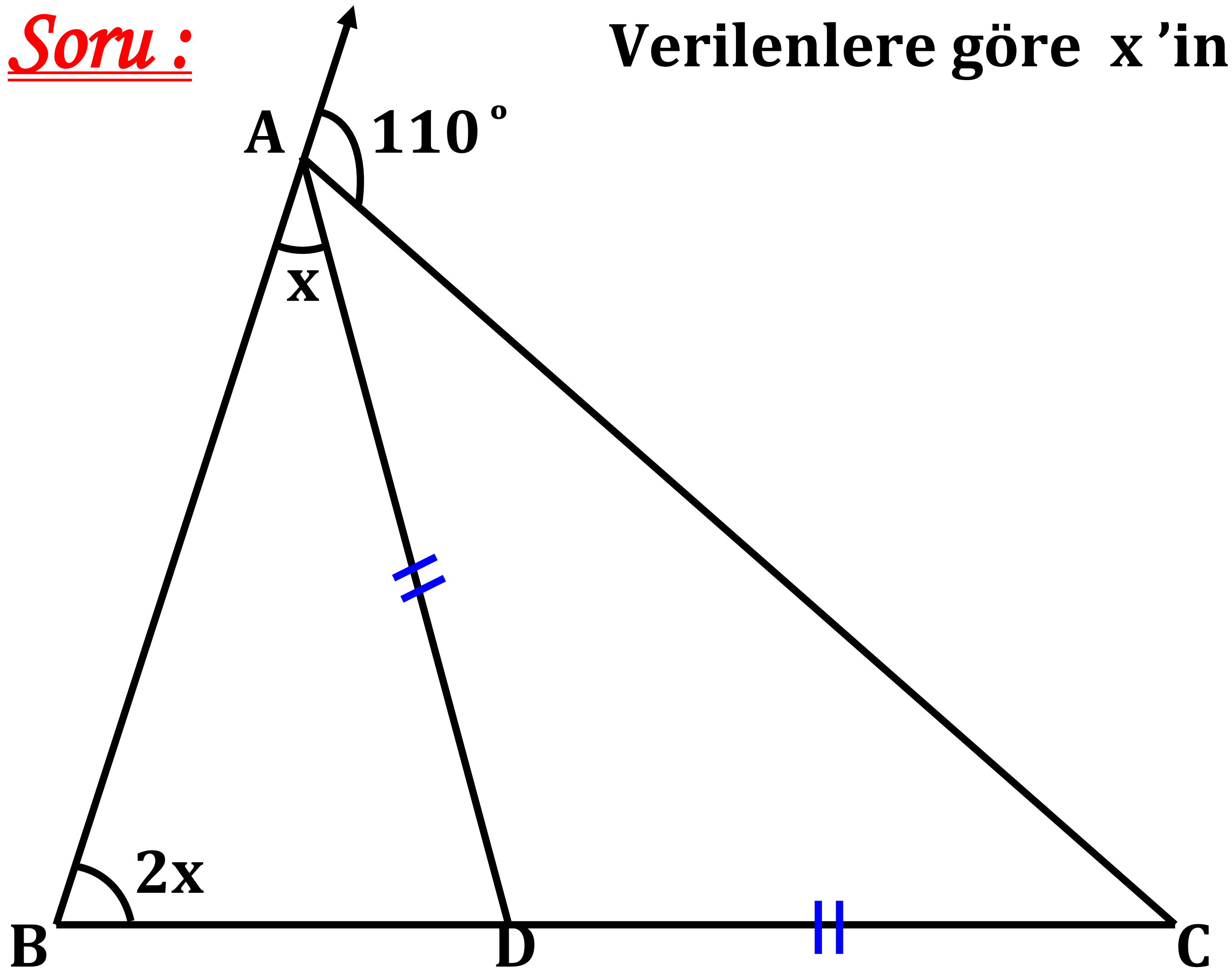
Verilenlere göre x 'in ölçüsü kaç derecedir ?

Soru :



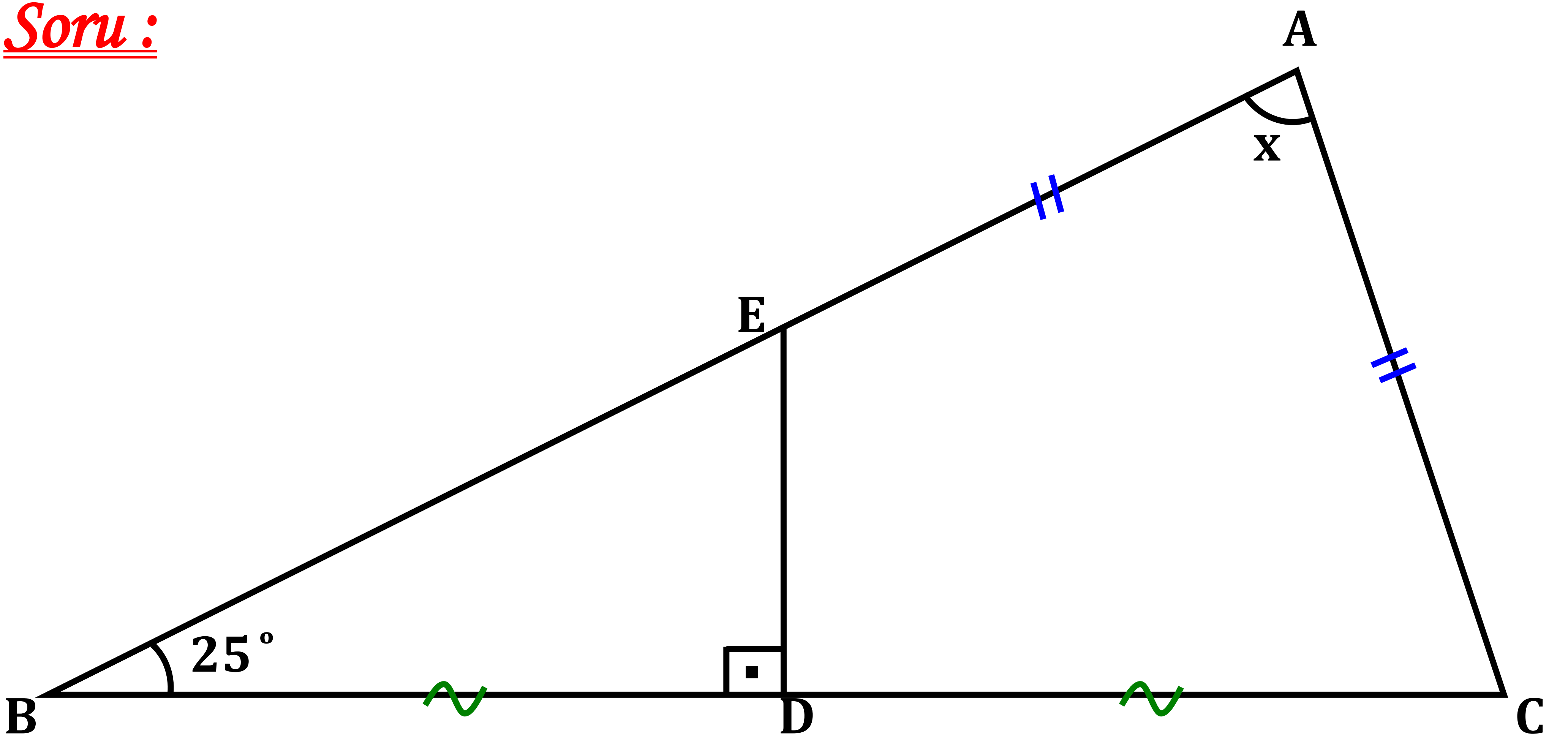
| AB | = | AC | ise x'in ölçüsü kaç derecedir ?

Soru : **Verilenlere göre x 'in ölçüsü kaç derecedir ?**



(İki denklem bulunur. Taraf tarafa yok etme metodu kullanılır.)

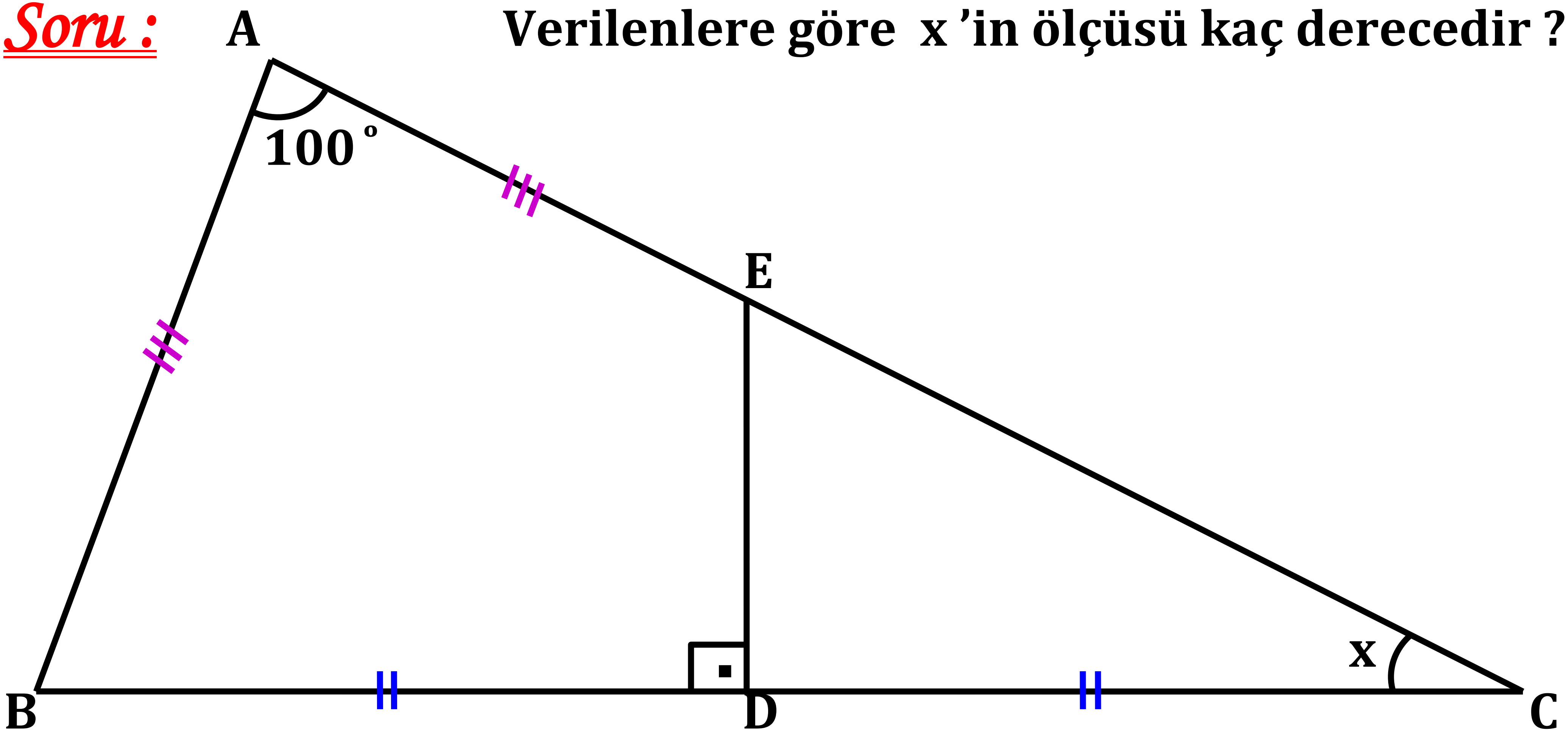
Soru :



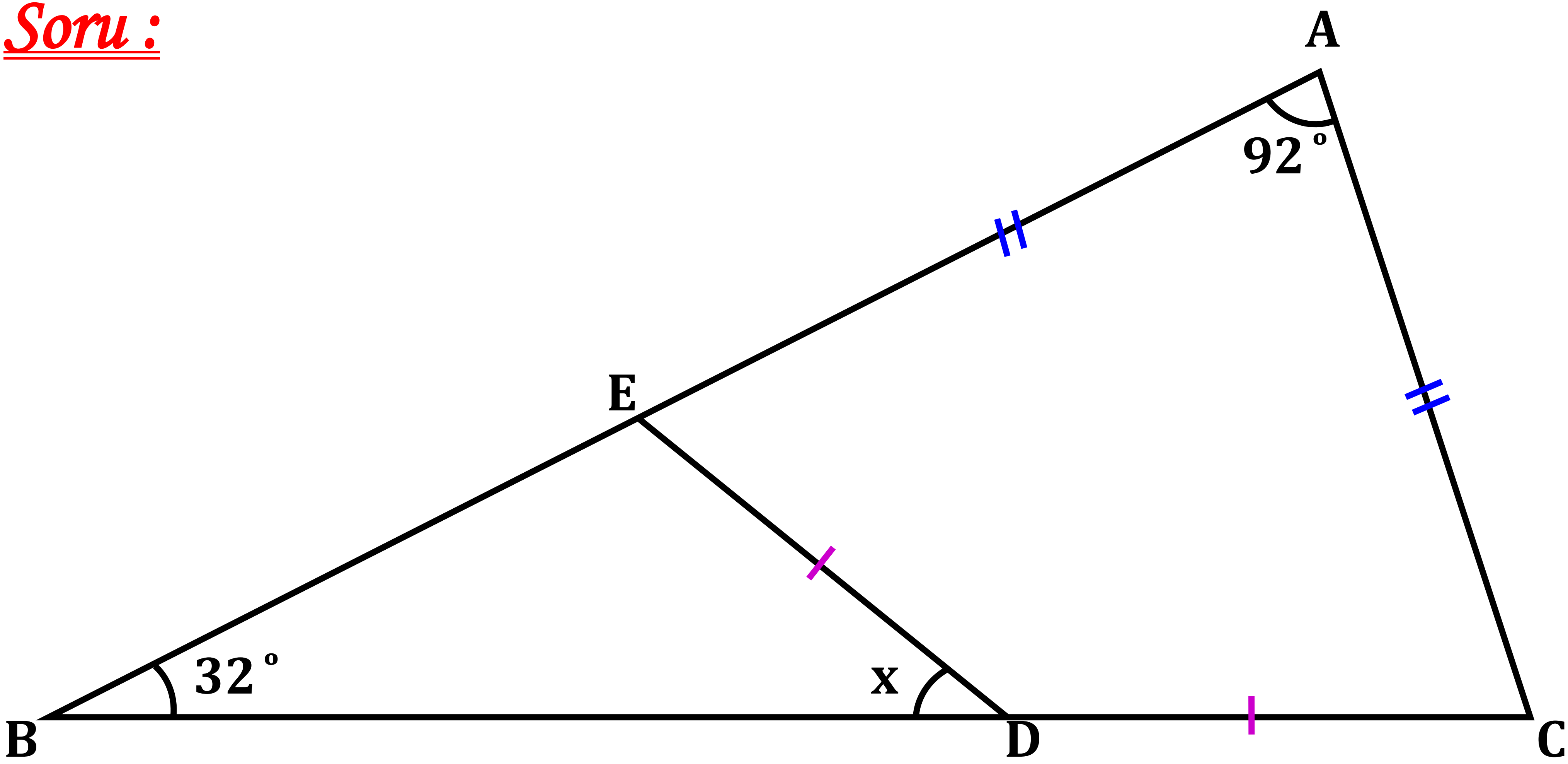
Verilenlere göre x 'in ölçüsü kaç derecedir ?

Not : **Bu tarz sorularda eksik doğru parçası çizilir ve ikizkenar üçgenin kuralı uygulanır.**

Soru : Verilenlere göre x ’in ölçüsü kaç derecedir ?



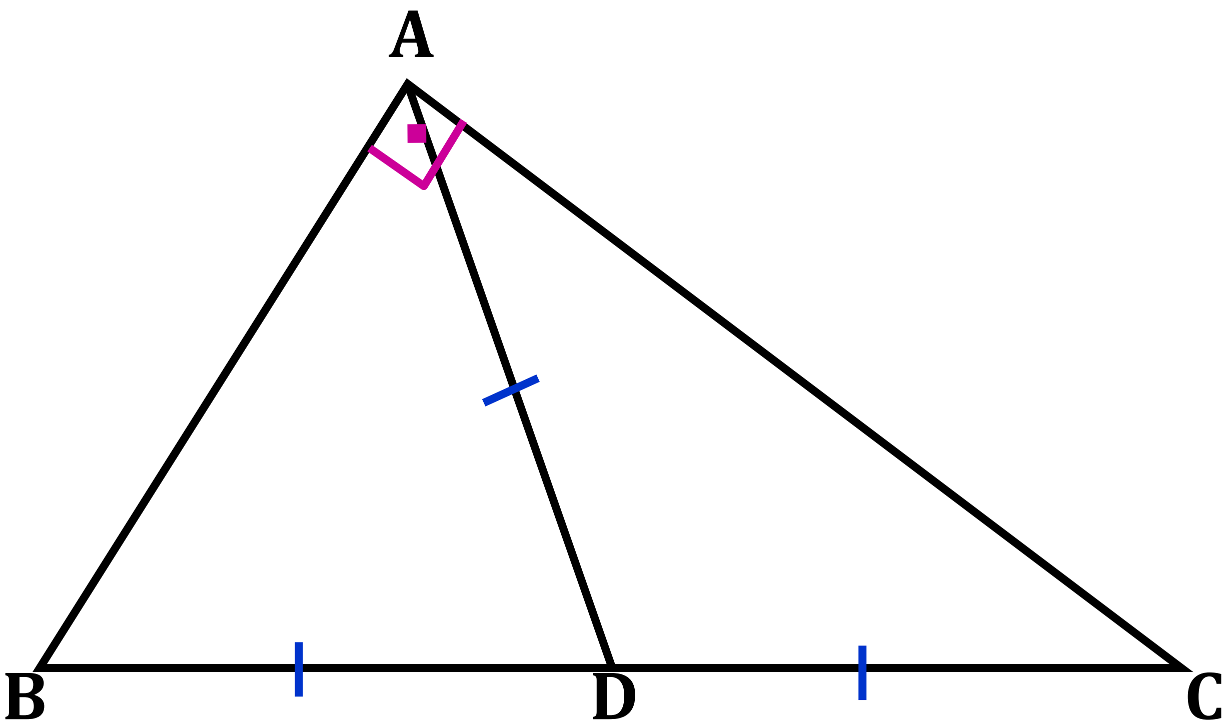
Soru :



Verilenlere göre x ’in ölçüsü kaç derecedir ?

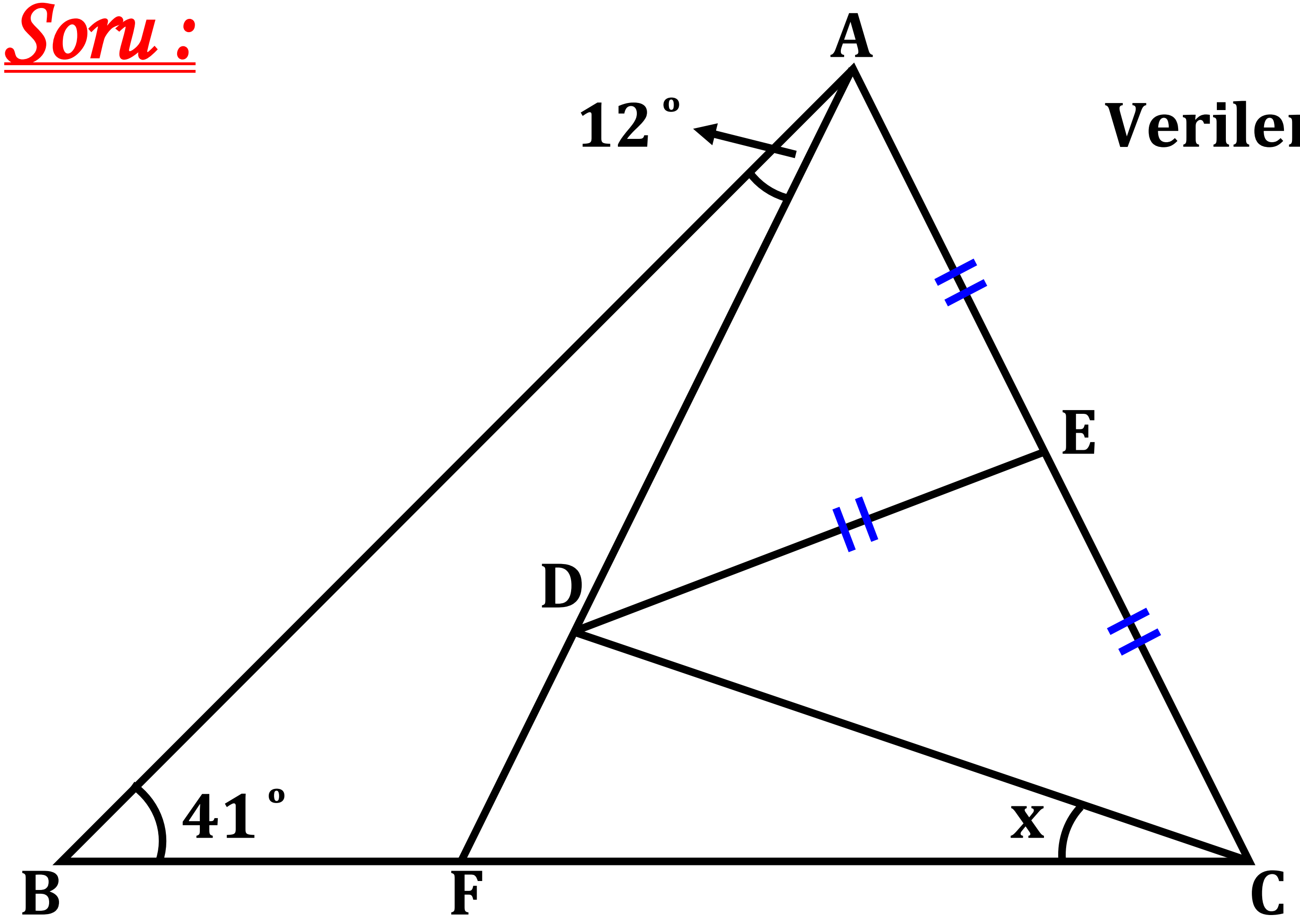
(Muhteşem Üçlü)

Kural 4:



Tepeden inen doğru parçası böldüğü parçalara eşit ise, üçgenin tepe açısı 90°'dir. **(İkizkenar üçgenlerden de tepe açısının 90° olduğu bulunabilir.)**

Soru :

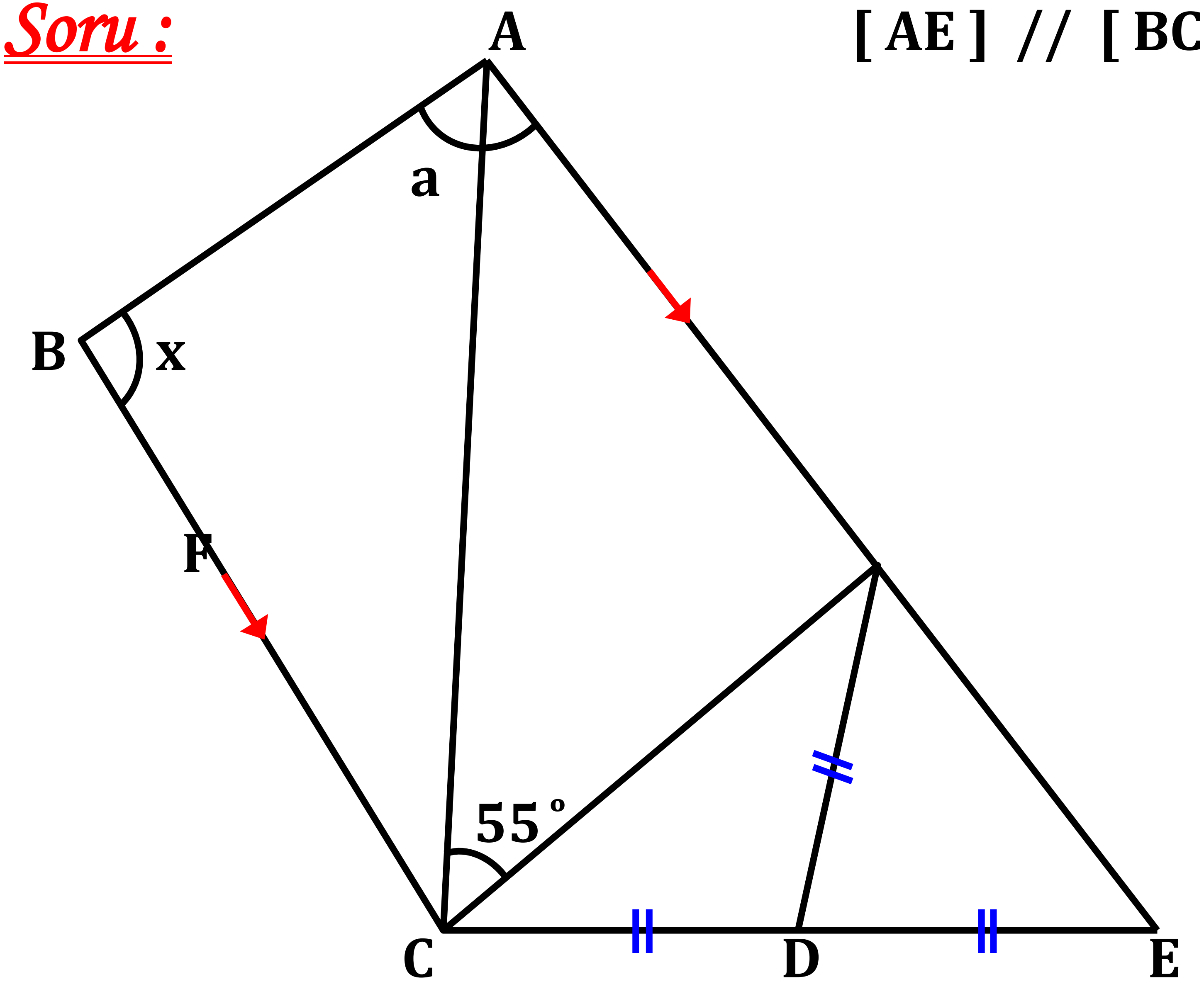


Verilenlere göre x 'in ölçüsü kaç derecedir ?

Soru :

$[AE] \parallel [BC]$ ve $m(\widehat{BAF}) = 75°$

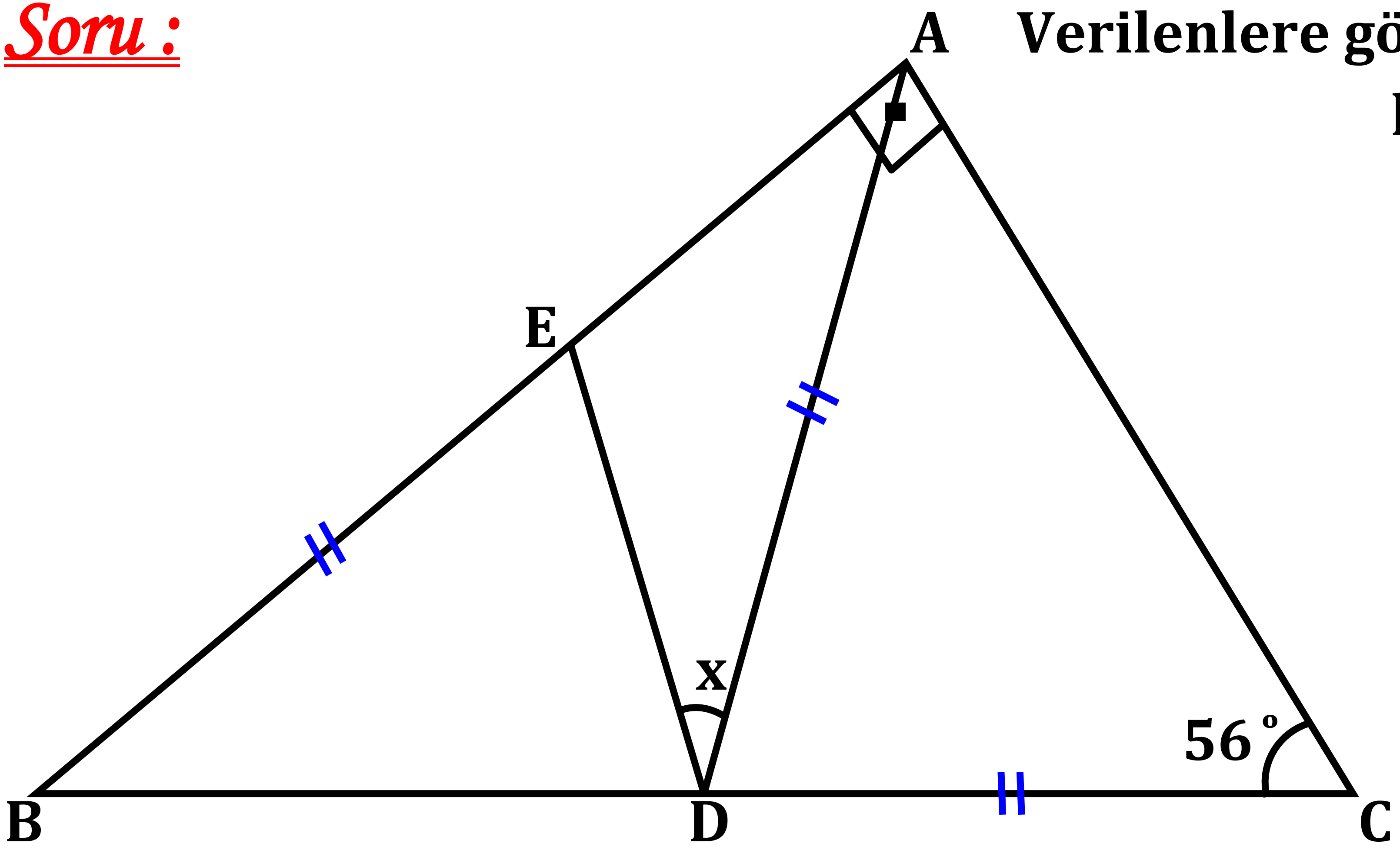
ise $x = ?$, $a = ?$



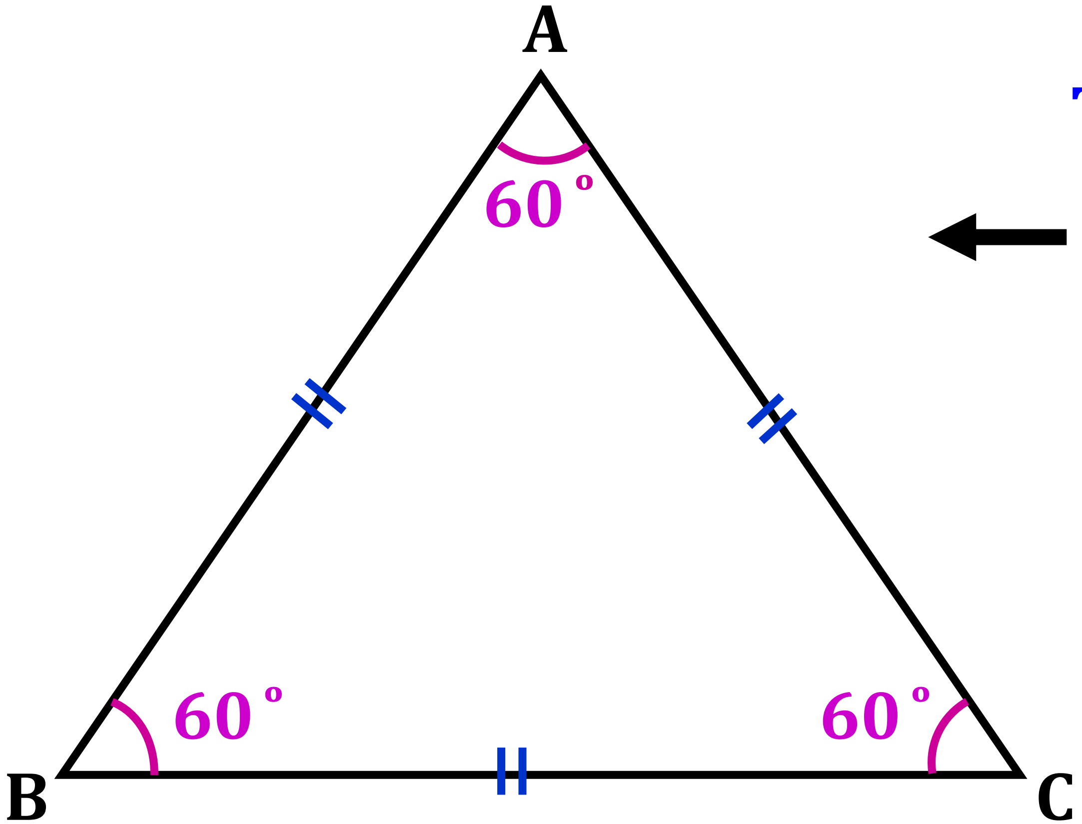
(Paralellik durumundan z kuralı kullanılır.)

Soru :

Verilenlere göre x 'in ölçüsü kaç derecedir ?

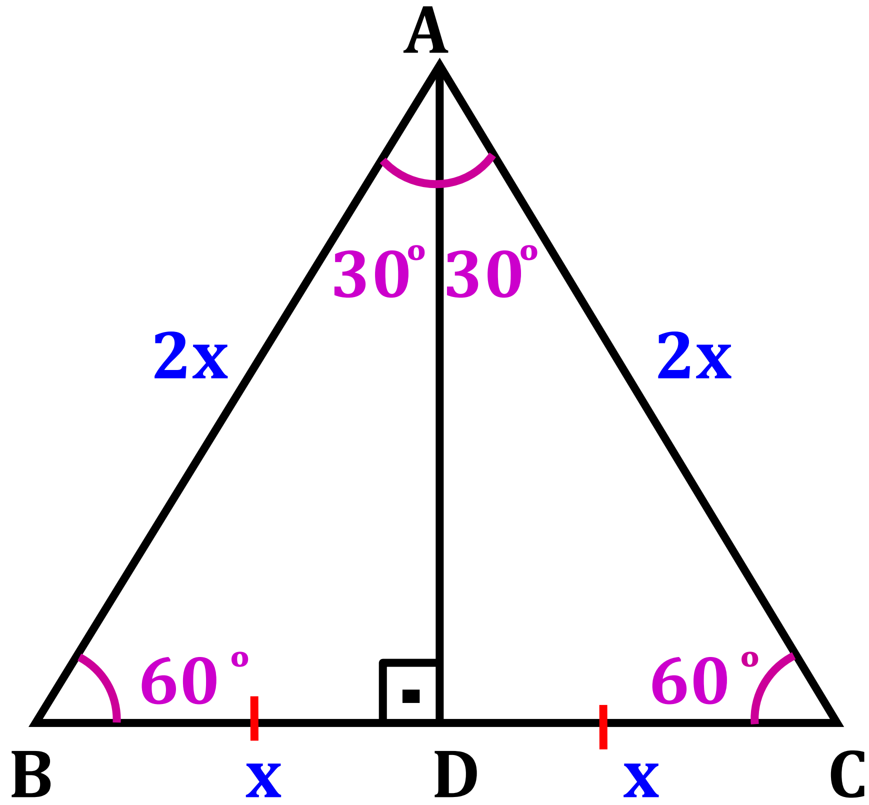


Kural 5: (Eşkenar Üçgen)

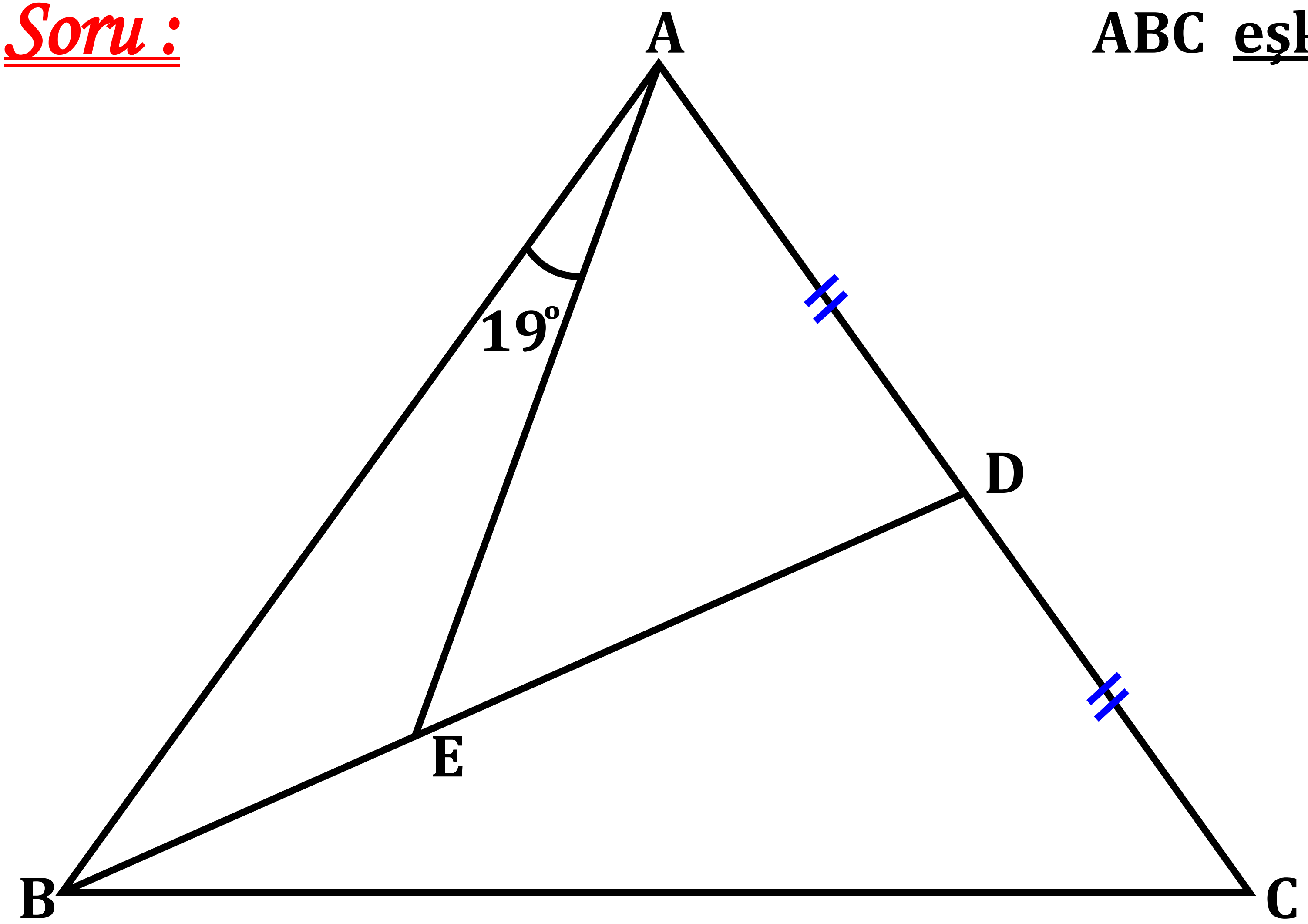


Tüm kenarları ve tüm iç açıları birbirine eşit olan üçgene “ eşkenar üçgen ” adı verilir.

Eşkenar üçgen, ikizkenar üçgendeki özelliklere de sahiptir.



Soru :

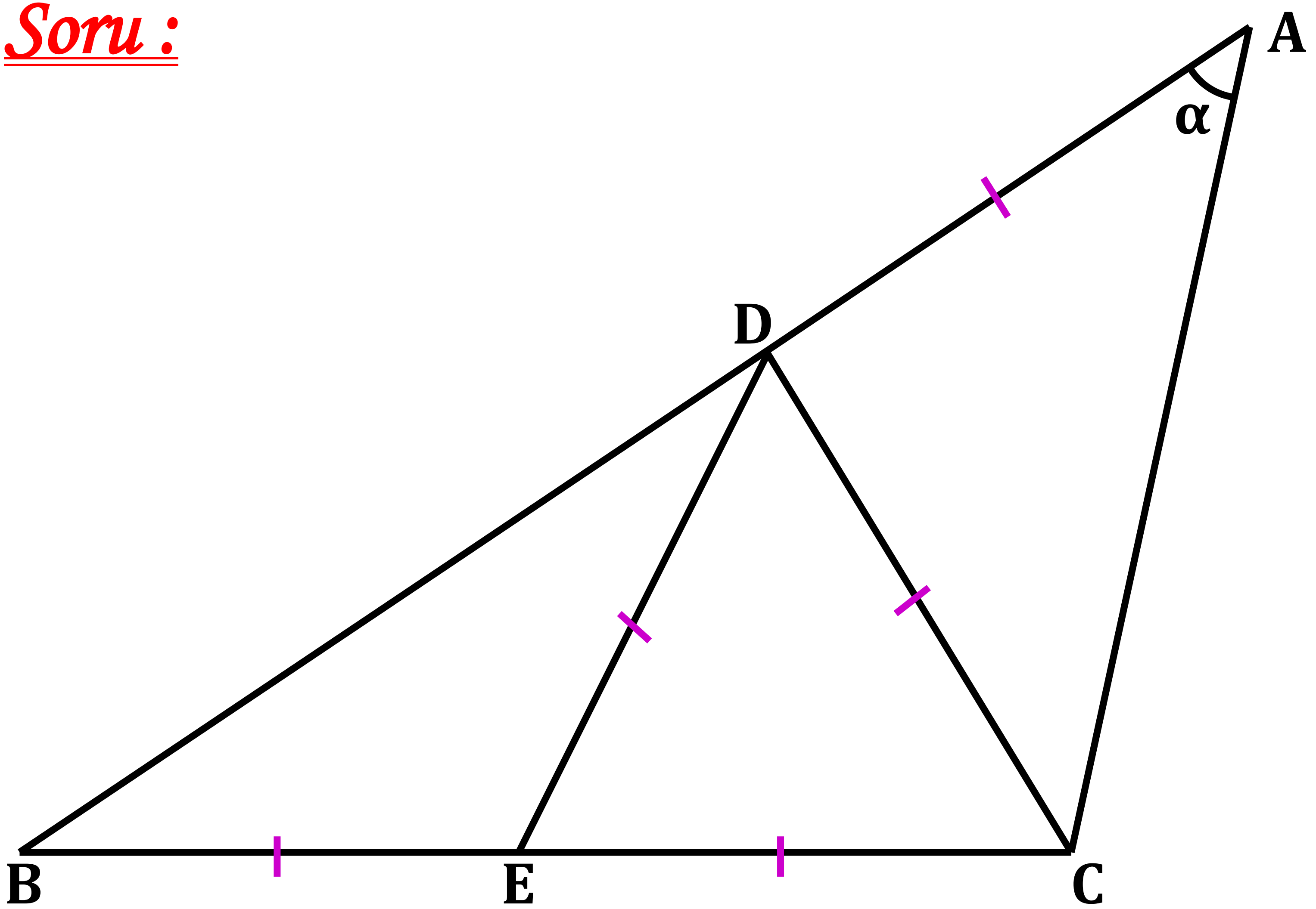


ABC **eşkenar üçgen** ise

$m(\widehat{AED}) = ?$

Soru :

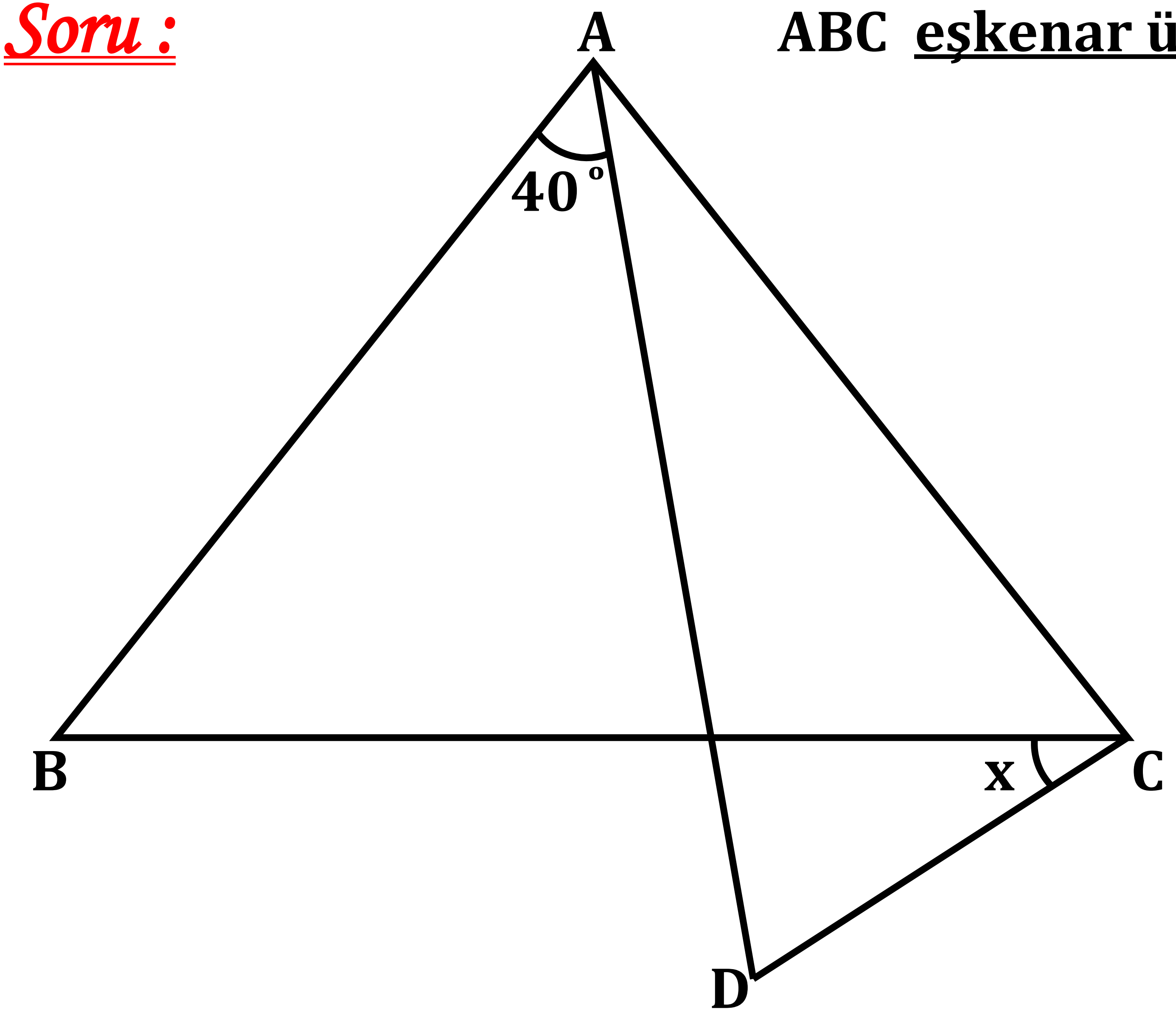
$\alpha = ?$



(Eşkenar ve ikizkenar üçgenden yararlanılarak istenen açı bulunur.)

Soru :

ABC eşkenar üçgen ve $|AC| = |AD|$ ise $x = ?$

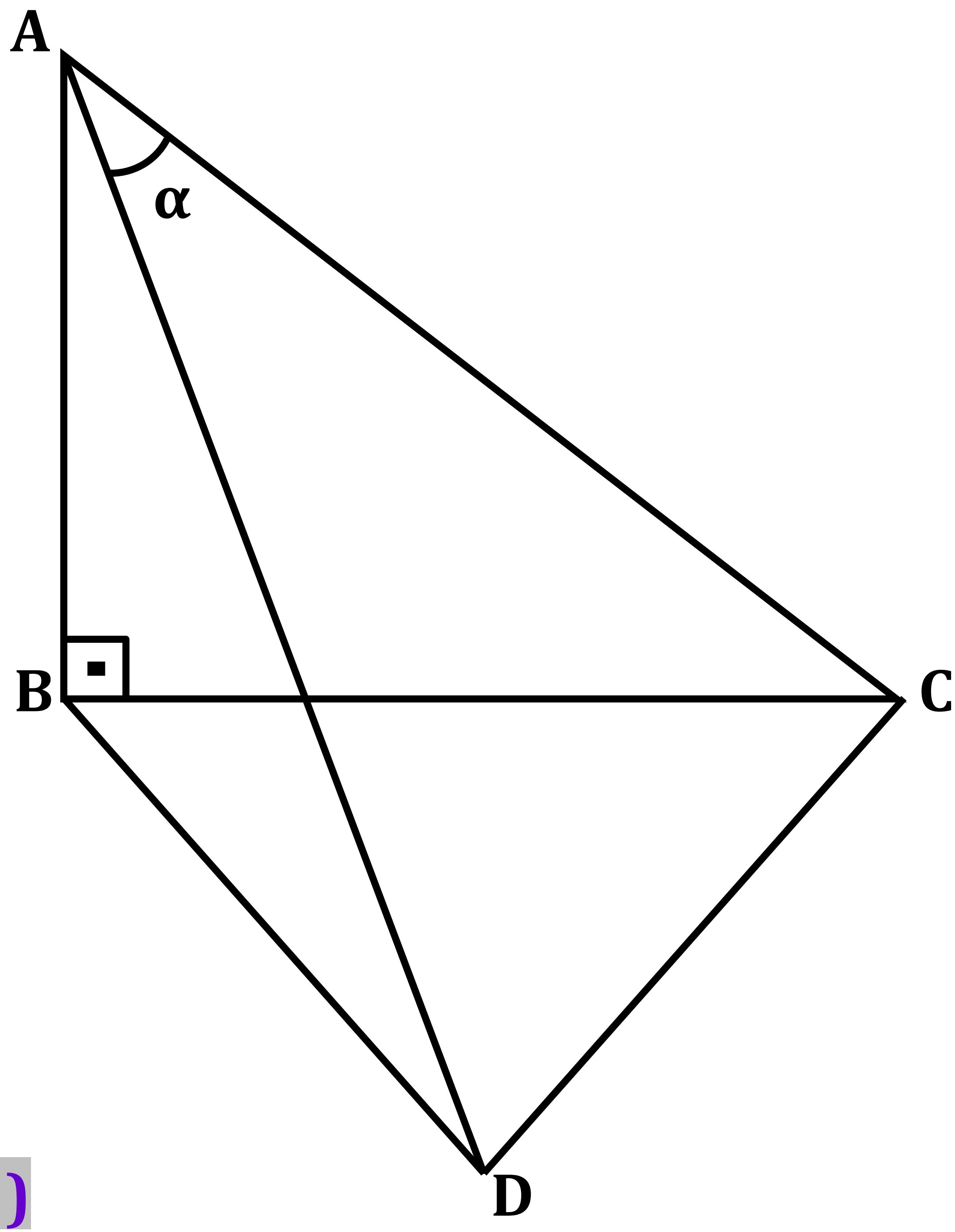


Soru :

ABC <u>ikizkenar dik üçgen</u>,

BCD ise <u>eşkenar üçgendir.</u>

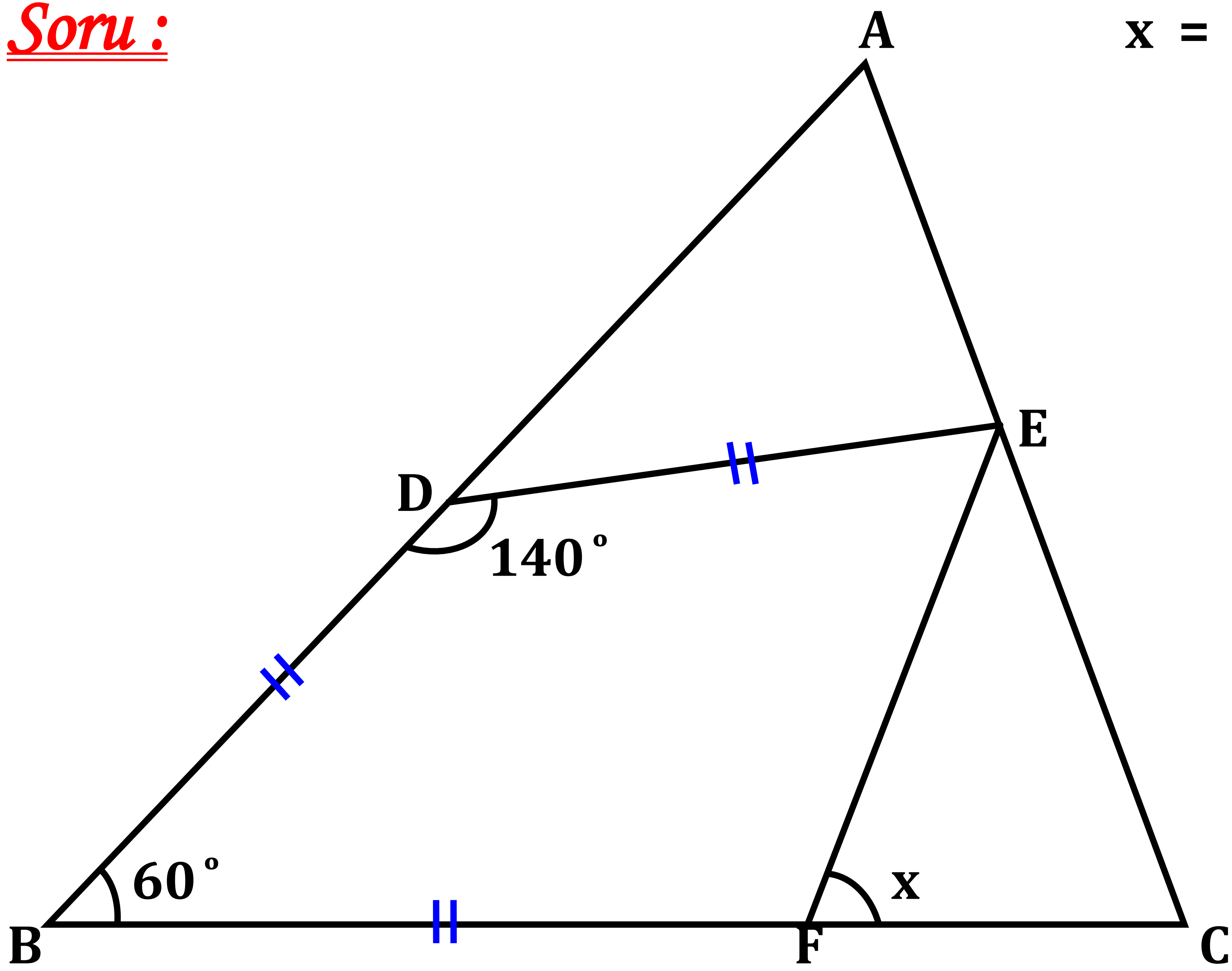
Buna göre α = ?



(Eş kenarları düşünerek gizli ikizkenar üçgeni bulunur.)

Soru :

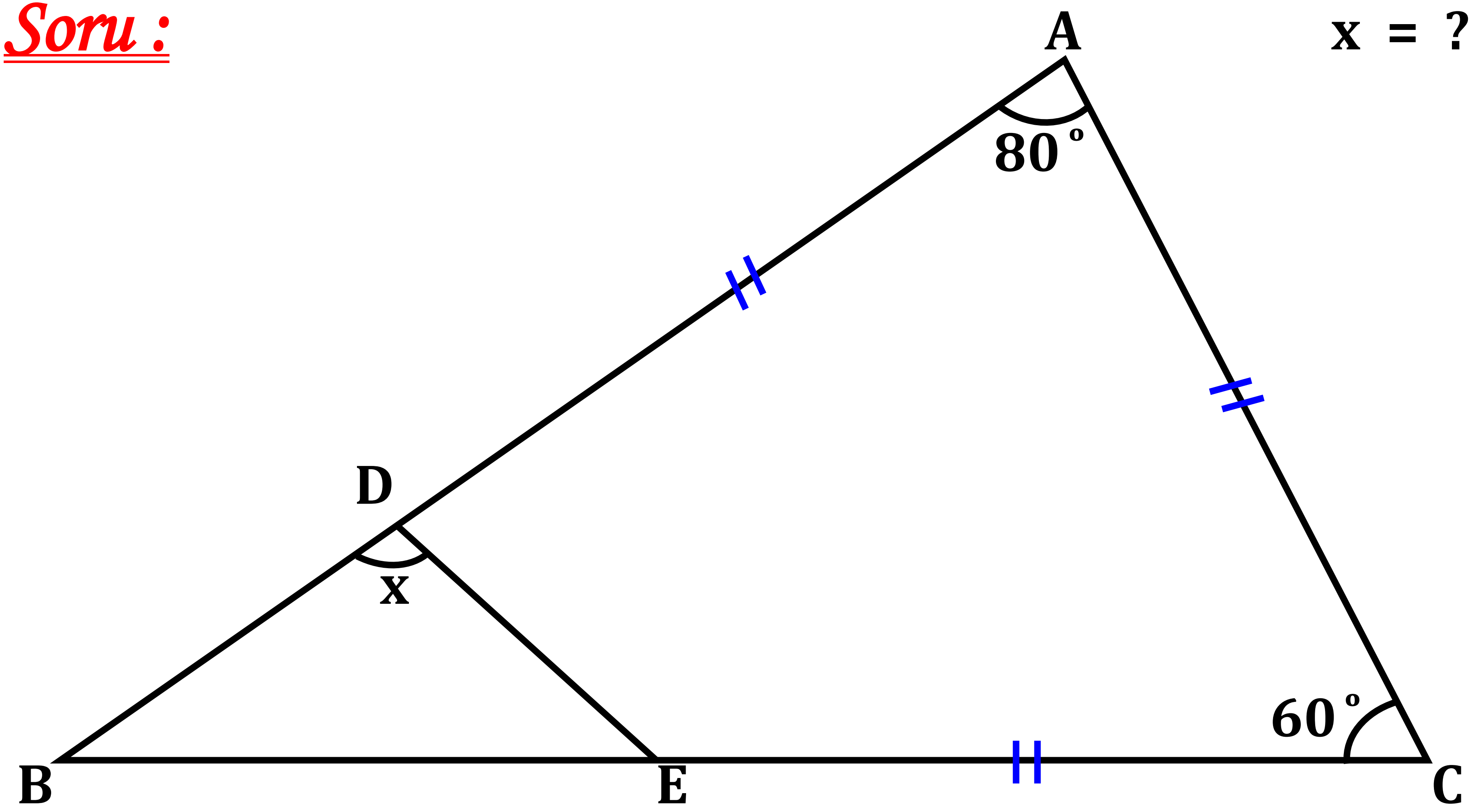
$x = ?$



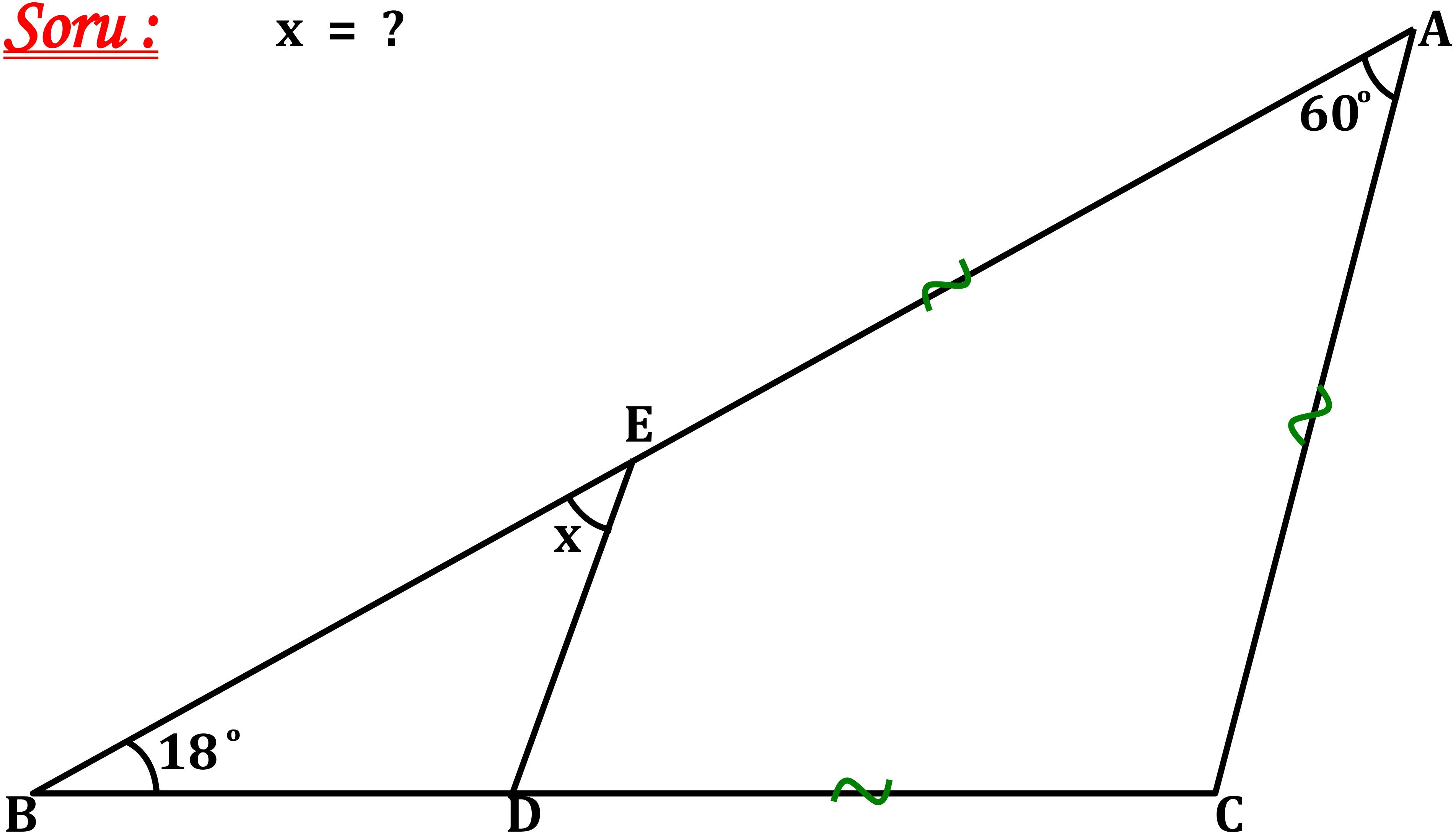
(İkizkenar üçgende de benzer soru çözülmüştü. Eksik doğru parçası çizilir ve çözüm üretilir.)

Soru :

$x = ?$



Soru : $x = ?$



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 4. 1. 2. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir.

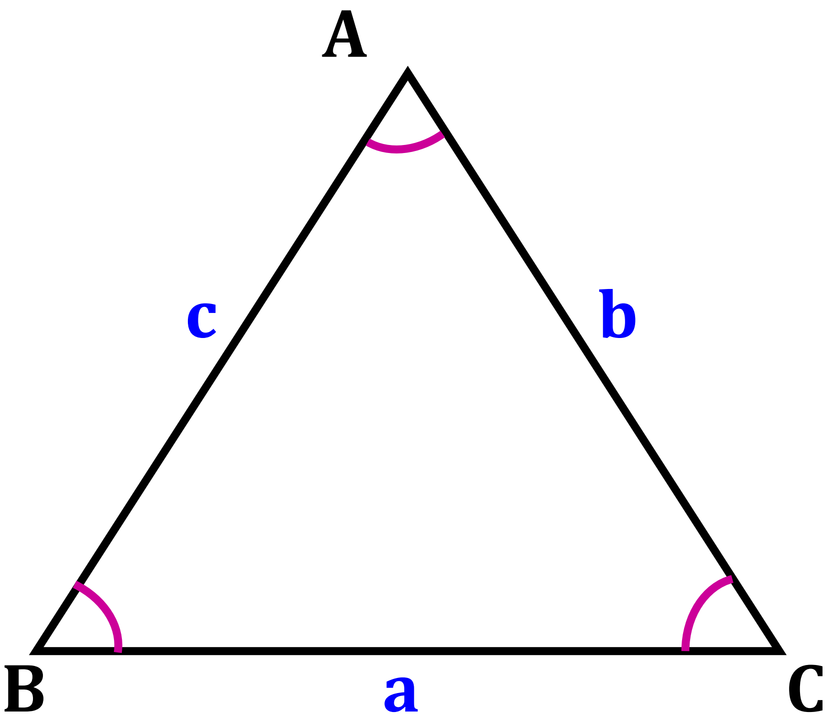
Bir üçgende daha uzun olan kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğu ve bunun tersinin de doğru olduğu gösterilir.

9. 4. 1. 3. Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu değerlendirir.

İki kenar uzunluğu verilen bir üçgenin üçüncü kenar uzunluğunun hangi aralıkta değerler alabileceğine ilişkin uygulamalar yapılır.

Üçgende Açı – Uzunluk İlişkisi

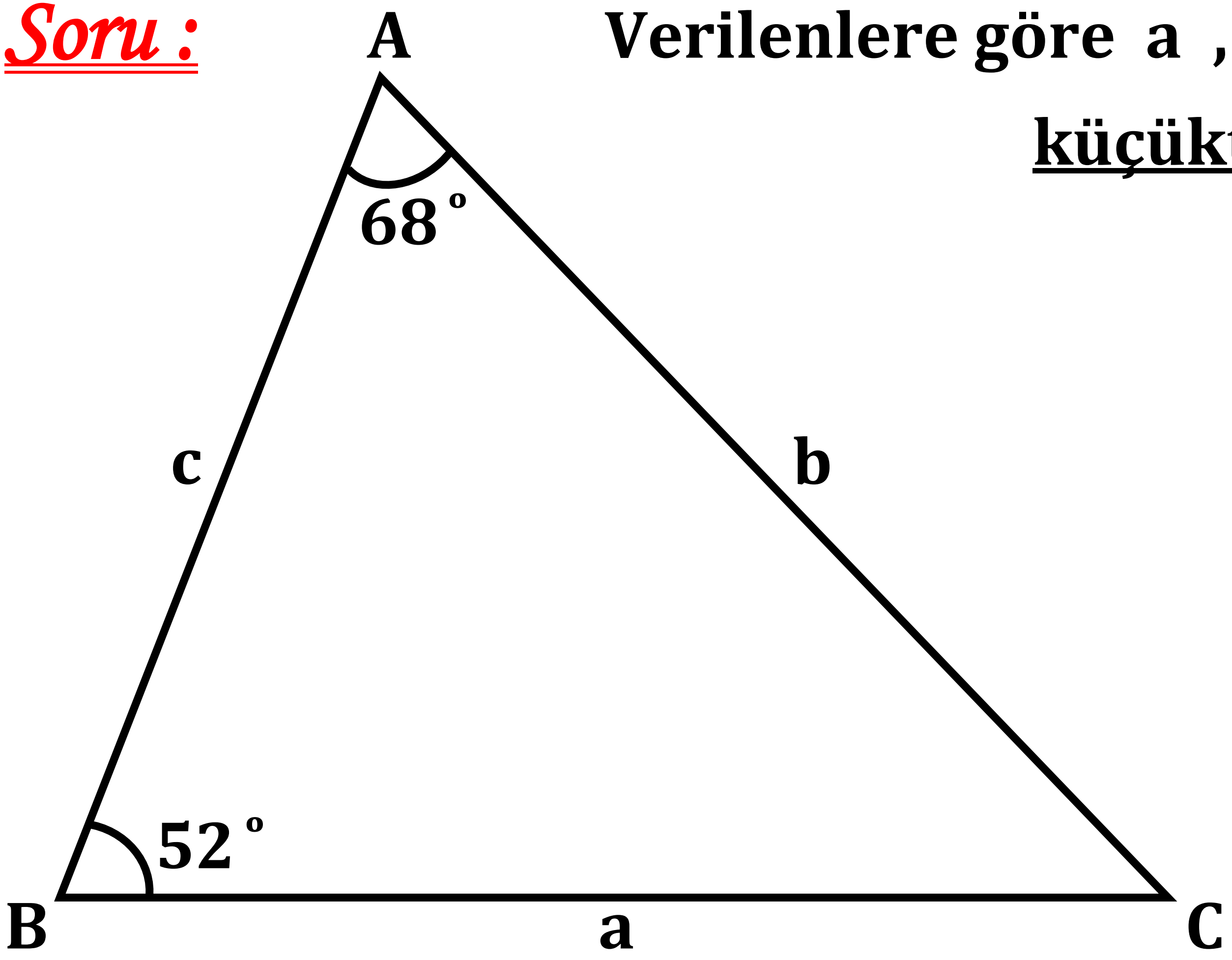
Bir üçgende büyük açının gördüğü kenar diğer kenar uzunluk-larından daha büyüktür.



*** Üçgenin iç açıları karşılaştırılarak, kenar uzunlukları arasında sıralama yapılır.

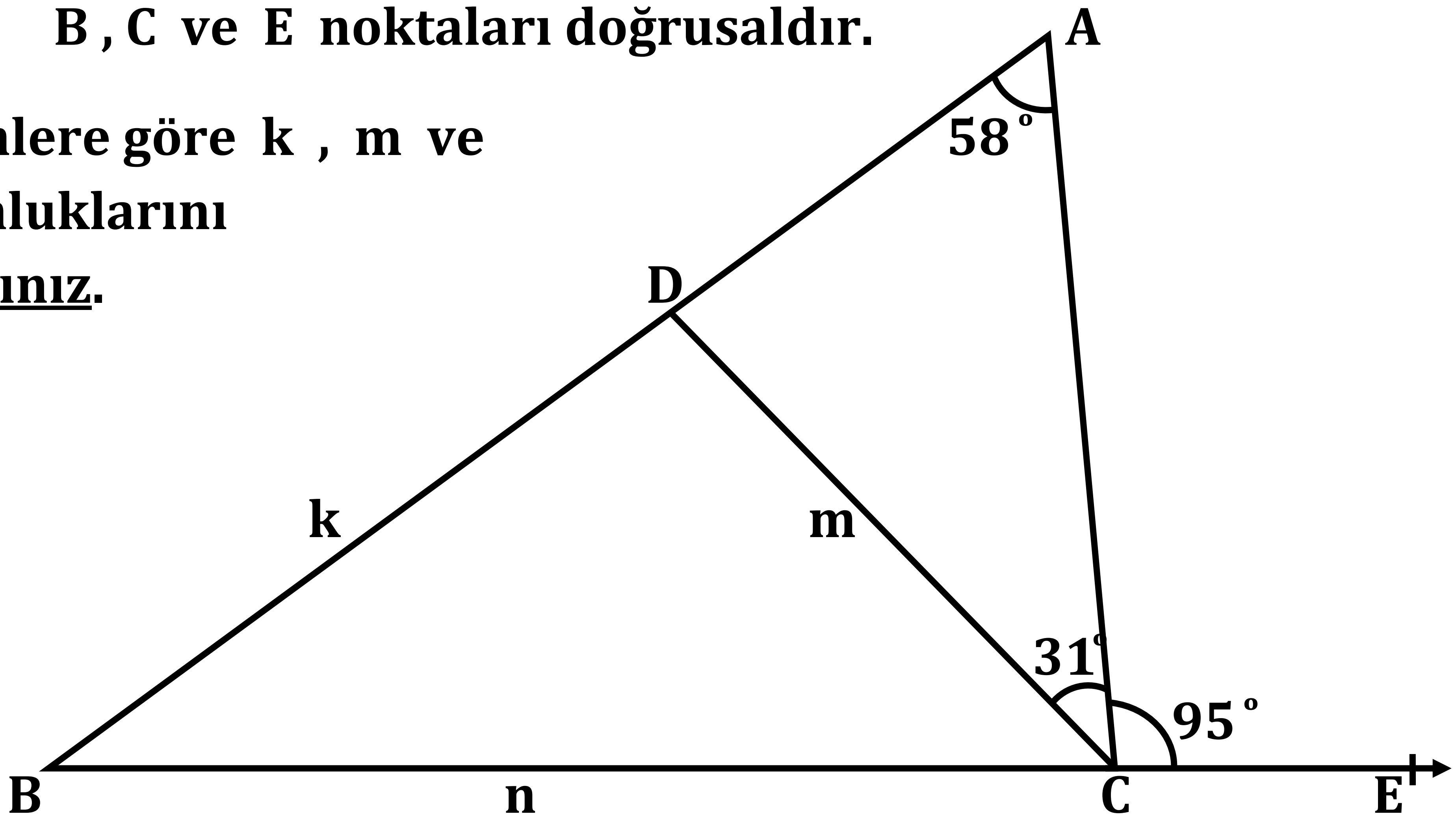
Üçgenin kenar uzunlukları karşılaştırılarak ta iç açılar arasında sıralama yapılabilir.

Soru : Verilenlere göre a , b ve c kenar uzunluklarını **küçükten büyüğe** doğru sıralayınız.



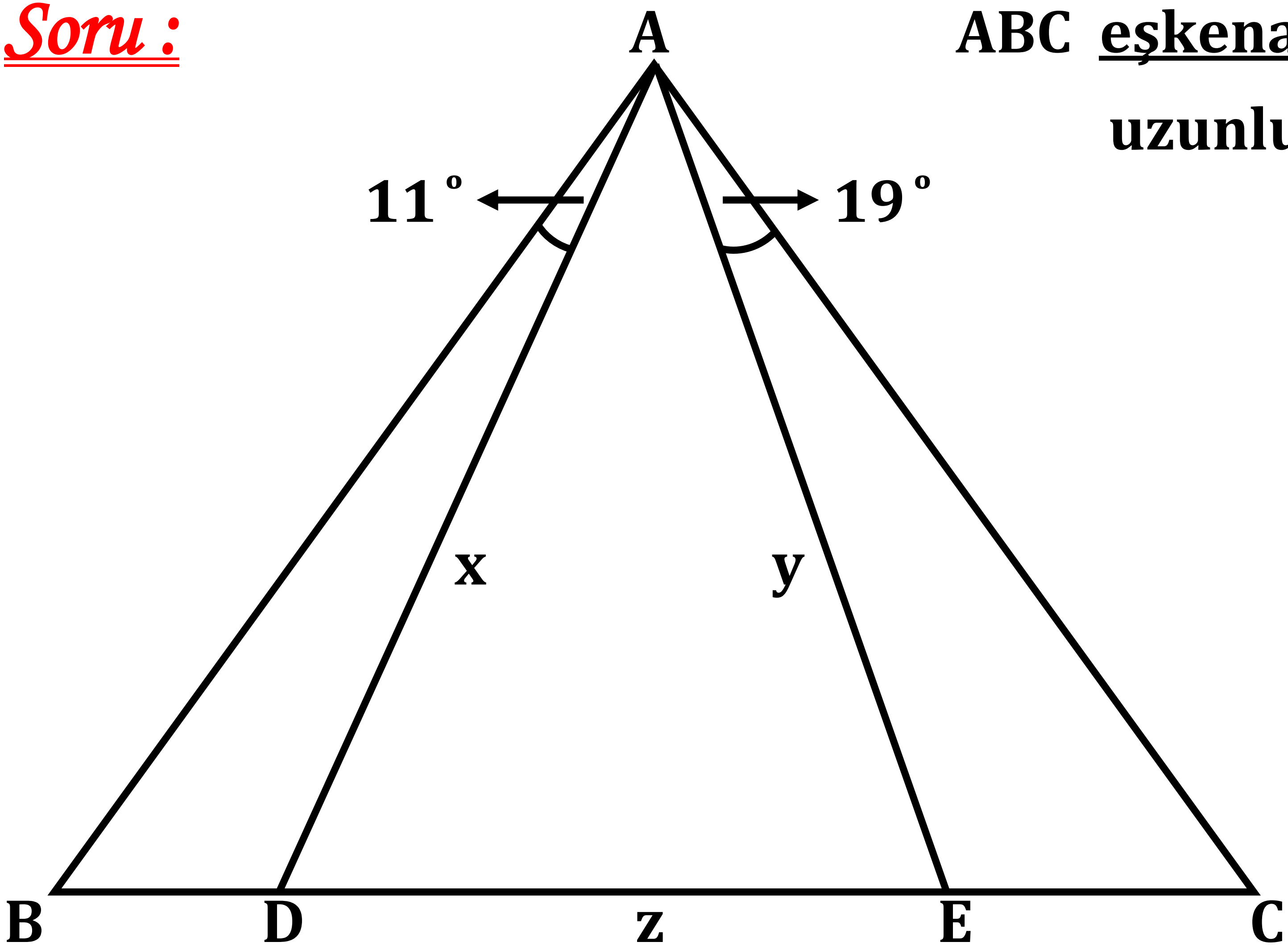
Soru : B , C ve E noktaları doğrusaldır.

Verilenlere göre k , m ve n uzunluklarını sıralayınız.

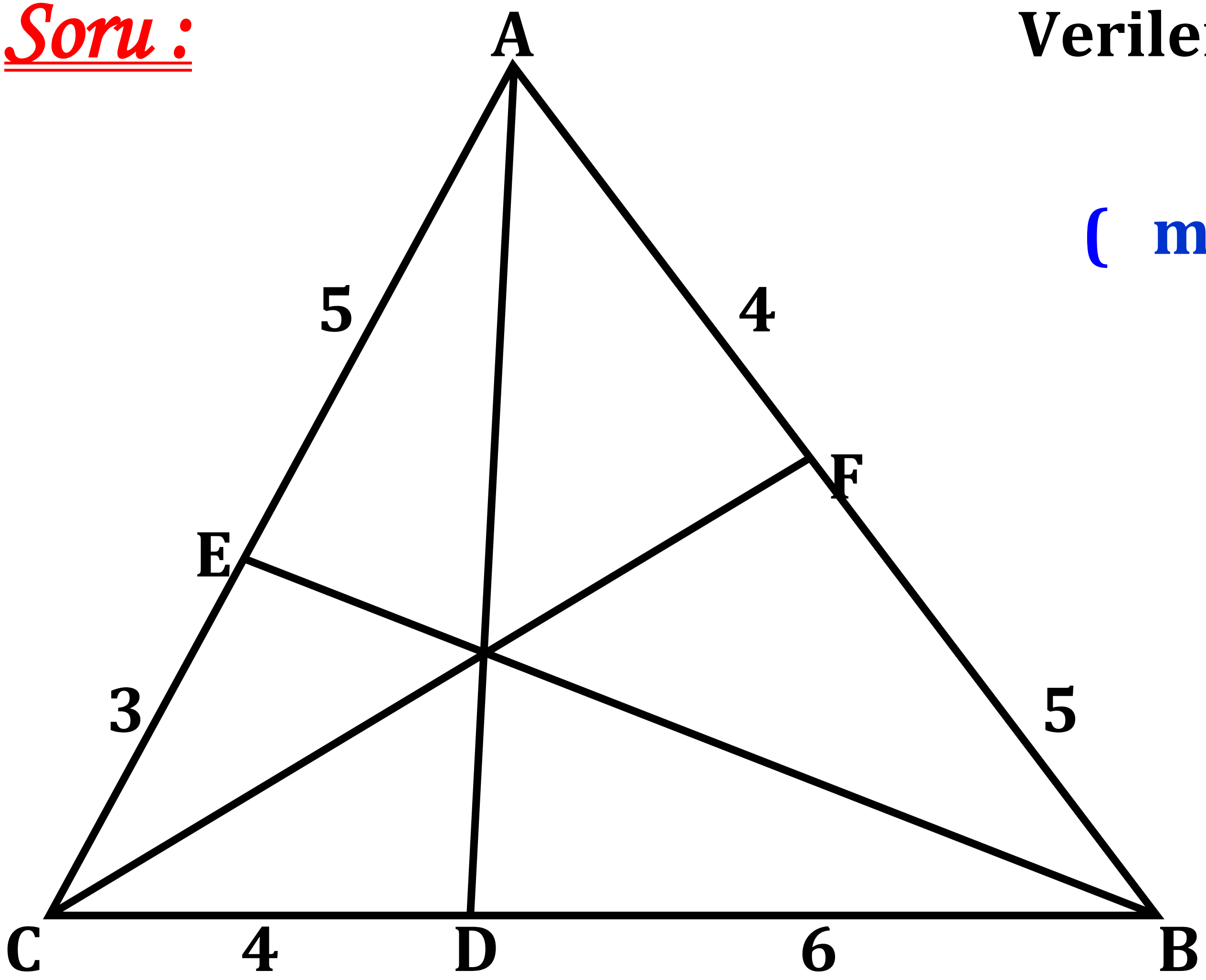


Soru :

ABC **eşkenar üçgen** ise; x , y ve z uzunluklarını karşılaştırınız.



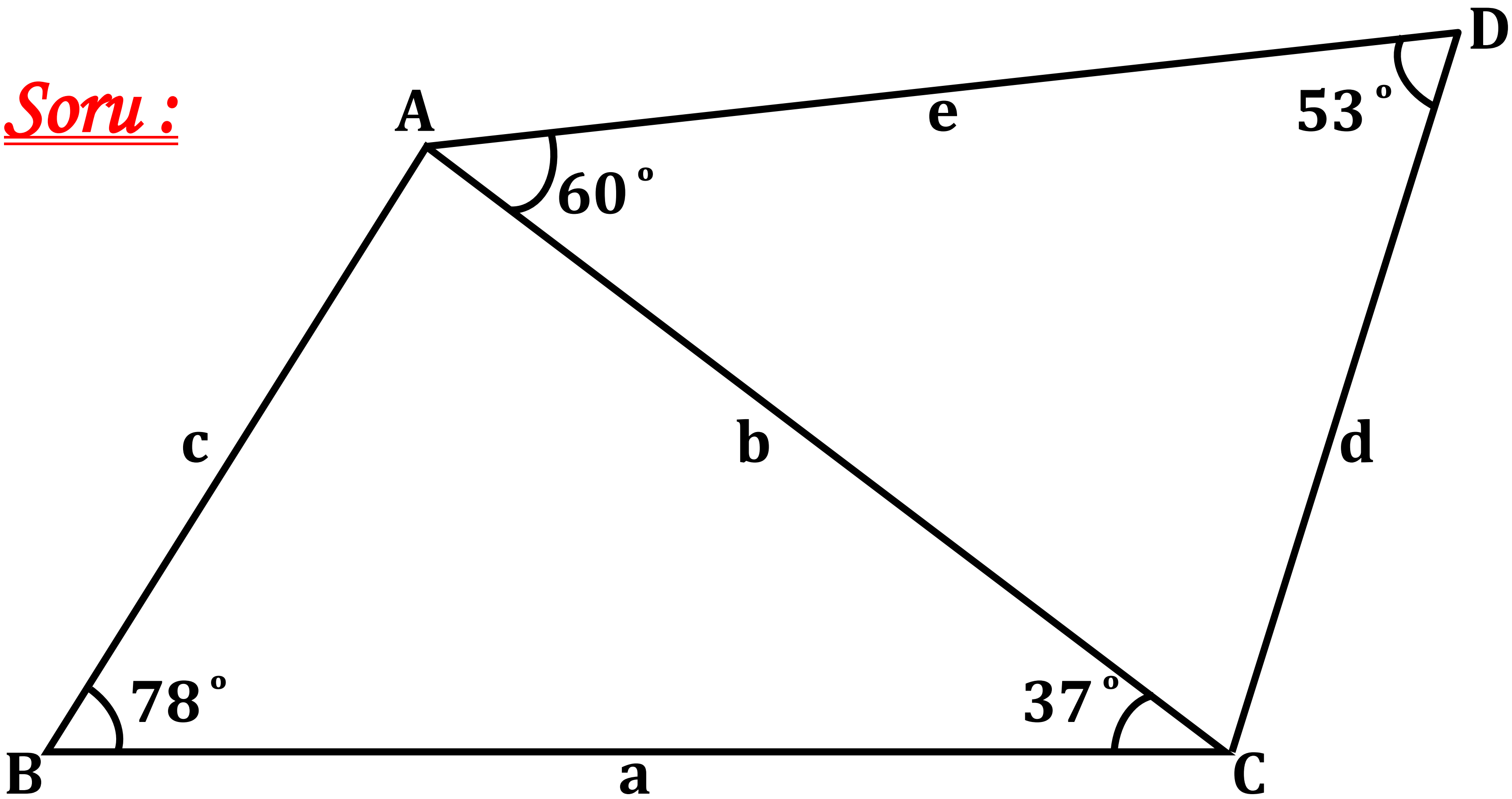
Soru :



Verilenlere göre ABC üçgeninin iç açılarını karşılaştırınız.

(m ($\widehat{A}$) , m ($\widehat{B}$) , m ($\widehat{C}$))

Soru :

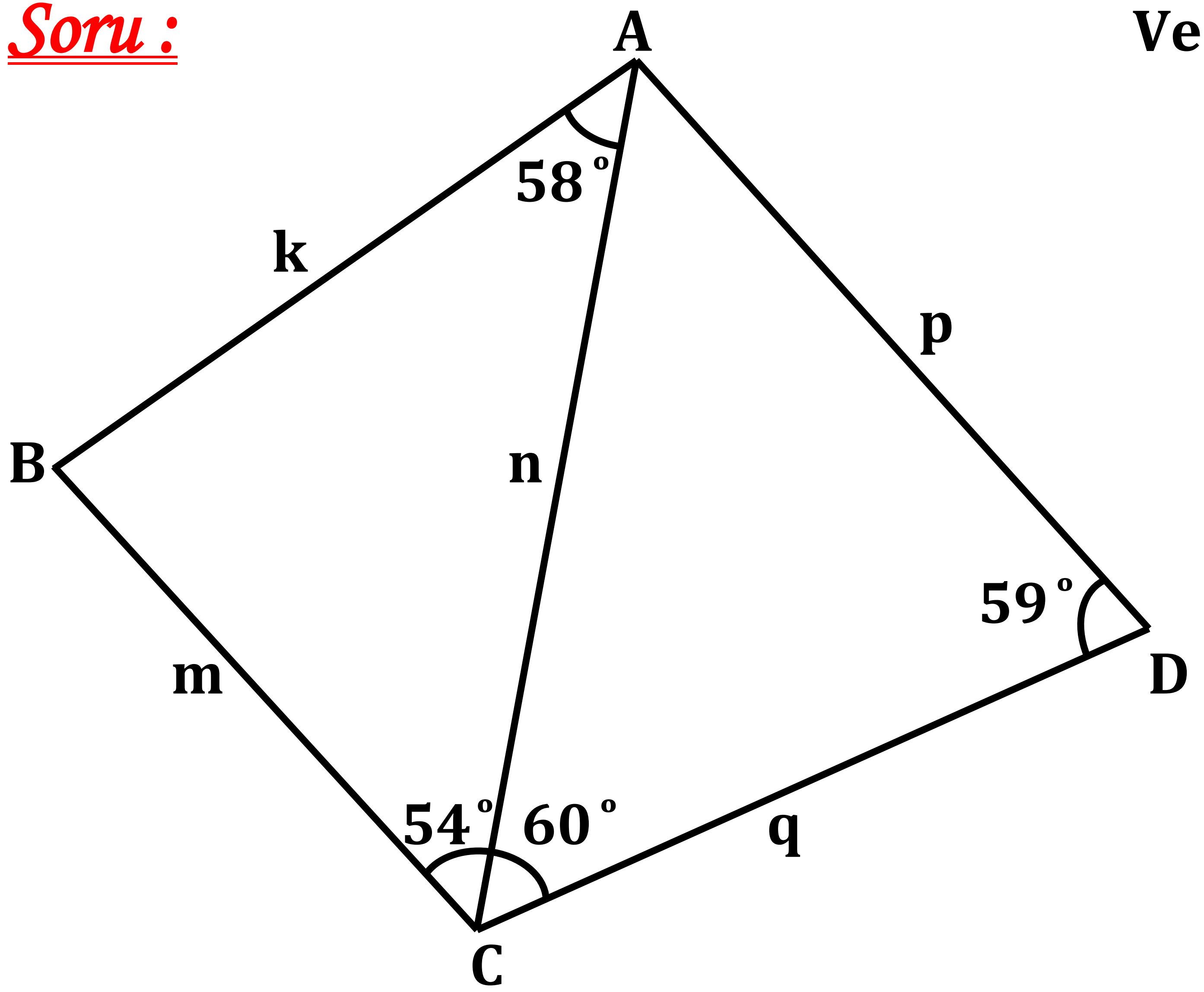


Verilen kenar uzunlukları arasındaki sıralamayı bulunuz.

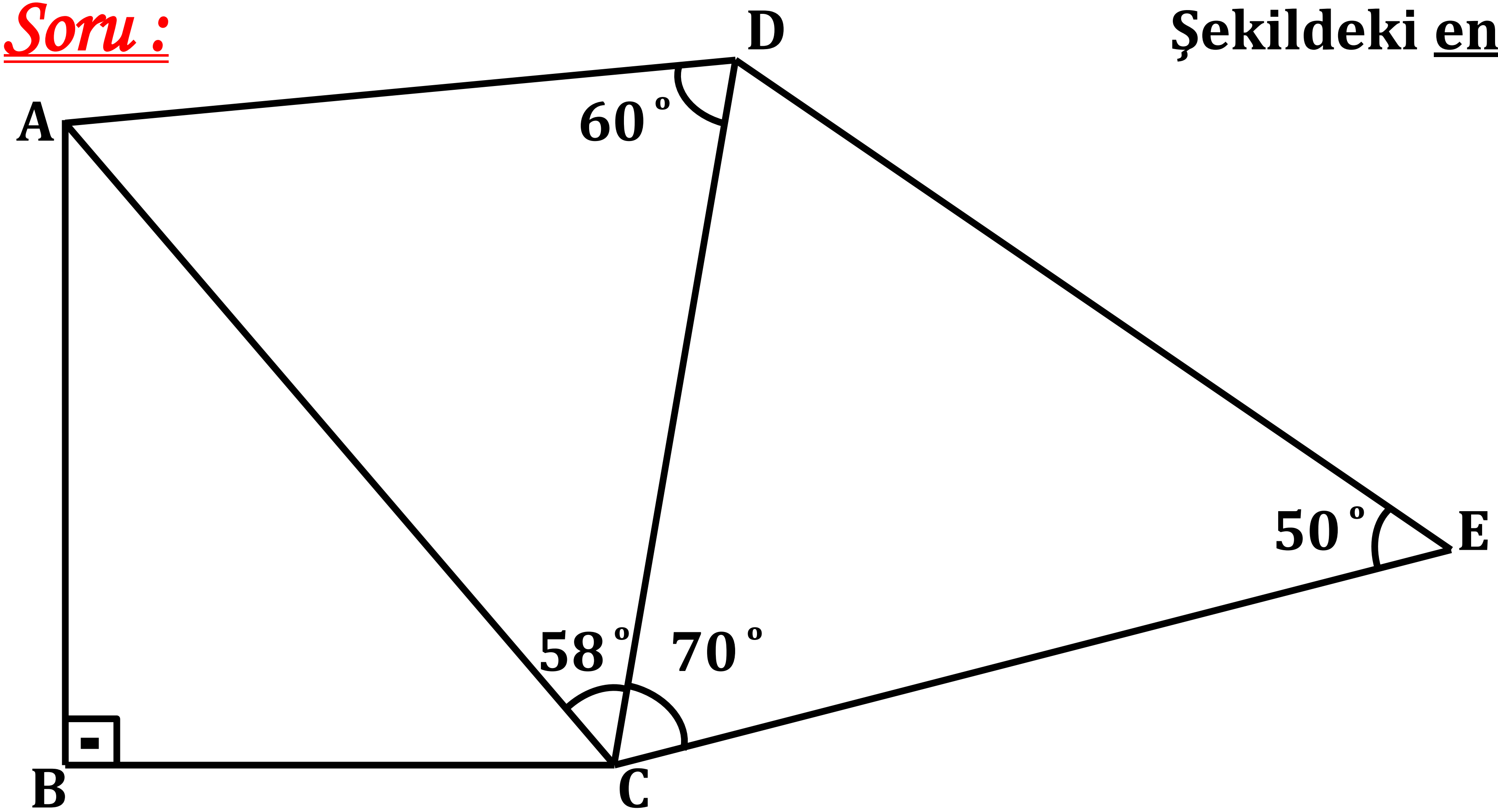
(İki üçgendeki kenar uzunlukları arasındaki sıralama yapılır. İki çözüm birleştirilir. En büyük açıyı gören uzunluk diğer üçgende küçük kenar olabilir.)

Soru :

Verilenlere göre <u>en kısa</u> ile <u>en uzun</u> kenarı bulunuz.

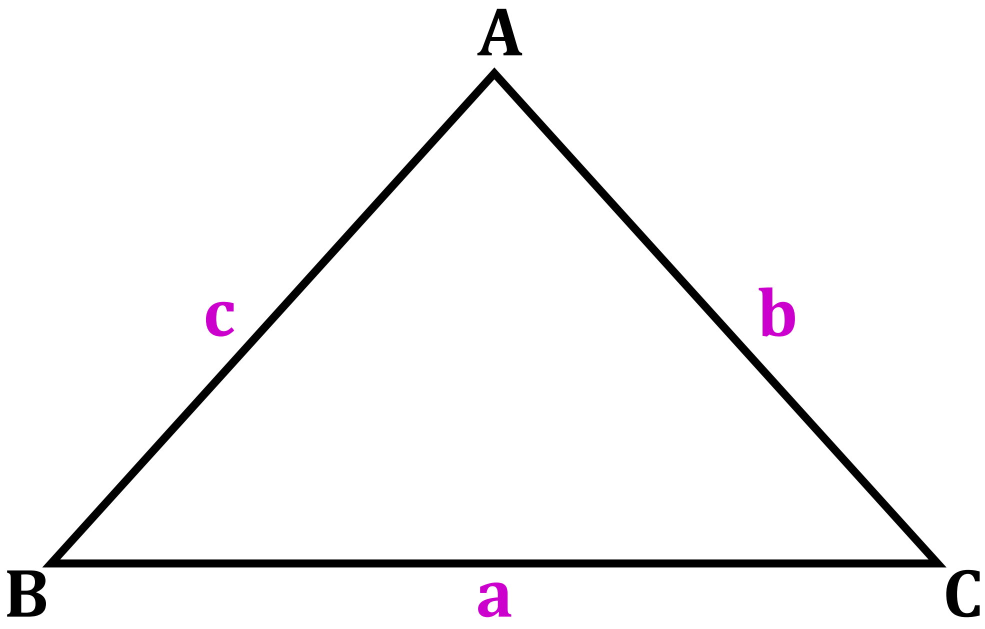


Soru :



Şekildeki en uzun kenar hangisidir ?

Üçgen Eşitsizliği



*** **Bir üçgende bir kenar uzunluğu; diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, uzunlukları farkının mutlak değerinden büyük olmalıdır. Yani;**

$$|b - c| < a < b + c$$

$$|a - c| < b < a + c$$

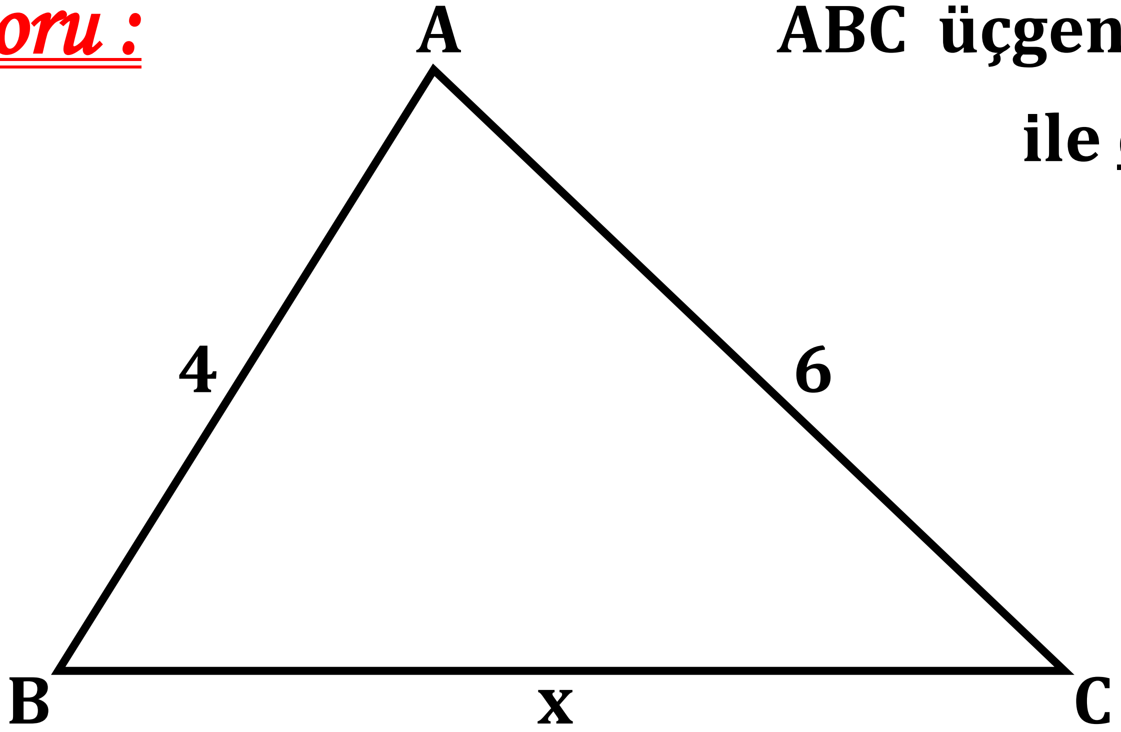
$$|a - b| < c < a + b$$

olarak alınabilir.

*** **Eşitsizliklerde bilinmeyen ortaya alınarak çözüm bulunur.**

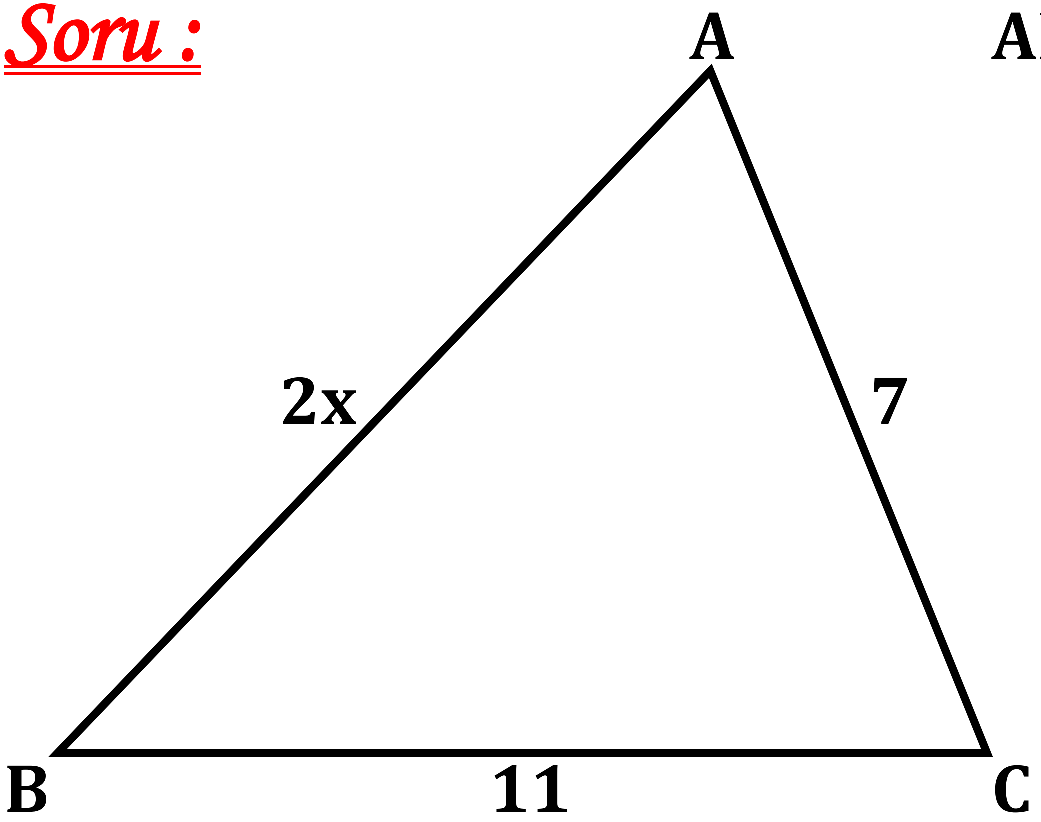
Eğer büyükten küçük çıkartılırsa işlemde mutlak değeri almaya gerek yoktur.

Soru :



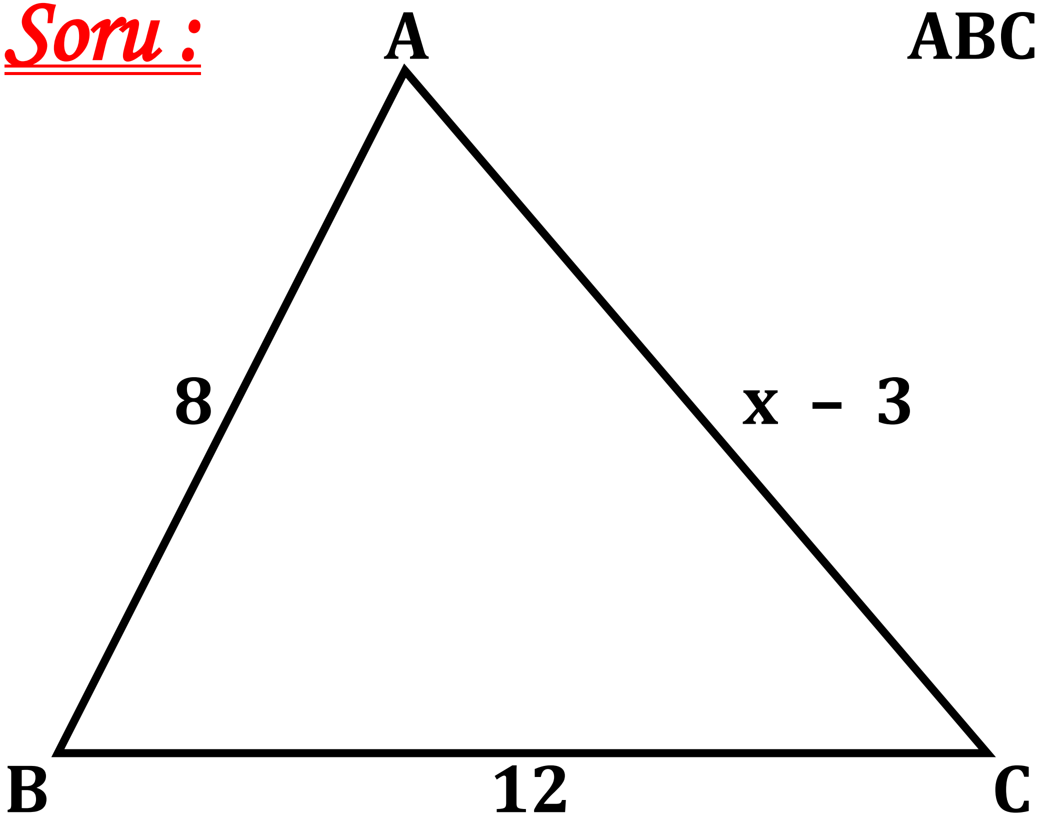
ABC üçgeninde x 'in alabileceği en büyük ile en küçük tam sayı değerlerinin çarpımı ne olur ?

Soru :



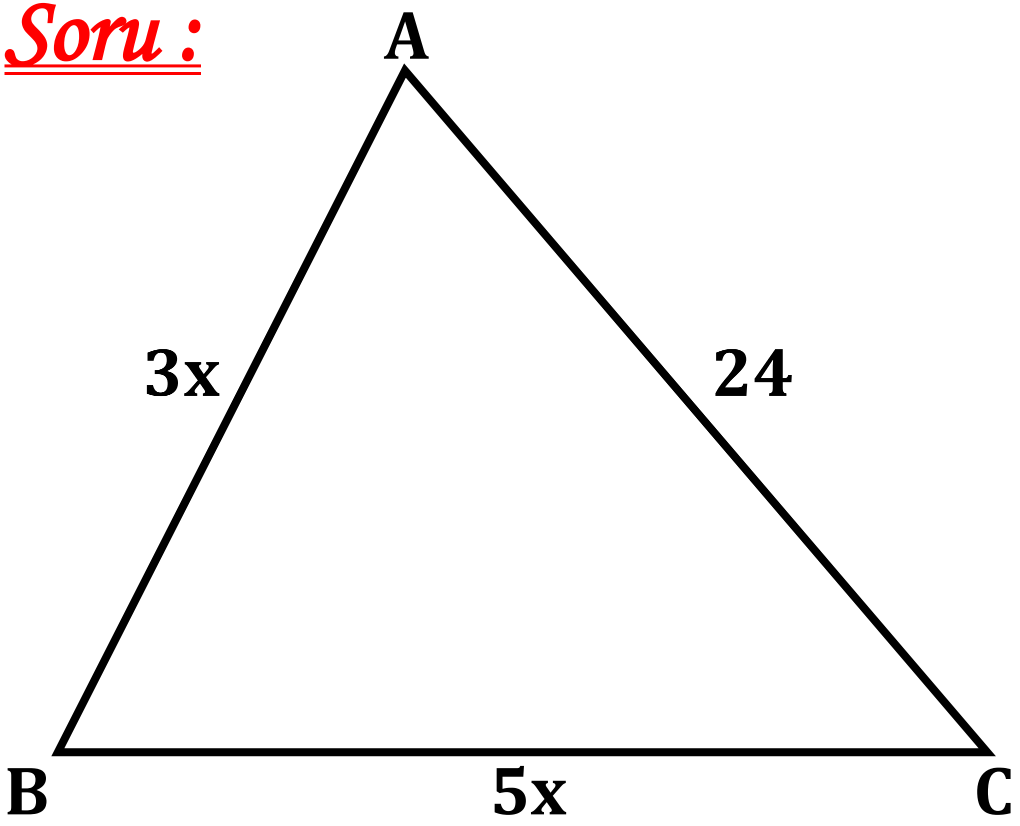
ABC üçgeninde x yerine gelebilecek tam sayıların toplamı kaç olur ?

Soru :



ABC üçgeninin <u>çevre uzunluğu tam sayı</u>
<u>olarak en fazla</u> kaç br olur ?

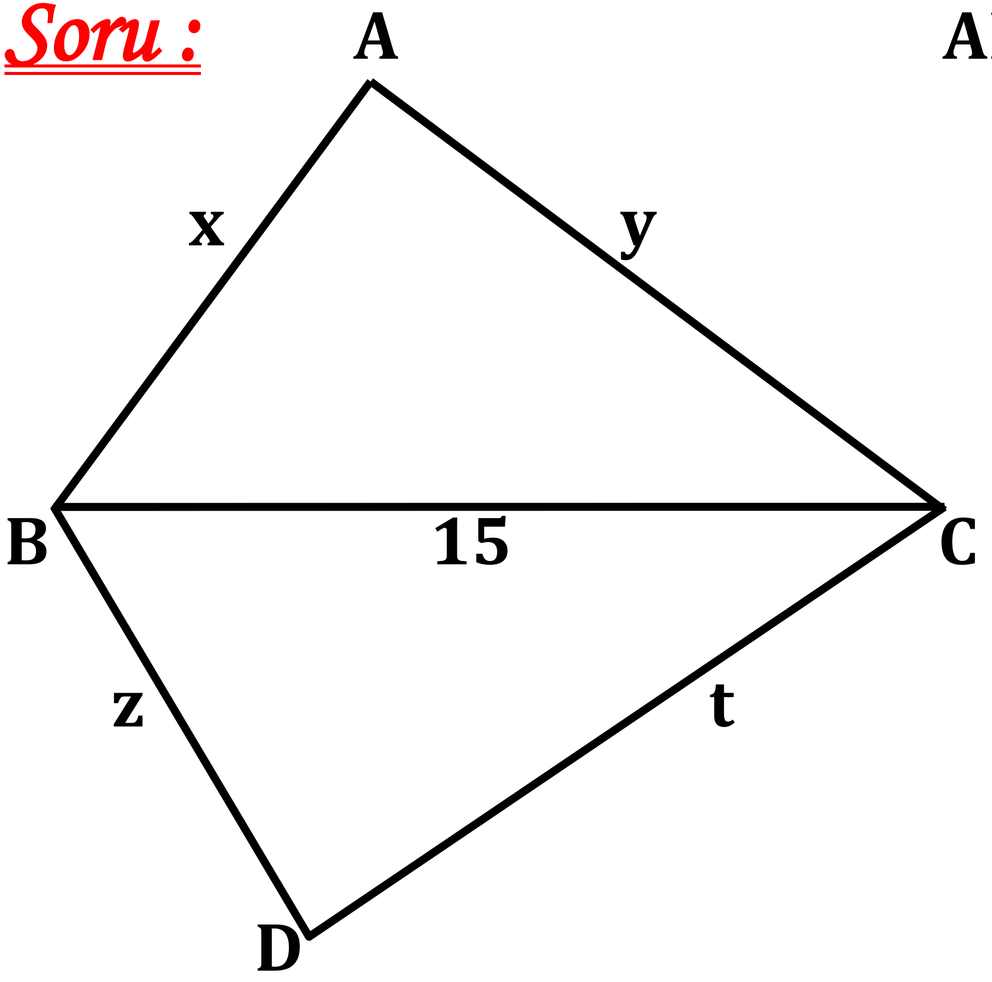
Soru :



ABC üçgeninde x sayısının çözüm aralığı ne olmalıdır ?

(Bu sefer bilinen ortaya alınır. Bulunan eşitsizlik iki gruba ayrılır ve asıl çözüm kümesi bulunur. Eşitsizlikler konusunda işlemiştik.)

Soru :

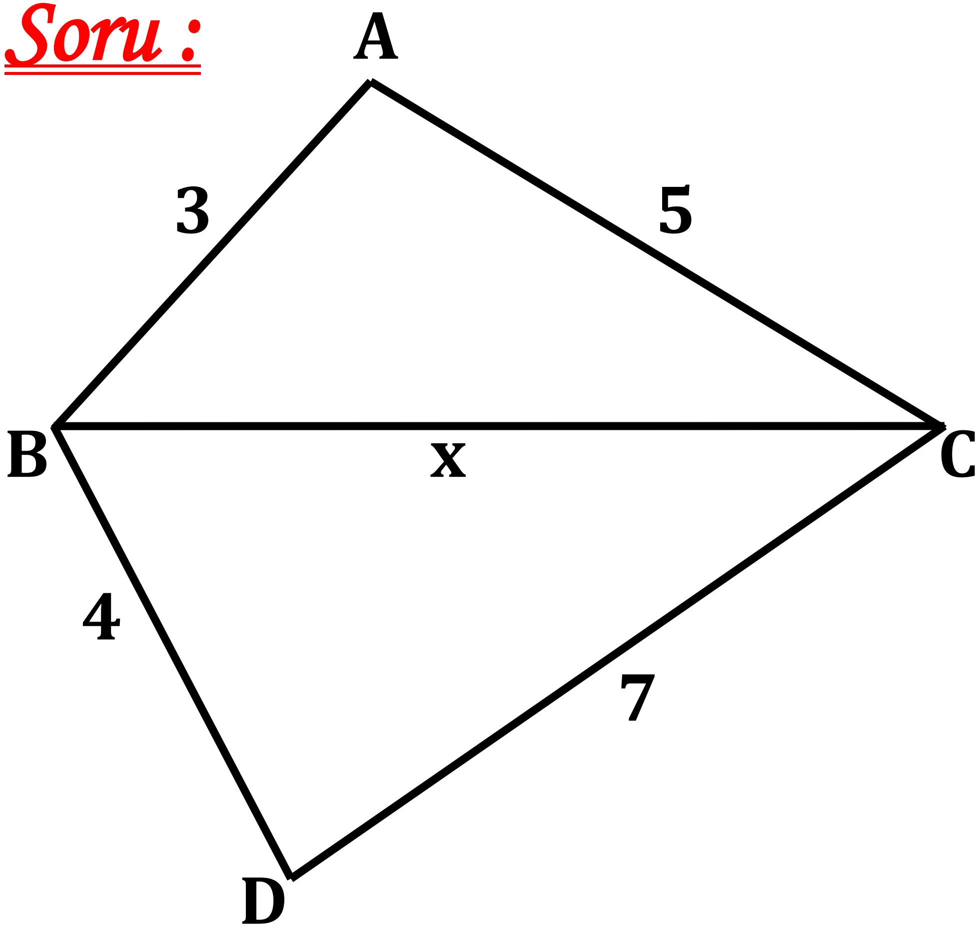


ABCD dörtgeninin çevre uzunluğunun alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç olmalıdır ?

(Üçgen eşitsizliğinin ihtiyacımız olan kısmı kullanılarak çözüme ulaşılır.)

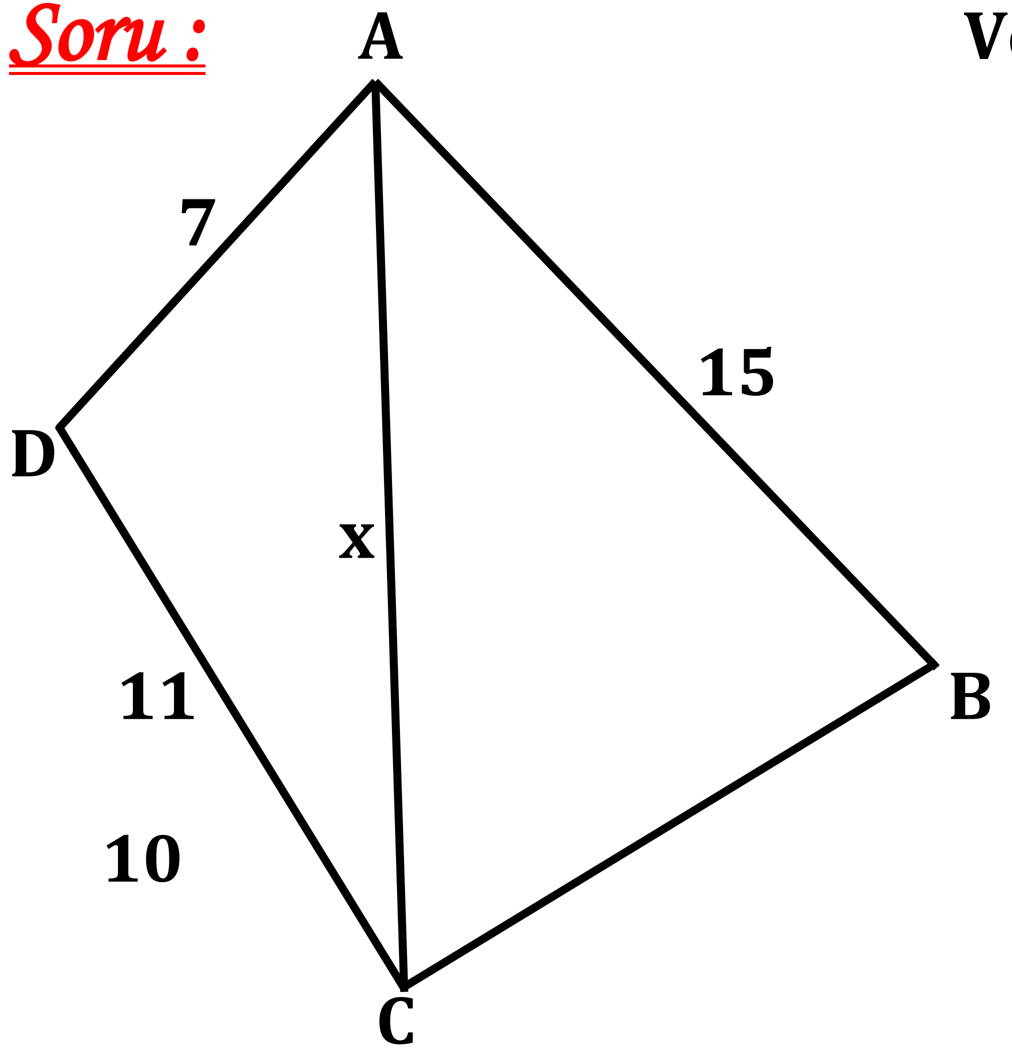
Soru :

Verilenlere göre x 'in çözüm aralığı ne olmalıdır ?



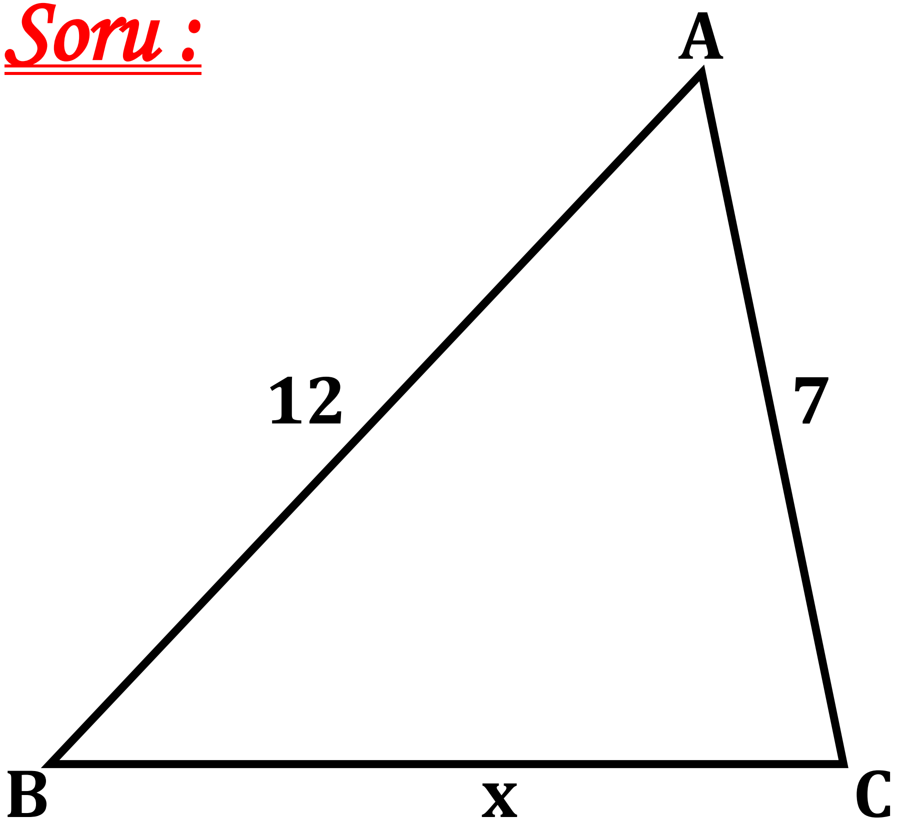
(İki üçgende üçgen eşitsizliği uygulanır. Bulunan iki eşitsizliğin ortak kümesi alınır. Sayı doğrusu üzerinde daha önceden göstermiştik.)

Soru :



Verilenlere göre x yerine gelebilecek tam sayılardan <u>en küçüğü ile en büyüğünün çarpımı</u> kaç olur ?

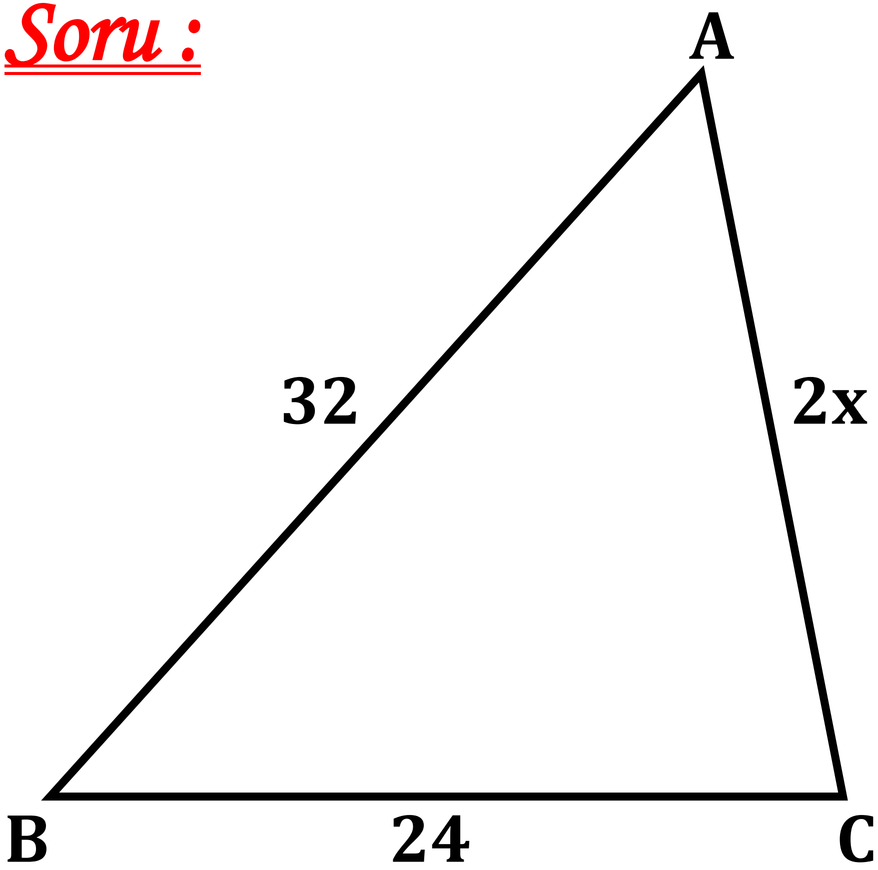
Soru :



$m(\widehat{A}) < m(\widehat{C})$ ise x'in alabileceği tam sayı değerlerinin **toplamı** ne olur ?

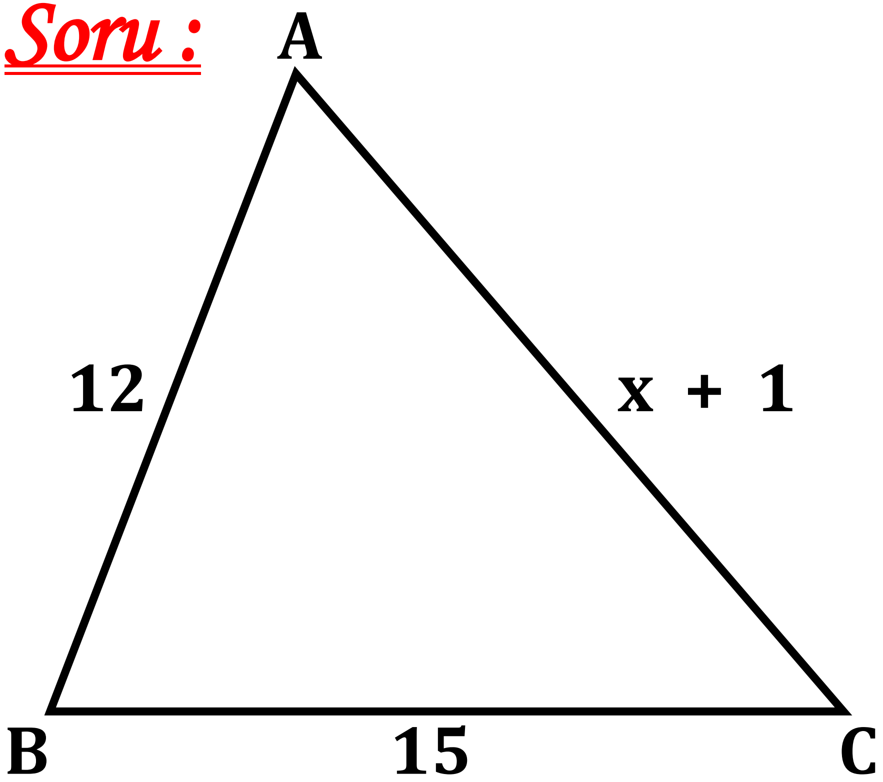
(Üçgen eşitsizliği ve verilen şart uygulanır. Bulunan iki eşitsizliğin ortak kümesi alınır.)

Soru :



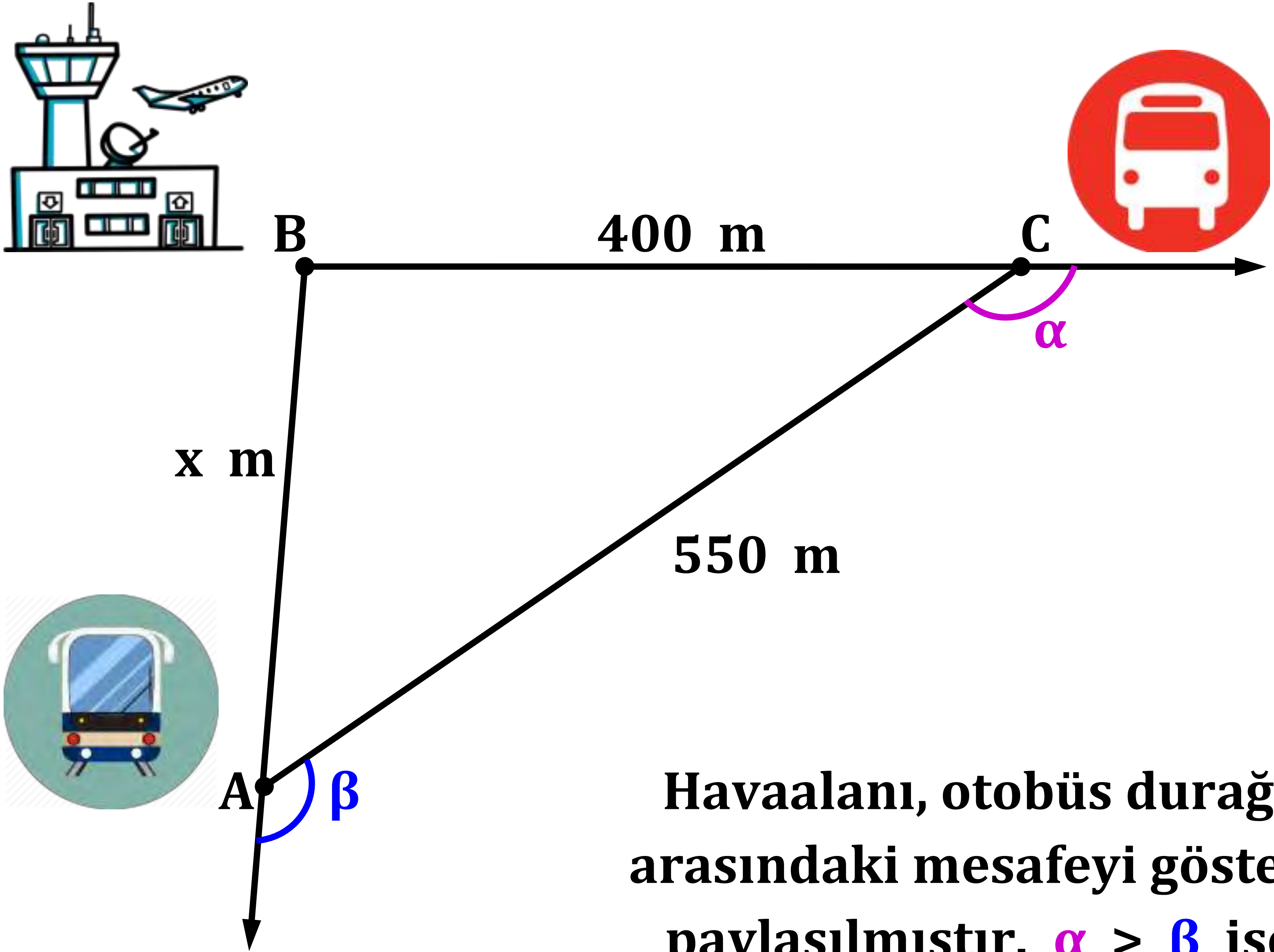
$m(\widehat{B}) > m(\widehat{A})$ ise x'in çözüm aralığı ne olmalıdır ?

Soru :



$m(\widehat{B}) < m(\widehat{A})$ ise x'in çözüm aralığı ne olmalıdır ?

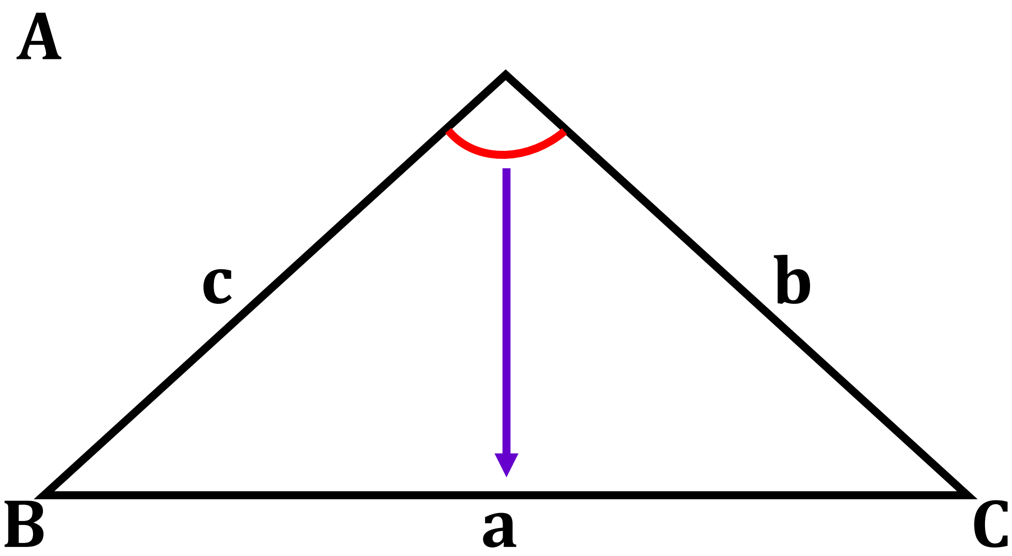
Soru : **ABC bir üçgendir.**



Havaalanı, otobüs durağı ve metro durağı arasındaki mesafeyi gösteren görsel yanda paylaşılmıştır. $\alpha > \beta$ ise x mesafesi tam sayı olarak <u>en az</u> ve <u>en fazla</u> kaç m olur ?

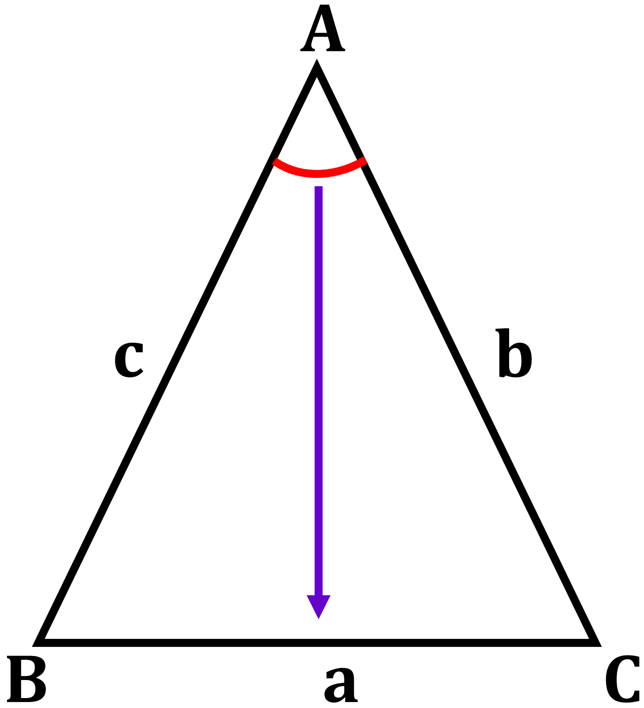
Kural :

A) $m(\widehat{A}) > 90°$ ise ;



$a^2 > b^2 + c^2$

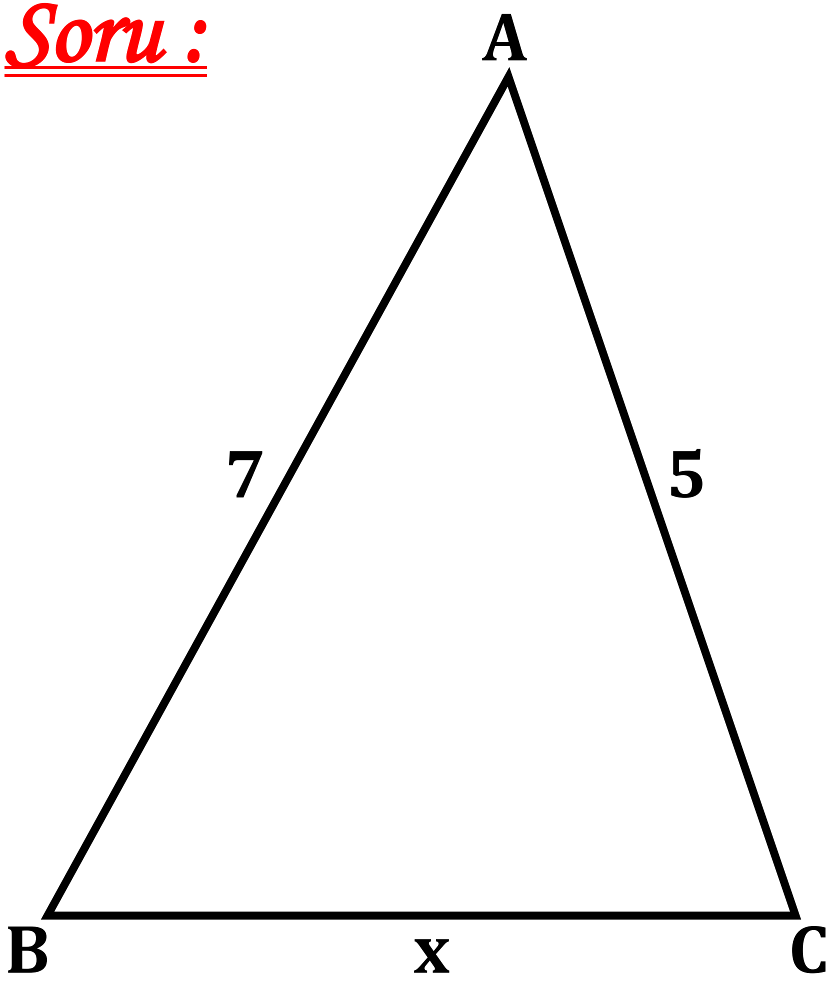
B) $m(\widehat{A}) < 90°$ ise ;



$a^2 < b^2 + c^2$

olarak alınır. Hem bulduğumuz çözüm hem de üçgen eşitsizliği kullanılarak ortak çözüm bulunur. Karekökün yaklaşık değeri alınır. **Örneğin** $\sqrt{56} = 7,...$ **gibi.**

Soru :

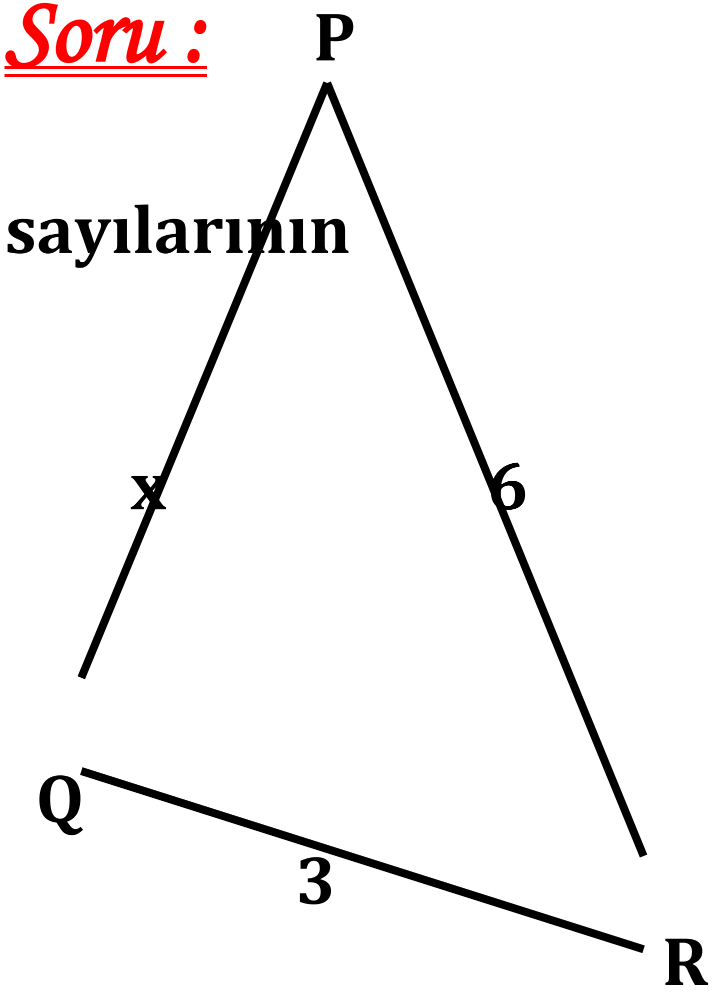


$m(\widehat{A}) < 90^\circ$ ise x tam sayısı <u>en fazla</u> kaç olmalıdır ?

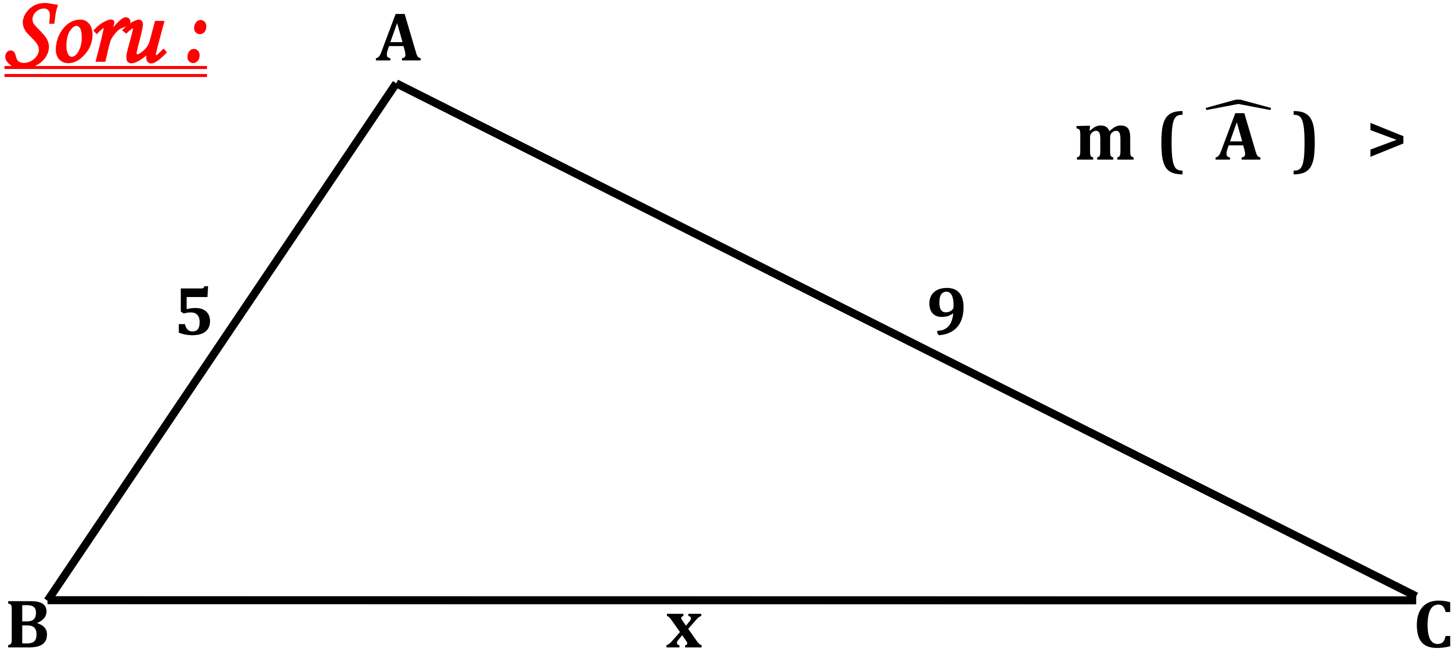
Soru :

$m(\widehat{R}) < 90^{\circ}$ ise x tam sayılarının

toplamı ne olmalıdır ?

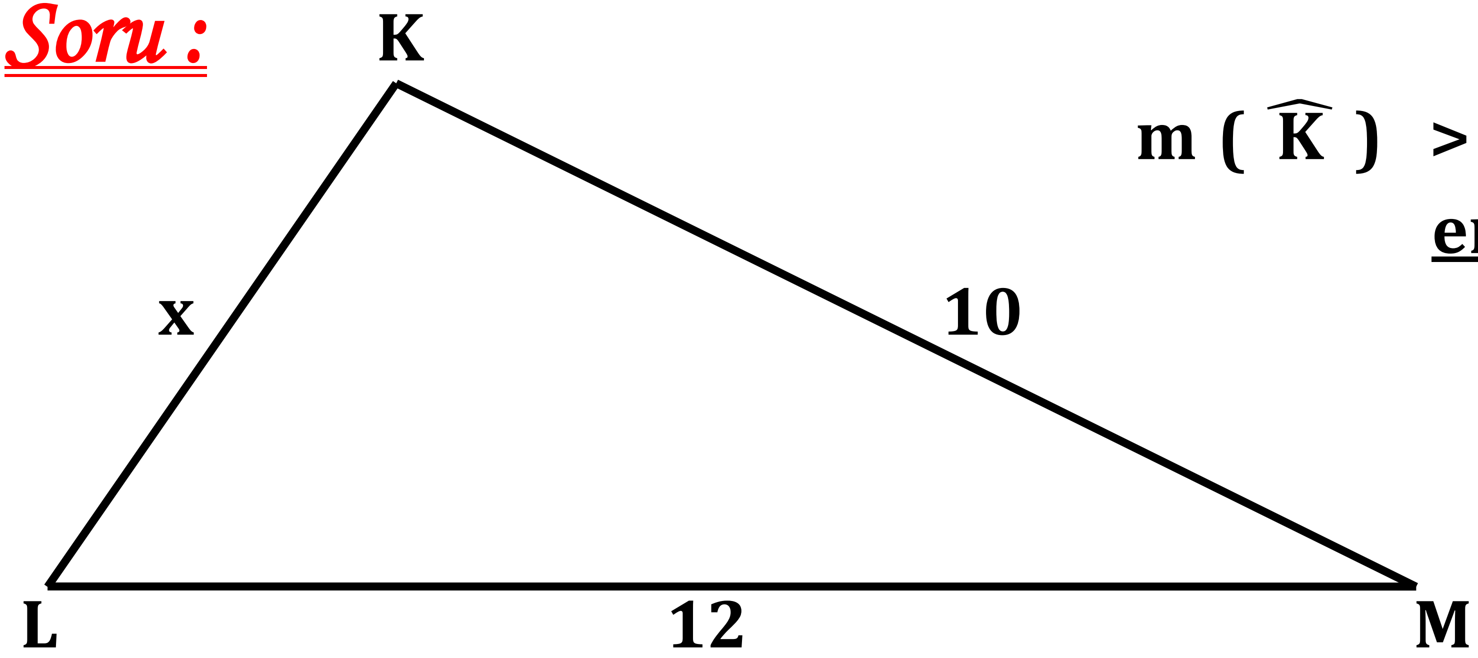


Soru :



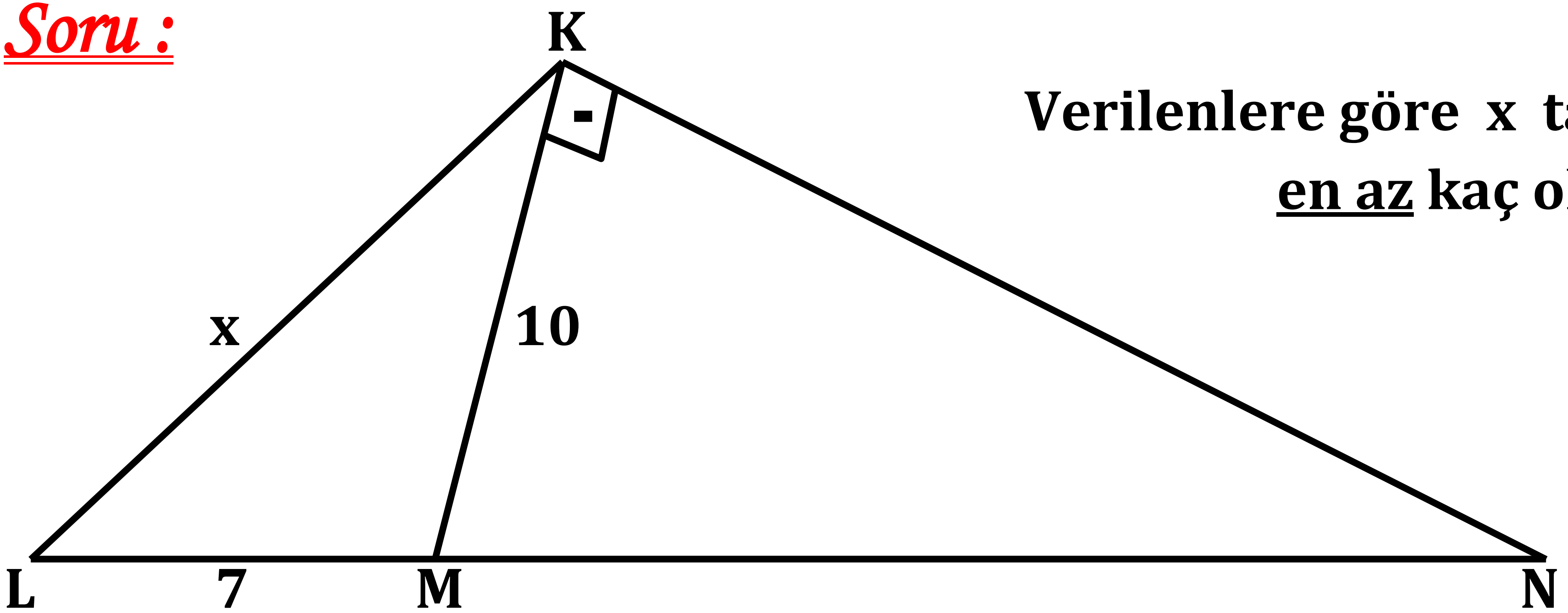
$m(\widehat{A}) > 90^{\circ}$ ise x tam sayıları ne olmalıdır ?

Soru :



$m(\widehat{K}) > 90^\circ$ ise x tam sayısı
<u>en fazla</u> kaç olmalıdır ?

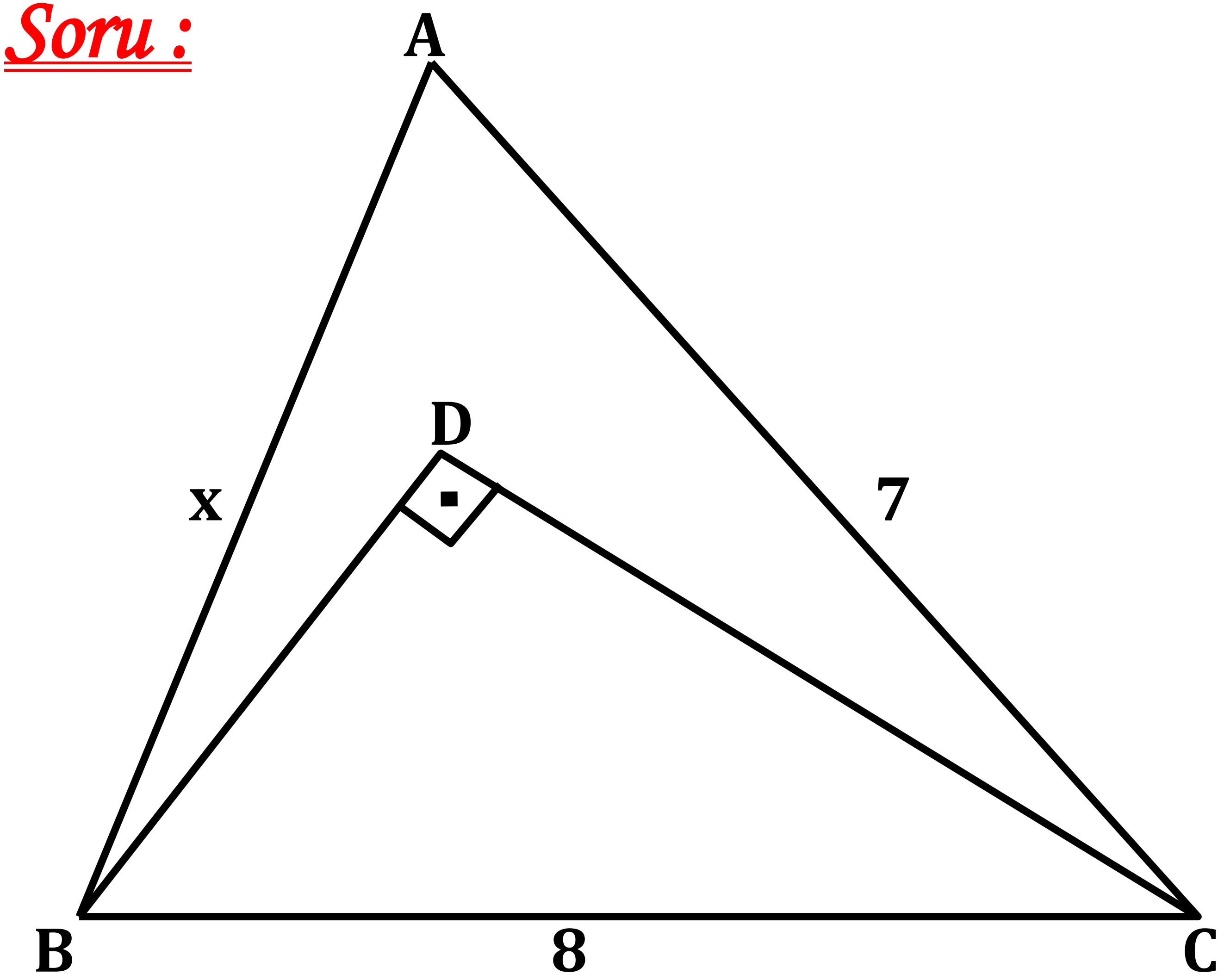
Soru :



Verilenlere göre x tam sayısı
en az kaç olmalıdır ?

(Kullanılacak olan açının 90° 'den büyük ya da küçük olma durumu tespit edilir.)

Soru :



Verilenlere göre x tam sayısı

en az kaç olmalıdır ?

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 4. 2. ÜÇGENLERDE EŞLİK ve BENZERLİK

Terimler ve Kavramlar : Eşlik , Kenar – Açı – Kenar (K. A. K.) , Kenar – Kenar – Kenar (K. K. K.) , Açı – Kenar – Açı (A. K. A.) , Açı – Açı (A. A.) , Benzerlik , Benzerlik Oranı , Kesen

Sembol ve Gösterimler : $\cong$, $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$, $\sim$, $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$

9. 4. 2. 1. İki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.

A) İki üçgenin eşliği hatırlatılır.

B) Kenar – Açı – Kenar (K. A . K.) , Açı – Kenar – Açı (A. K. A.),

Kenar – Kenar – Kenar (K. K. K.) eşlik kuralları, ölçümler yapılarak oluşturulur.

C) Eş üçgenlerin karşılıklı yardımcı elemanlarının da eş olduğu gösterilir.

9. 4. 2. 2. İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.

A) Kenar – Açı – Kenar (K. A. K.) , Kenar – Kenar – Kenar (K. K. K.) ve Açı – Açı (A. A.) benzerlik kuralları , ölçümler yapılarak oluşturulur.

B) Eşlik ile benzerlik arasındaki ilişki incelenir.

C) Benzer üçgenlerin karşılıklı yardımcı elemanlarının da aynı benzerlik oranına sahip olduğu gösterilir.

9. 4. 2. 3. Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar.

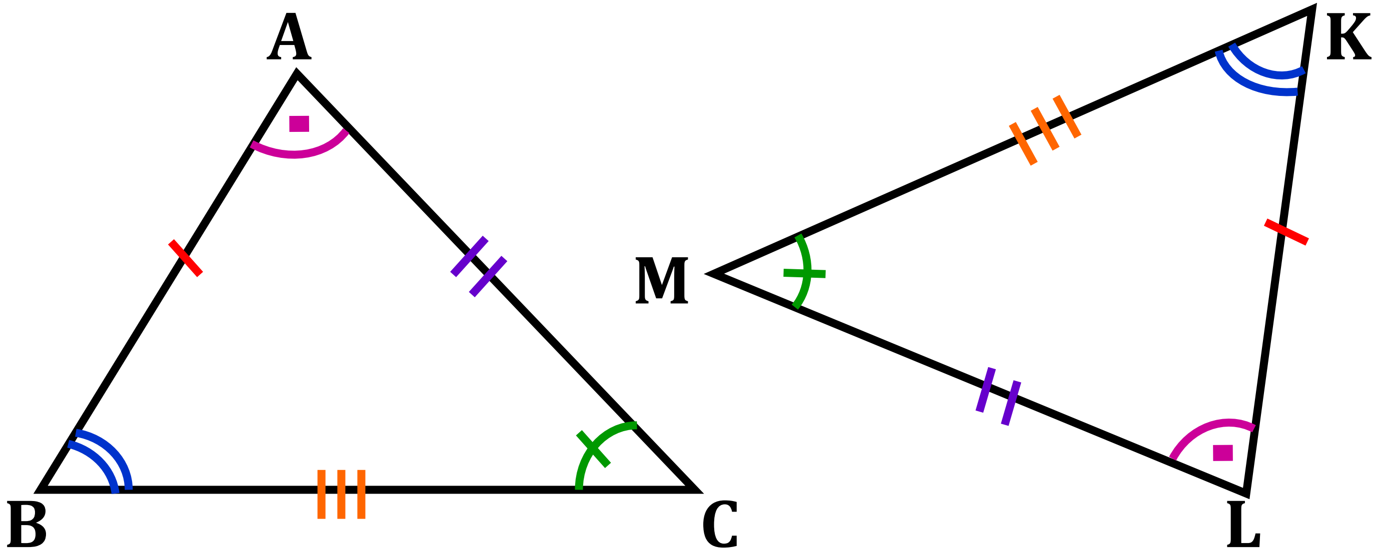
Thales' in çalışmalarına yer verilir.

9. 4. 2. 4. Üçgenlerin benzerliği ile ilgili problemler çözer.

Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

EŞ ÜÇGENLER

İki üçgenin köşeleri arasında kurulan bire bir eşlemede; karşılıklı açılar ve kenarlar birbirine eş ise, bu iki üçgene " eş üçgenler " adı verilir.



İki üçgeni incelersek ABC ile LKM üçgenlerinin eş üçgenler olduğu gözükür.

$$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{LKM}$$

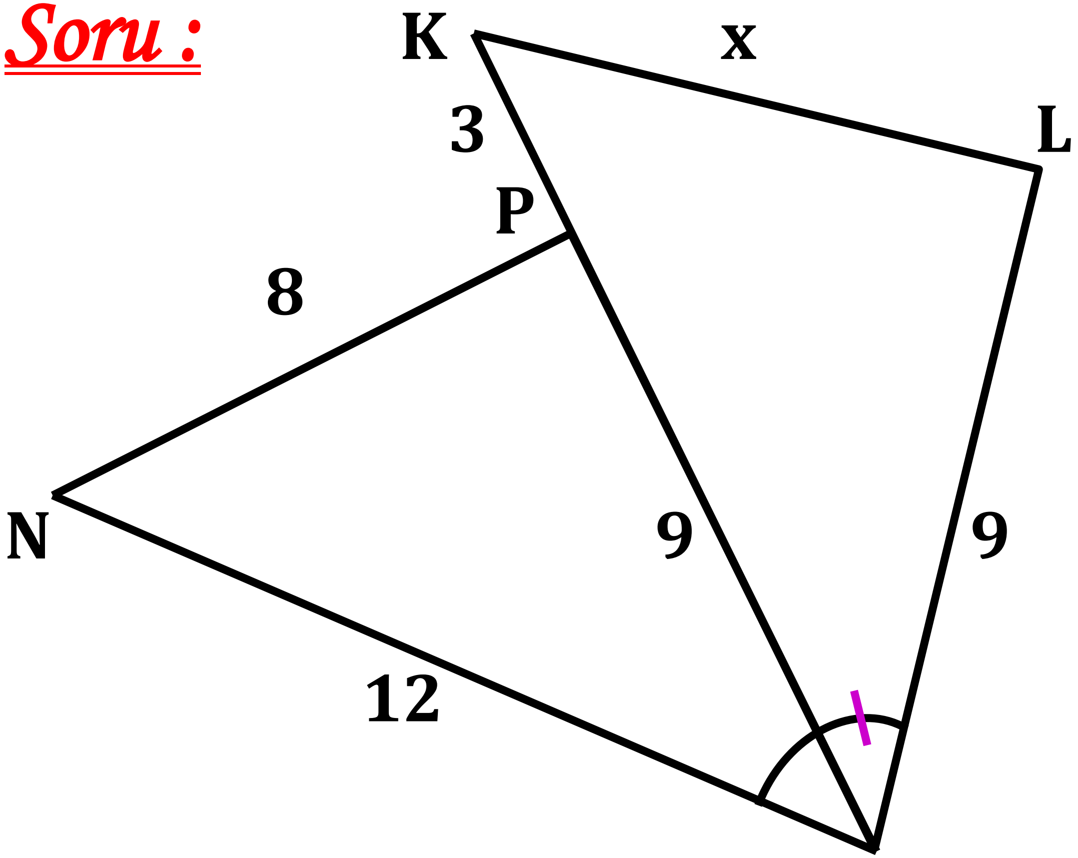
Bu durumu üstteki şekilde yazılı olarak ta yazabiliriz.

*** **Yazım sırasında üçgenlerin köşe noktalarının yazım sırası önemlidir.** **(≌ eş üçgen sembolüdür.)**

Kenar – Açı – Kenar (K. A. K.) Eşlik Kuralı

İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede, karşılıklı iki kenar ve bu kenarların oluşturduğu açılar eş ise bu iki üçgen eştir.

Soru :

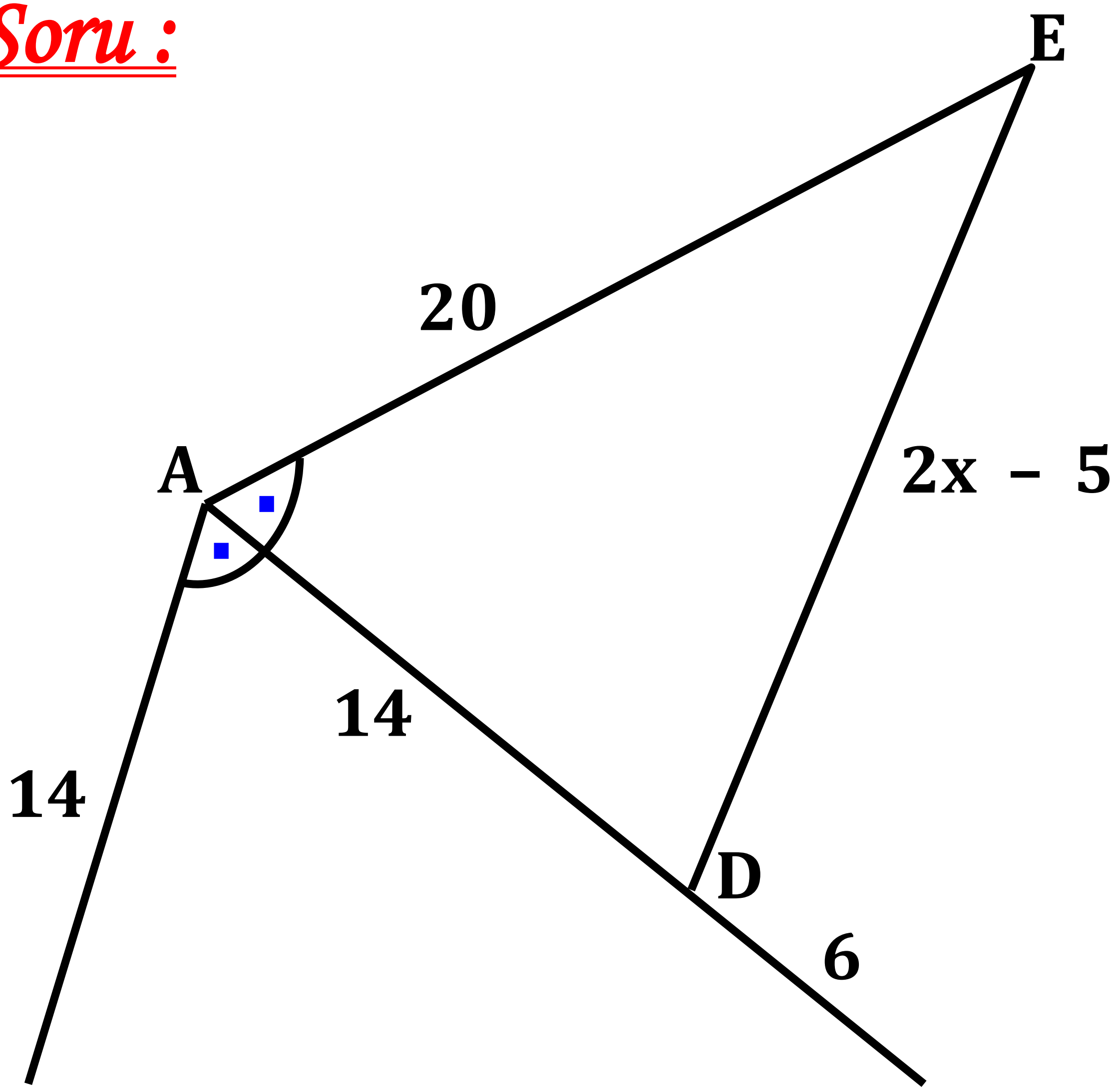


Şekilde verilenlere göre x kaç olmalıdır ?

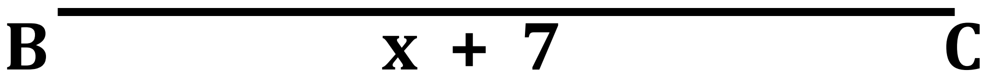
M

(Bu tarz sorularda iki üçgeni ayrı çizip, çözümü bulmak daha kolaydır.)

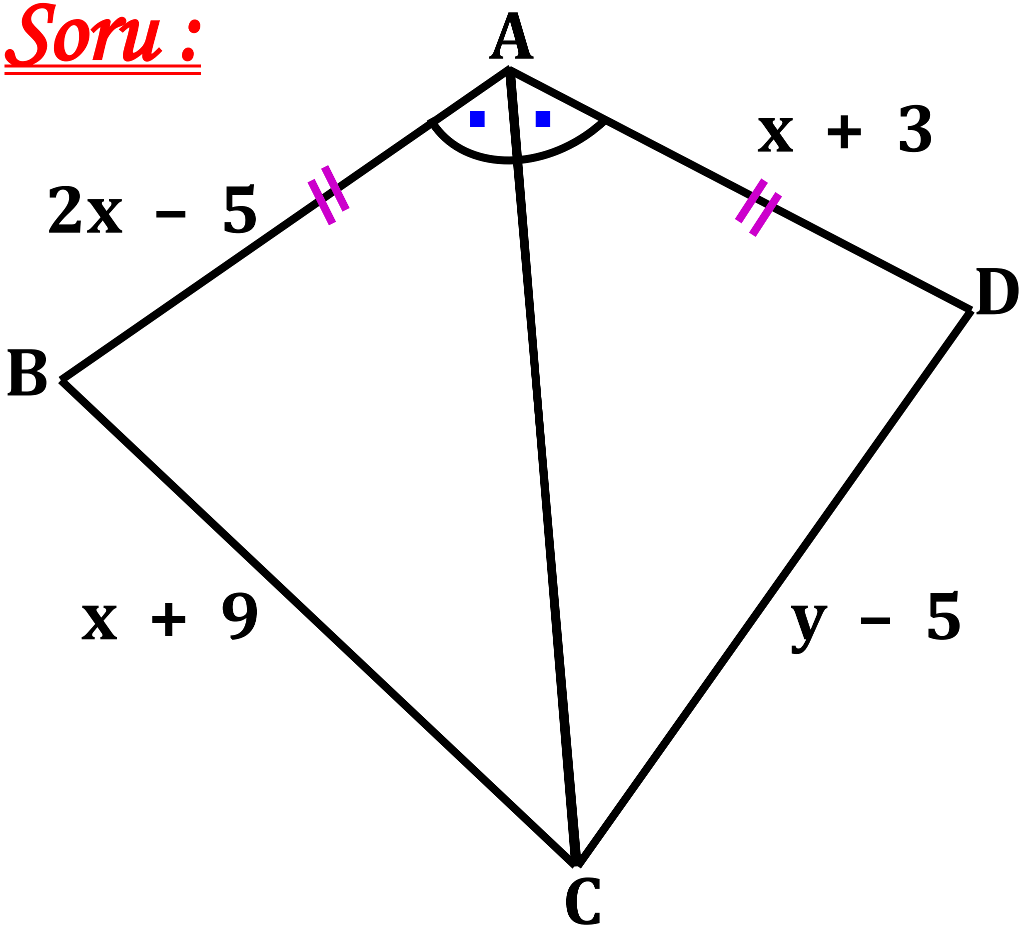
Soru :



Verilenlere göre x kaç olmalıdır ?



Soru :



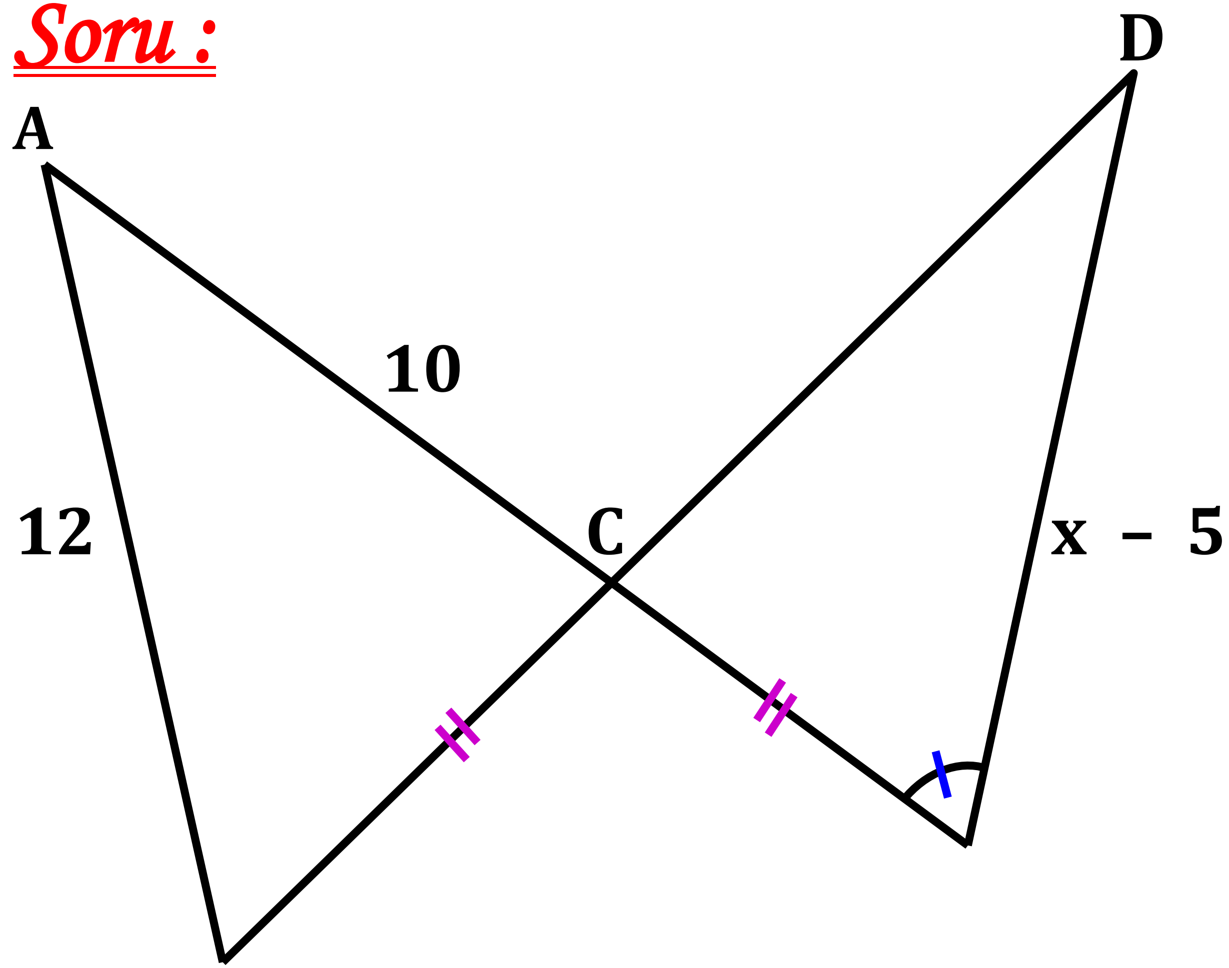
Verilenlere göre x + y = ?

Açı – Kenar – Açı (A . K . A .) Eşlik Kuralı

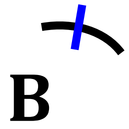
İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede, karşılıklı <u>ikişer açı ve bu açılar arasında kalan kenar eş</u> ise bu iki üçgen eştir.

Soru :

Verilenlere göre x = ?



E



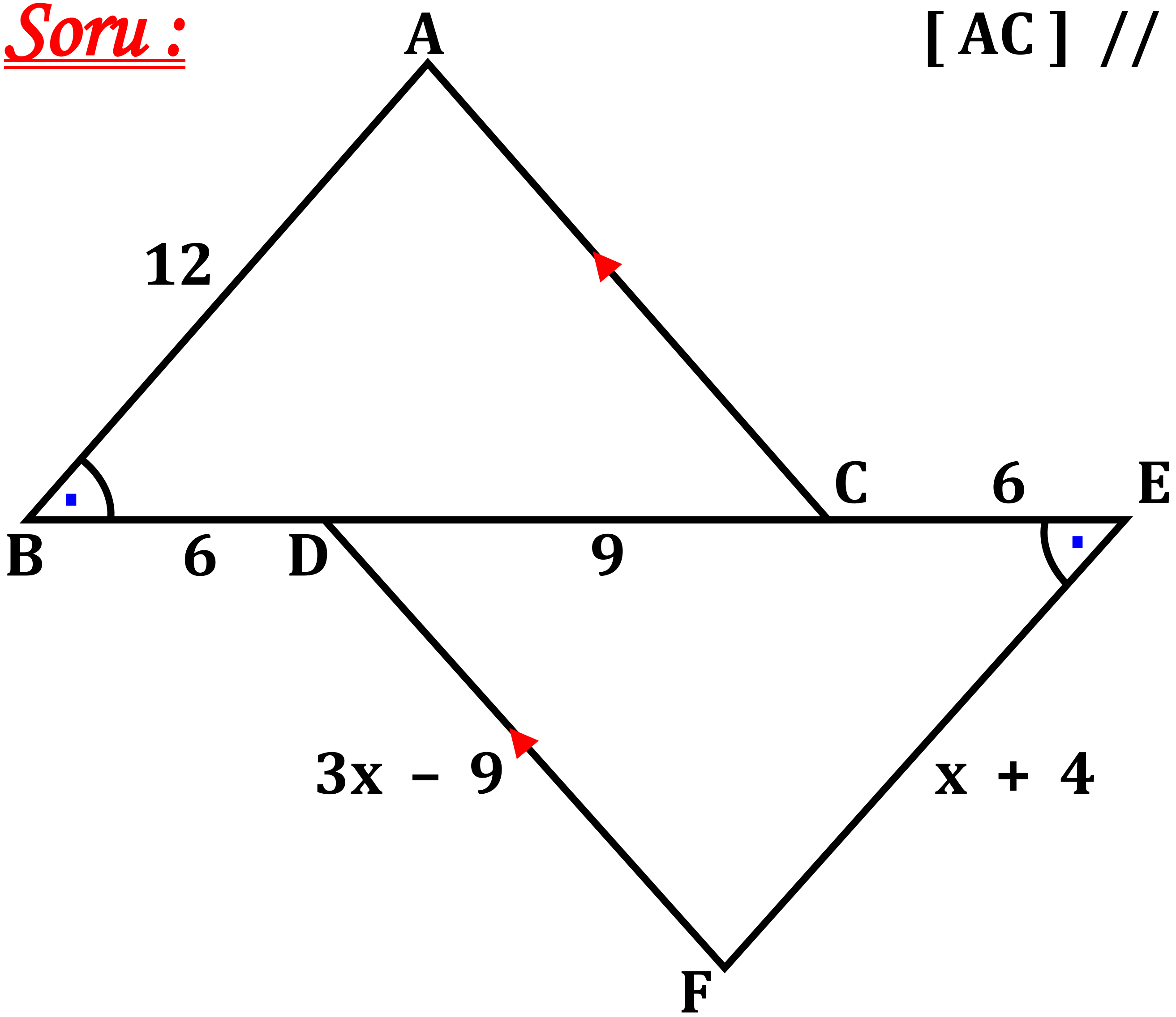
Not : **Şekilde ters açı var. Açılara harf ver.**

İki üçgen eş ise aynı açıyı gören kenar uzunlukları eşit olmalıdır.

Soru :

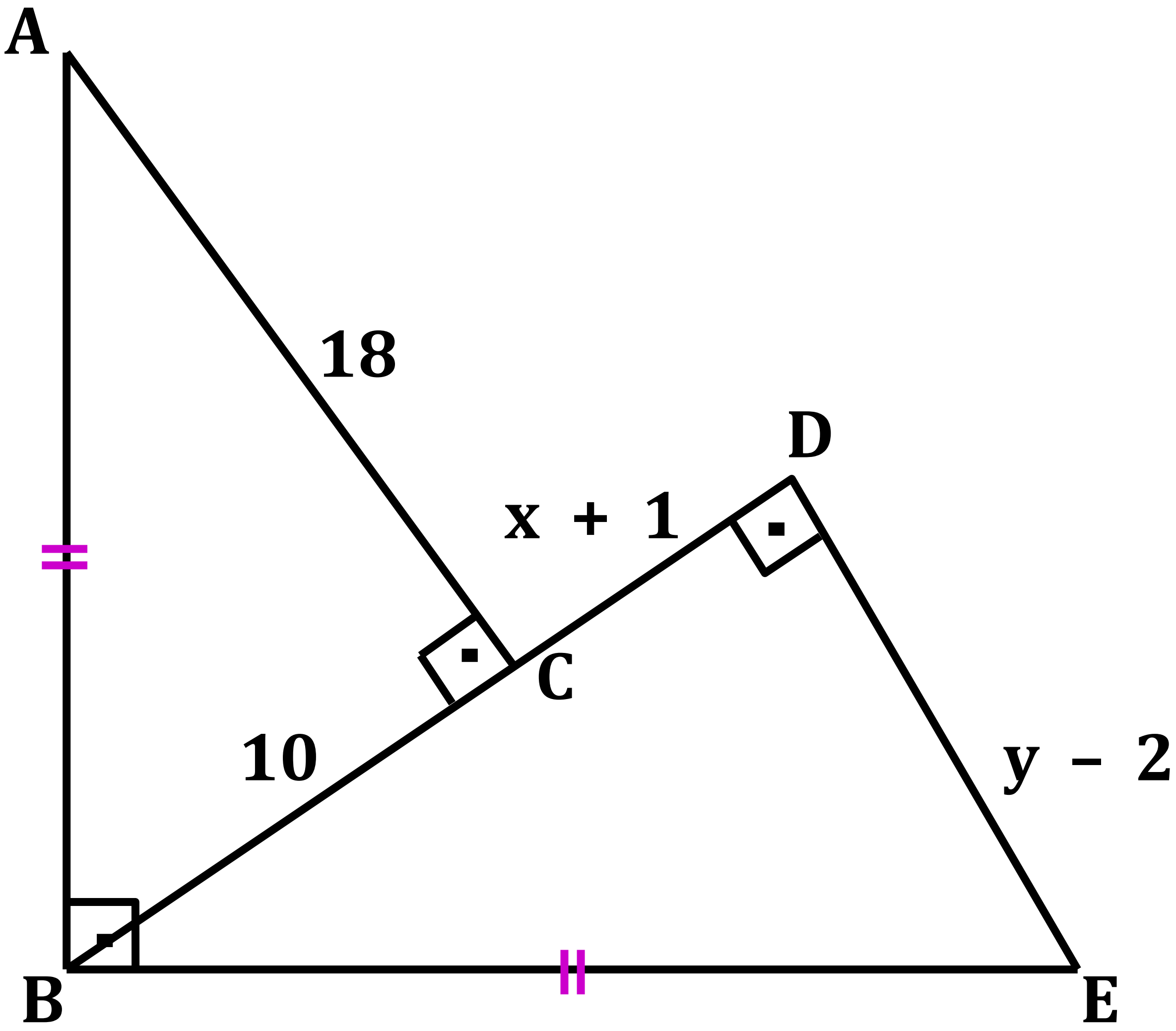
[AC] // [DF] ise verilenlere göre

x = ?



Soru :

Verilenlere göre $x + y = ?$

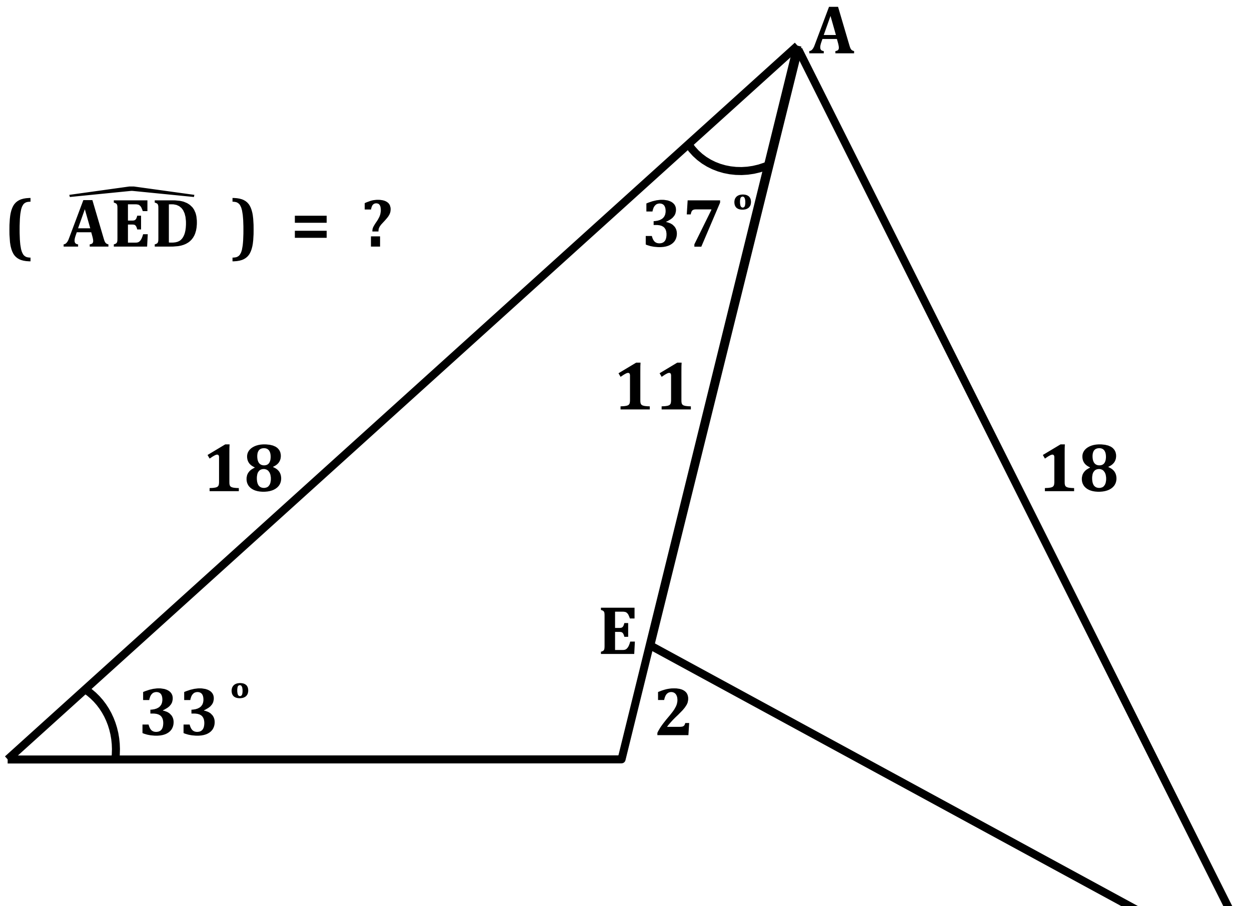


Kenar – Kenar – Kenar (K. K. K.) Eşlik Kuralı

İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede, karşılıklı kenarlar eş ise bu iki üçgen eştir. Eş kenarları gören açıların ölçüsü de birbirine eşittir.

Soru :

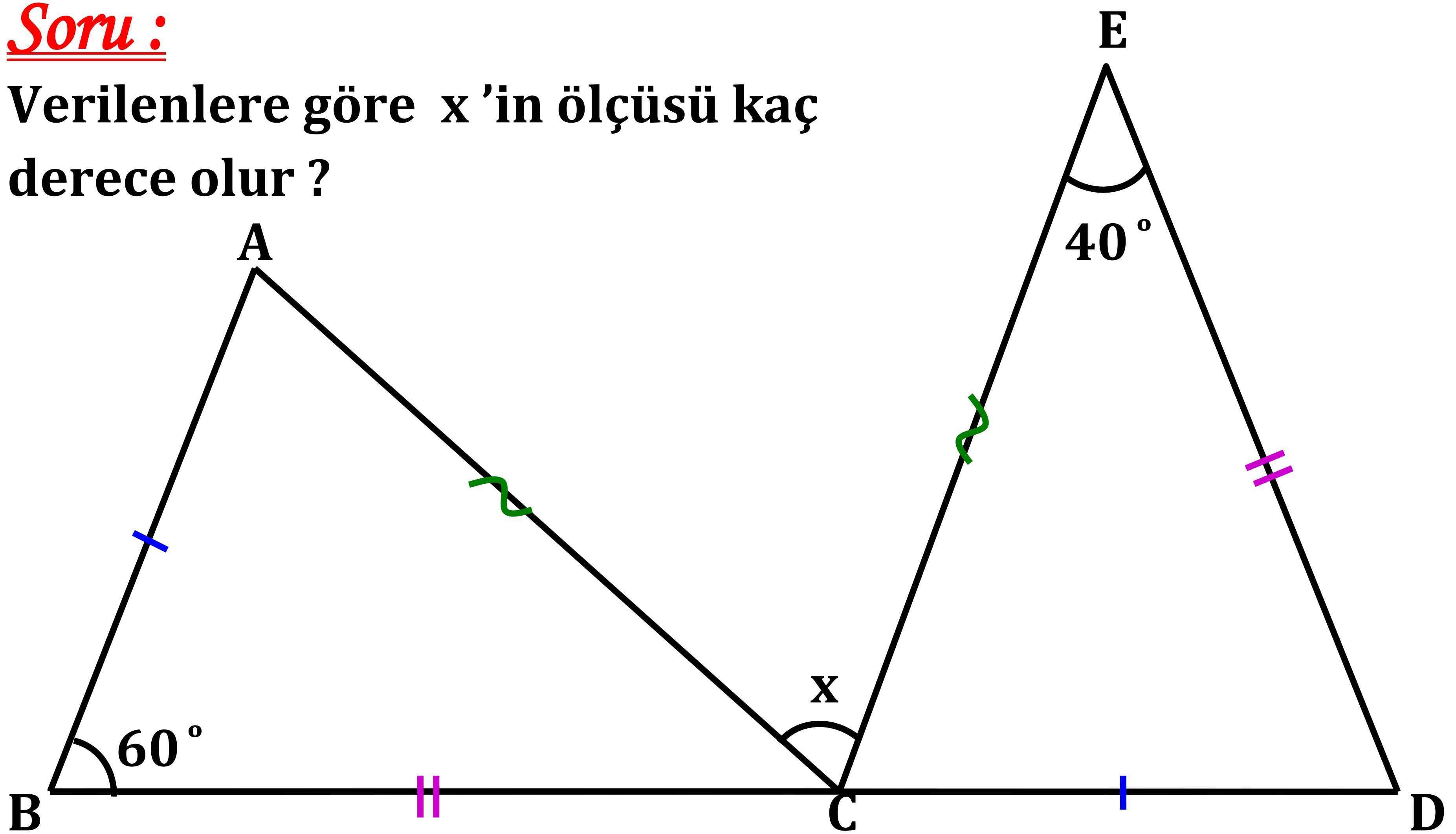
Verilenlere göre $m(\widehat{AED}) = ?$



B 11 C 13 D

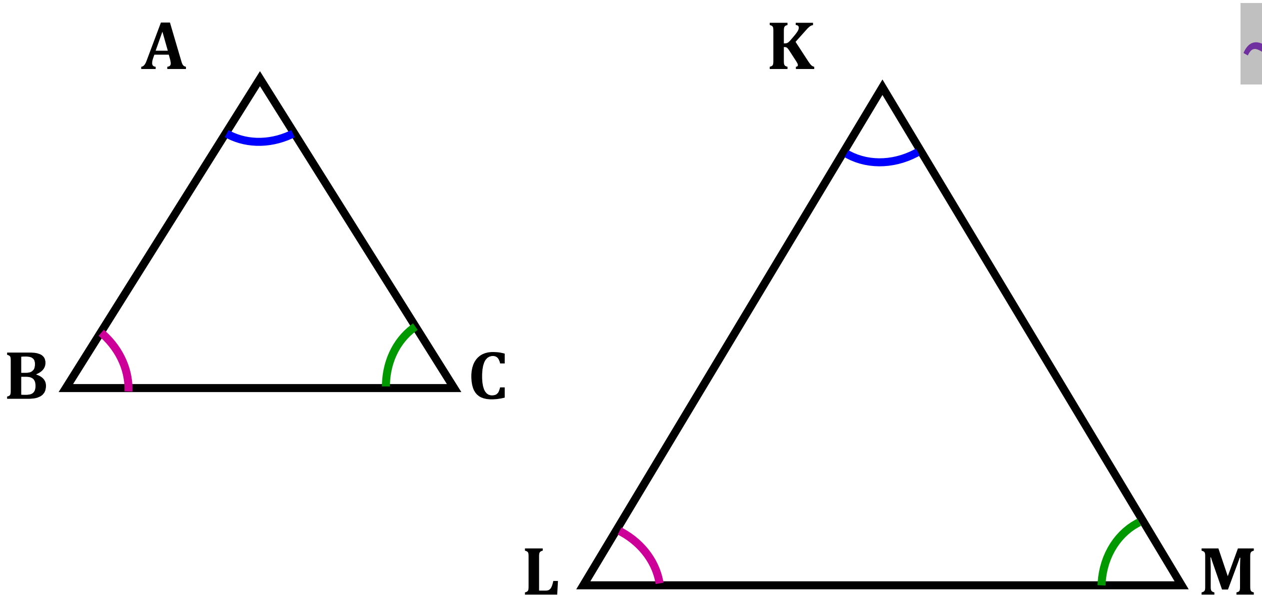
Soru :

Verilenlere göre x ’in ölçüsü kaç derece olur ?



ÜÇGENLERİN BENZERLİĞİ

İki üçgenin köşeleri arasında kurulan bire bir eşlemede, karşı-lıklı açılar eş ve karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ise bu üçgen-lere “ benzer üçgenler ” adı verilir.



~ benzerlik sembolüdür.

İki üçgenden;

$\widehat{A} = \widehat{K}$

$\widehat{B} = \widehat{L}$

$\widehat{C} = \widehat{M}$ **ve**

$$\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{|CA|}{|MK|} = k \quad (k \in R^{+}) \text{ ise } \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{KLM} \text{ olur.}$$

Yani iki üçgen <u>benzerdir.</u> k sayısına " benzerlik oranı " adı verilir.

<u>Soru :</u> $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{KLM}$ **veriliyor. ABC üçgeninin KLM üçgenine <u>benzerlik oranı</u> 3 ise aşağıdaki ifadelerden doğru olanları bulunuz.**

$$\frac{|BC|}{|LM|} = \frac{1}{3}$$

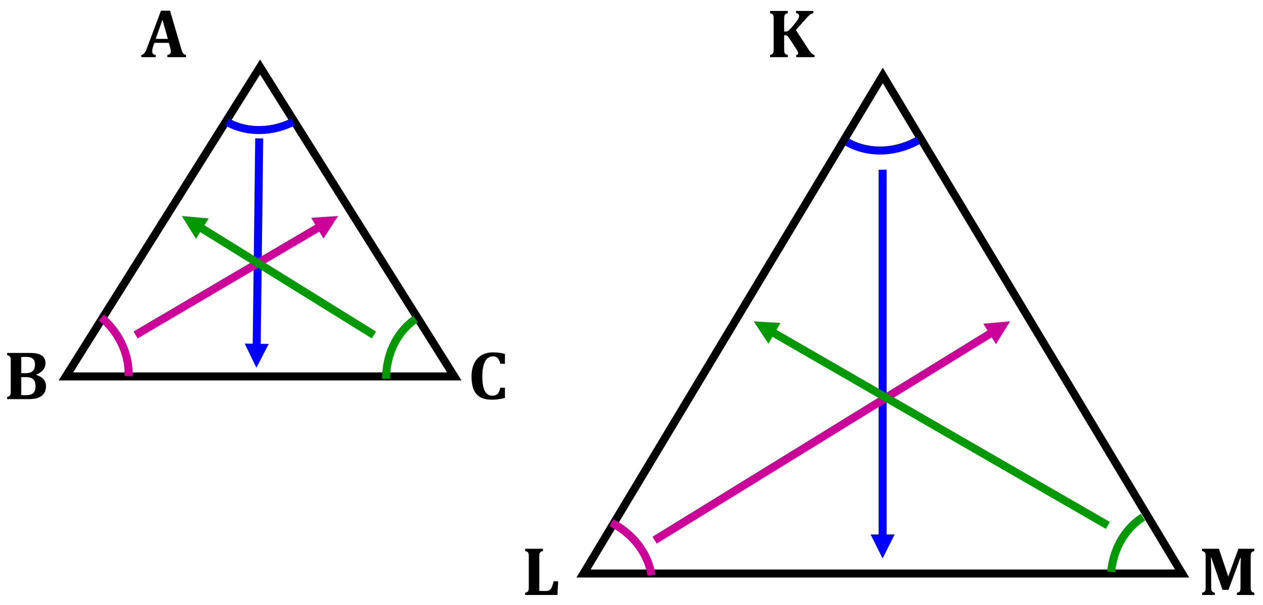
$$|AC| = 3 . |LM|$$

$$\widehat{B} = \widehat{M}$$

$\overset{\triangle}{CAB} \sim \overset{\triangle}{MLK}$

1) Açı Açı (A. A. A.) Benzerlik Kuralı

İki üçgen arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı ikişer açısının ölçüleri birbirine eşit ise bu iki üçgen benzerdir. (Dolayısıyla üçüncü açıların ölçüleri de eşit olur.)



İki üçgenden;

$\widehat{A} = \widehat{K}$

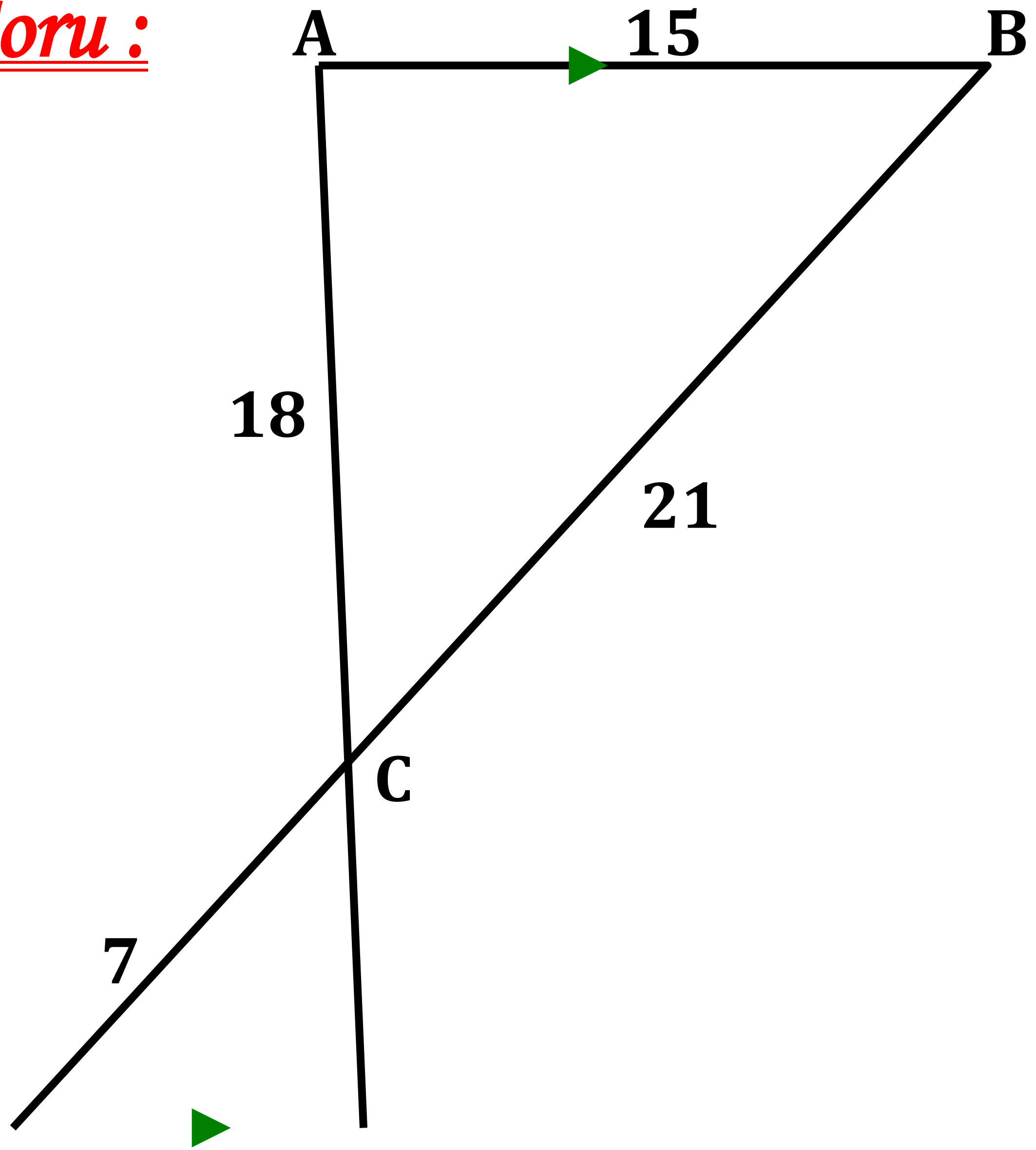
$\widehat{B} = \widehat{L}$

$\widehat{C} = \widehat{M}$ **ise**

$$\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{|CA|}{|MK|}$$ olarak alınır. Yani benzer iki üçgende, <u>aynı açıyı gören kenarların oranı birbirine eşittir.</u>

Soru :

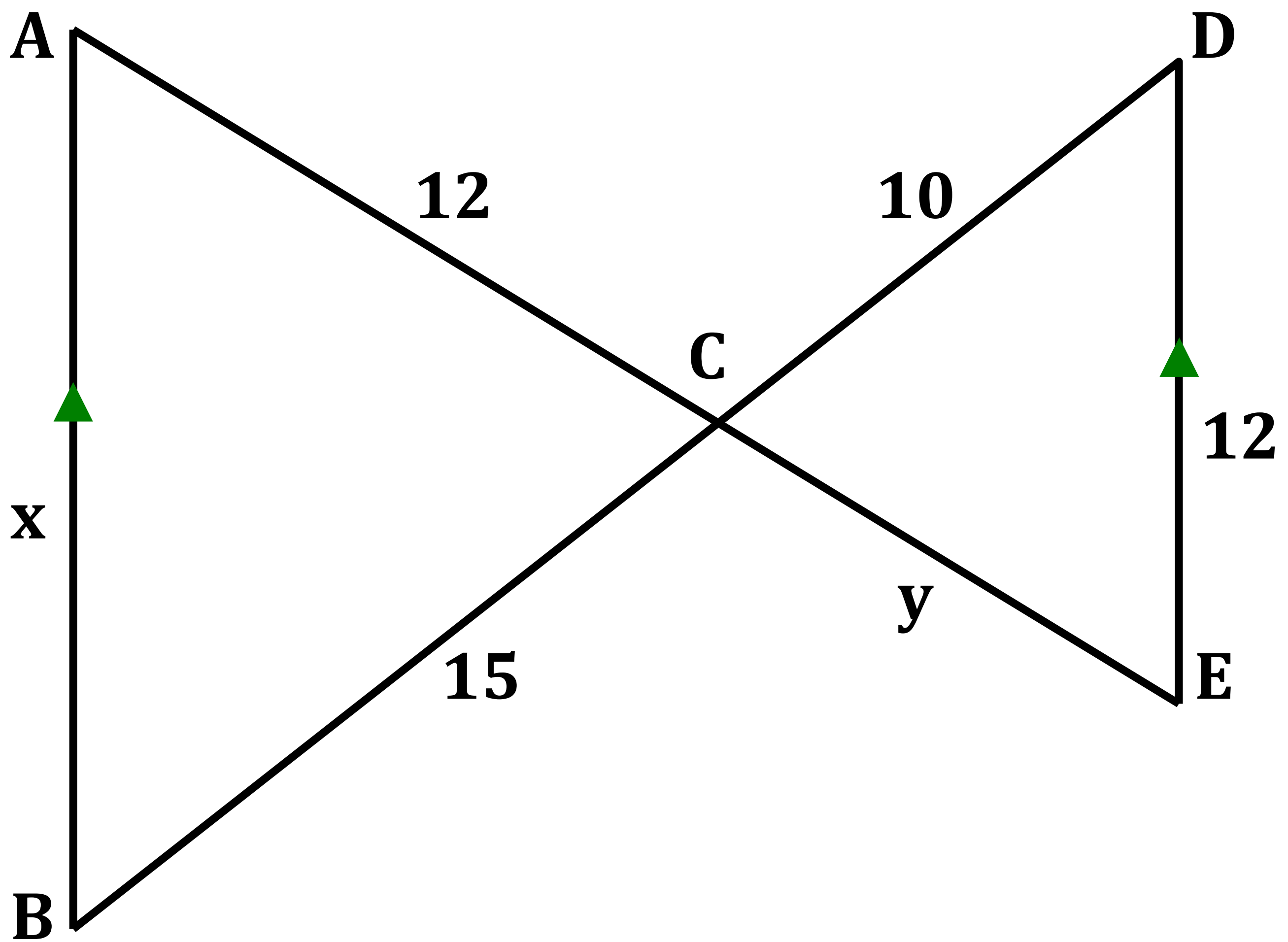
[AB] // [DE] ise x = ?



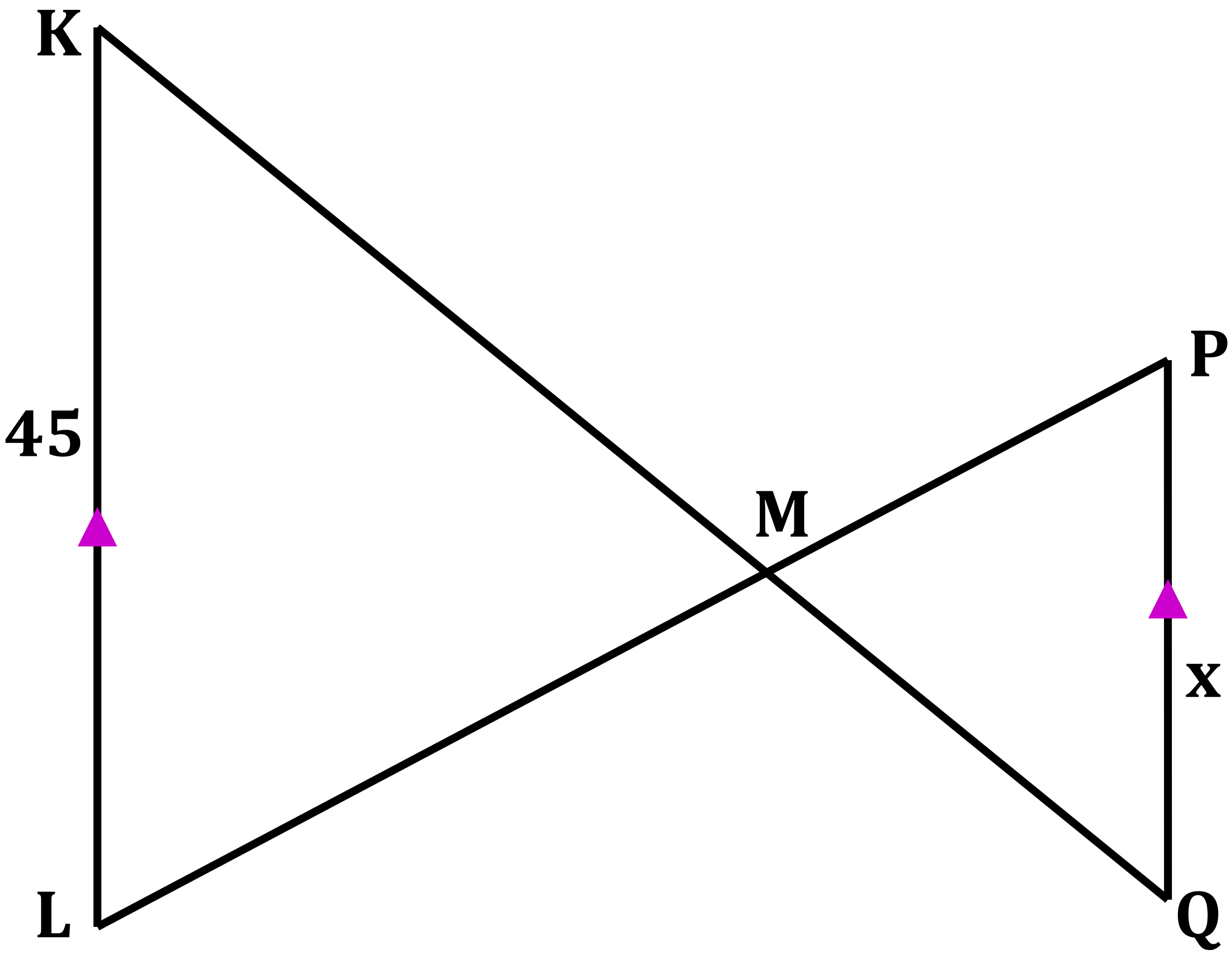
D x E

(İki üçgendeki eş açıları bul. Şekilde z ve ters açı kuralı vardır. Bu tarz sorulara “ kelebek kuralı soruları ” adı verilir.)

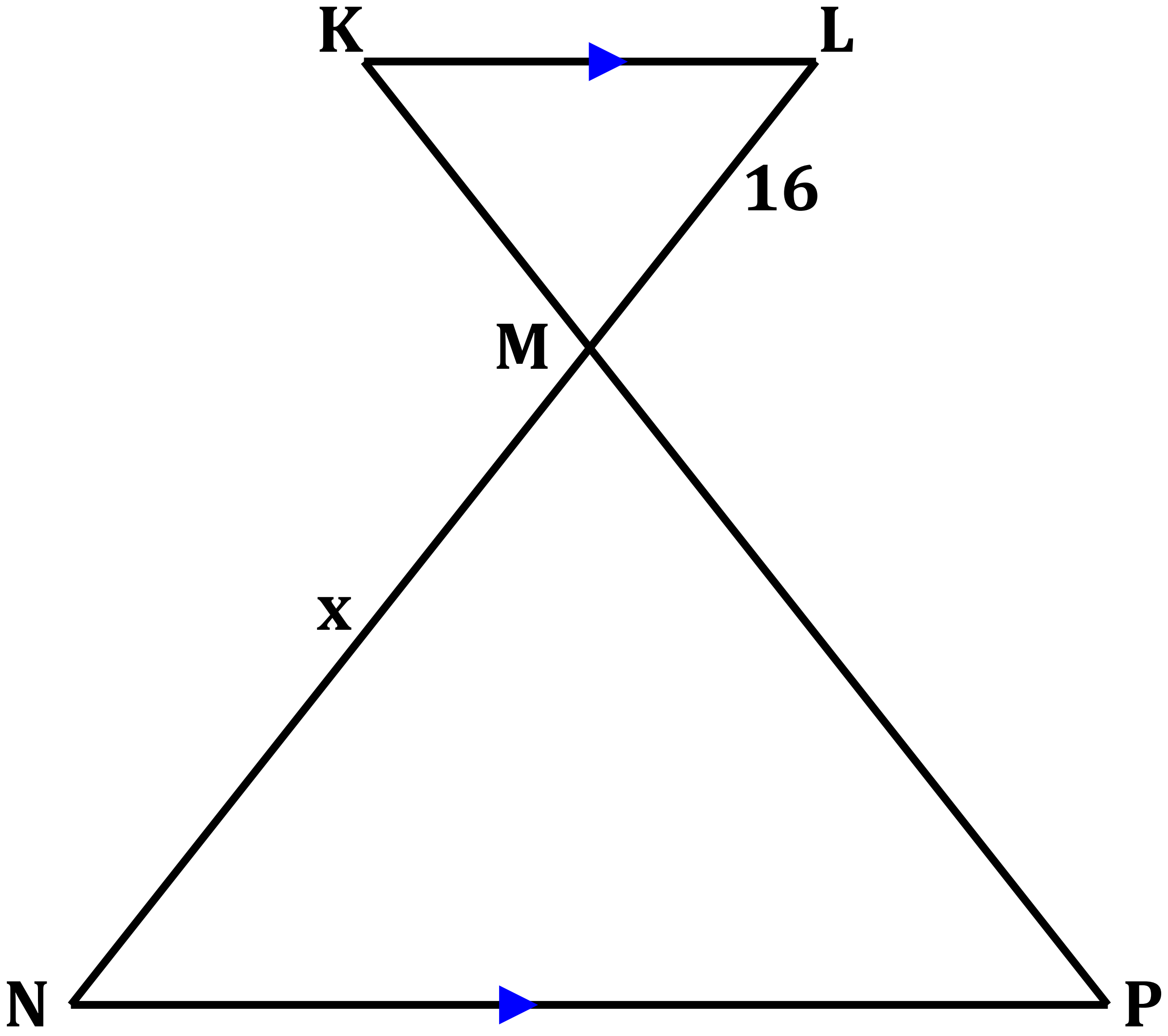
Soru : **[AB] // [DE] ise x + y = ?**



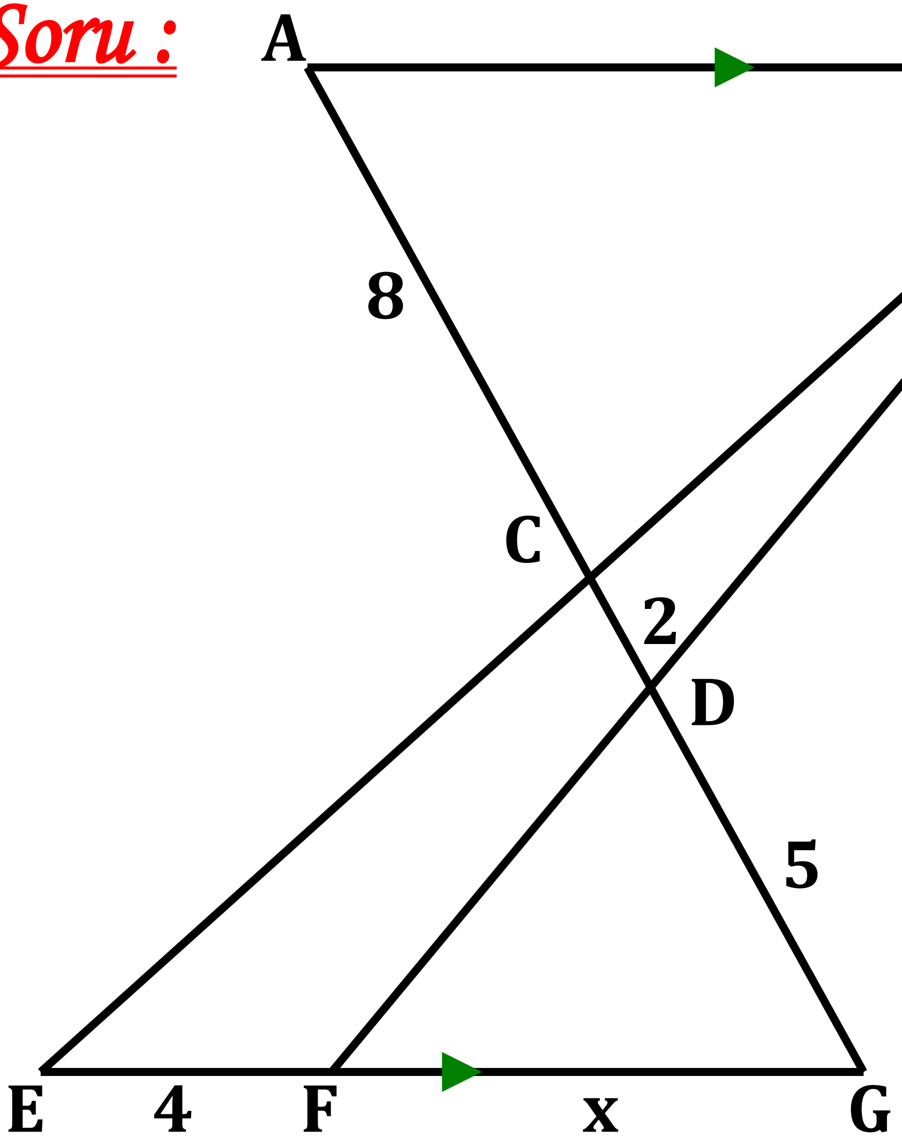
Soru : [KL] // [PQ] olup 2 . | LM | = 3 . | MP | ise x = ?



Soru : [KL] // [NP] olup $7 \cdot |KM| = 2 \cdot |KP|$ ise $x = ?$



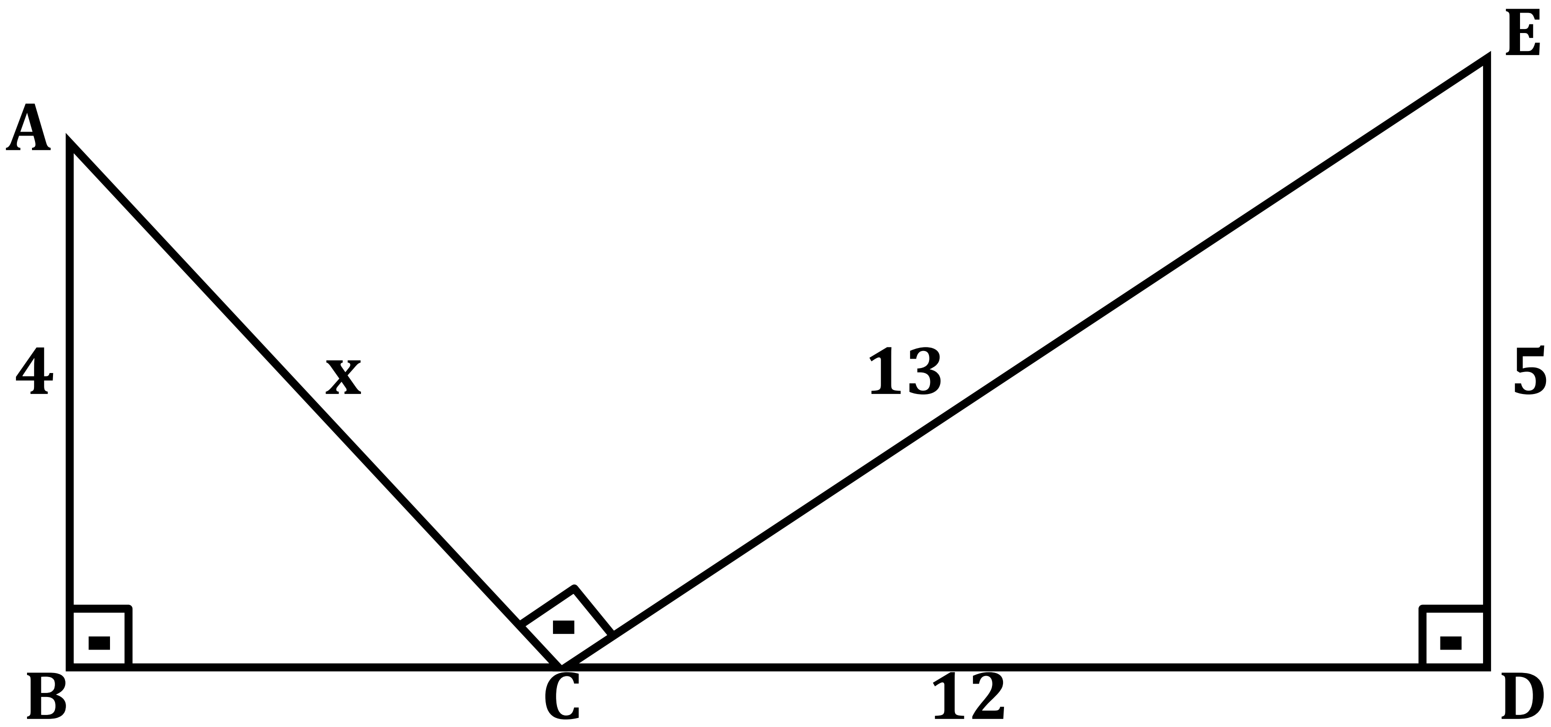
Soru :



[AB] // [EG] ise x = ?

(ABDFG ile ABCEG kelebeklerini ayrı çizerseniz daha kolay çözüme ulaşırsınız.)

Soru :

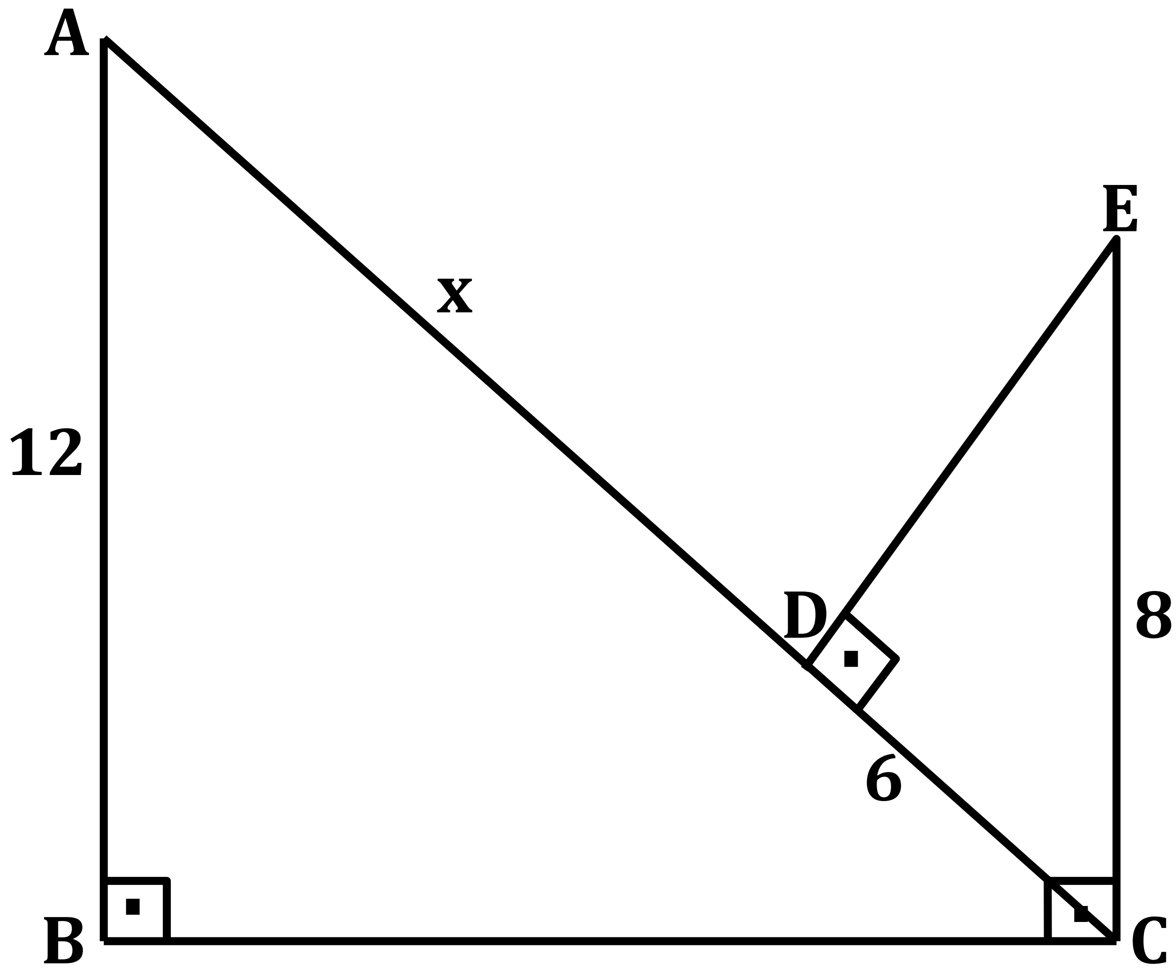


B , C ve D noktaları <u>doğrusal</u> ise x = ?

(Üçgenin birindeki açılara harf verilir ve diğer üçgendeki bunlara eş olan açılar bulunur.)

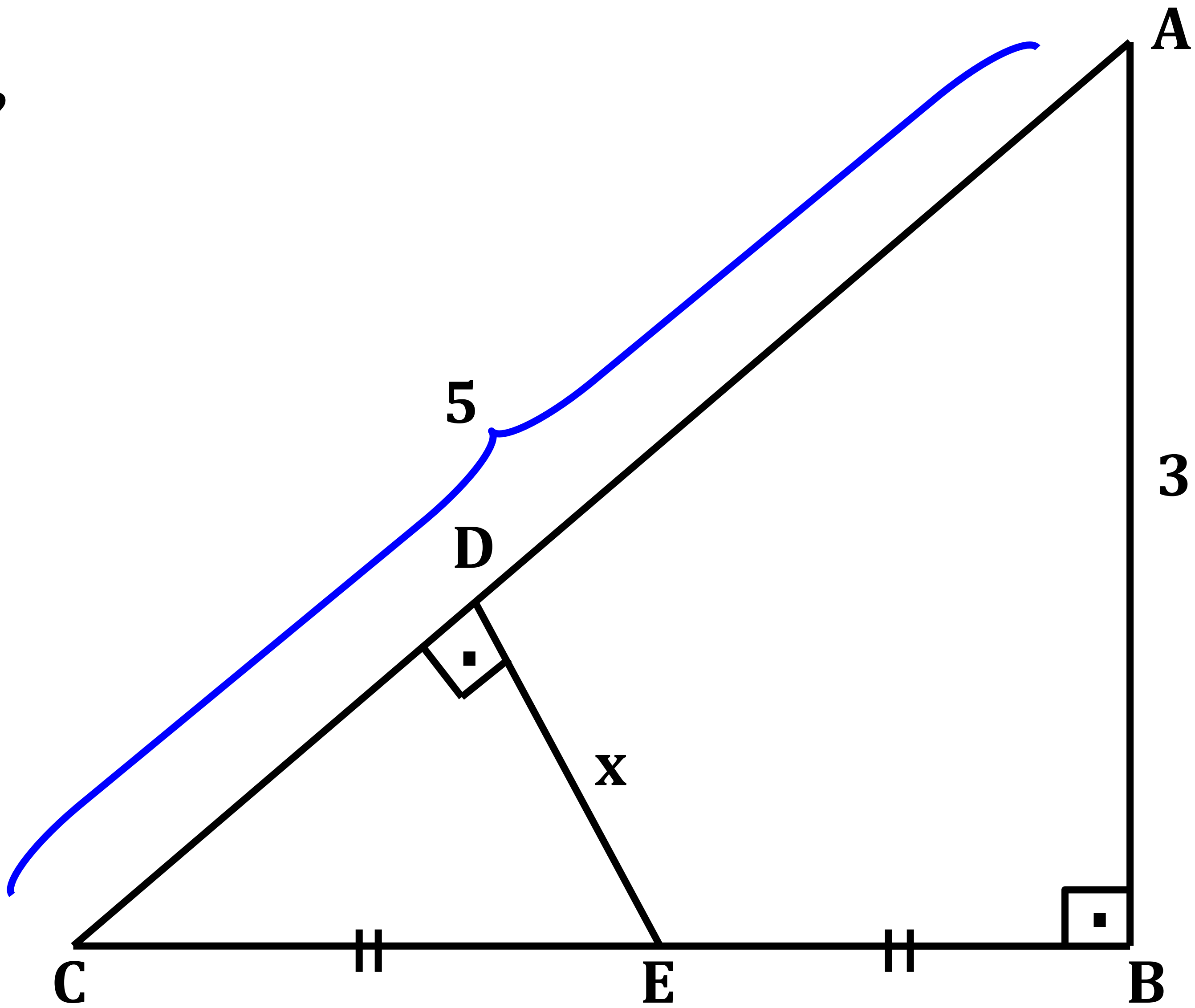
Soru :

Verilenlere göre x = ?



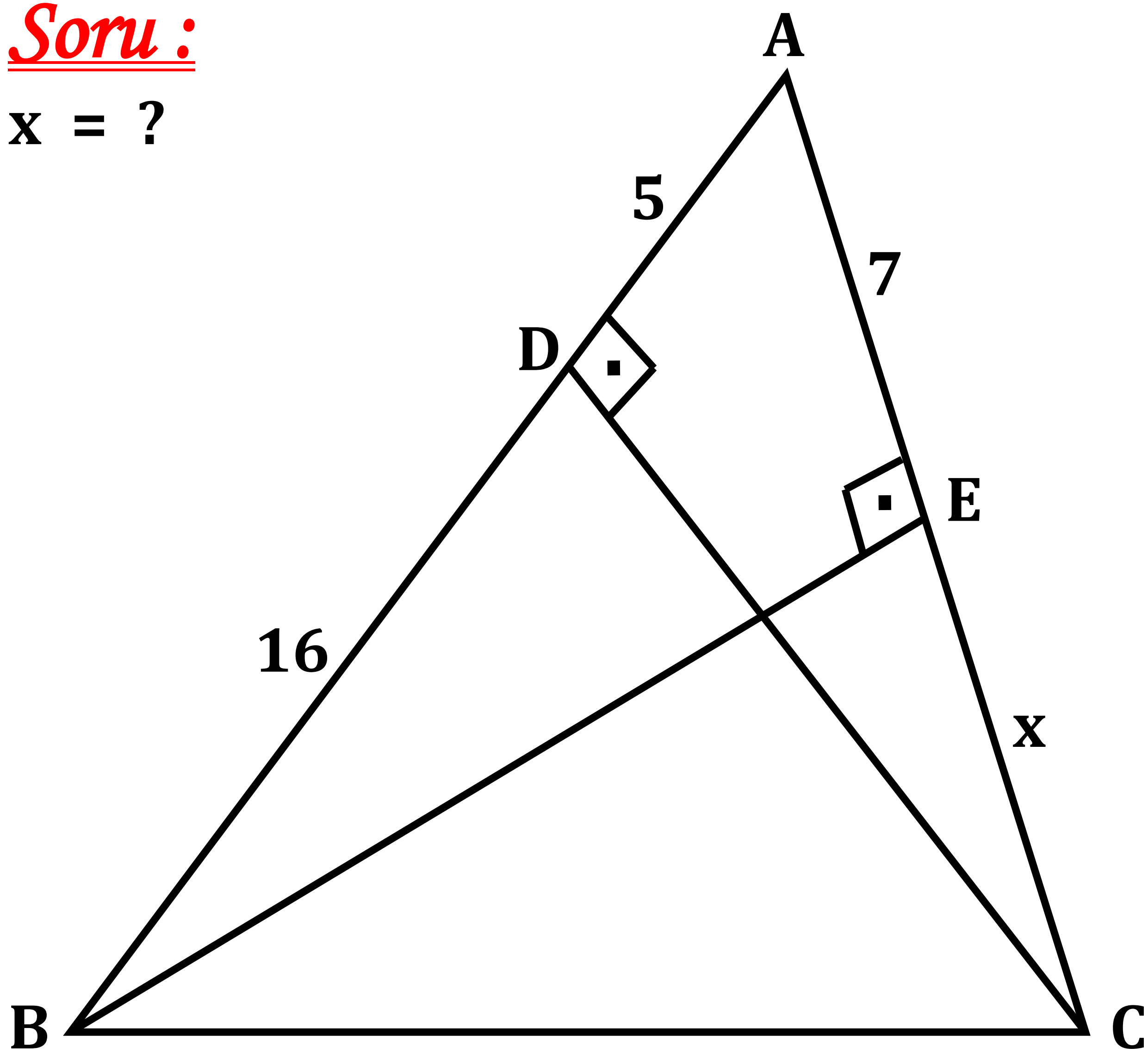
Soru :

Verilenlere göre x = ?



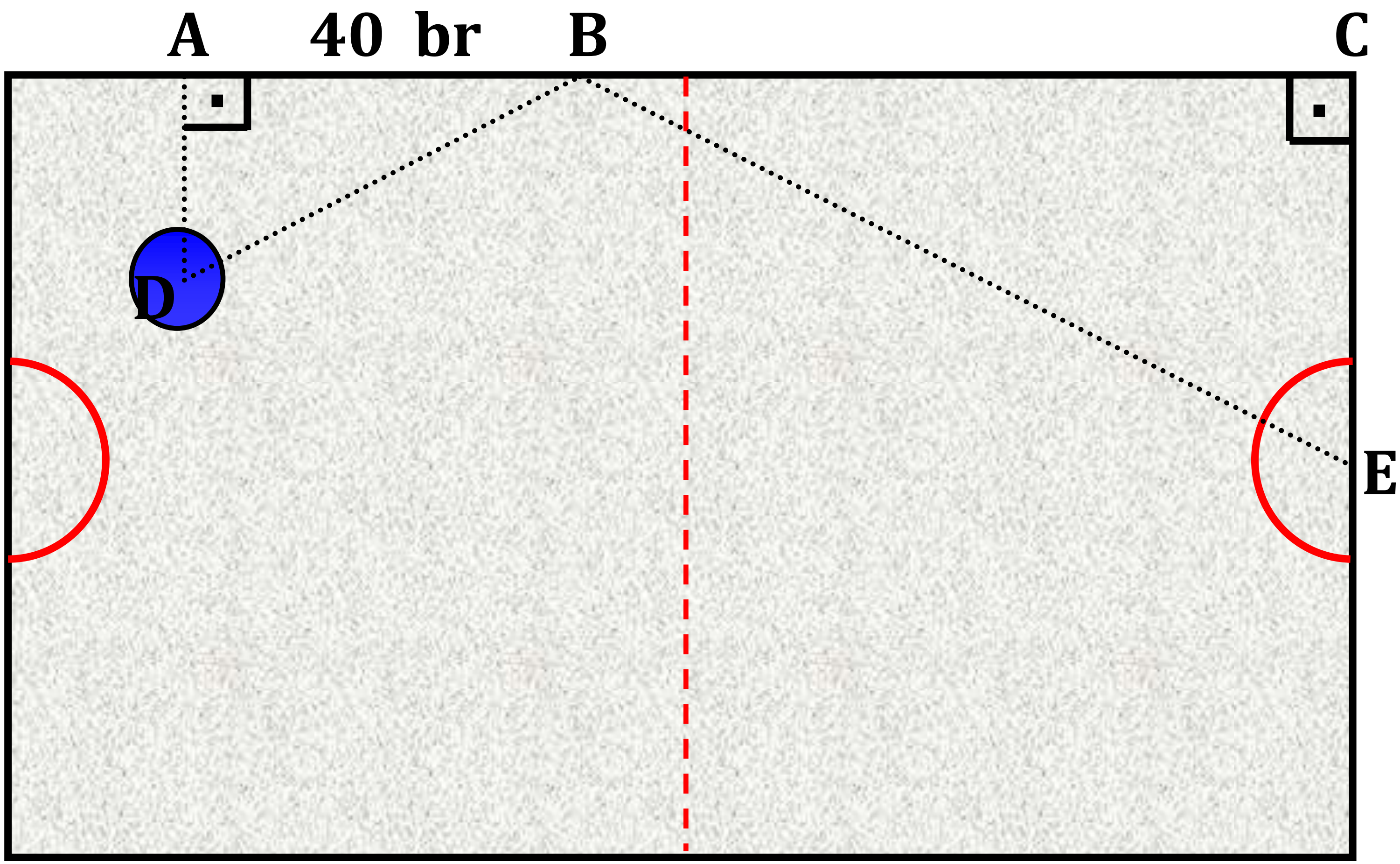
Soru :

$x = ?$



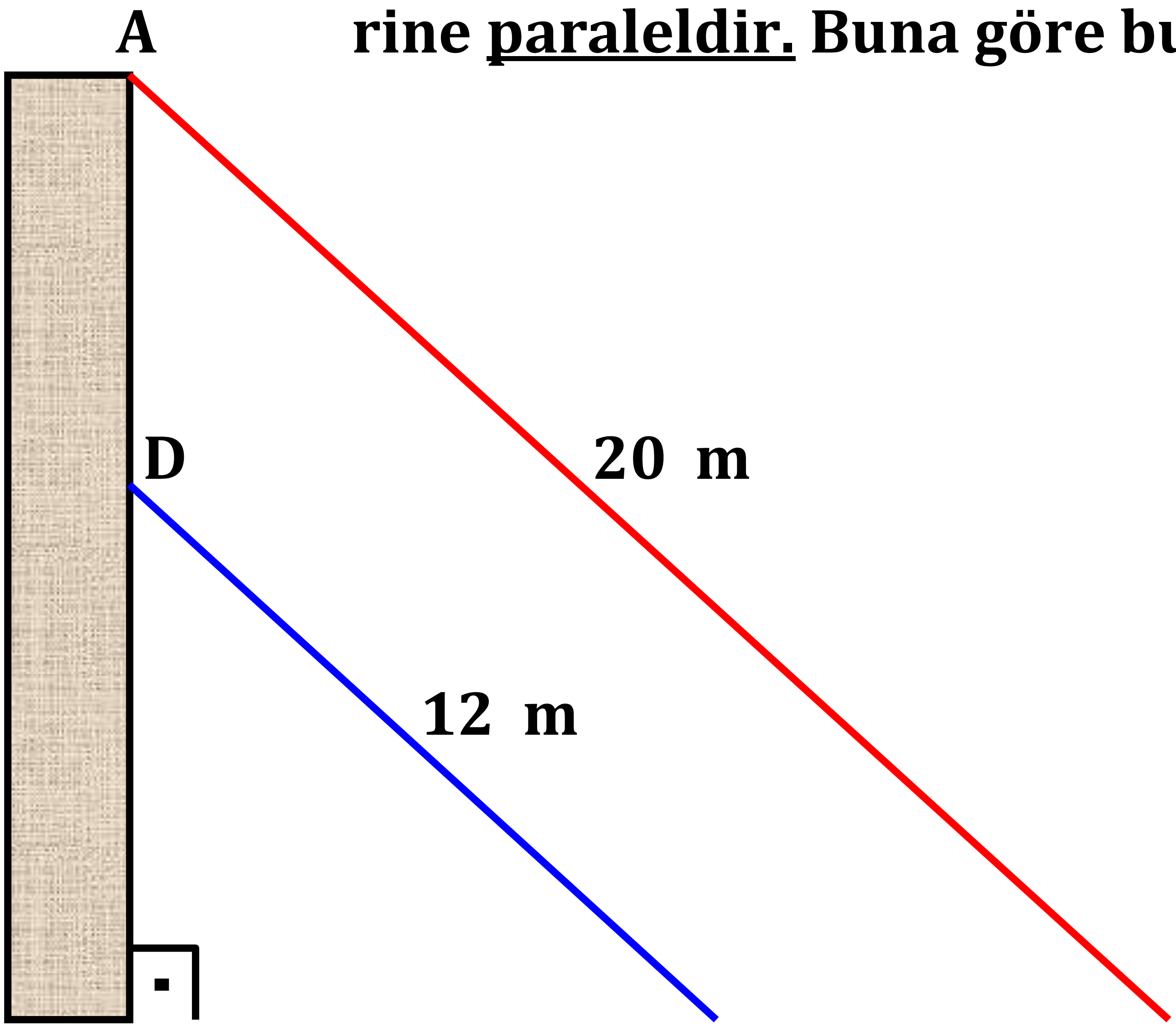
Soru :

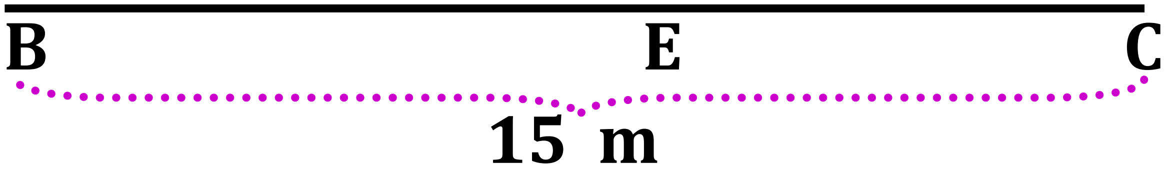
Hava hokeyi masasında oyuncu mavi diske şekildeki yolu takip edecek şekilde vuruş yapıyor. Diskin B noktasına değdiği andaki açı ölçüsü ile B ’den ayrıldığı andaki açı ölçüsü eşittir. E masanın yan kenarının orta



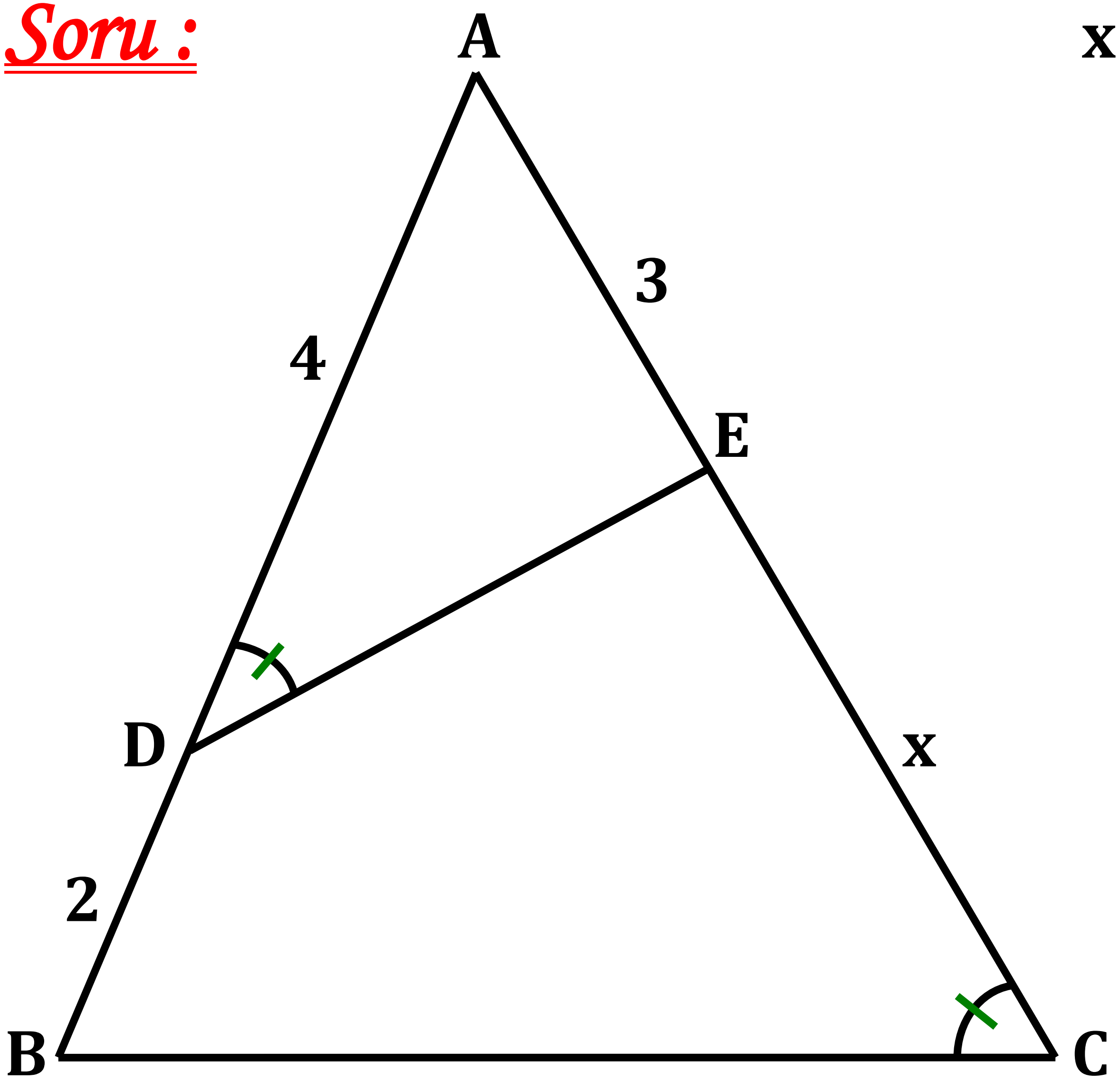
noktasıdır. | AD | = 22,5 br ve
| BC | = 80 br ise masanın kısa kenarı kaç br 'dir ?

Soru : **Duvara A ve D noktalarında dayanan merdivenler birbirine <u>paraleldir.</u> Buna göre bu merdivenler arasındaki mesafe kaç m 'dir ?**





Soru :

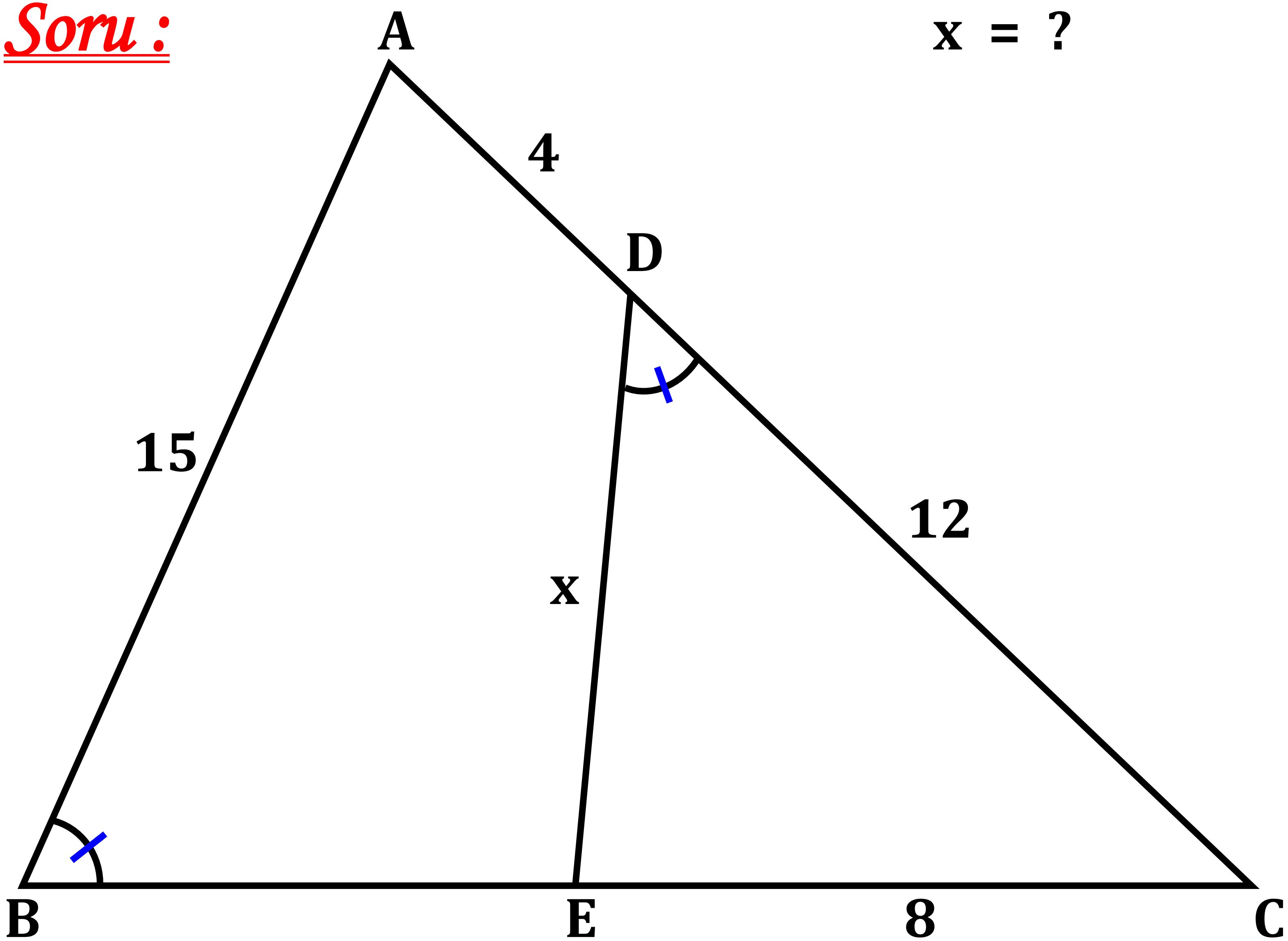


x = ?

(İki üçgendeki ortak açılar bulunur ve benzerlik kuralı uygulanır.)

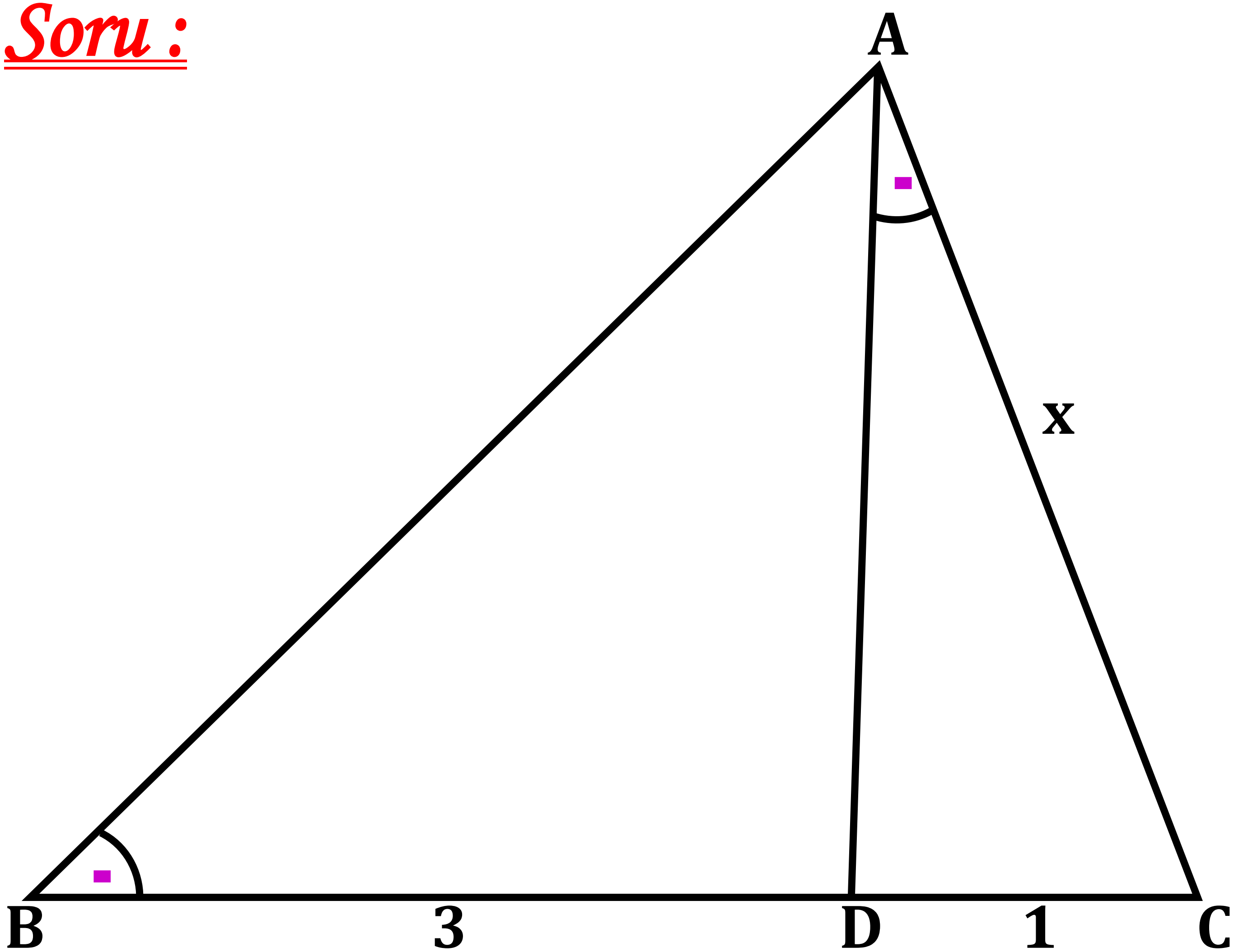
Soru :

$x = ?$



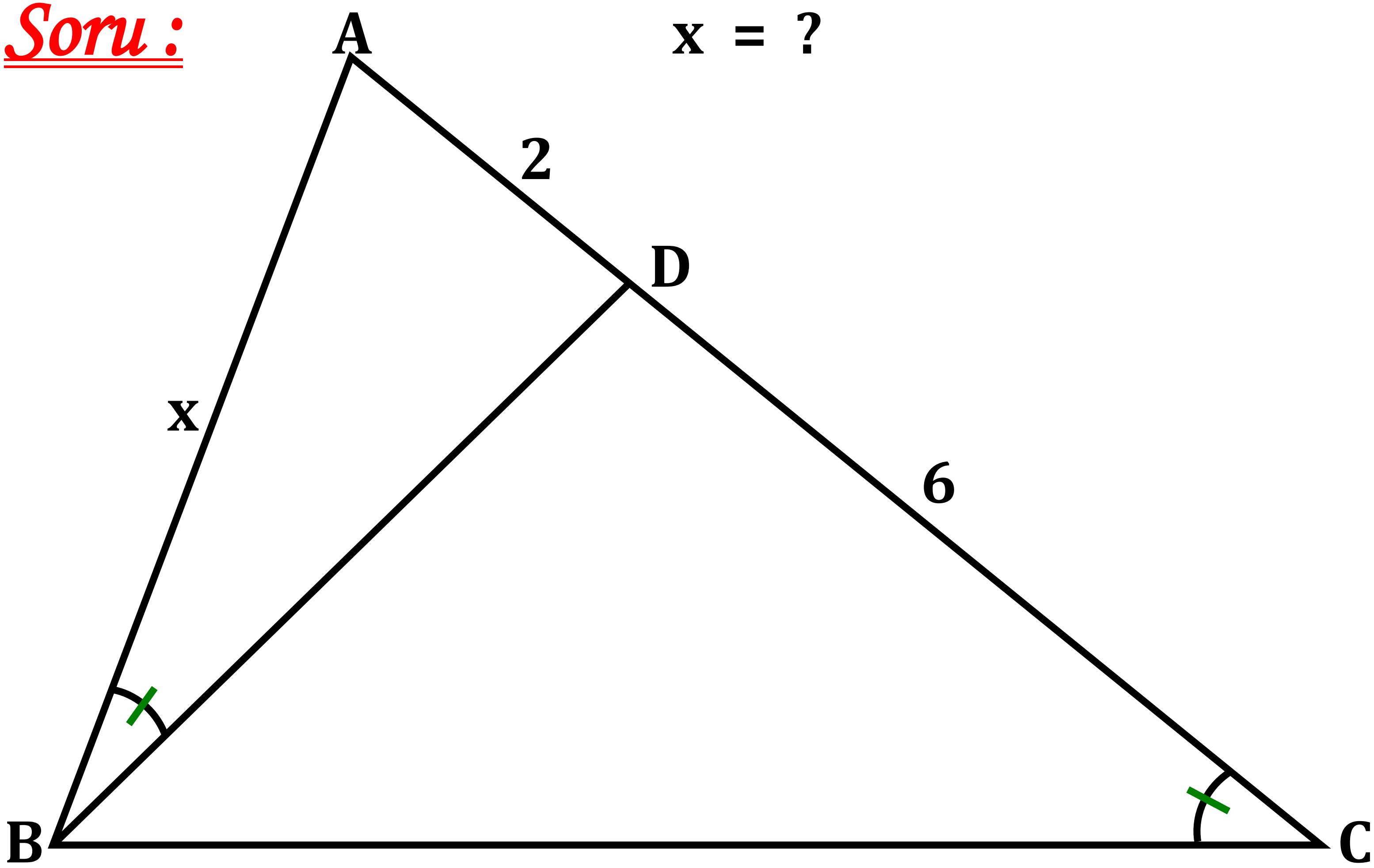
Soru :

$x = ?$

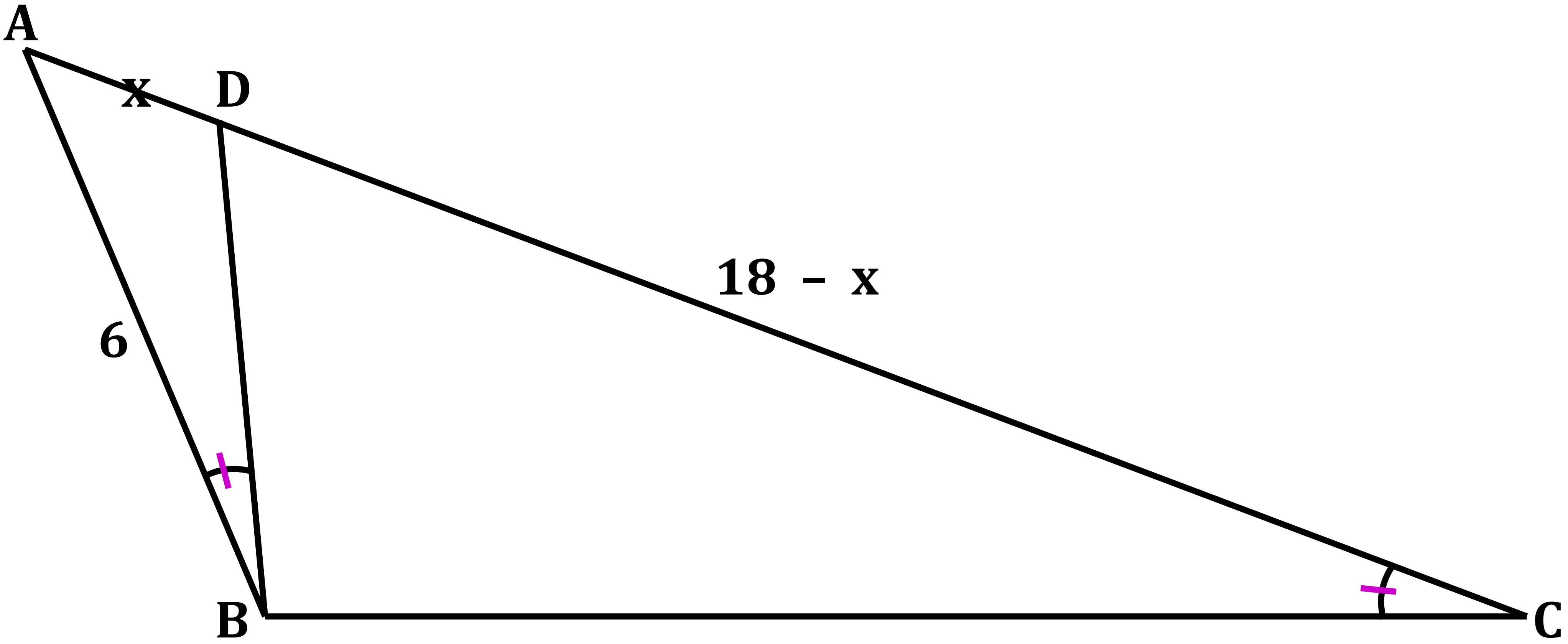


Soru :

$x = ?$

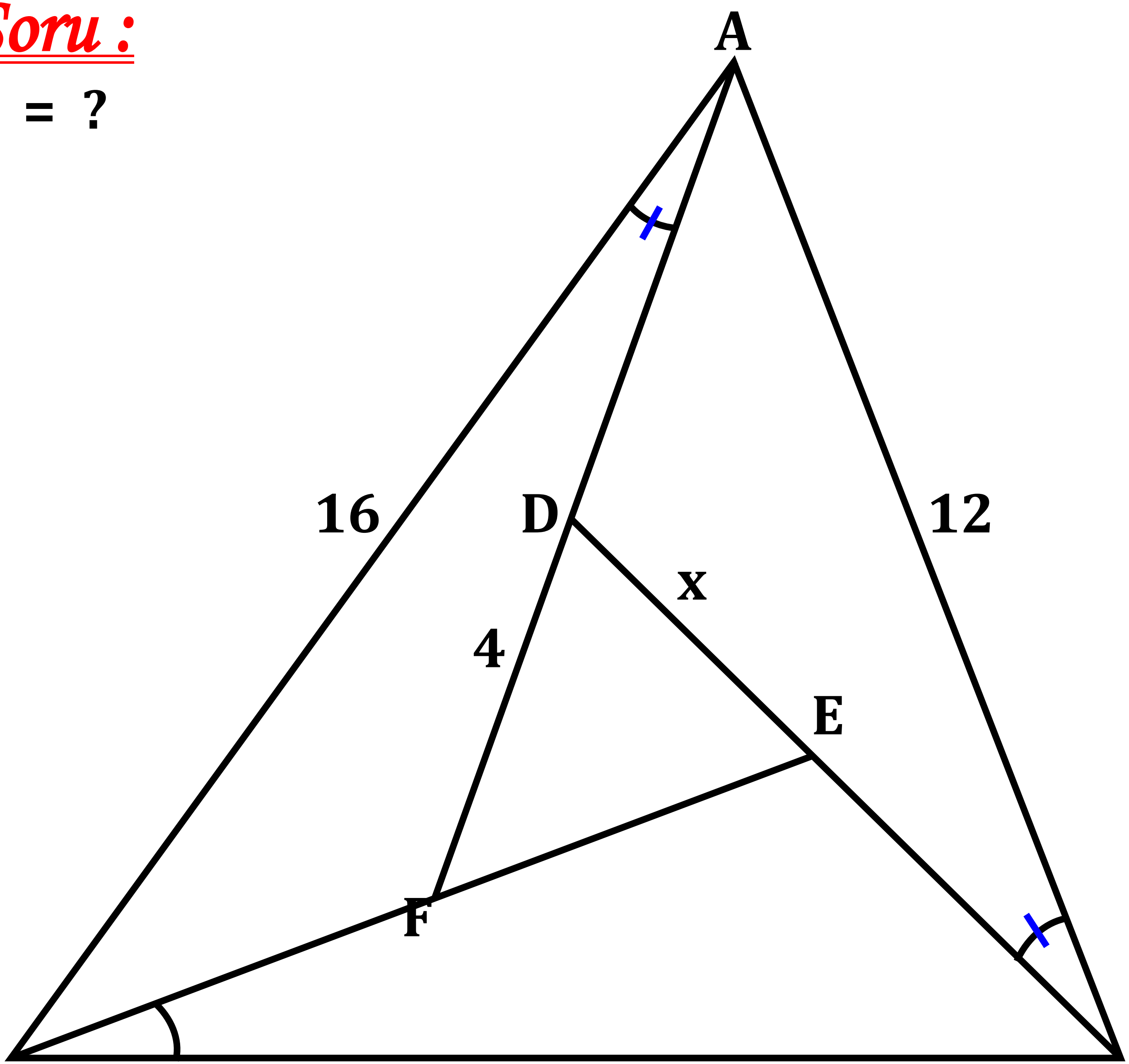


Soru : $x = ?$



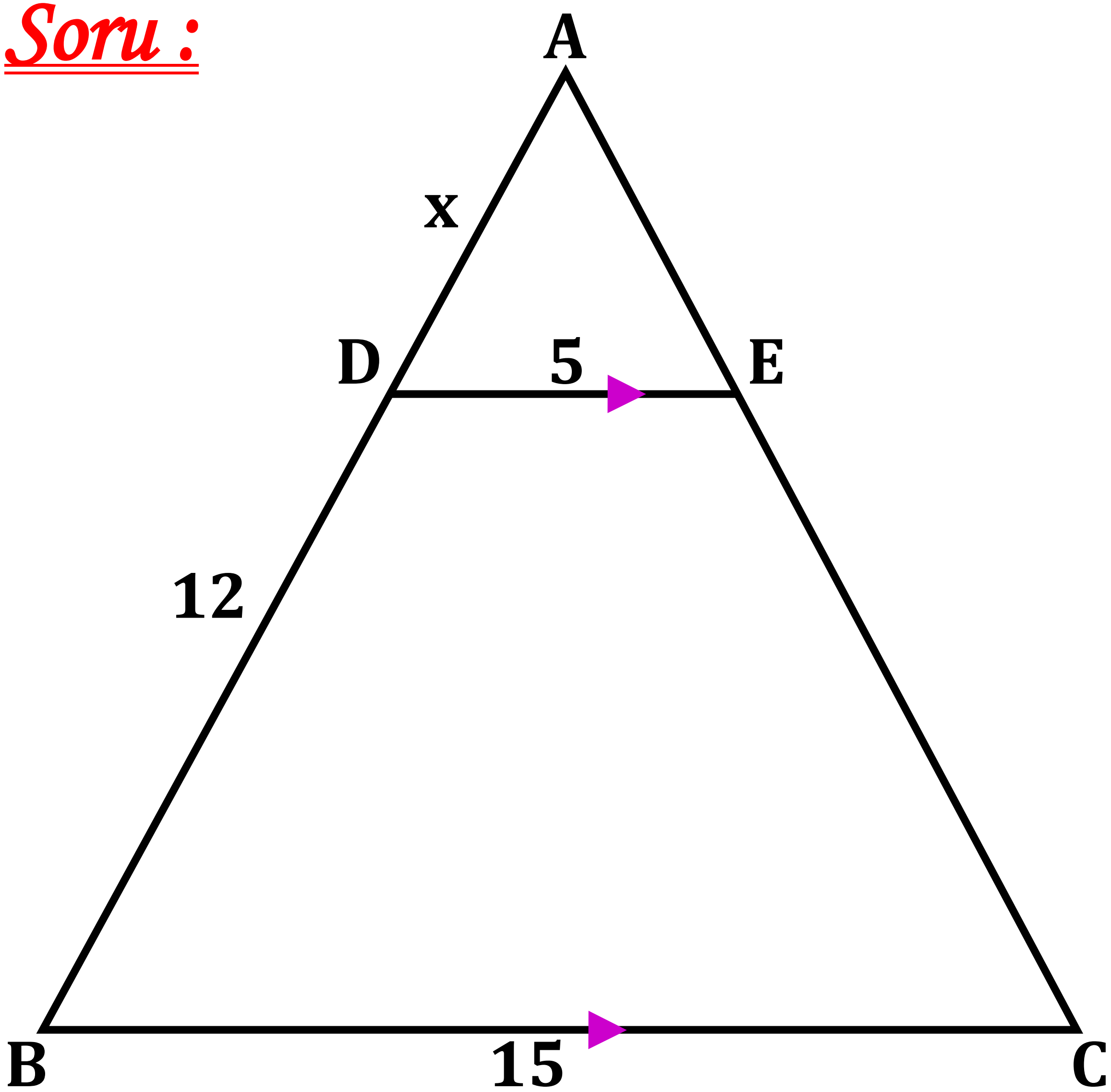
Soru :

x = ?



B — C **(Ufak ile büyük üçgenin benzerliği bulunur. İki iç açının toplamı dış açıyı verirdi.)**

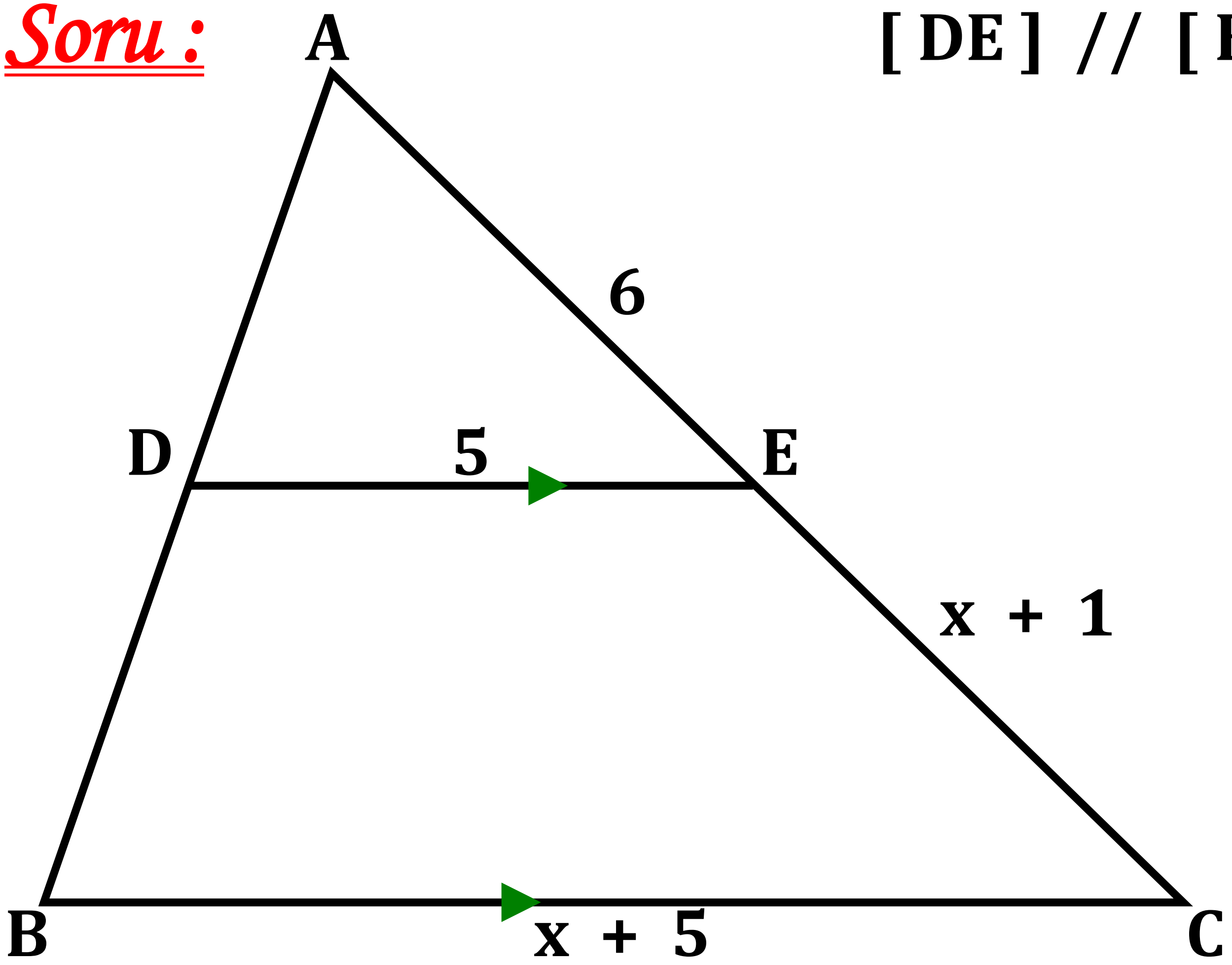
Soru :



[DE] // [BC] ise x = ?

Not : **İki benzer üçgen arasında; ufak üçgendeki kısa kenar ile büyük üçgendeki aynı açıyı gören uzun kenar birbiri ile orantılıdır.**

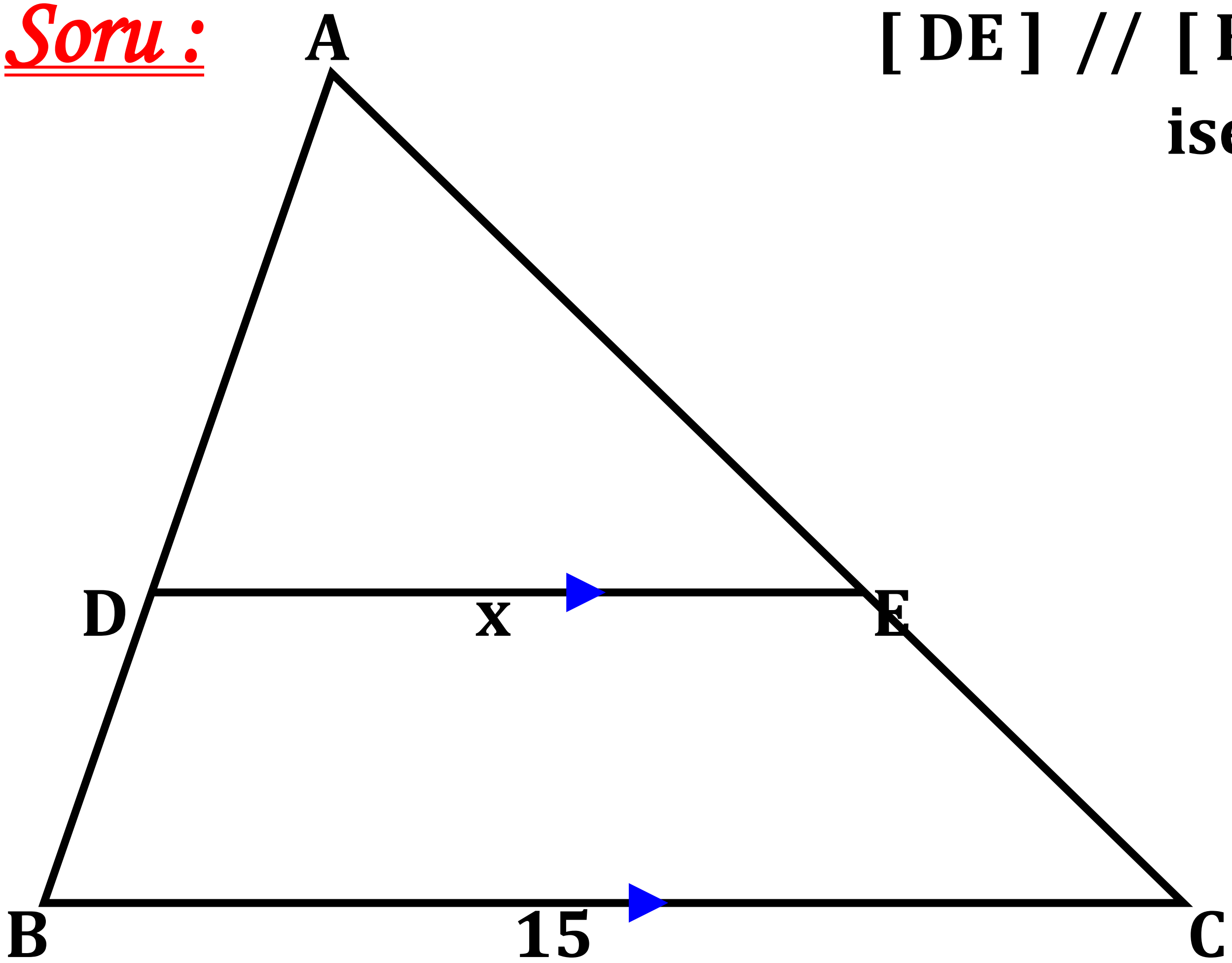
Soru : **[DE] // [BC] ise x = ?**



Soru :

[DE] // [BC] ve | AD | = 2 . | DB |

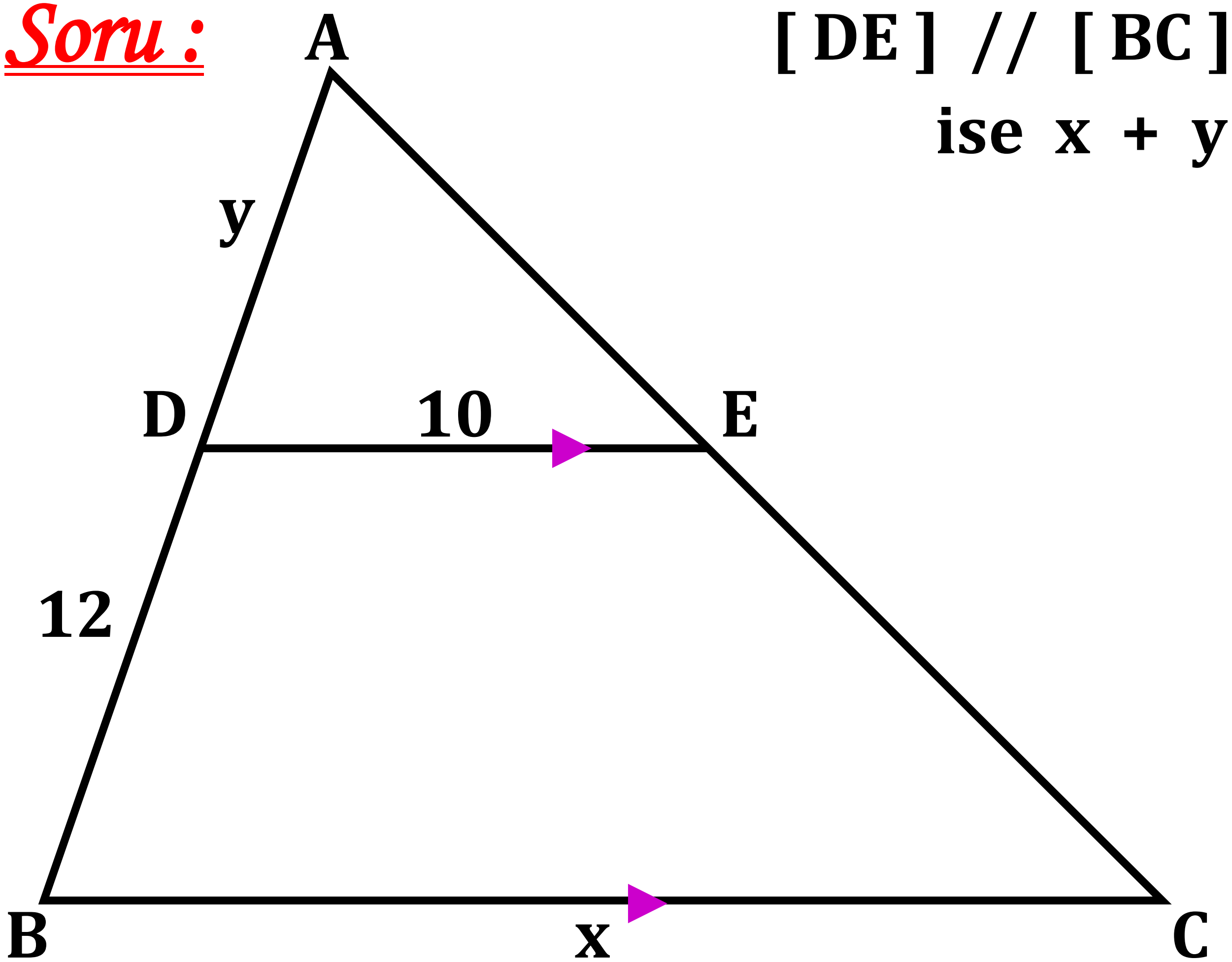
ise x = ?



Soru :

$[DE] \parallel [BC]$ ve $3 \cdot |AE| = 2 \cdot |EC|$

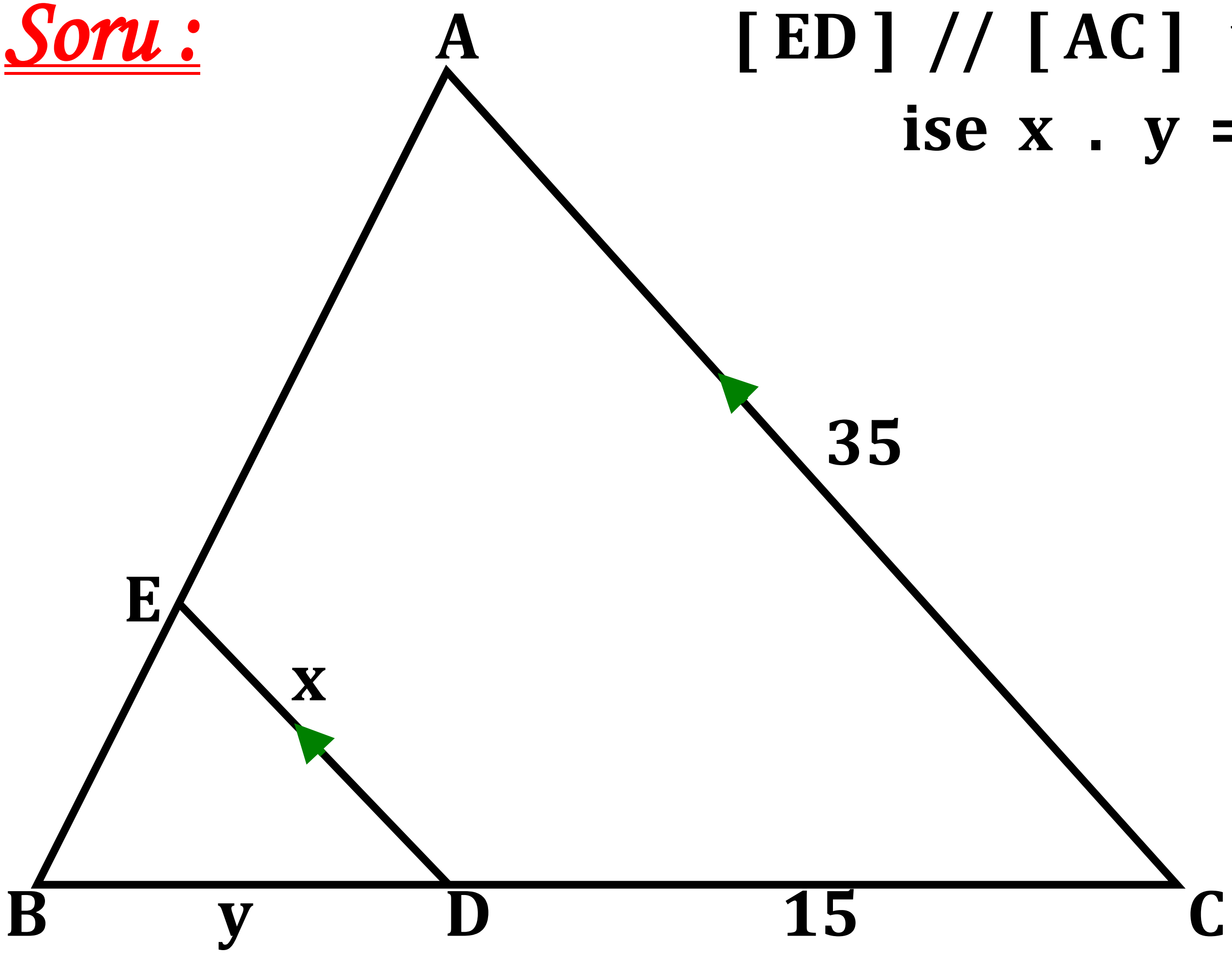
ise $x + y = ?$



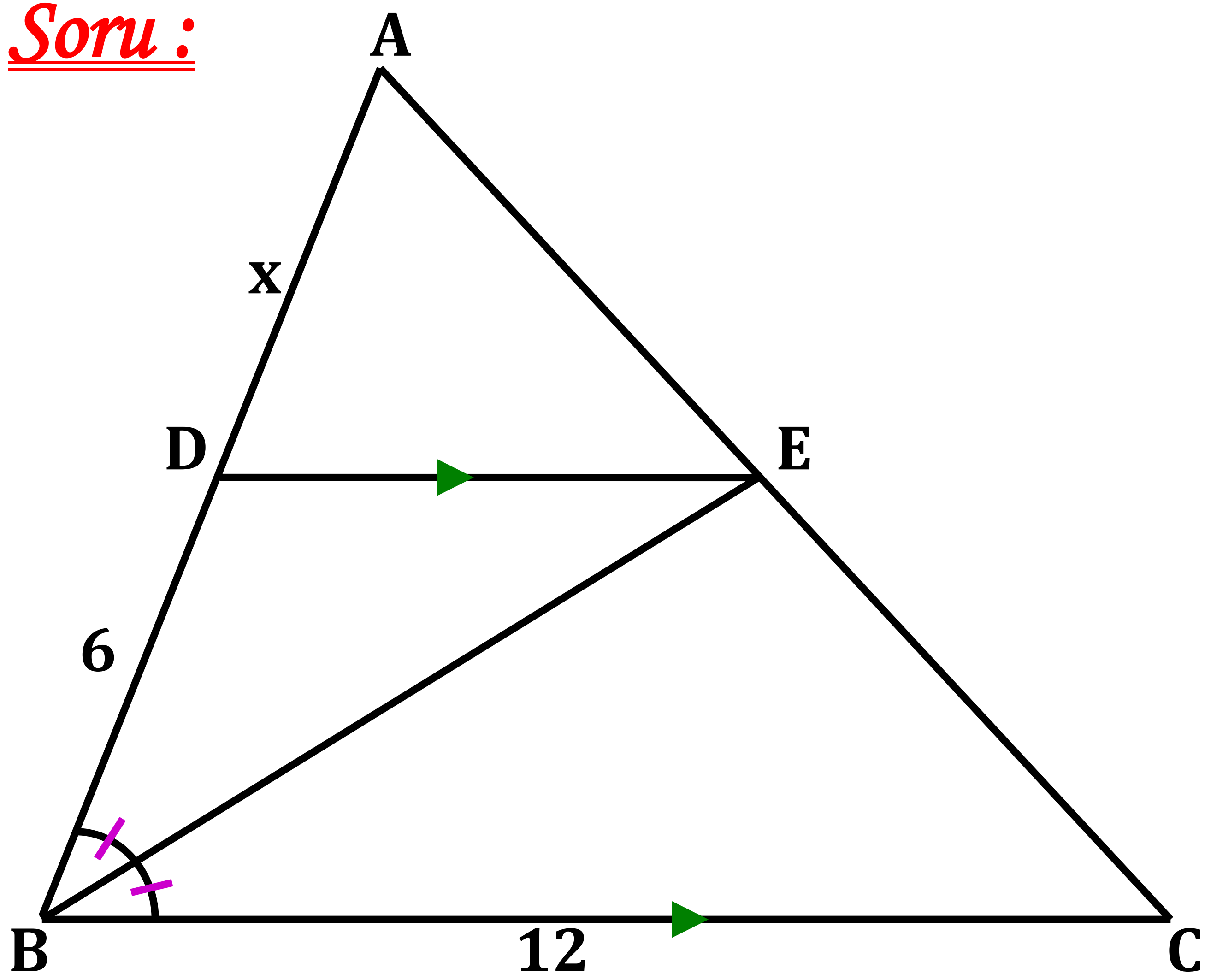
Soru :

$[ED] // [AC]$ ve $2 \cdot |AB| = 7 \cdot |BE|$

ise $x \cdot y = ?$



Soru :

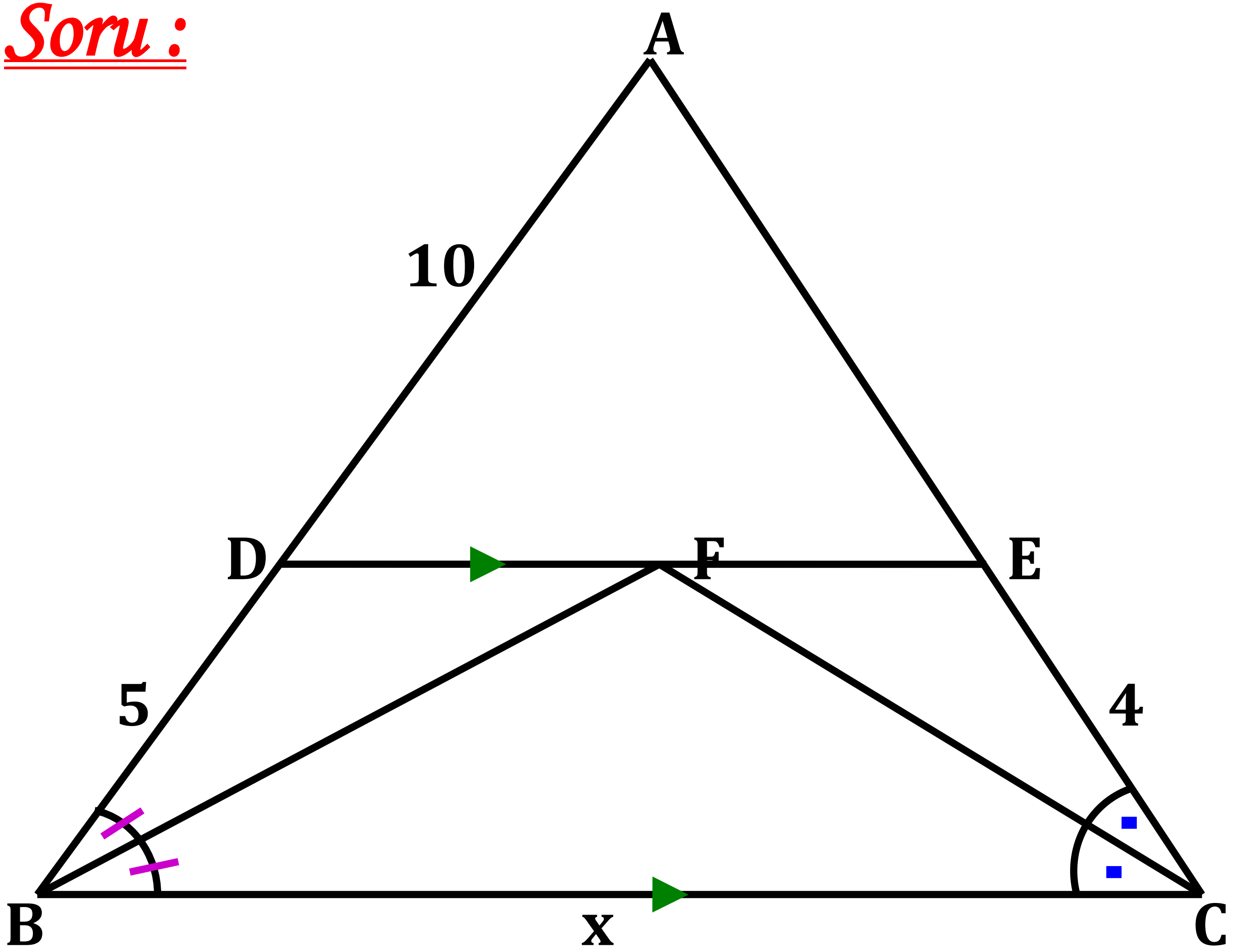


$x = ?$

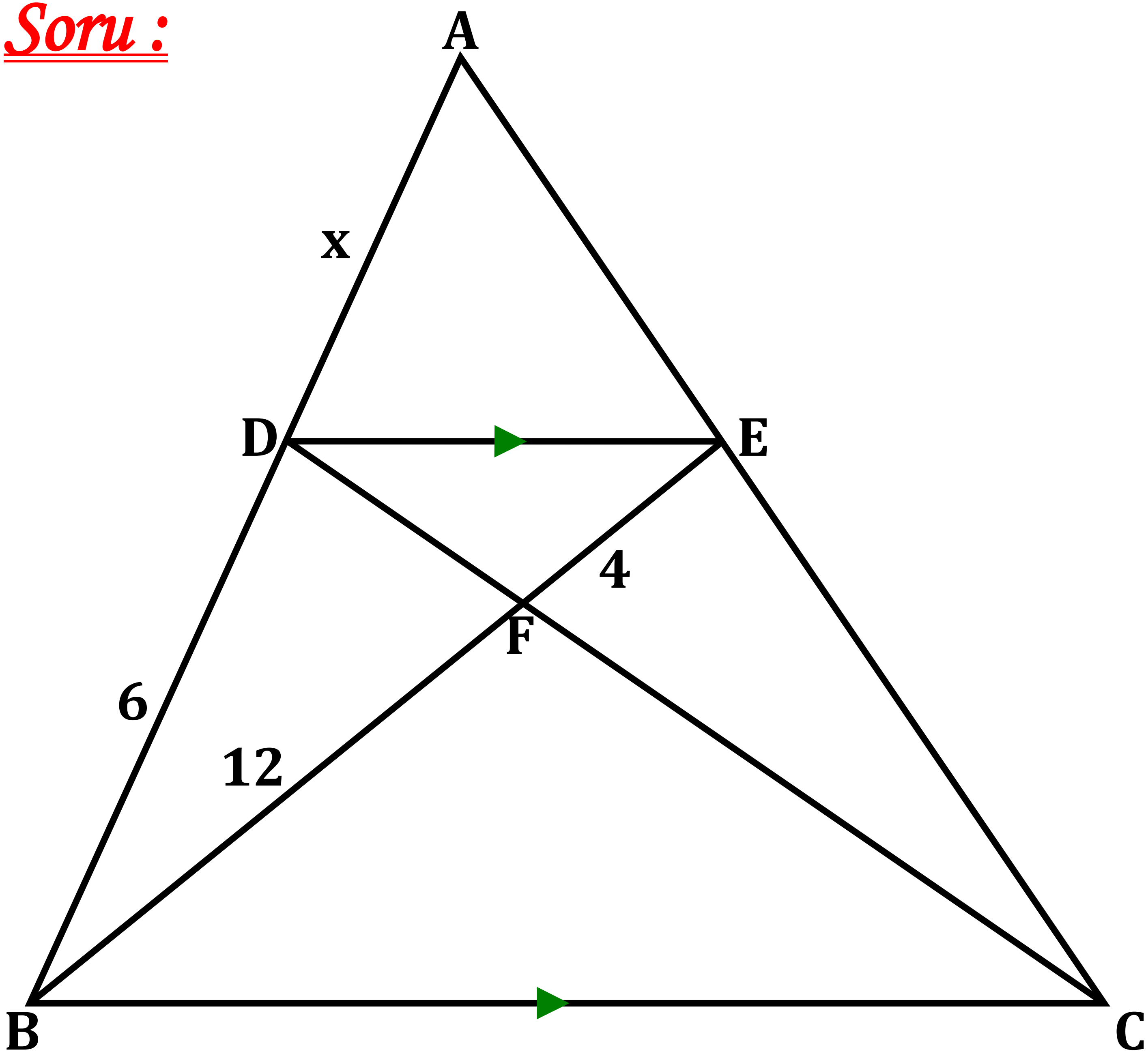
(Z kuralı ve ikizkenar üçgen kullanılır. Orantıdan x bulunur.)

Soru :

x = ?



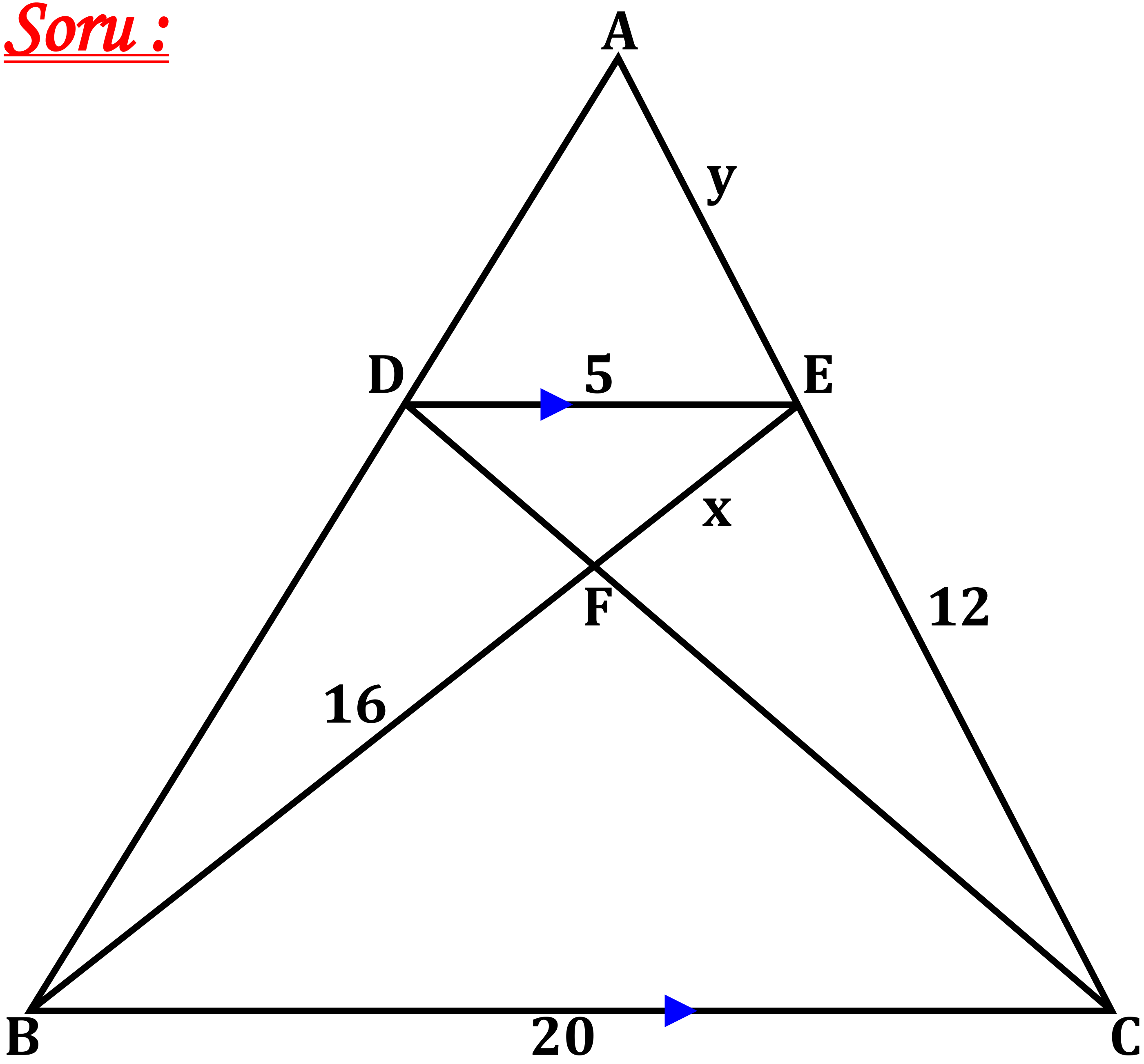
Soru :



x = ?

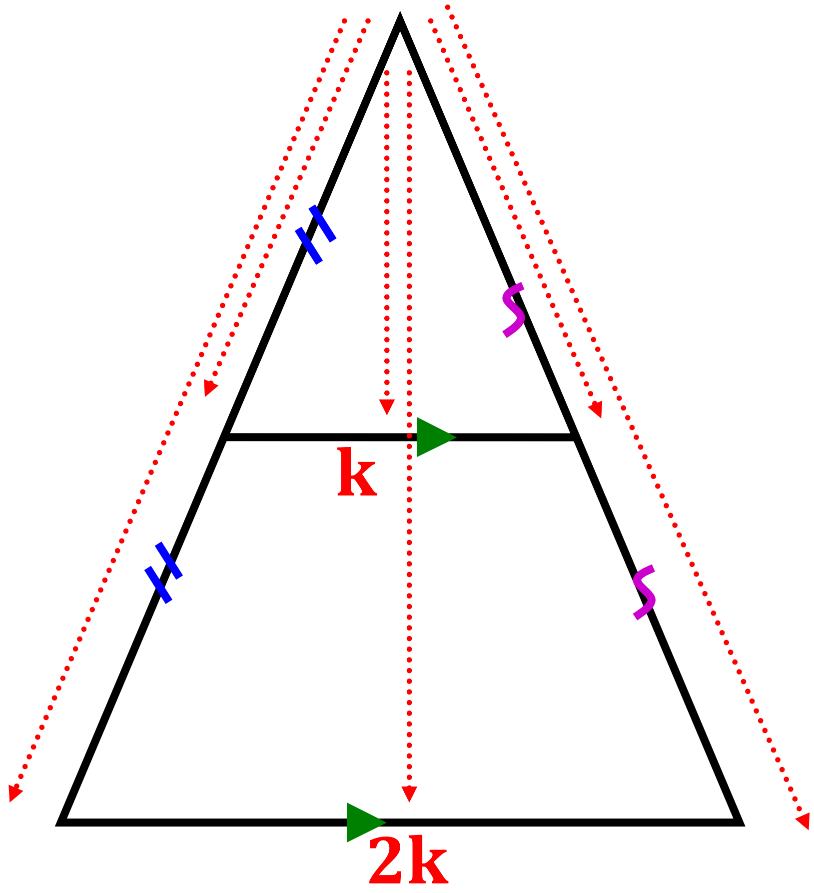
(Kelebek kuralından faydalanılır.)

Soru :



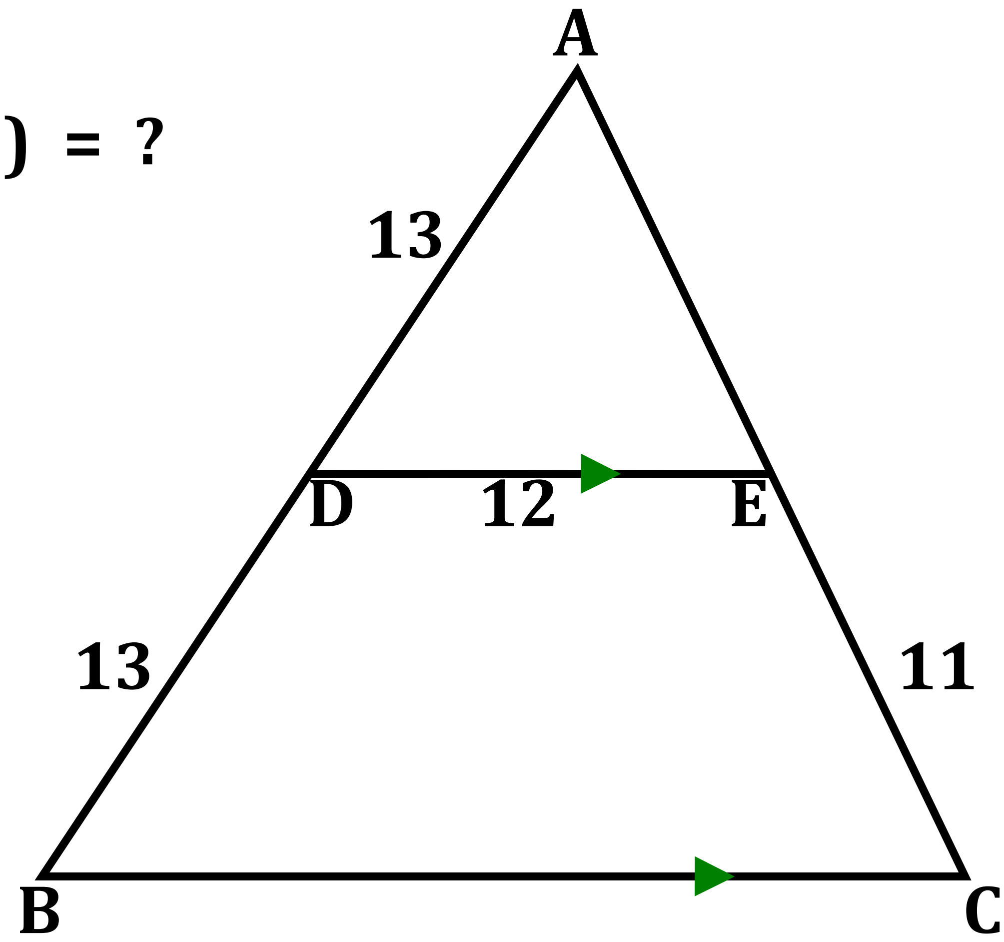
x . y = ?

Not : Şekilde ufak üçgen ile büyük üçgen arasında 1 ’e 2 oranı vardır.



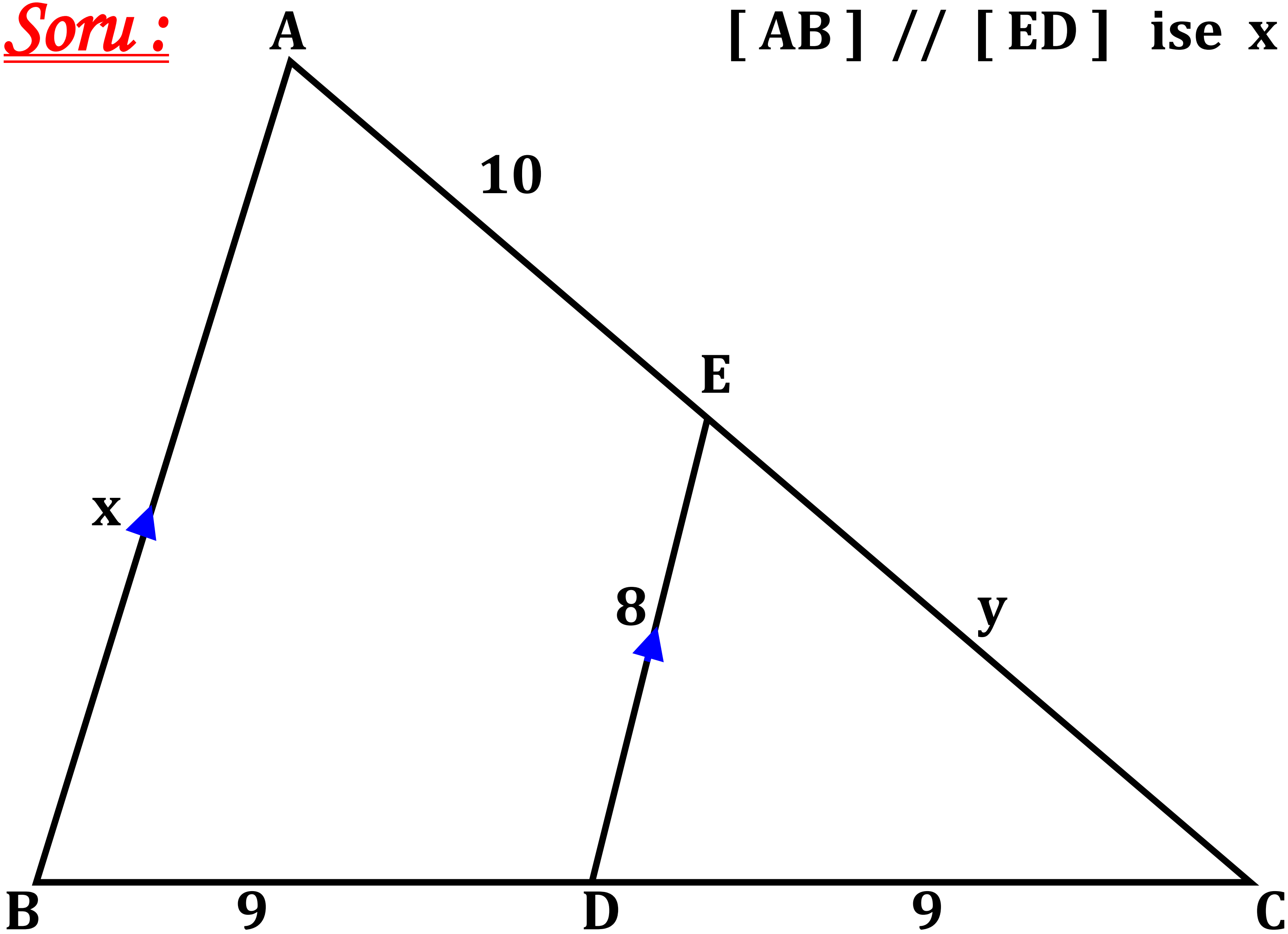
Soru :

Ç (ABC) = ?

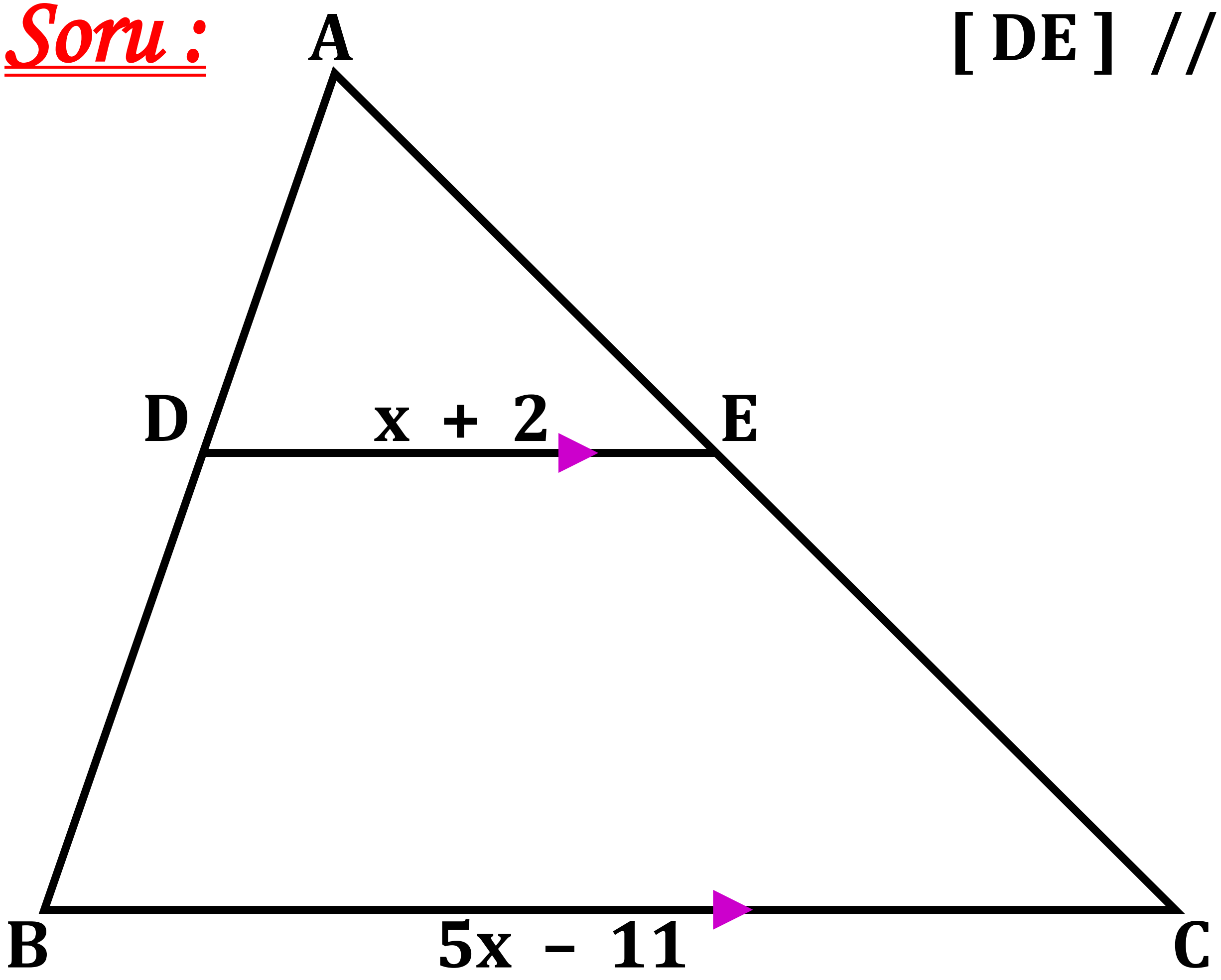


Soru :

[AB] // [ED] ise x + y = ?



Soru :

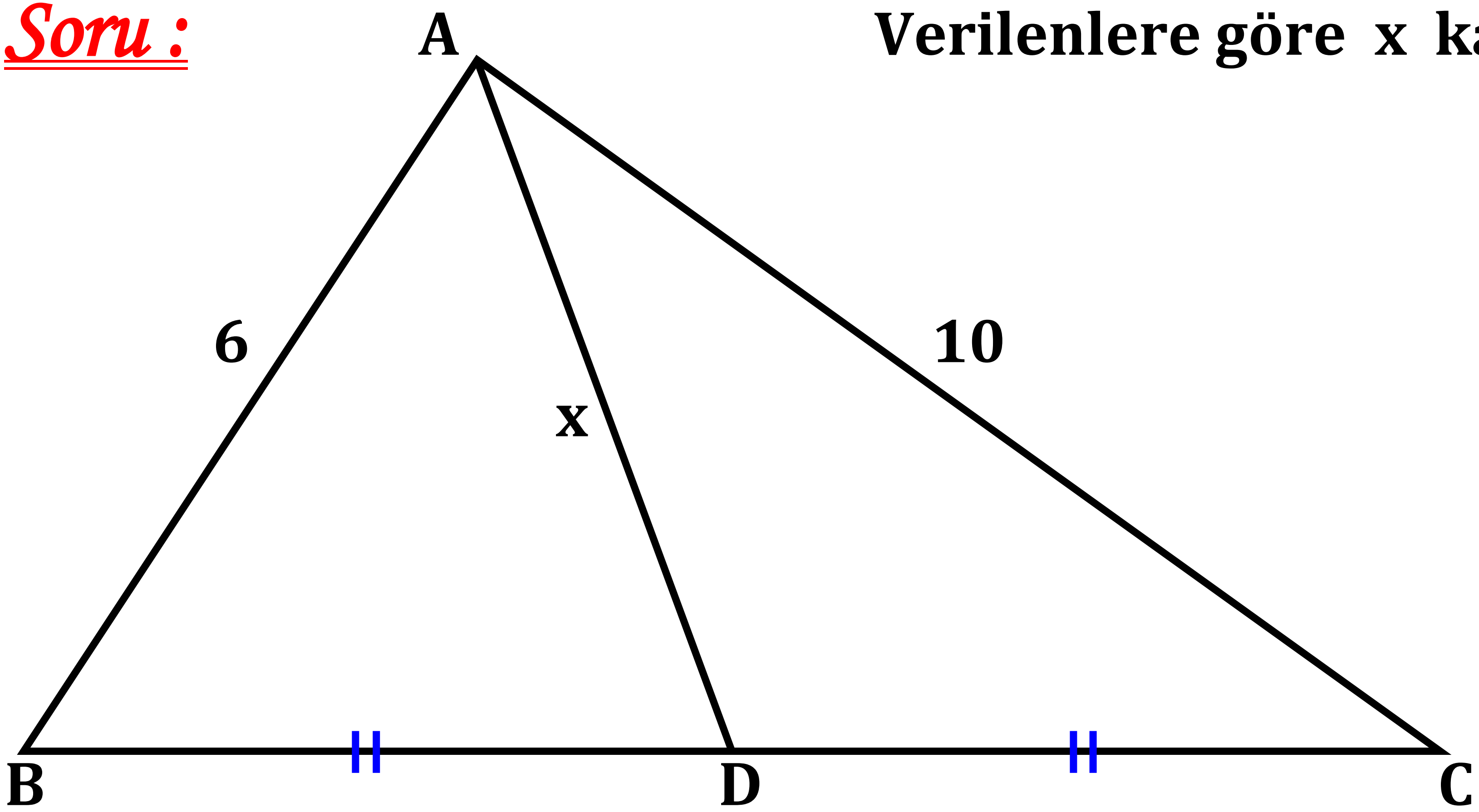


[DE] // [BC] ve | AE | = | EC | ise

x = ?

Soru :

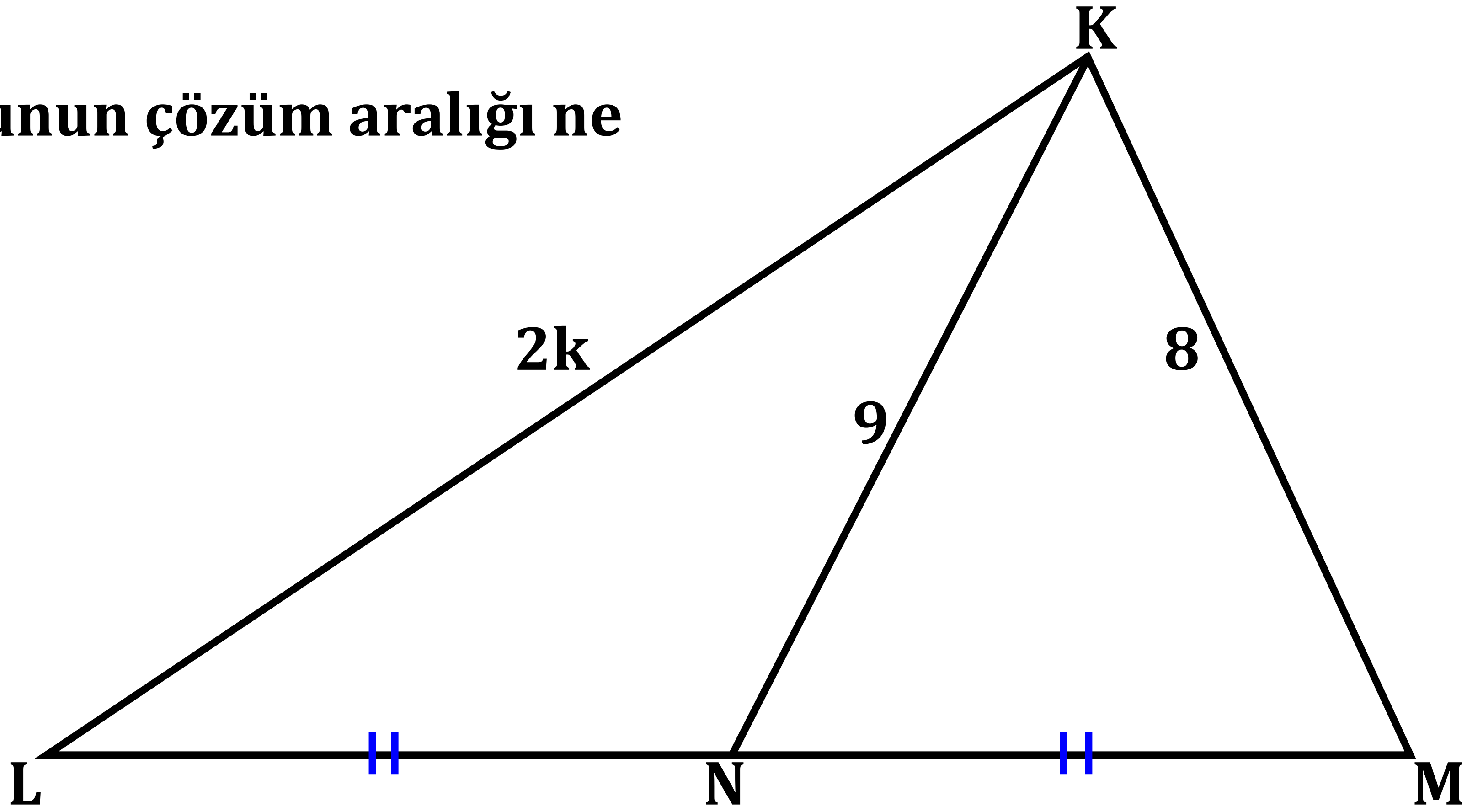
Verilenlere göre x kaç farklı tam sayı değeri alır ?



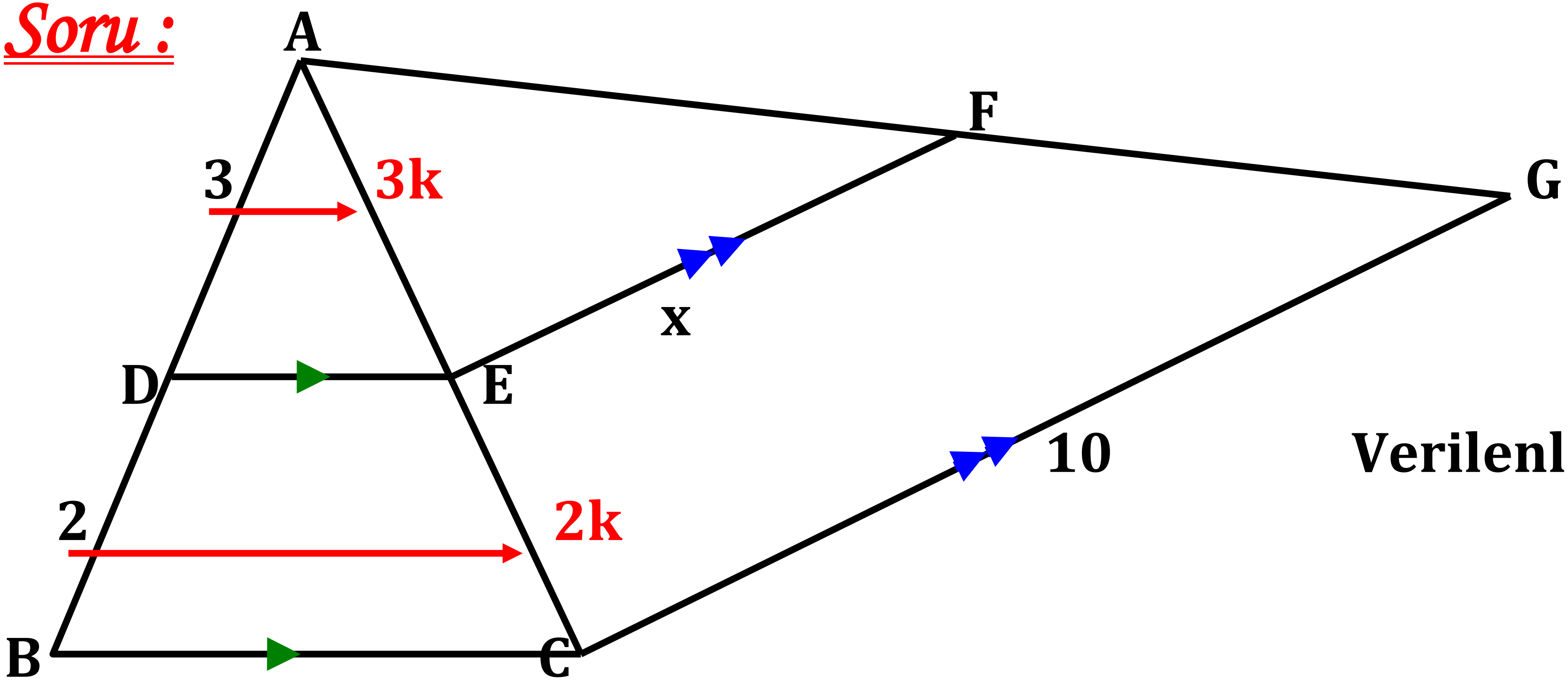
(D 'den [AC] 'ye [AB] 'nin paraleli çekilir. Benzerlik ve üçgen eşitsizliğinden x 'in çözüm aralığı bulunur.)

Soru :

| KL | uzunluğunun çözüm aralığı ne olmalıdır ?



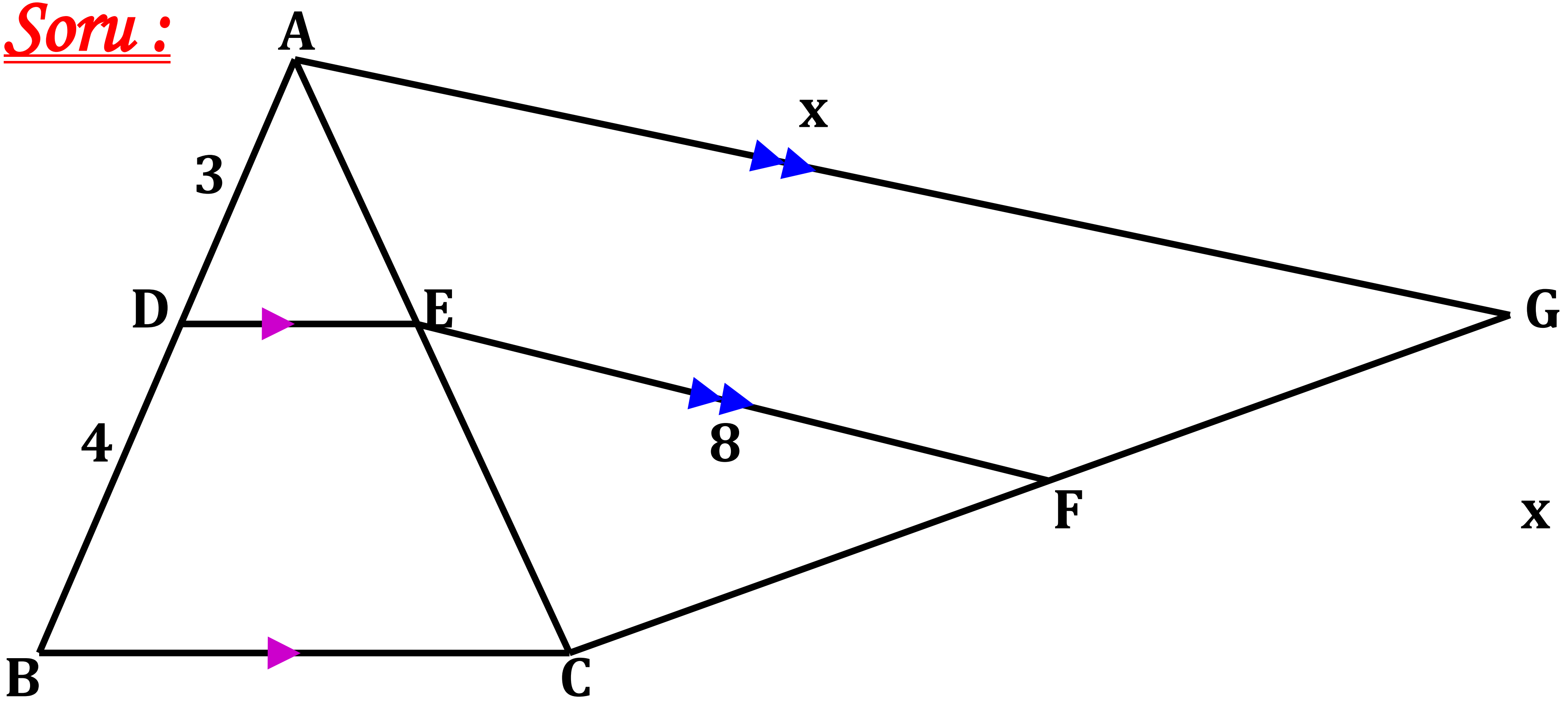
Soru :



Verilenlere göre
x = ?

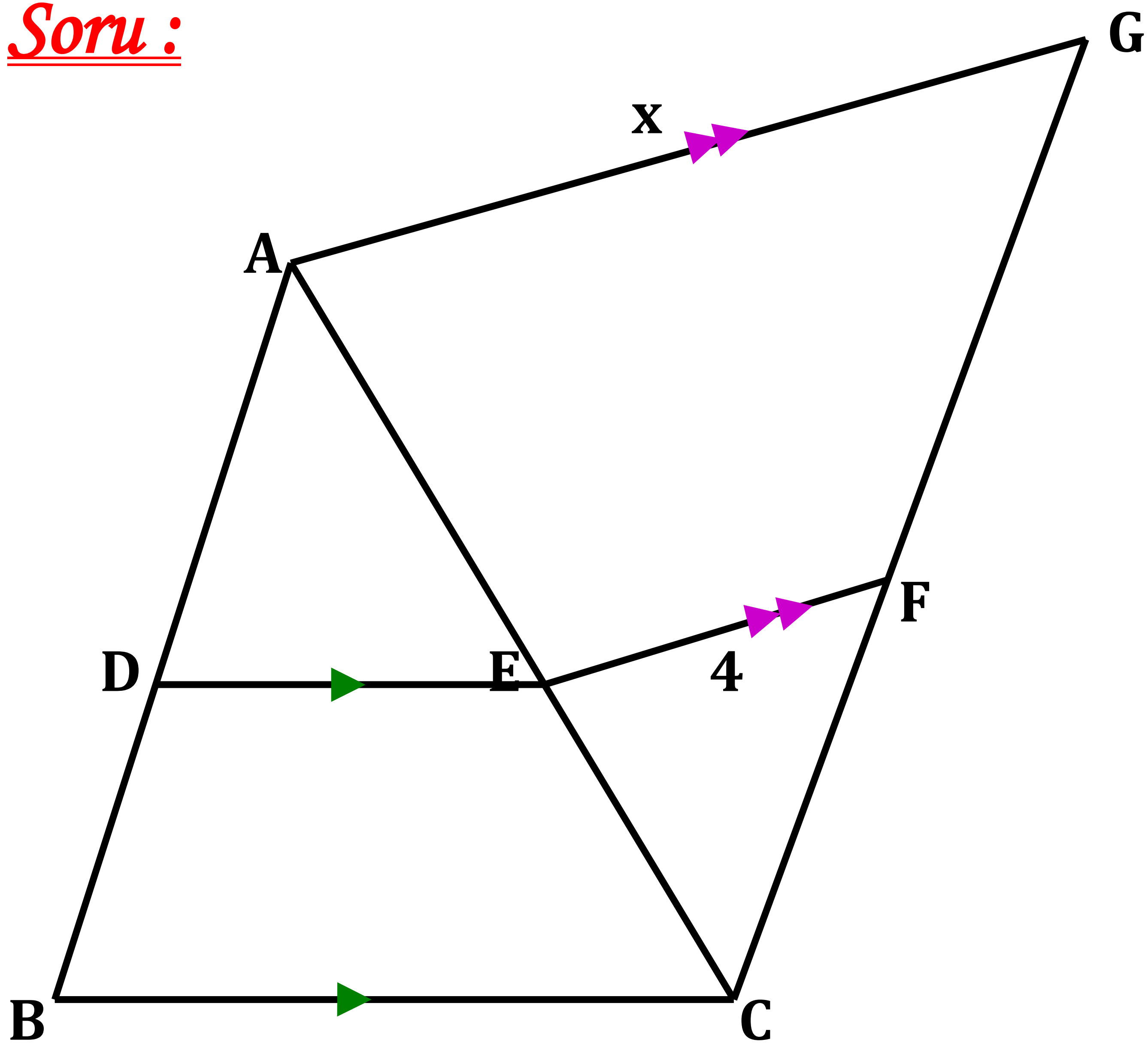
(Yan kenarlar diğer yan kenarlar ile orantılıdır. Şekilde kırmızı ok ile gösterilmiştir. Diğer yan üçgende orantıdan sonuç bulunur.)

Soru :



$x = ?$

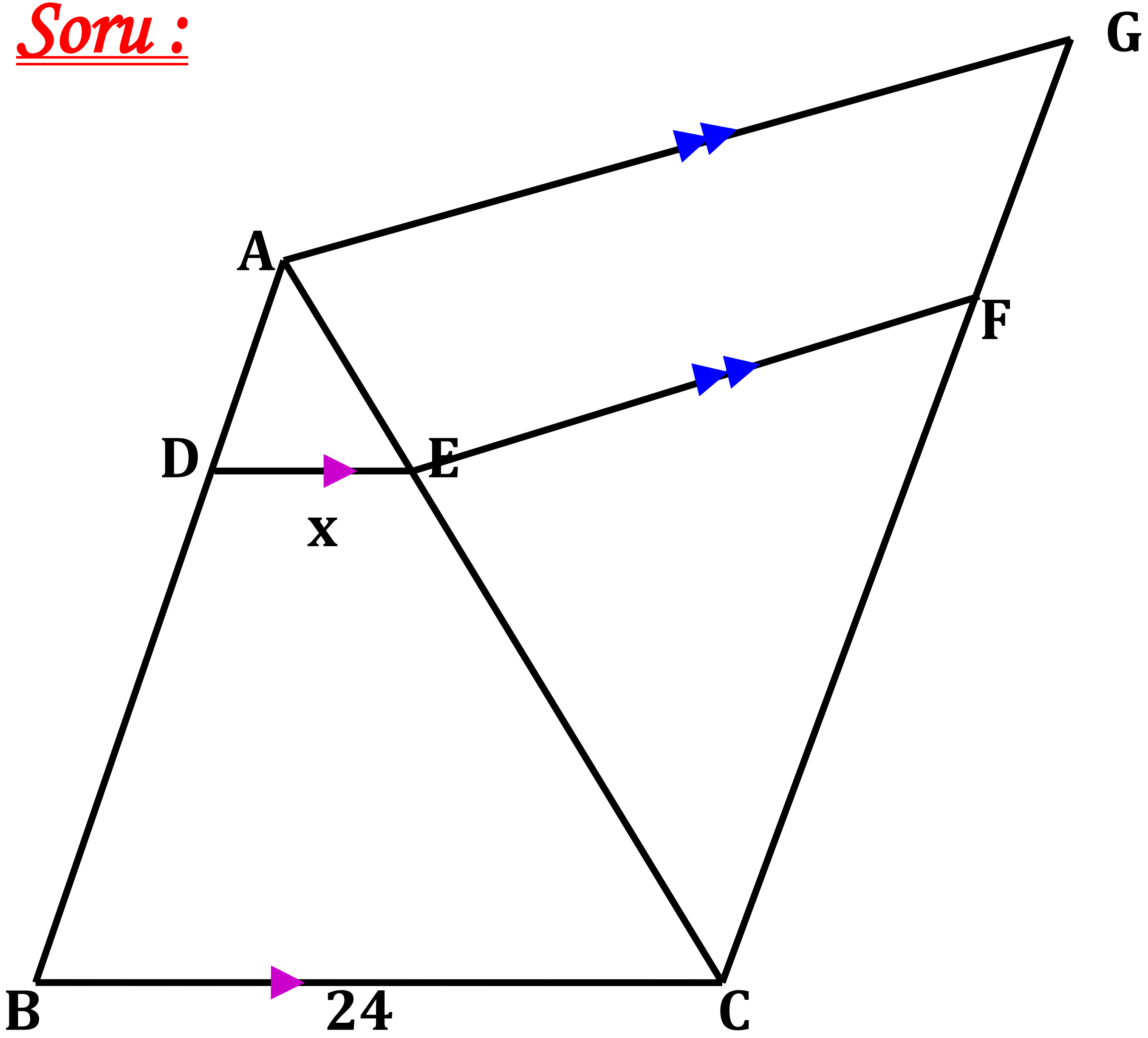
Soru :



$2 \cdot |AD| = 3 \cdot |DB|$

ise $x = ?$

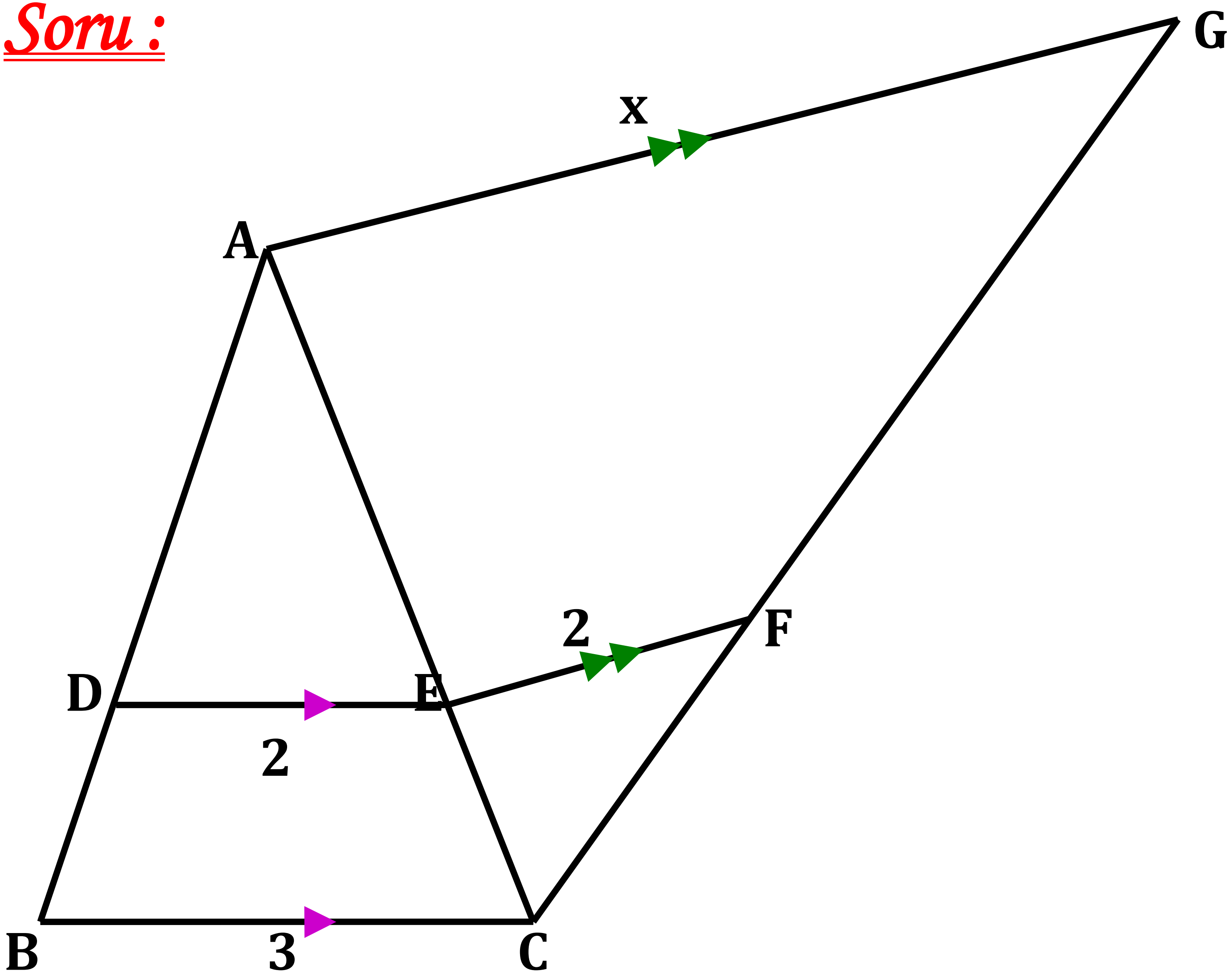
Soru :



$|CG| = 4 \cdot |GF|$

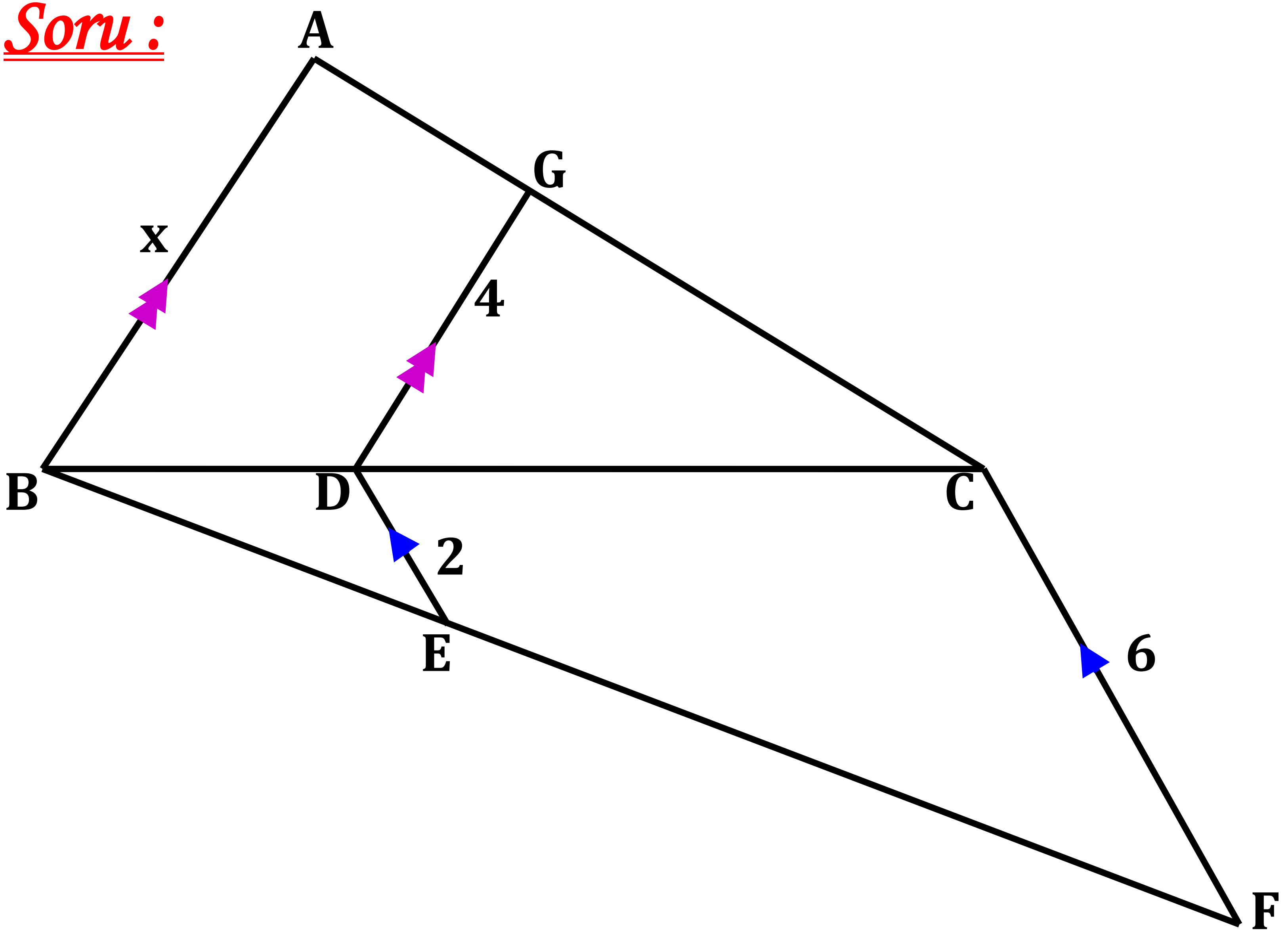
ise $x = ?$

Soru :



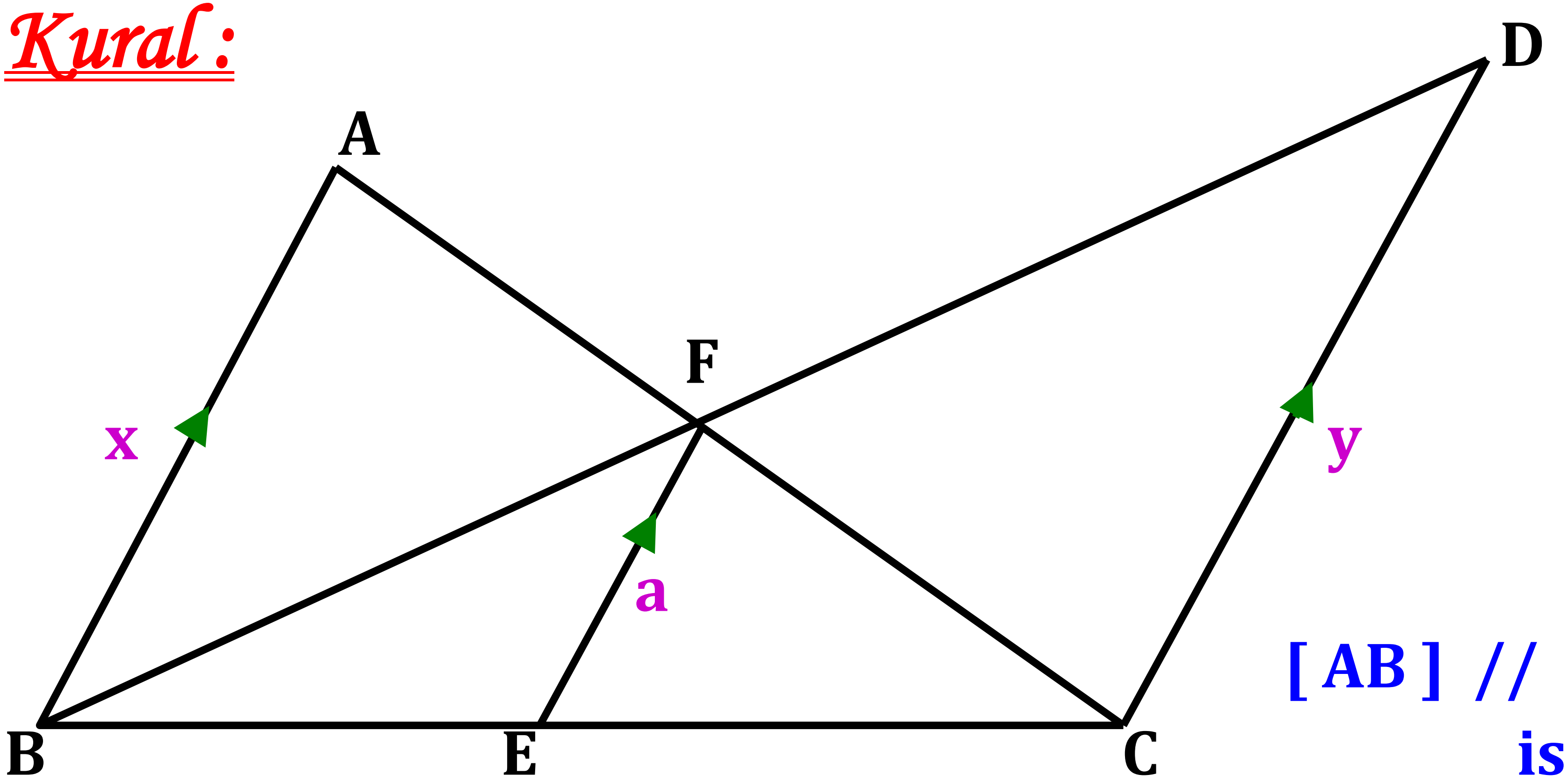
x = ?

Soru :



$x = ?$

Kural :

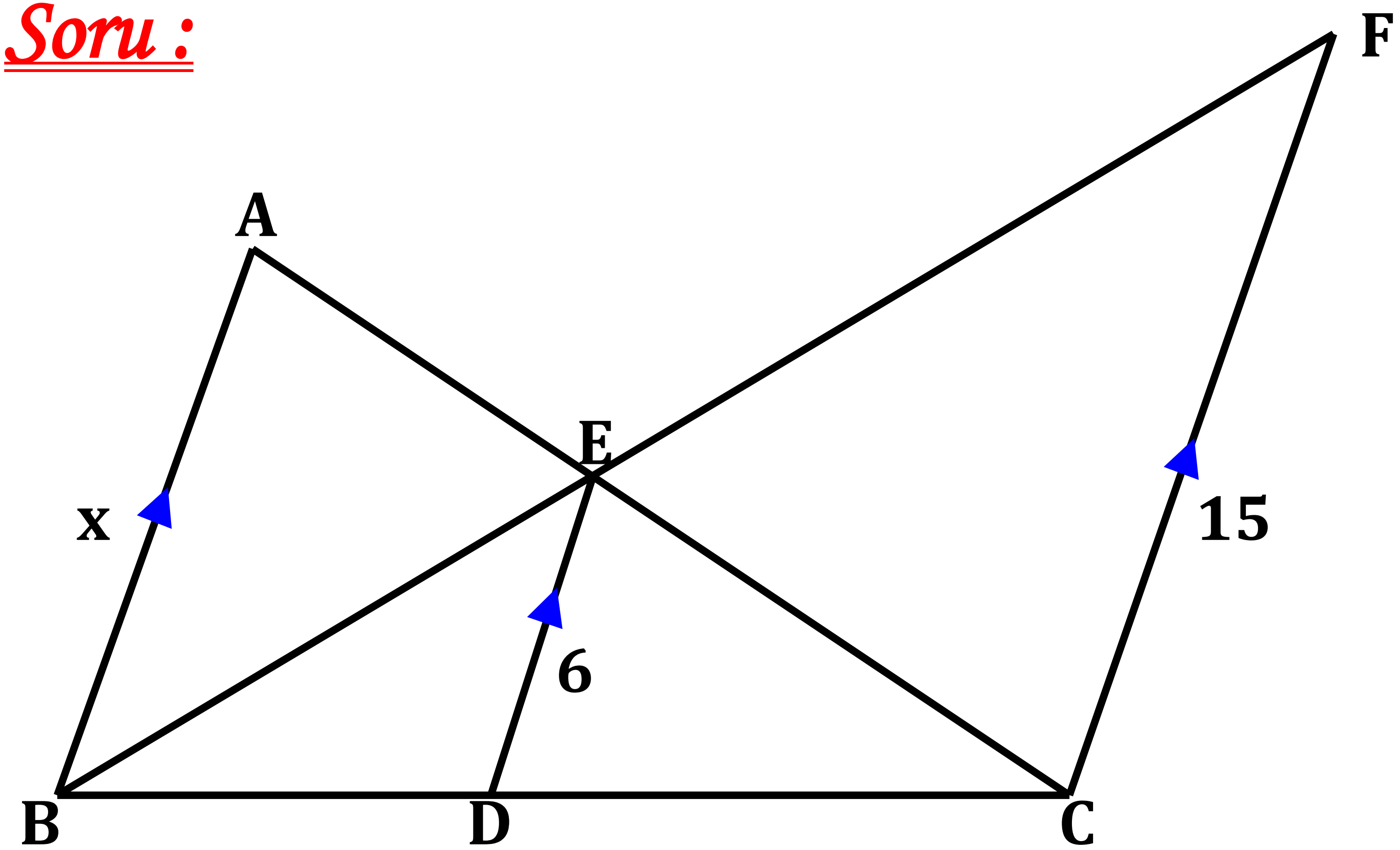


[AB] // [FE] // [DC]
ise ;

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$ veya $$a = \frac{x \cdot y}{x + y}$$ olarak alınır.

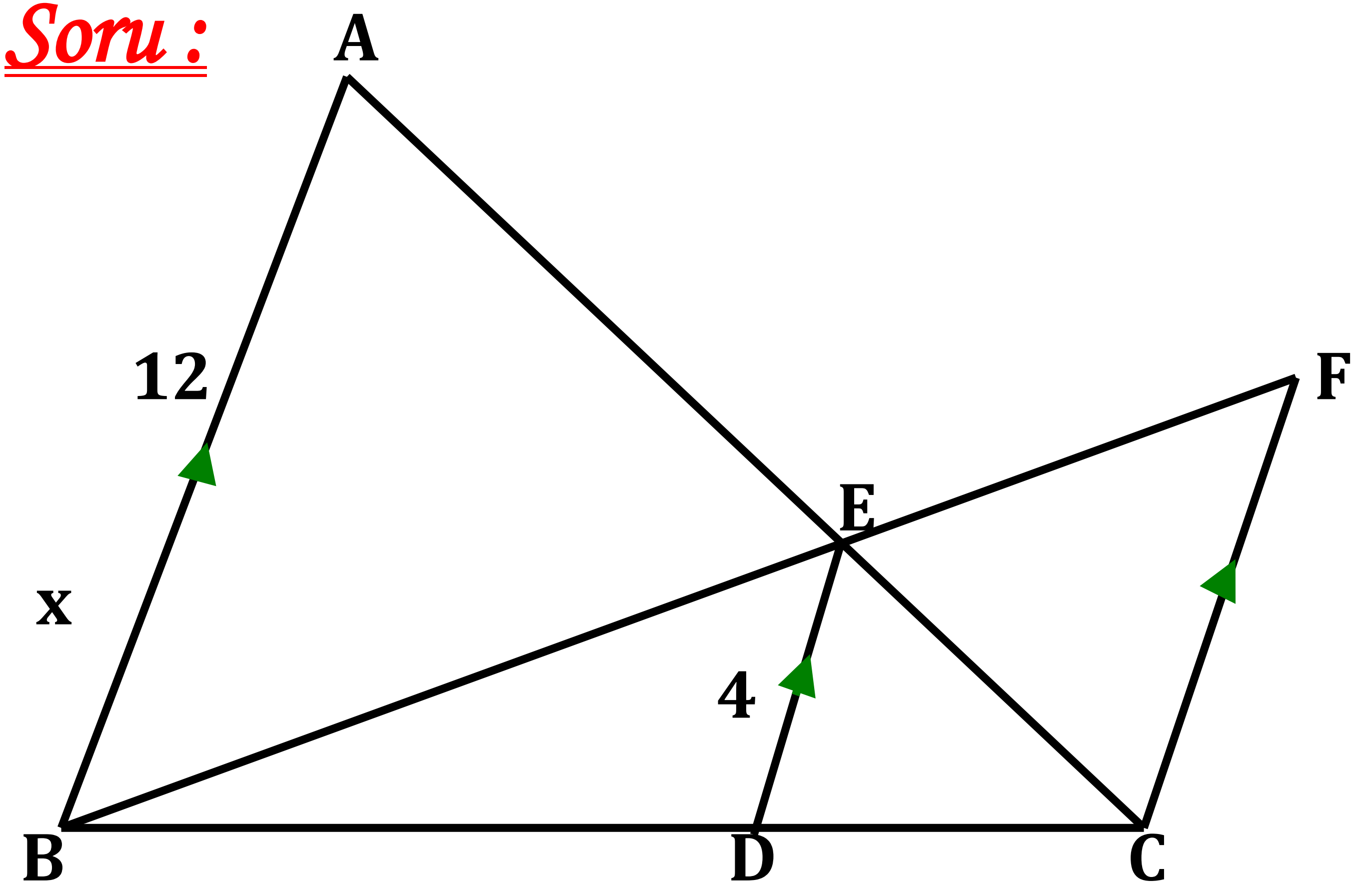
(Uzun yoldan A. A. A. benzerlik kuralından da çözüm yapılabilir.)

Soru :



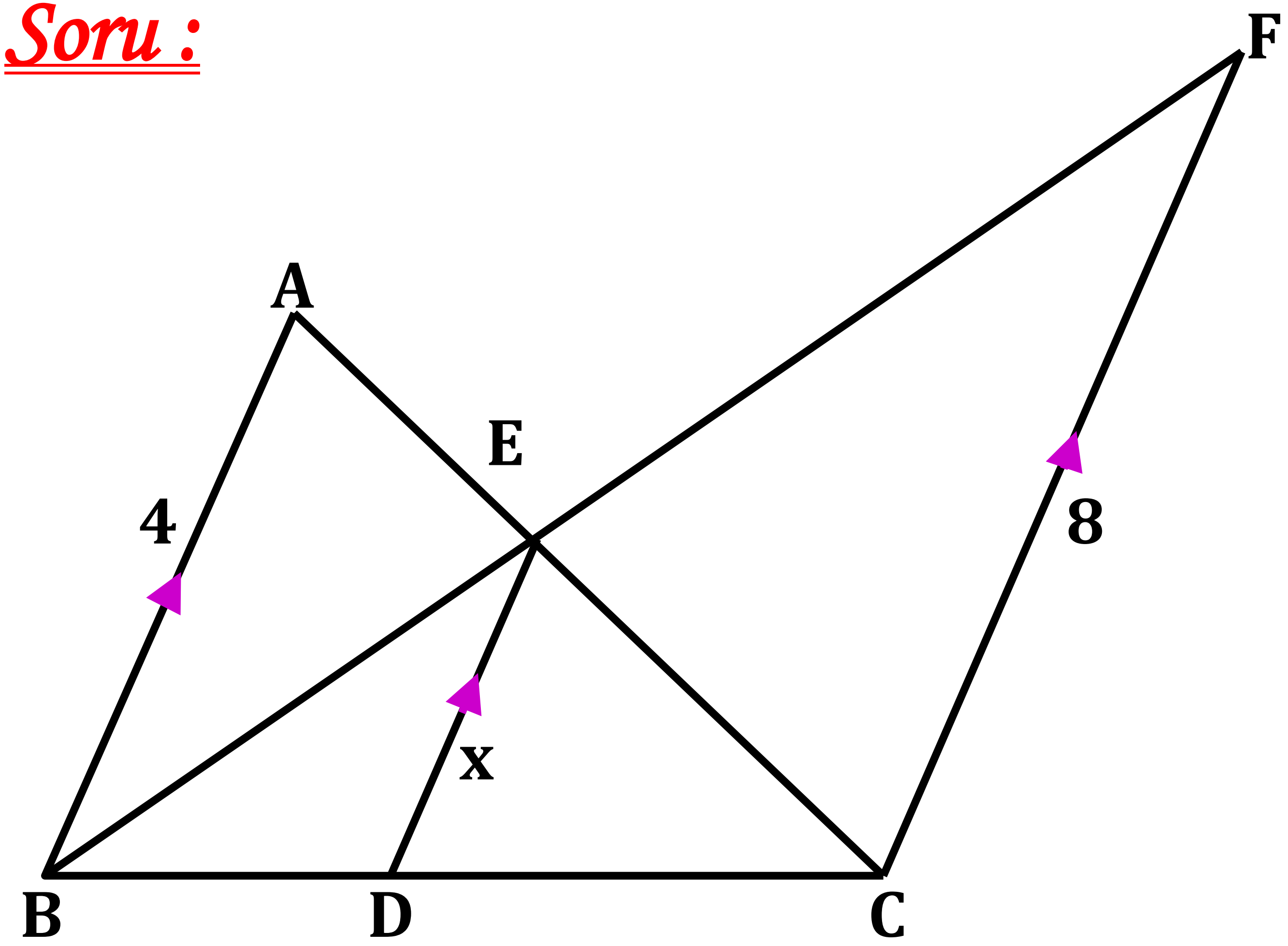
x = ?

Soru :



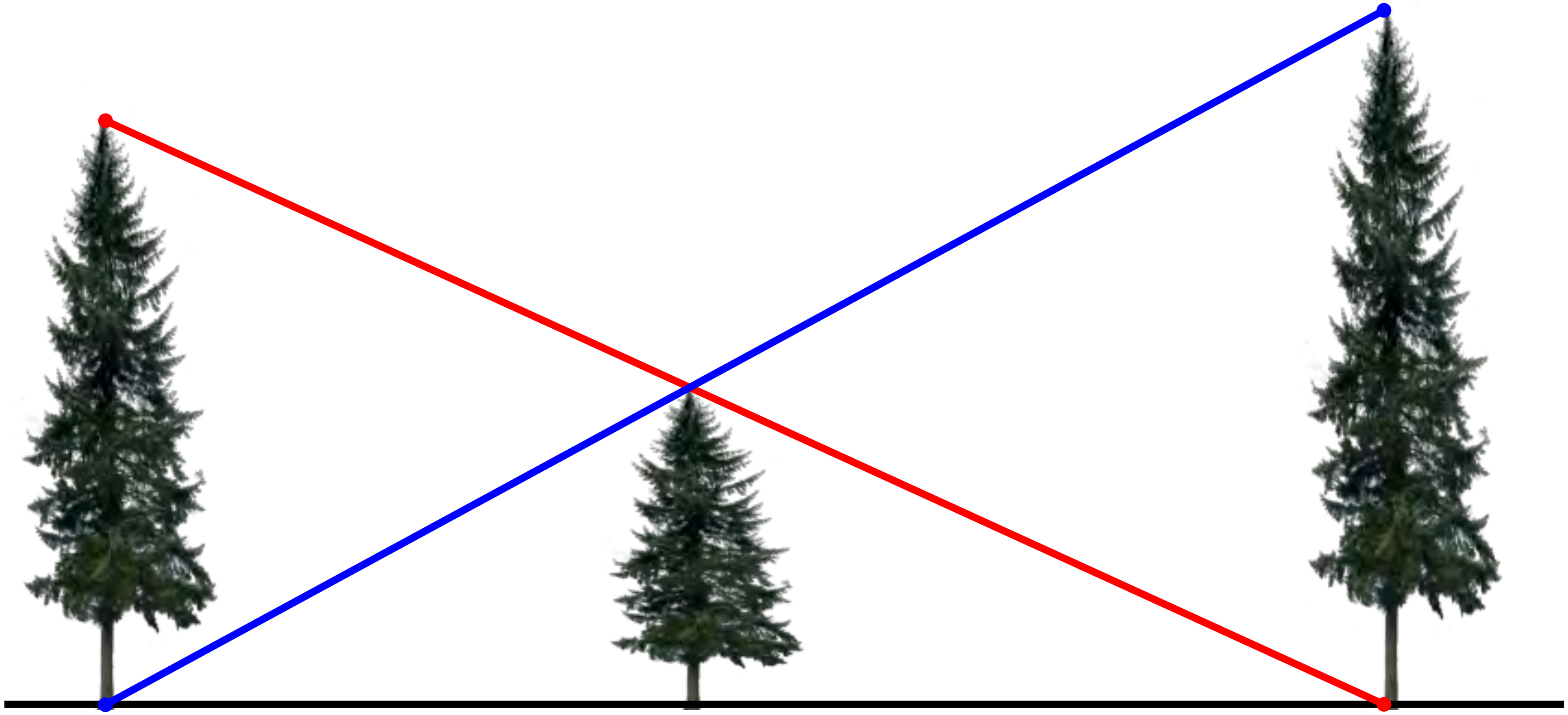
x = ?

Soru :



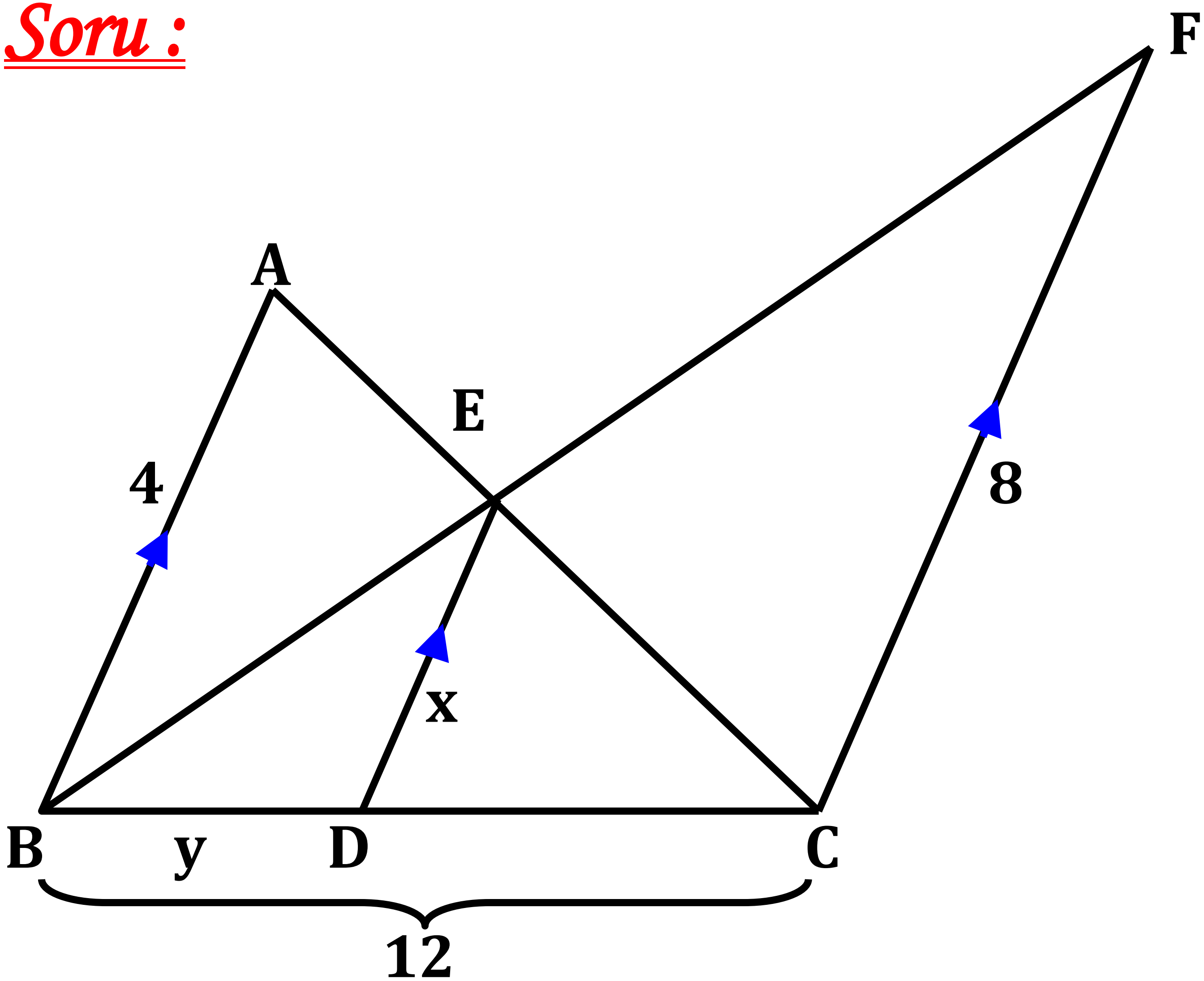
$x = ?$

Soru :



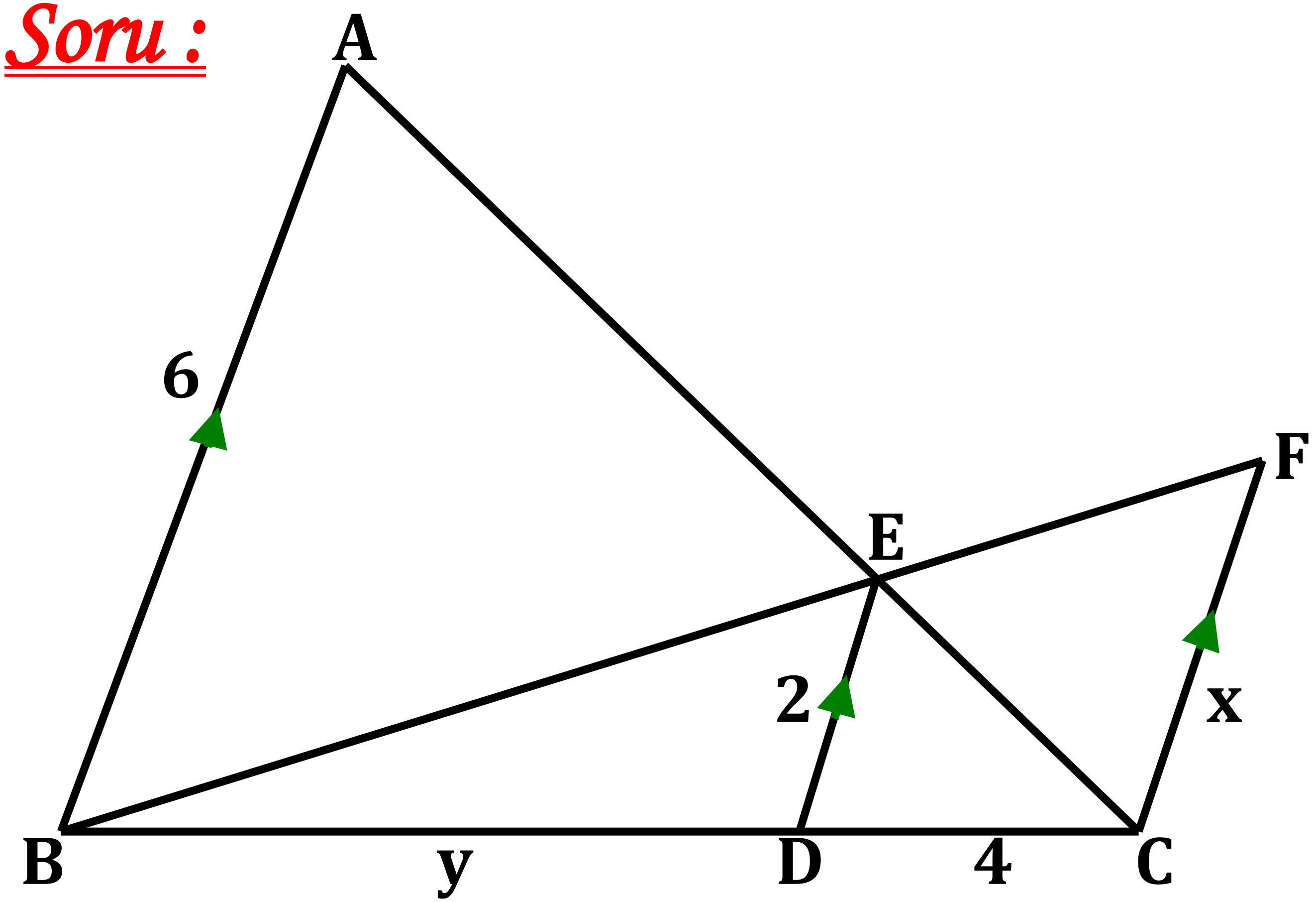
x m, 30 m ve y m uzunluğundaki üç ağaç birbirine paraleldir. Sol ve sağdaki ağaçların üst köşelerinden aradaki ağaçların üst köşe noktalarından geçip diğer ağacın alt noktasındaki noktalara ip çekiliyor. İpler doğrusaldır. x . y = 3600 ise x + y = ?

Soru :



x ve y 'yi bulunuz.

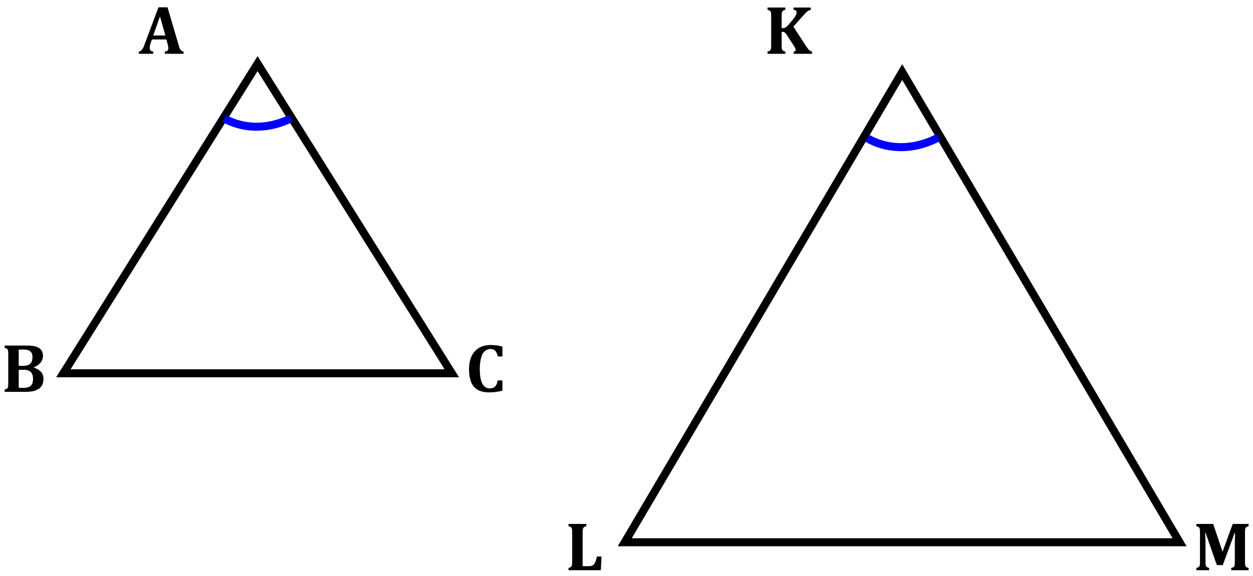
Soru :



$x + y = ?$

2) Kenar Açı Kenar (K. A. K.) Benzerlik Kuralı

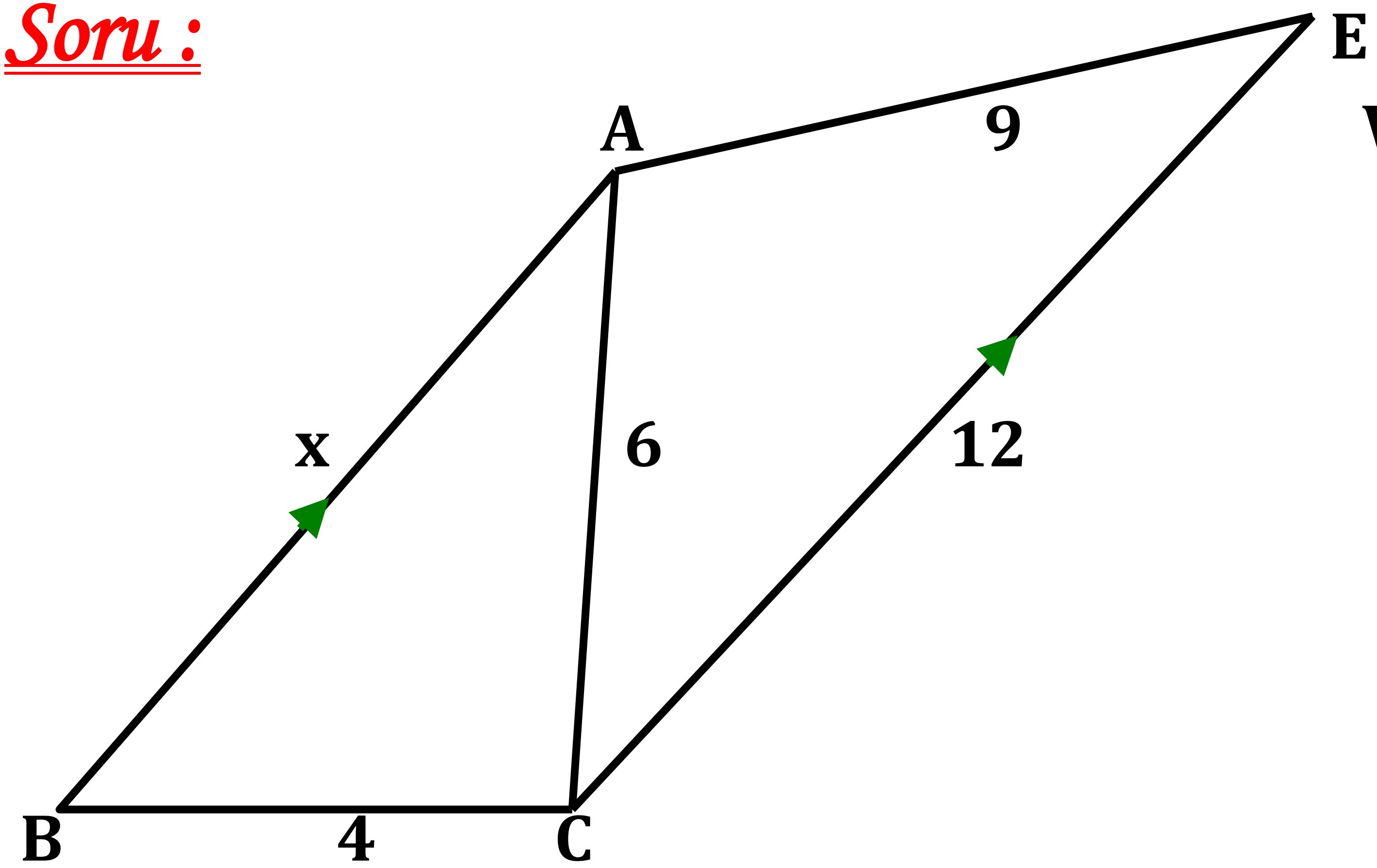
İki üçgen arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı ikişer kenar uzunlukları orantılı ve bu kenar uzunlukları arasındaki açı-nın ölçüsü birbirine eşit ise bu iki üçgen benzerdir.



$$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{LKM})$$

ve $$\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|AC|}{|KM|} = k$$ **ise iki üçgen benzerdir. Bilinmeyenin olduğu oran k sabine eşitlenir.**

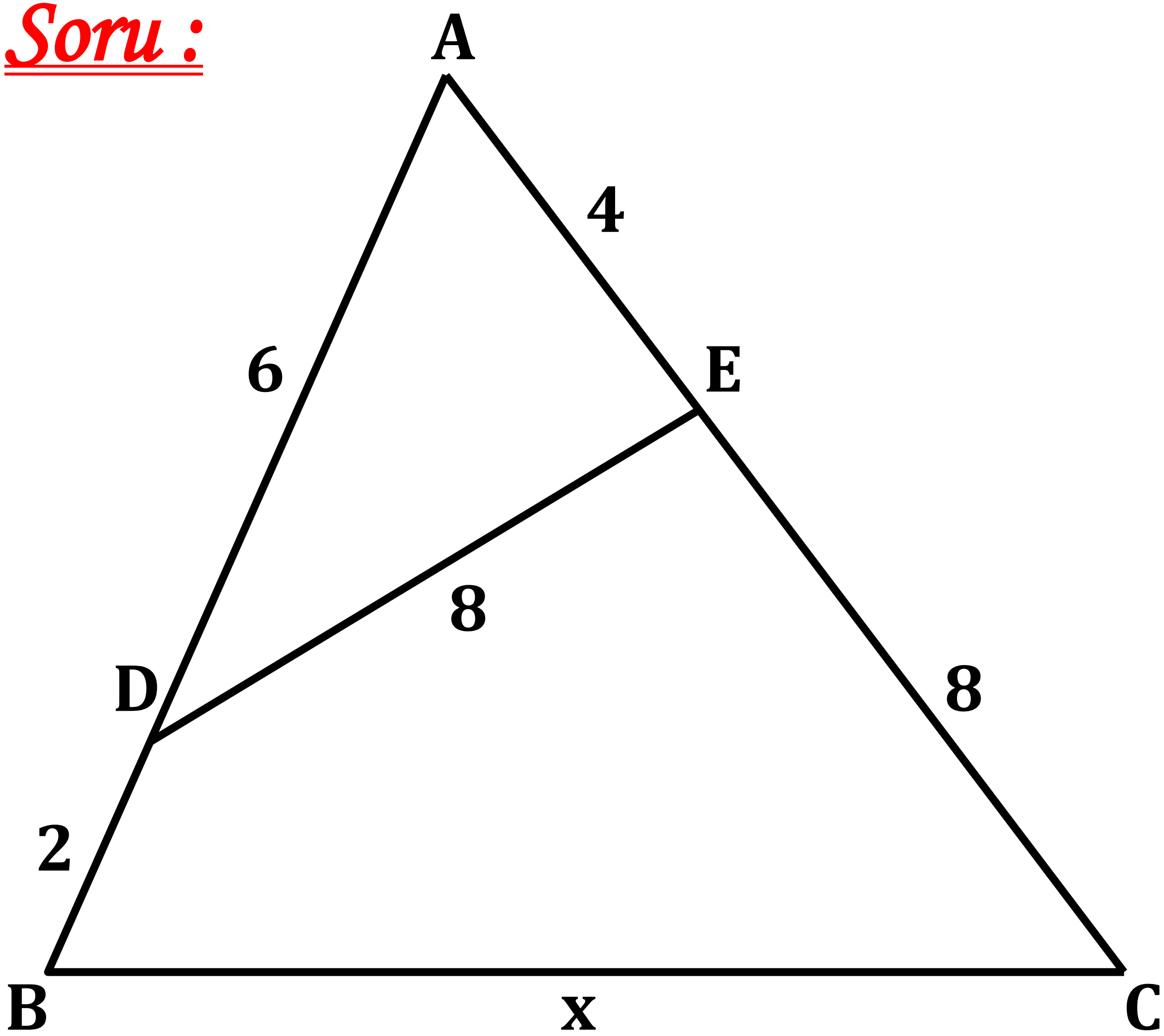
Soru :



Verilenlere göre x = ?

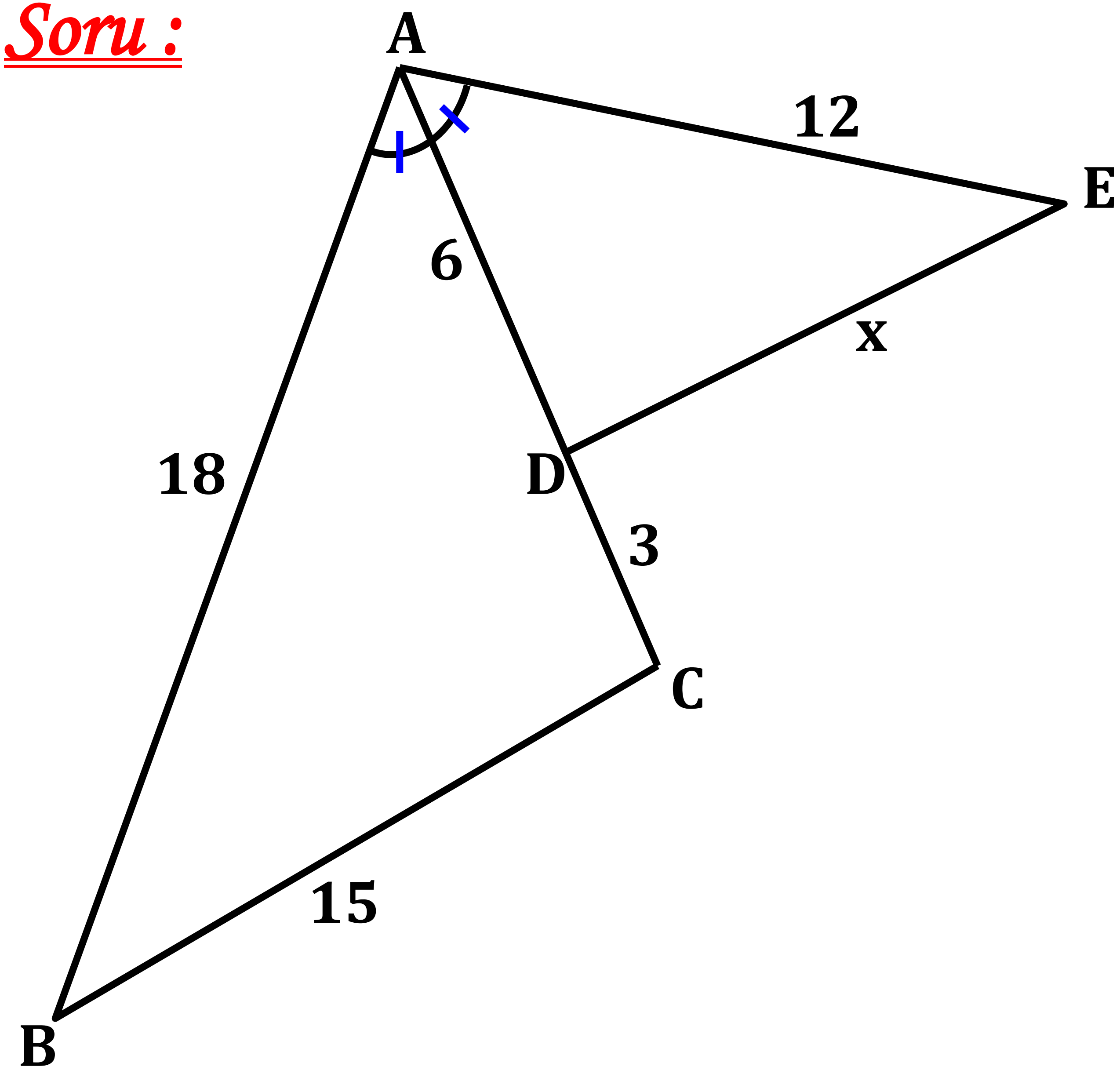
(İki üçgeni ayrı düşün ve iki oranın eşitliğini ispatla.)

Soru :



Verilenlere göre x = ?

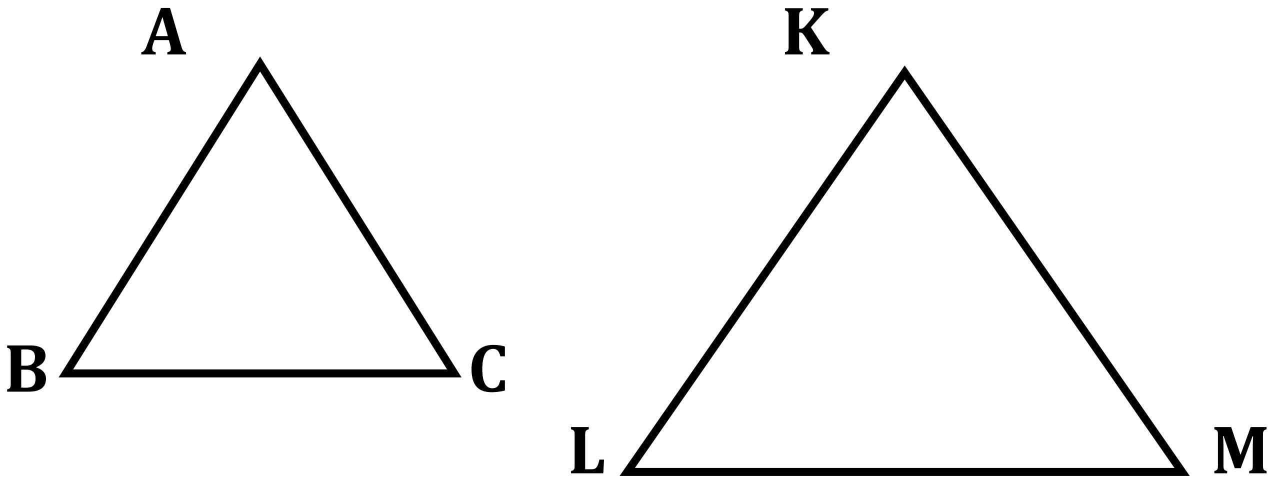
Soru :



$x = ?$

3) Kenar Kenar Kenar (K. K. K.) Benzerlik Kuralı

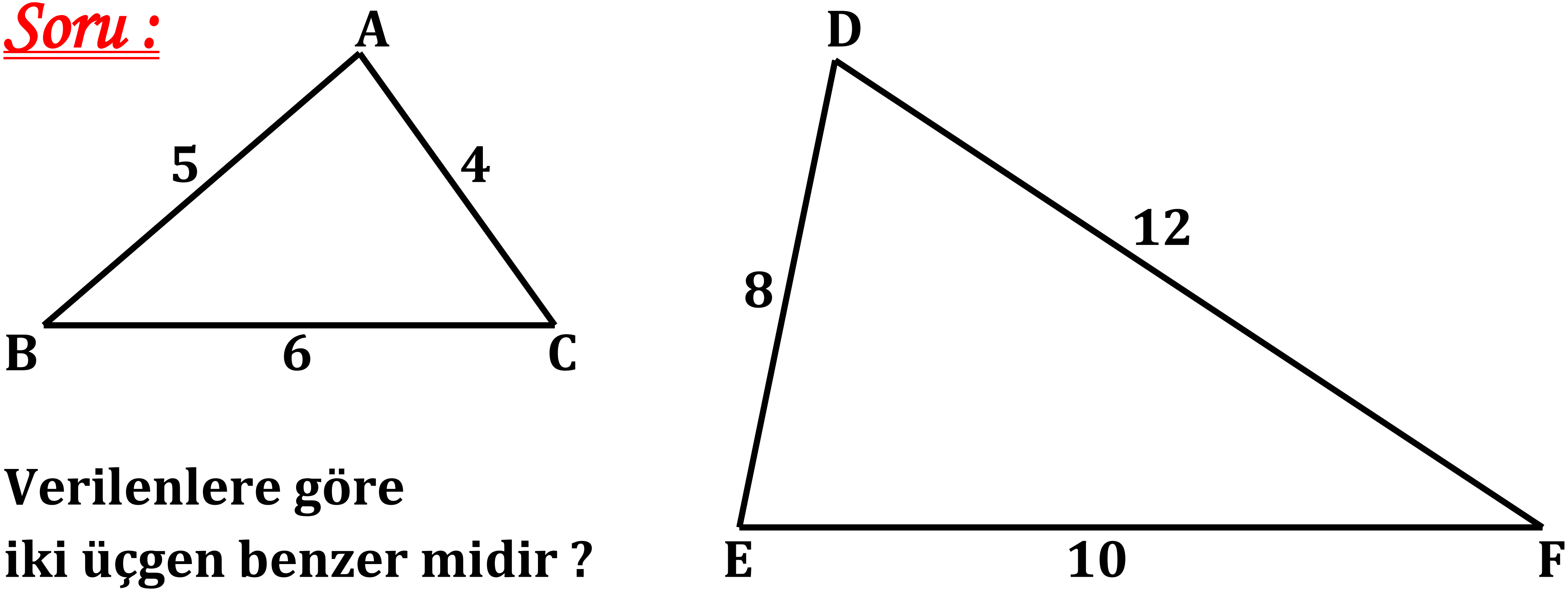
İki üçgen arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı kenar-ların uzunlukları orantılı ise bu iki üçgen benzerdir.



$$\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|AC|}{|KM|} = \frac{|BC|}{|LM|} = k$$ **ise iki üçgen benzerdir.**

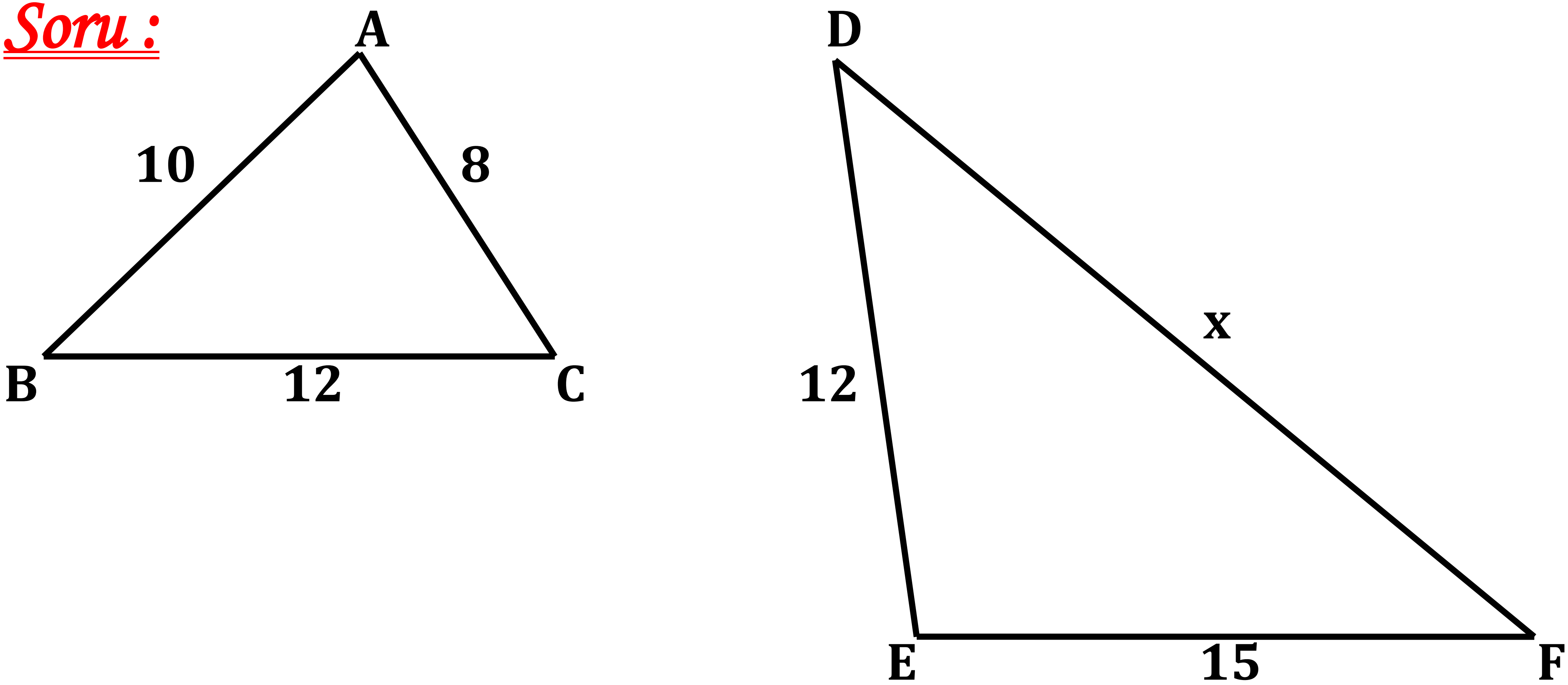
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{KLM}$ **benzer üçgenlerdir.**

Soru :



Verilenlere göre iki üçgen benzer midir ? Benzer iseler, üçgenlerin ismini doğru sıralı olarak yazınız.

Soru :



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{EFD}$ ise $x = ?$

Not : İki üçgen benzer ise; kenar uzunluklarının oranı, iki üçgenin çevre uzunlukları oranına da eşittir.

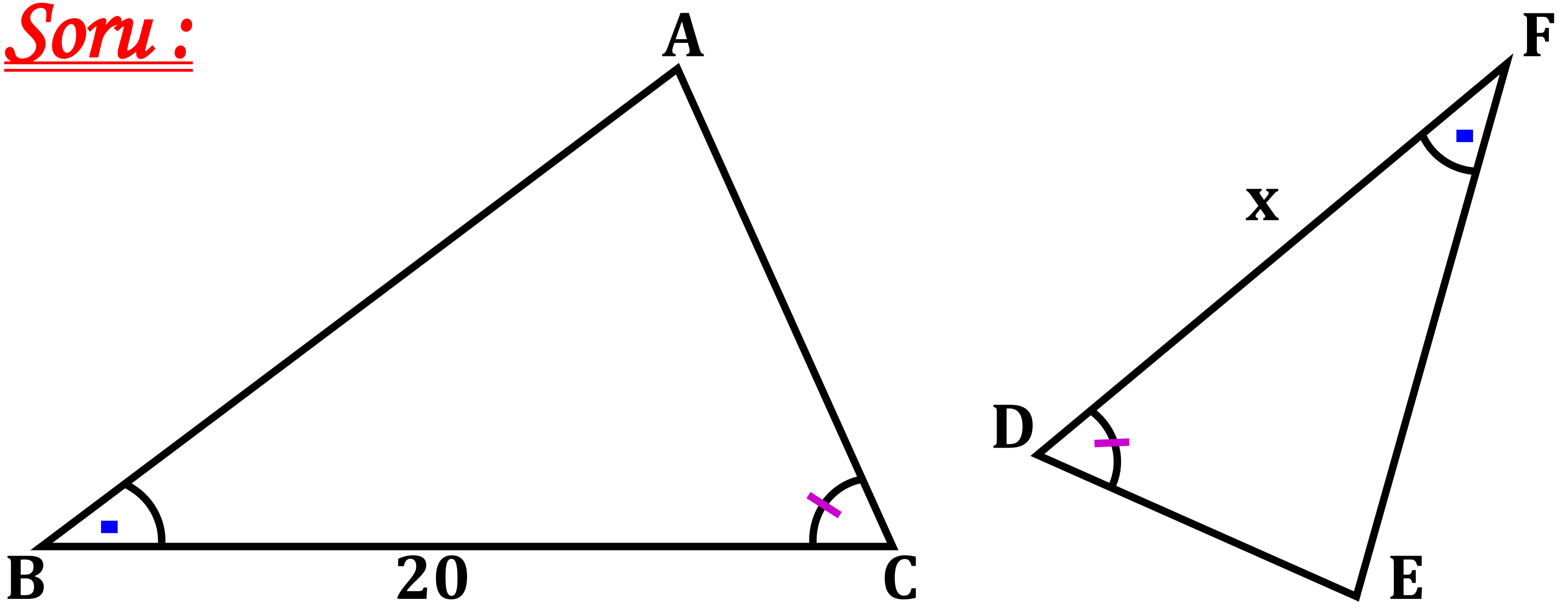
$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k \quad \text{ise} \quad \frac{a+b+c}{d+e+f} = \frac{Ç_1}{Ç_2} = k \quad \text{olarak alınır.}$$

Soru : Benzer iki üçgenin çevre uzunlukları <u>toplamı</u> 63 br 'dir.

İki üçgenin benzerlik oranı $\frac{2}{5}$ ise küçük üçgenin çevre uzunluğu ne olmalıdır ?

Soru : **Benzer iki üçgenin çevre uzunlukları sırası ile 30 ve 75 br 'dir. İki üçgende karşılıklı iki eşleme sonucundaki iki uzunluk sırası ile x ve 20 br ise x ne olmalıdır ?**

Soru :

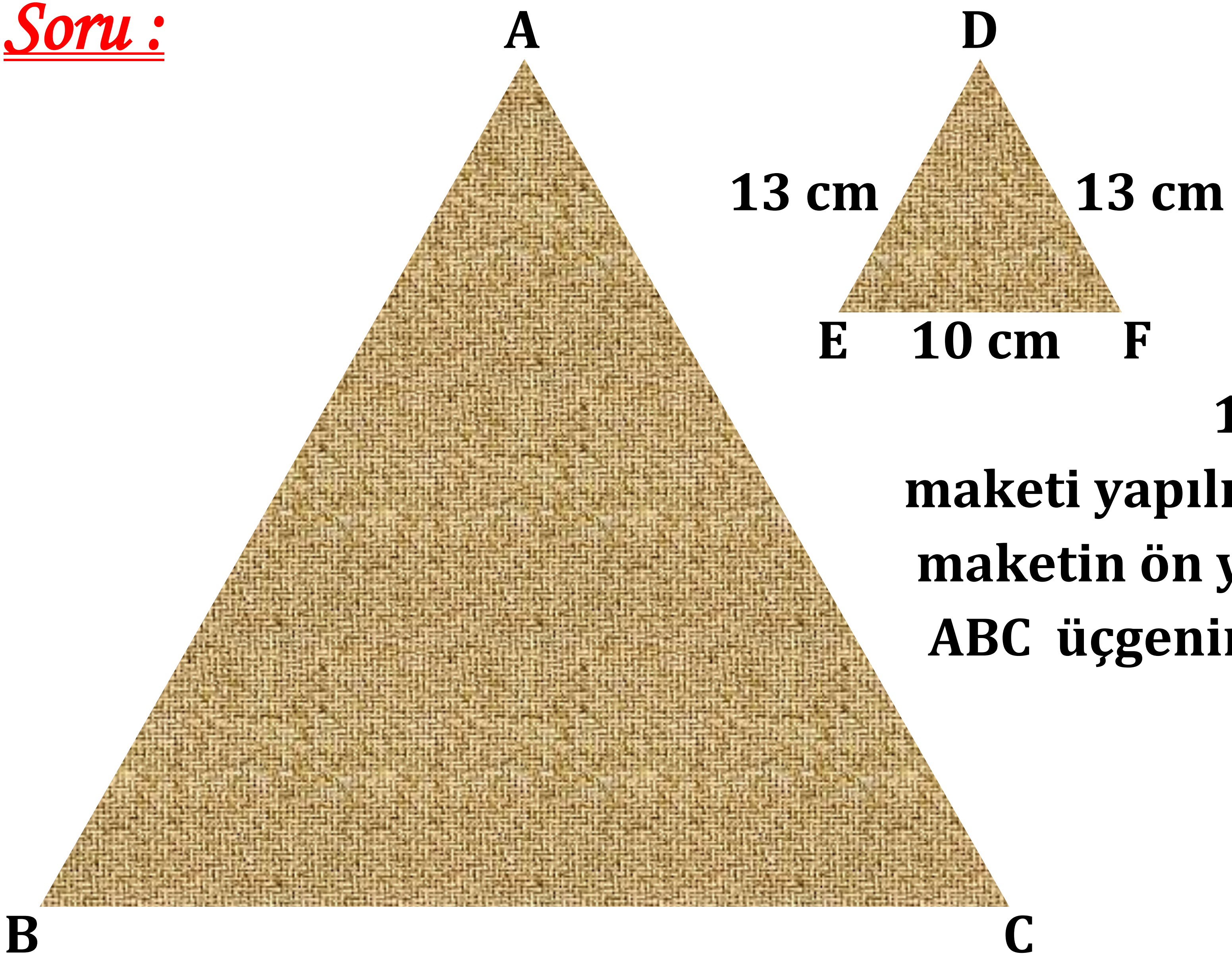


Ç (ABC) = 45 br ve

Ç (DEF) = 27 br ise

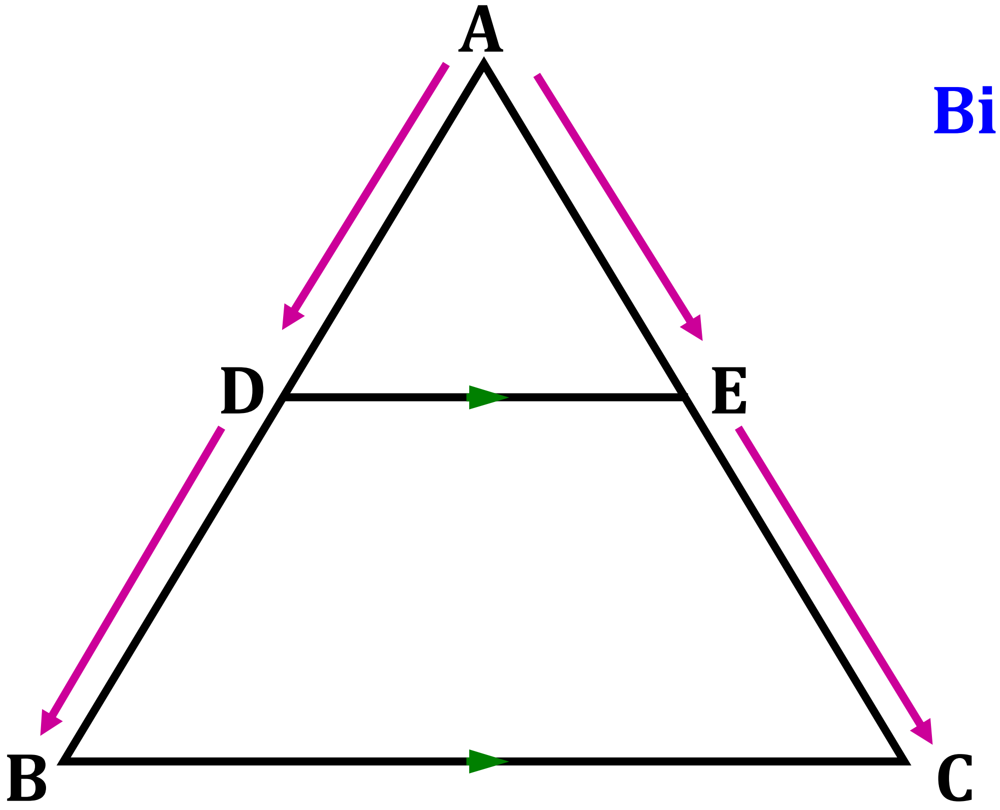
x = ?

Soru :



ABC üçgeni bir piramidin ön yüzüdür. Bu piramidin 1 / 20000 oranında maketi yapılıyor. DEF üçgeni bu maketin ön yüzüdür. Buna göre ABC üçgeninin çevre uzunluğu kaç m 'dir ?

Temel Orantı



Bir üçgenin; bir kenarına paralel olan ve üçgenin diğer kenarlarını farklı noktalarda kesen bir doğru parçası, kestiği noktaları orantılı olarak böler.

[DE] // [BC] ise

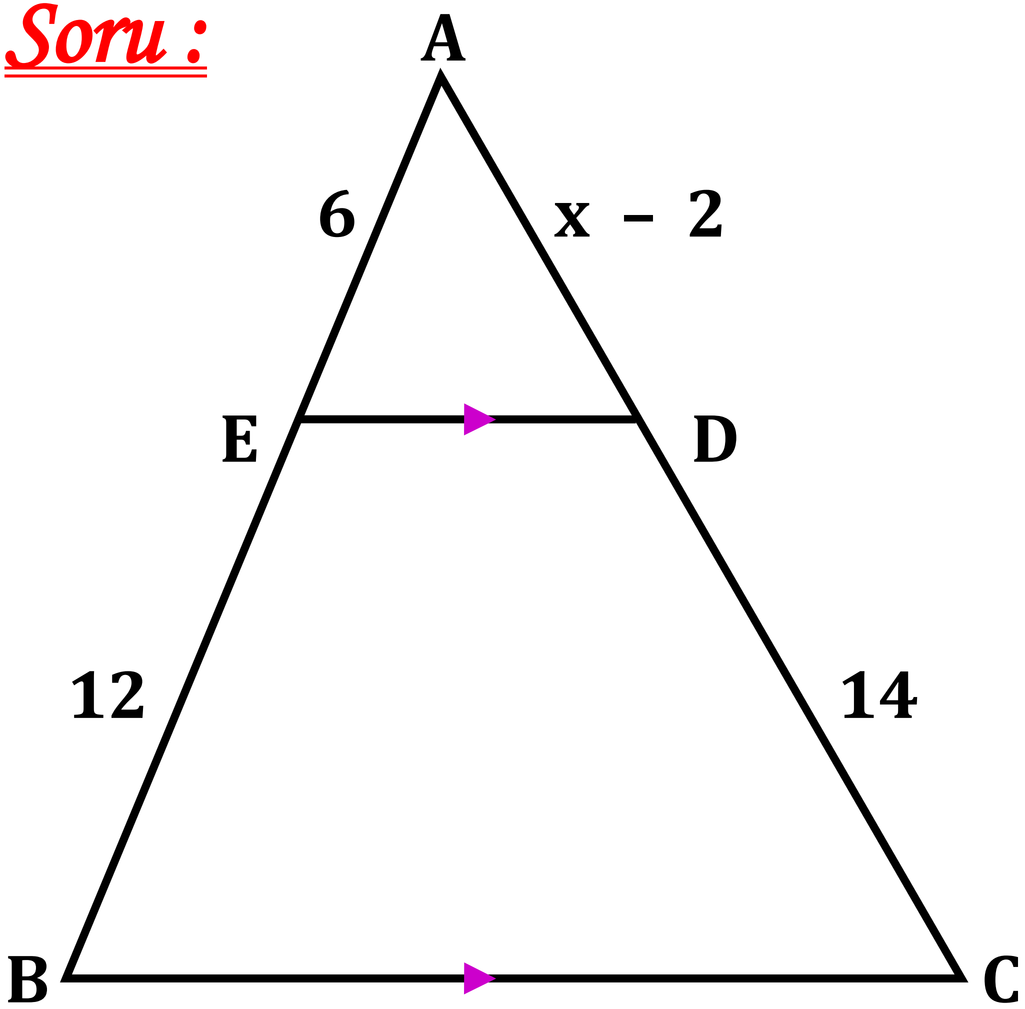
$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$$

olarak alınır.

Yani, üst kenar uzunluğu ile alt kenar uzunluğu oranları birbirine eşittir.

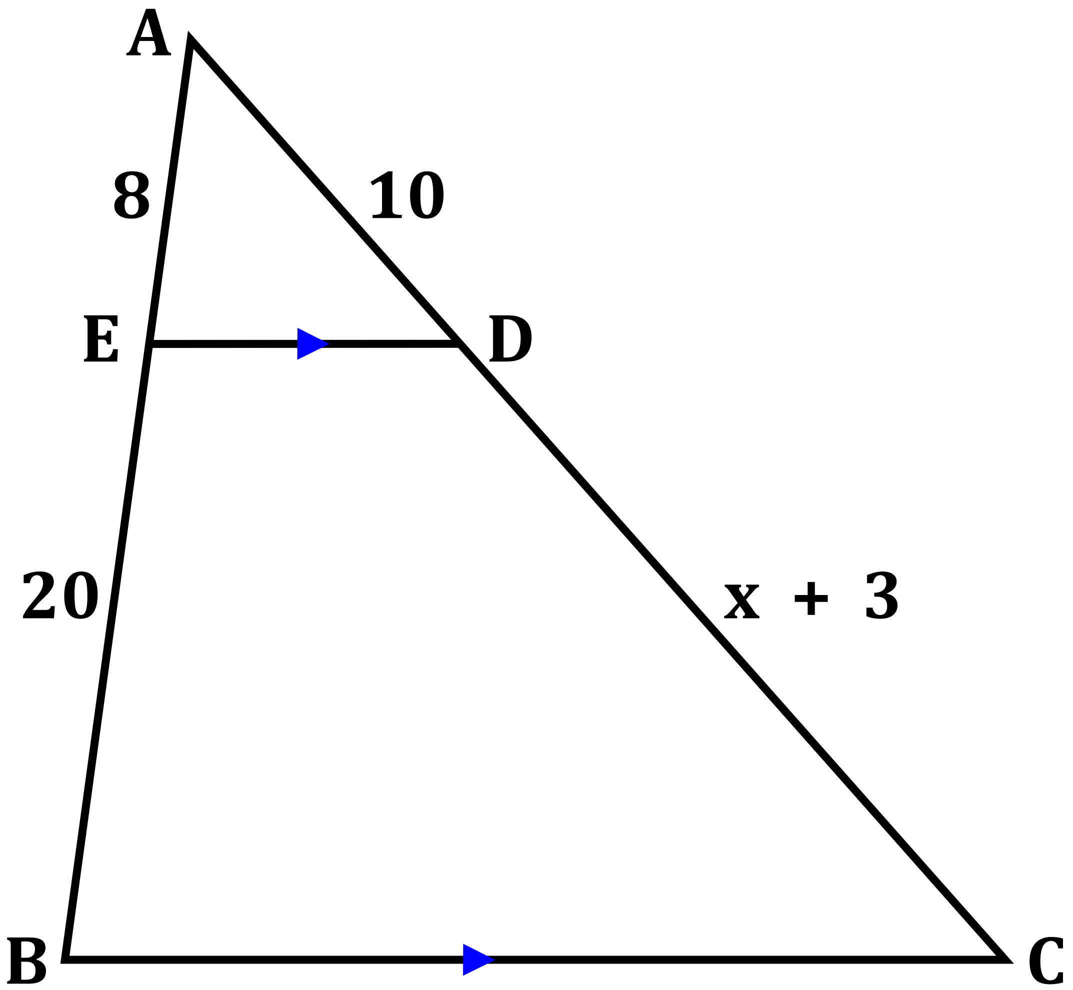
Not : **İstenilirse A. A. A. benzerlik kuralından da çözüm yapılabilir. Kısa tabanlar uzun tabanlarla orantılı idi.**

Soru :



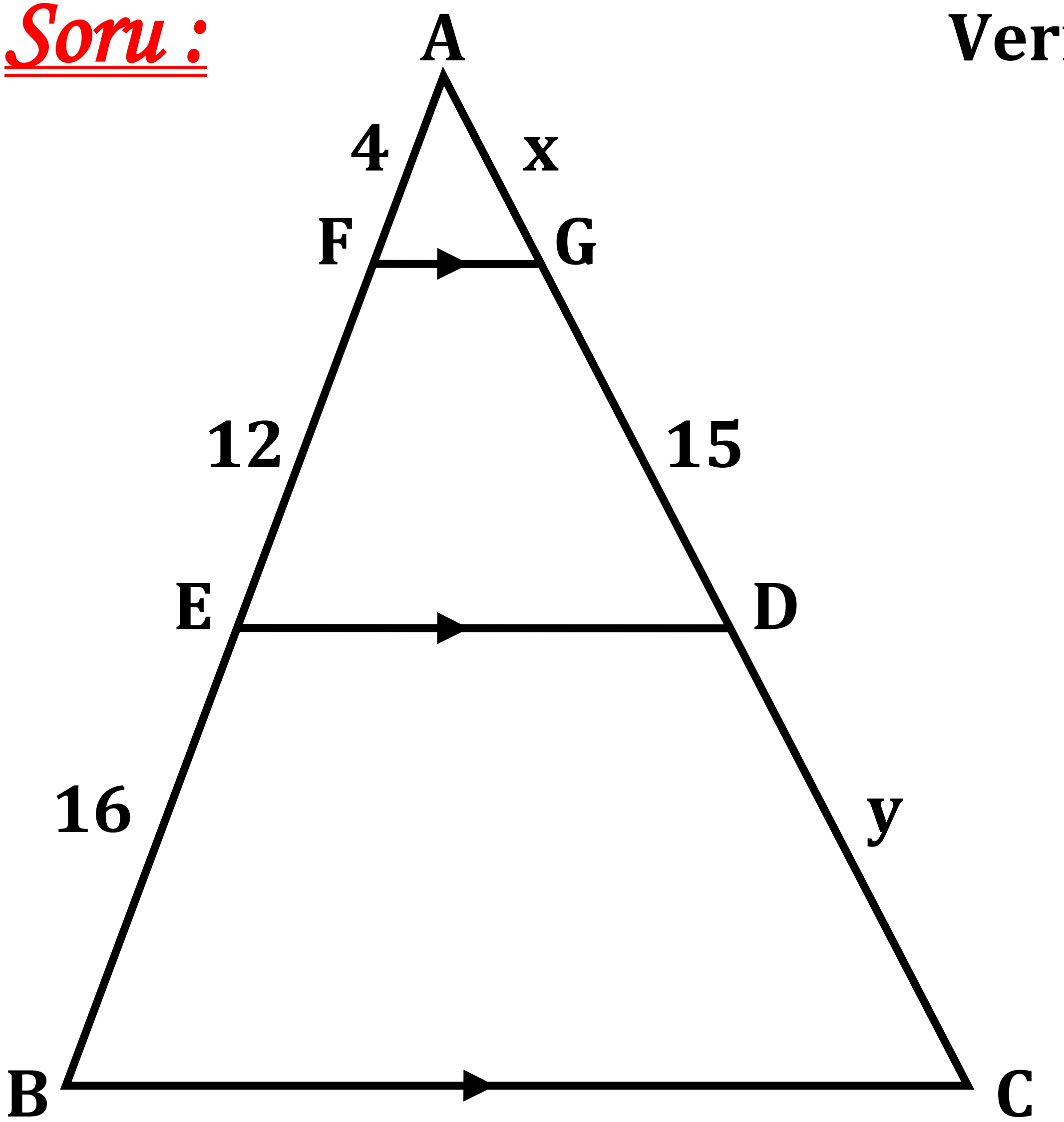
Verilenlere göre x = ?

Soru :



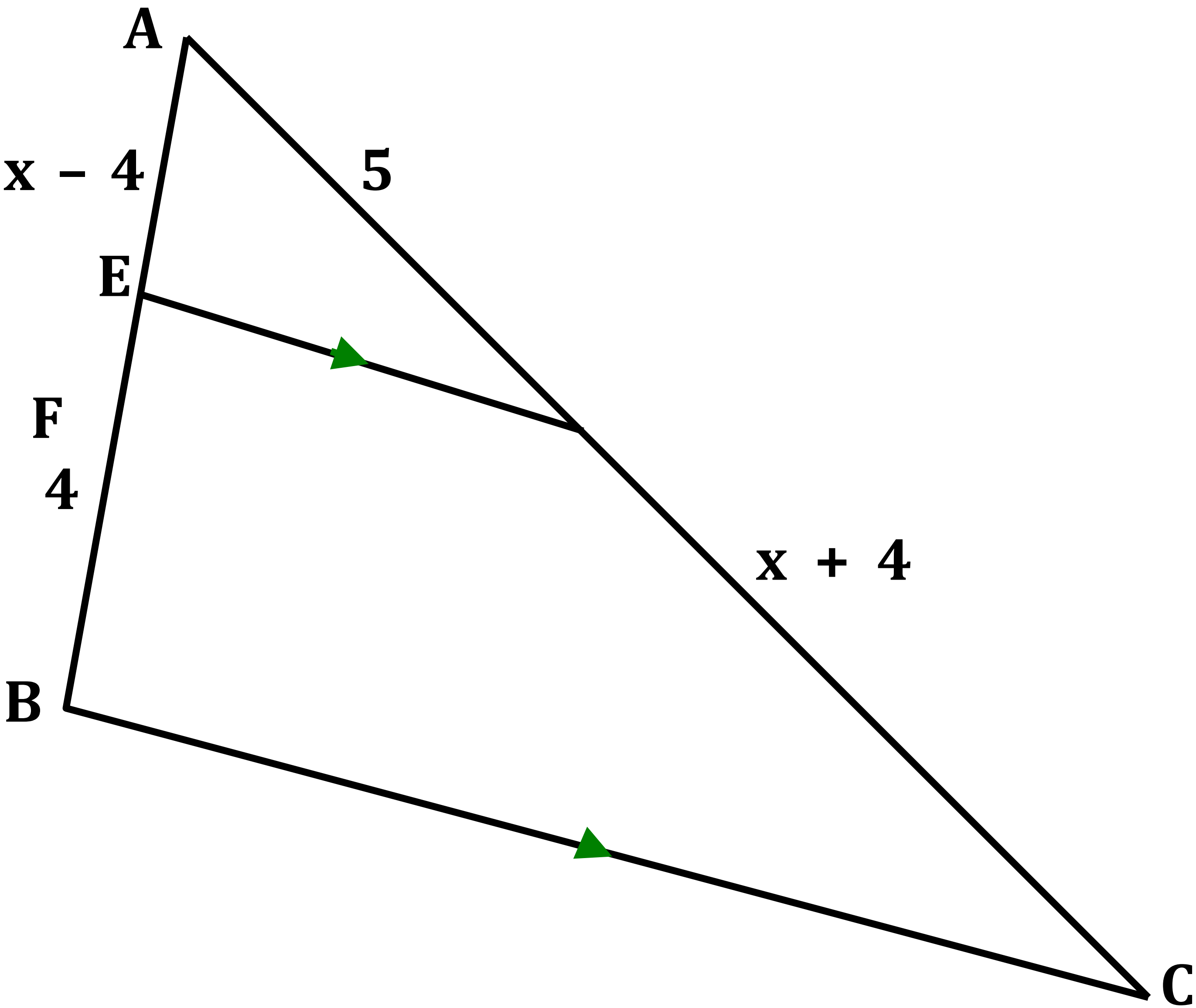
Verilenlere göre x = ?

Soru :



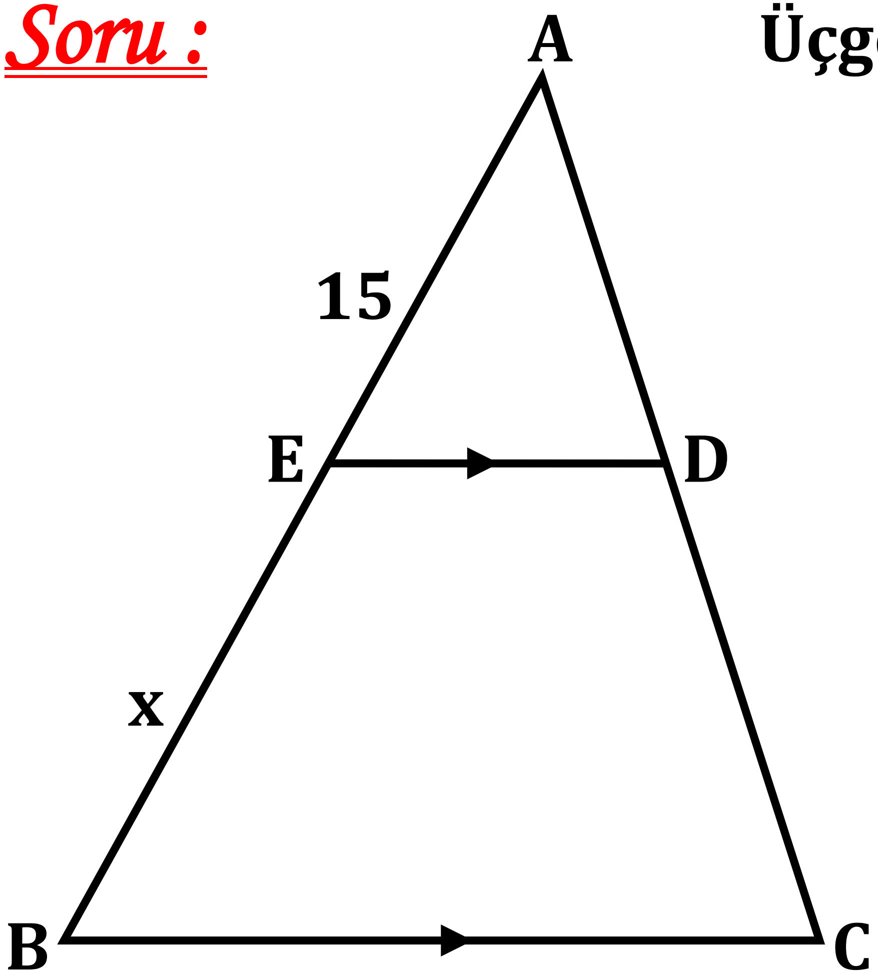
Verilenlere göre x . y = ?

Soru : **Verilenlere göre $x = ?$**



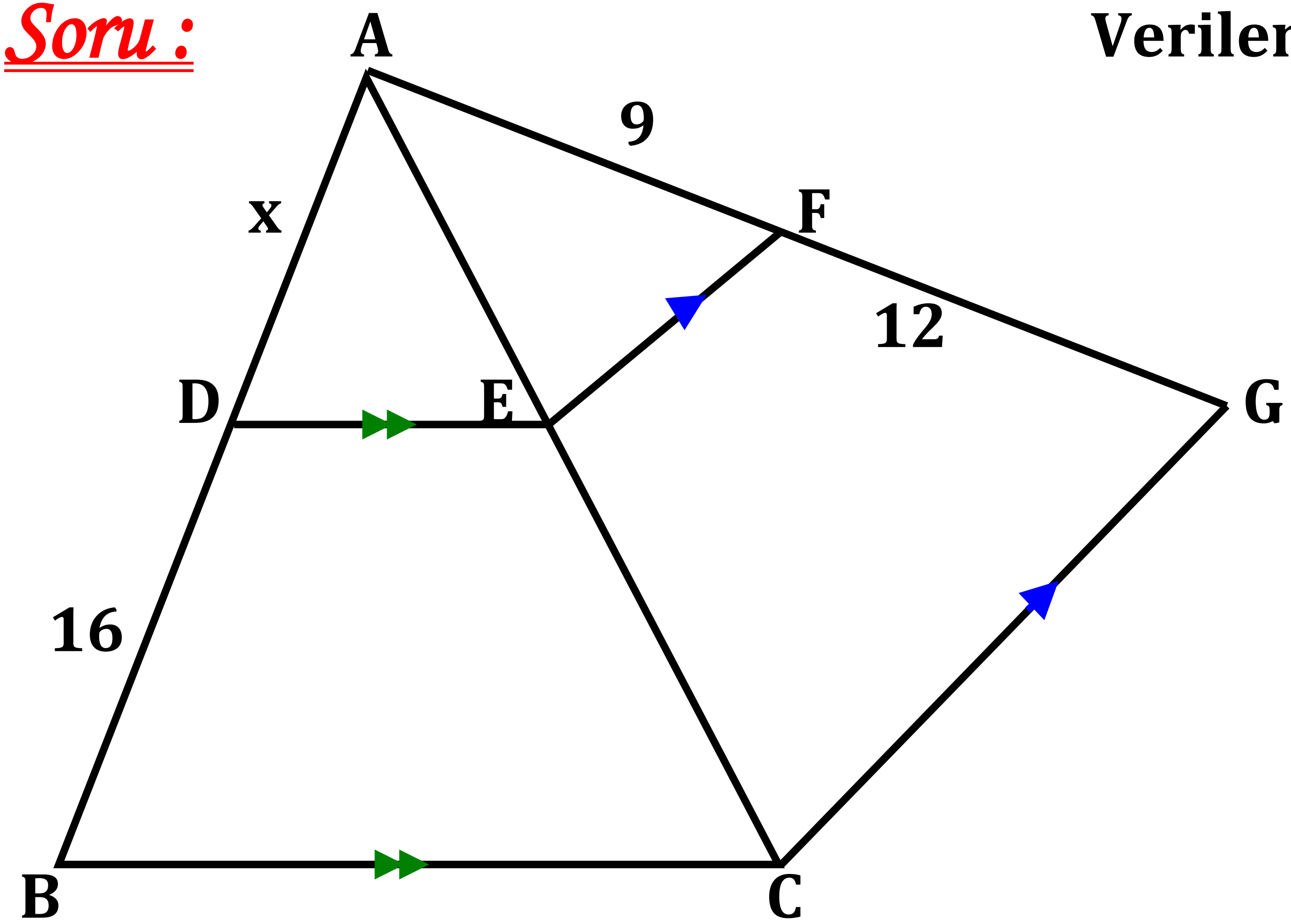
Soru :

Üçgende $5 \cdot |AD| = 3 \cdot |DC|$ ise $x = ?$



Soru :

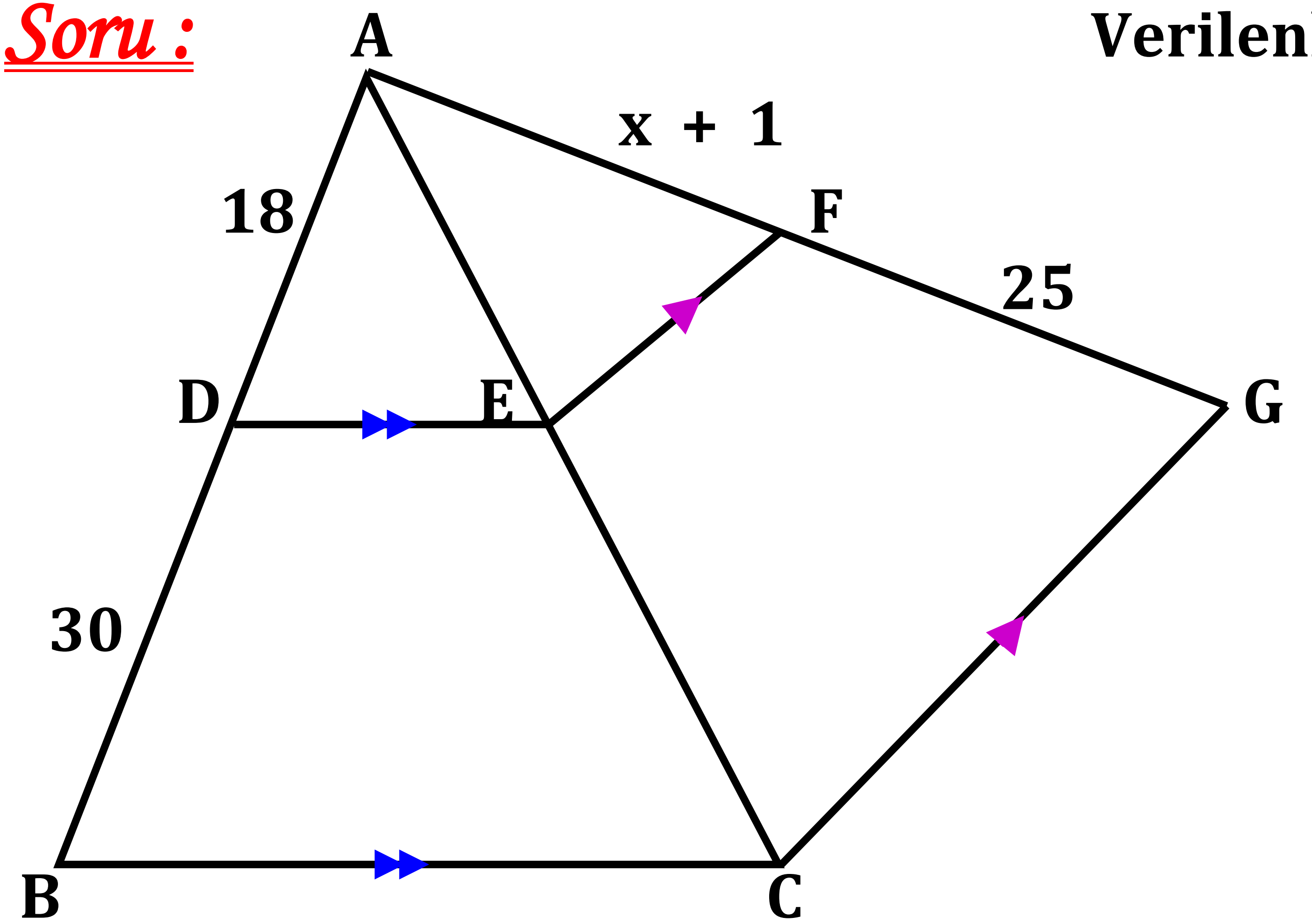
Verilenlere göre x = ?



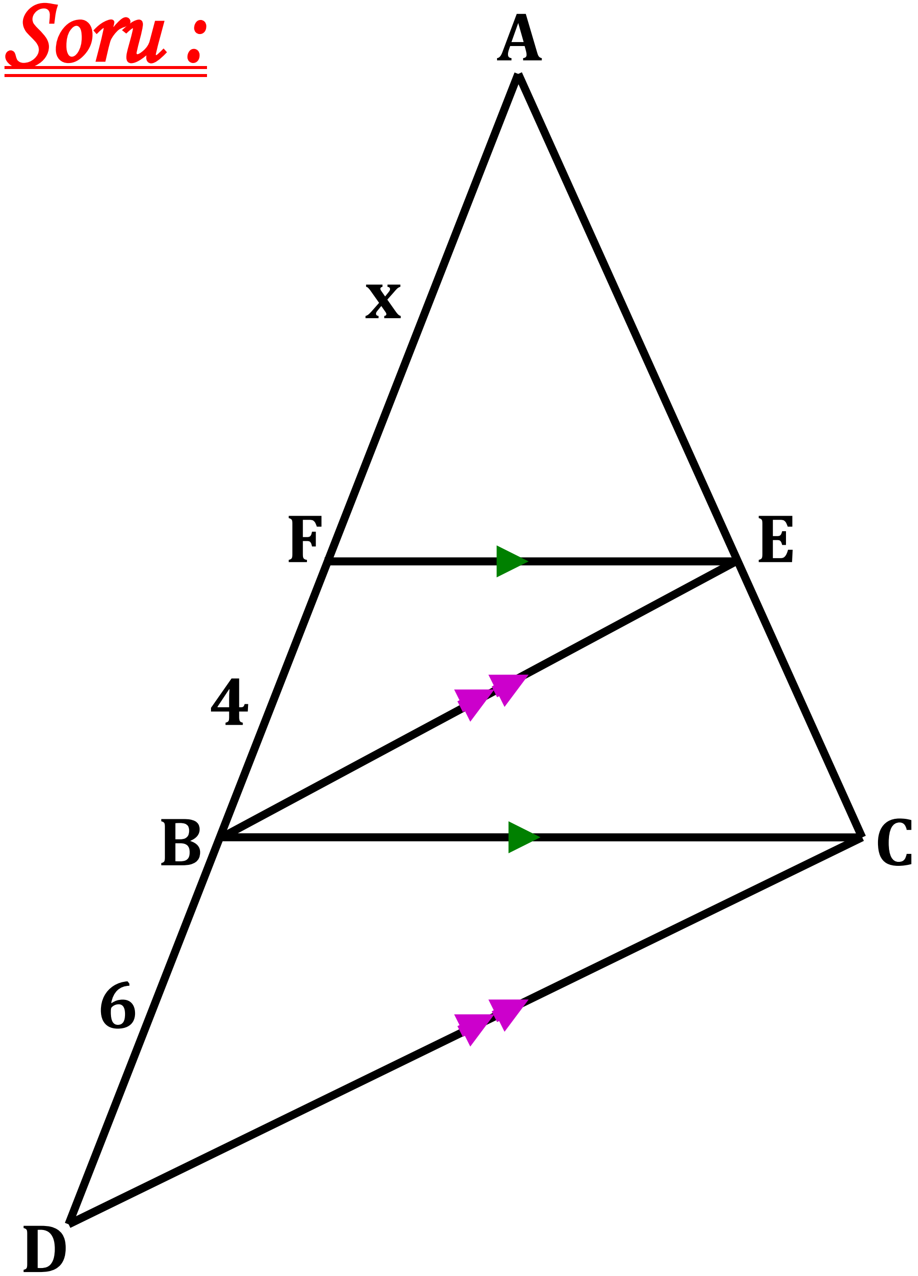
(Orantı iki üçgene de uygulanır. Orantıda bir grup aynı ise iki grup birleştirilir.)

Soru :

Verilenlere göre $|AG| = ?$



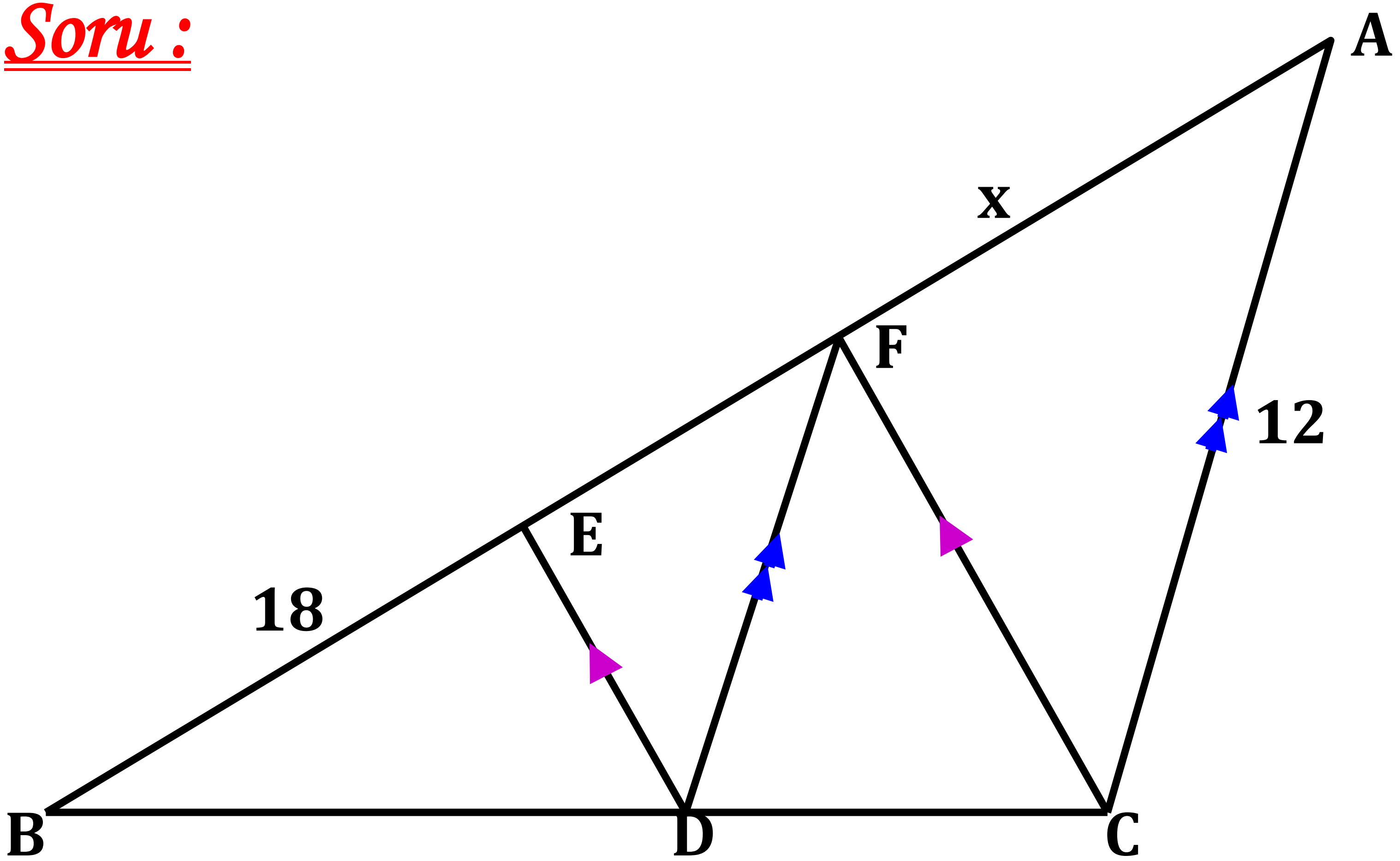
Soru :



Verilenlere göre x = ?

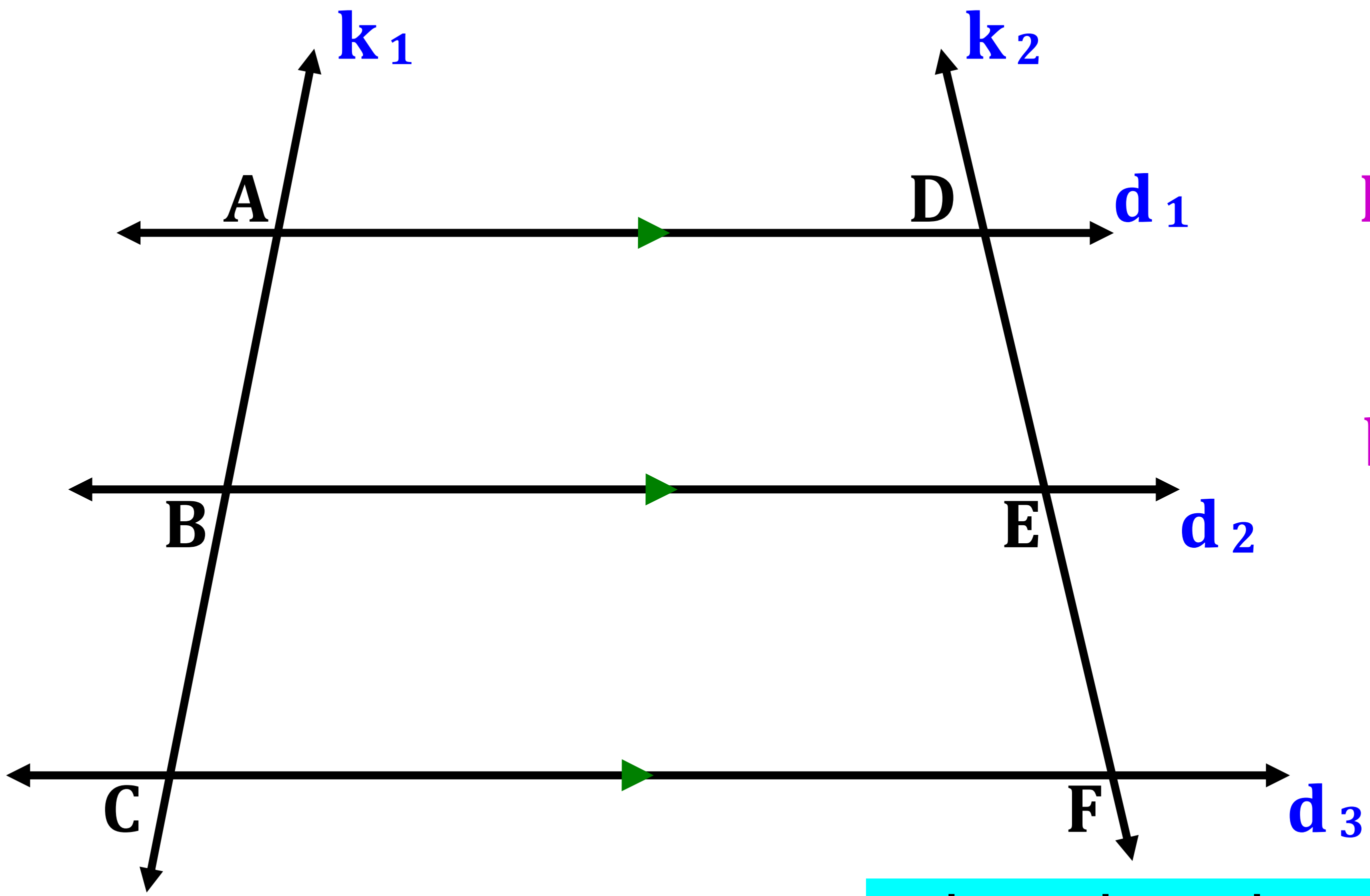
(Önce 1. paralelliği, sonra 2. paralelliği kullan ve orantıdan çöz.)

Soru :



Verilenlere göre x = ?

Thales Teoremi

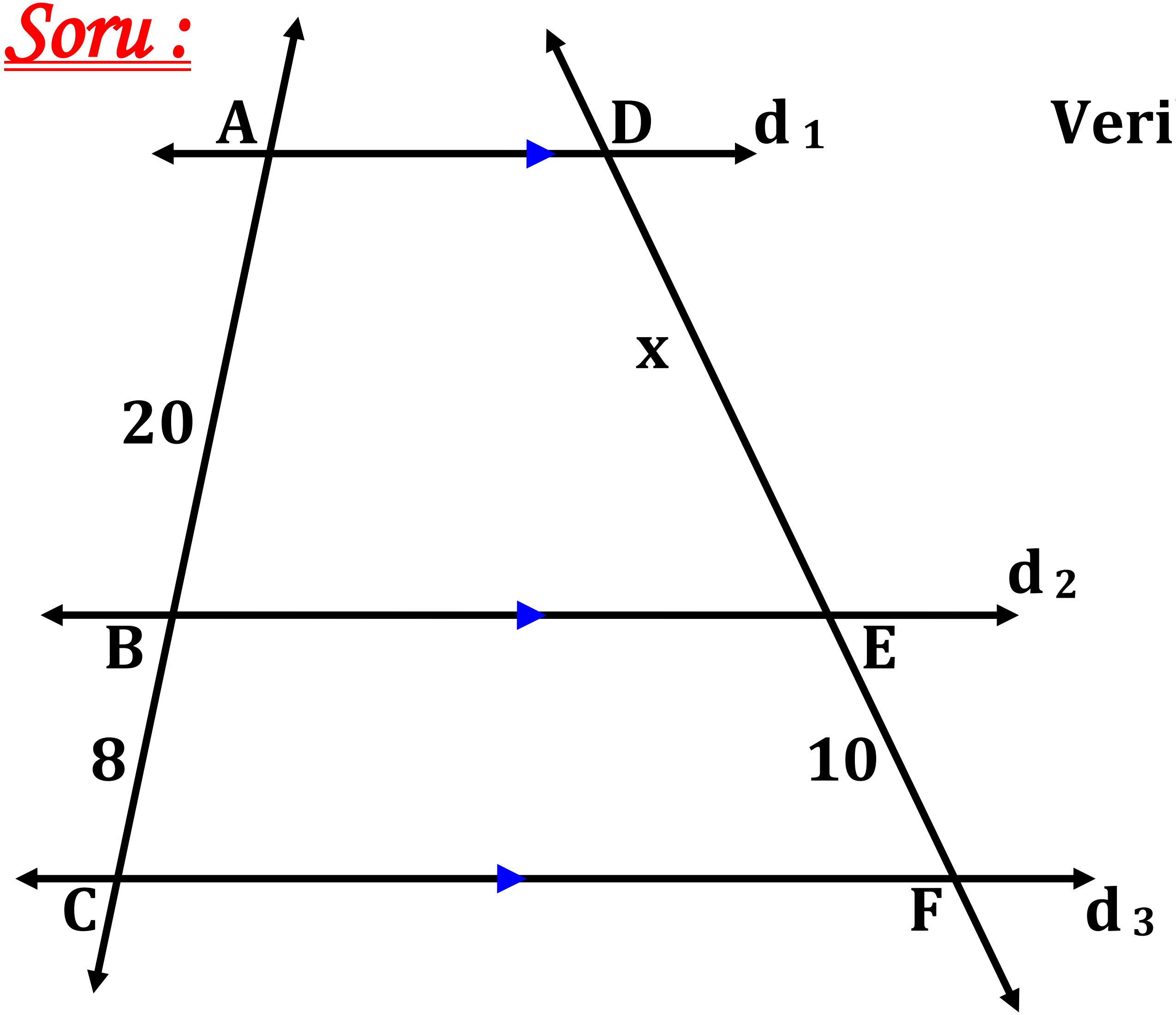


Birbirine paralel en az üç doğru; verilen iki doğruyu kestiğinde, bu iki doğru üzerinde orantılı doğru parçaları oluşturur.

$d_1 \,//\, d_2 \,//\, d_3$ **ise** $\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|DE|}{|EF|}$ **olarak alınır.**

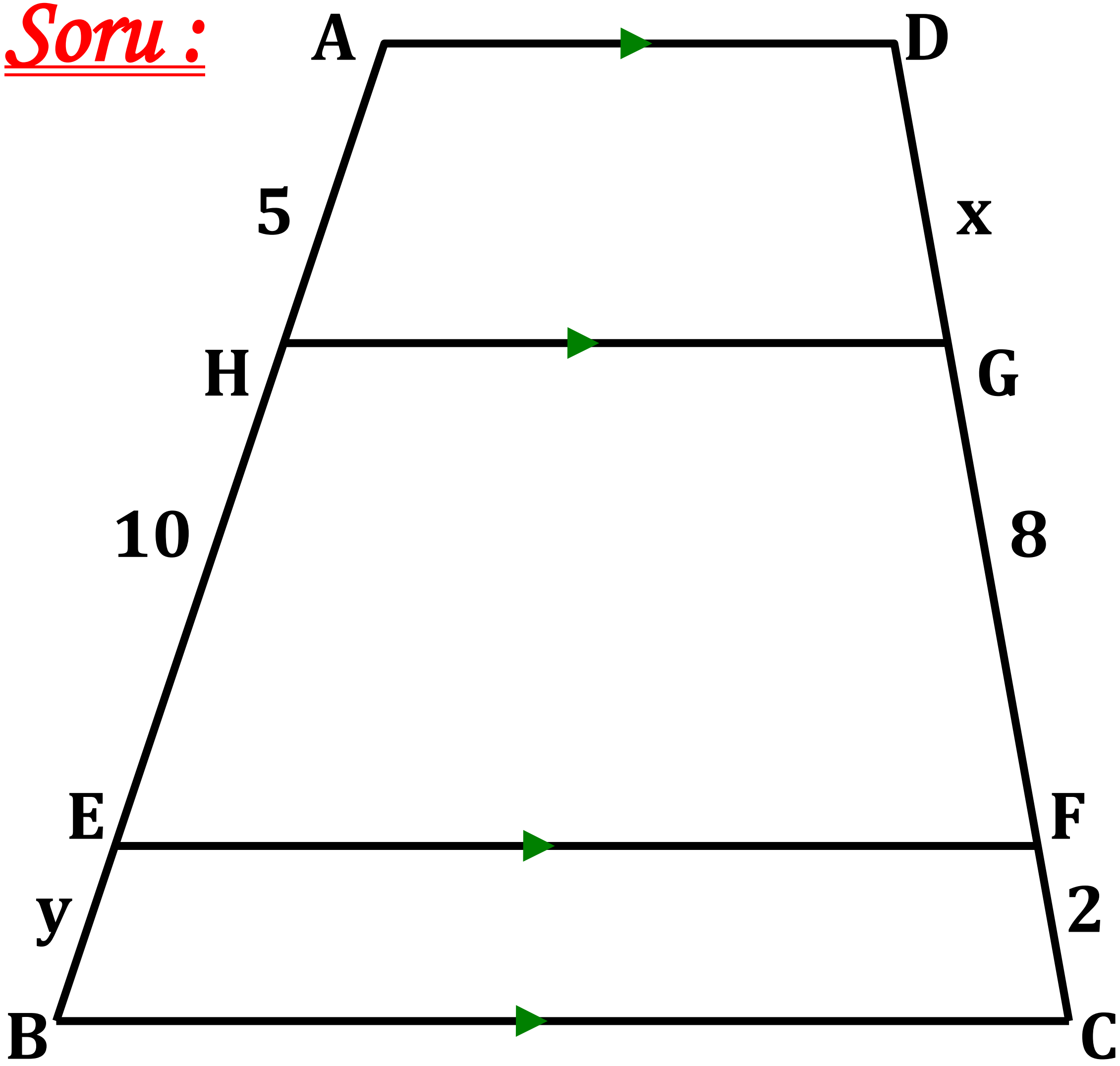
Yani; paralel kollar arasında kalan üst uzunluk, alt uzunlukla orantılıdır. **Çözüm tarzı temel orantı ile aynıdır.**

Soru :



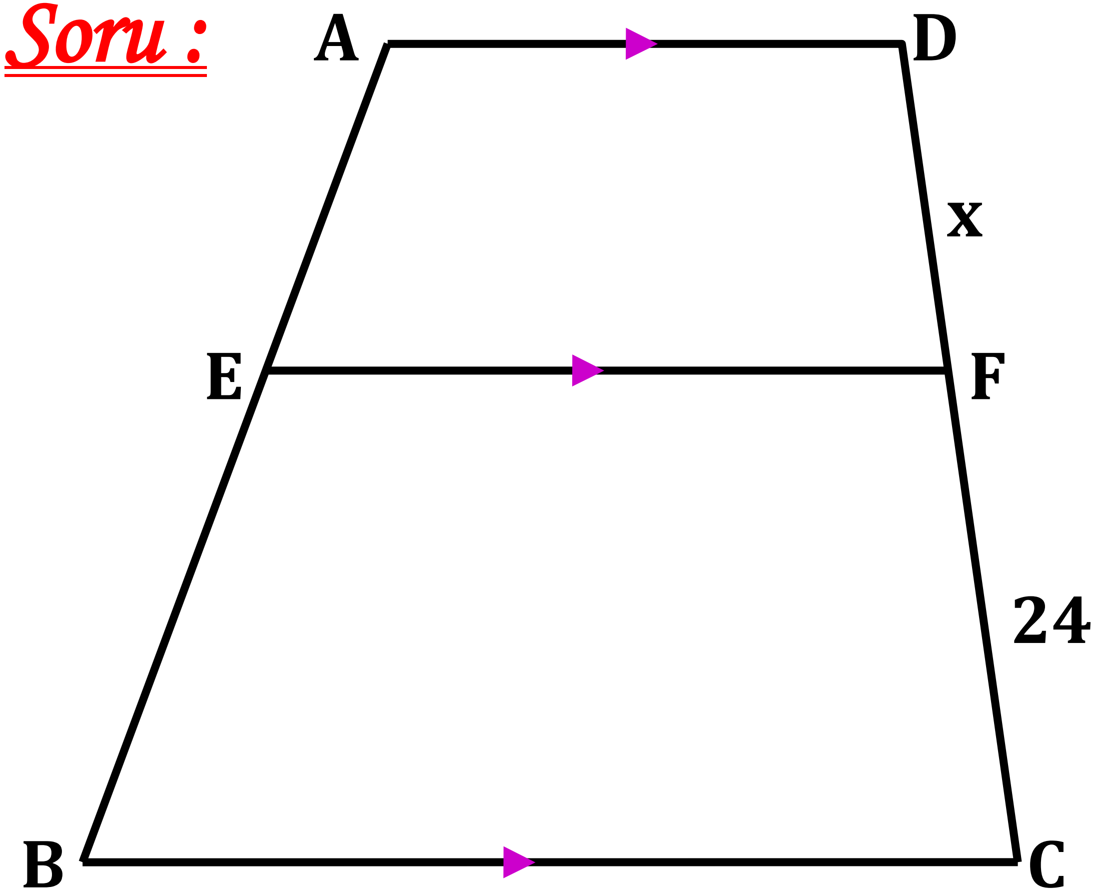
Verilenlere göre x = ?

Soru :



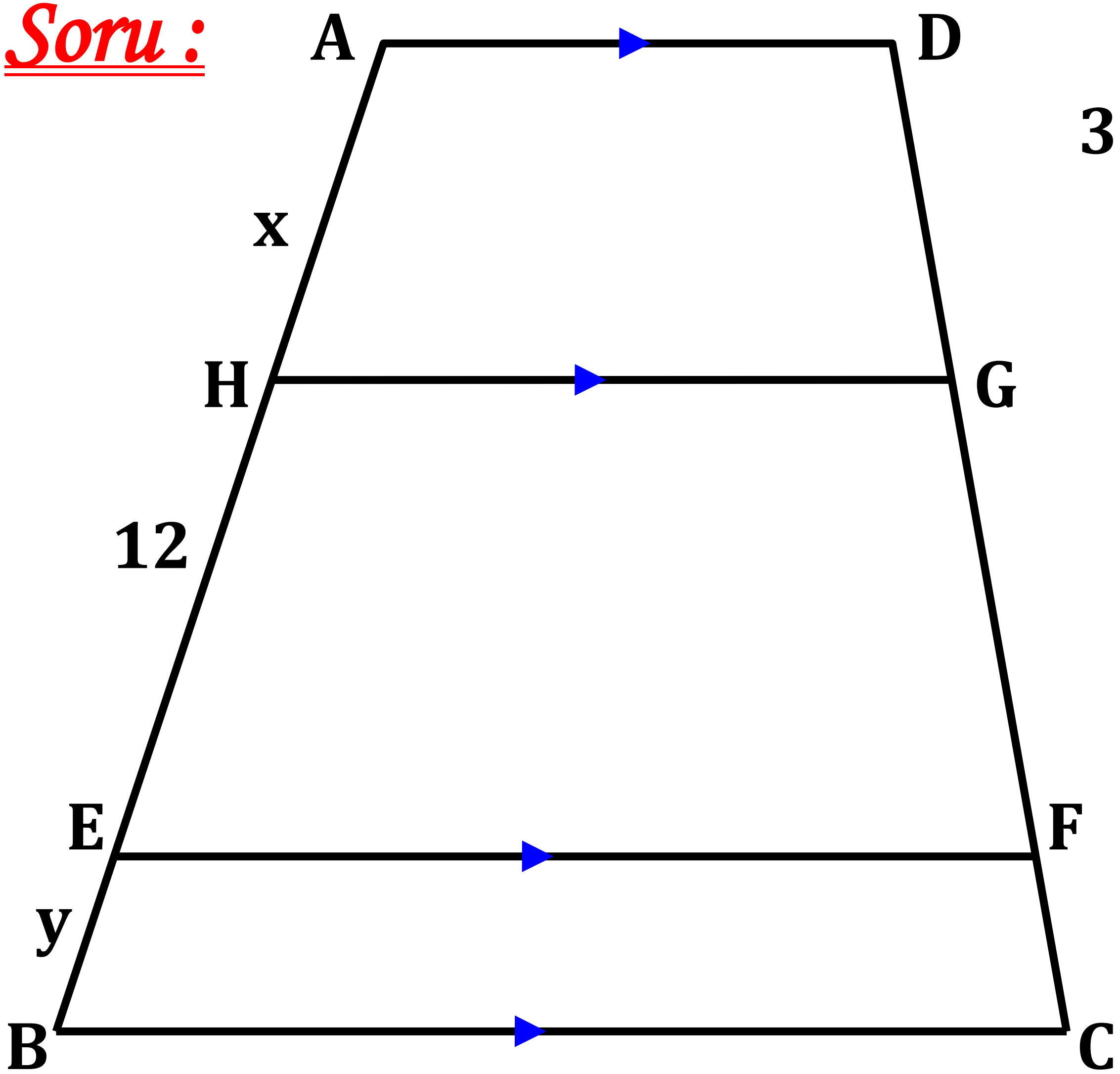
Verilenlere göre x . y = ?

Soru :



$2 \cdot |AB| = 5 \cdot |AE|$ ise $x = ?$

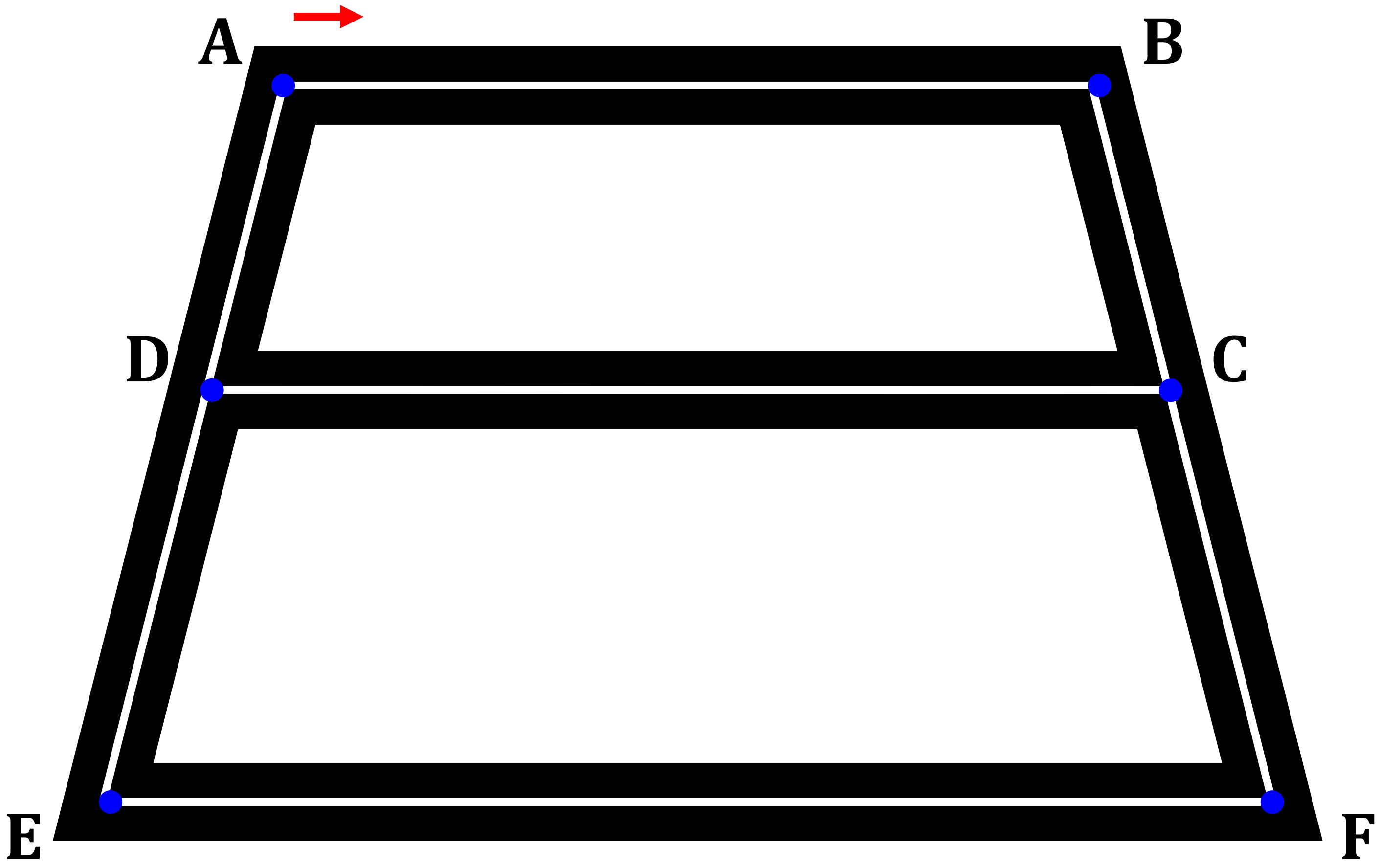
Soru :



$3 \cdot |DG| = 2 \cdot |GF| = 6 \cdot |FC|$

ise $x + y = ?$

Soru : **Şekildeki yol güzergahlarında yatay yollar birbirine paraleldir. | AD | = 1000 m , | DE | = 1500 m , | BC | = 900 m , | AB | = 2500 m ’dir. A ’dan yola çıkan bir araç F noktasına varacaktır. Buna göre kaç km yol gitmesi gerekir ?**



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 4. 3. ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI

Terimler ve Kavramlar : **Açıortay , iç açıortay , dış açıortay.**

Sembol ve Gösterimler : n_A , n'_A

9. 4. 3. 1. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini elde eder.

A) **Açıortay üzerinde alınan bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunluklarının eşit olduğu gösterilir.**

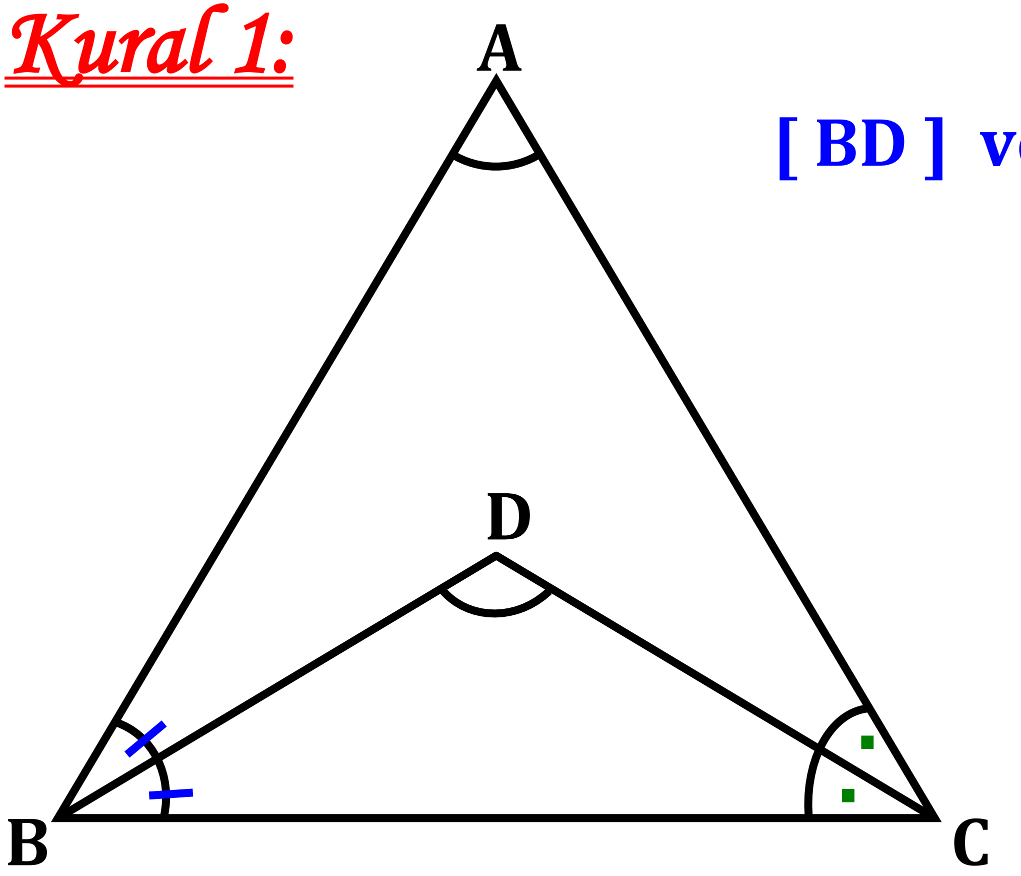
B) **İç ve dış açıortay uzunlukları formülle hesaplatılmaz.**

C) **Açıortay özellikleri gösterilir.**

Açıortay Açı Uygulamaları

Bir açıyı iki eşit parçaya bölen ışına " açıortay " adı verilirdi.

Kural 1:



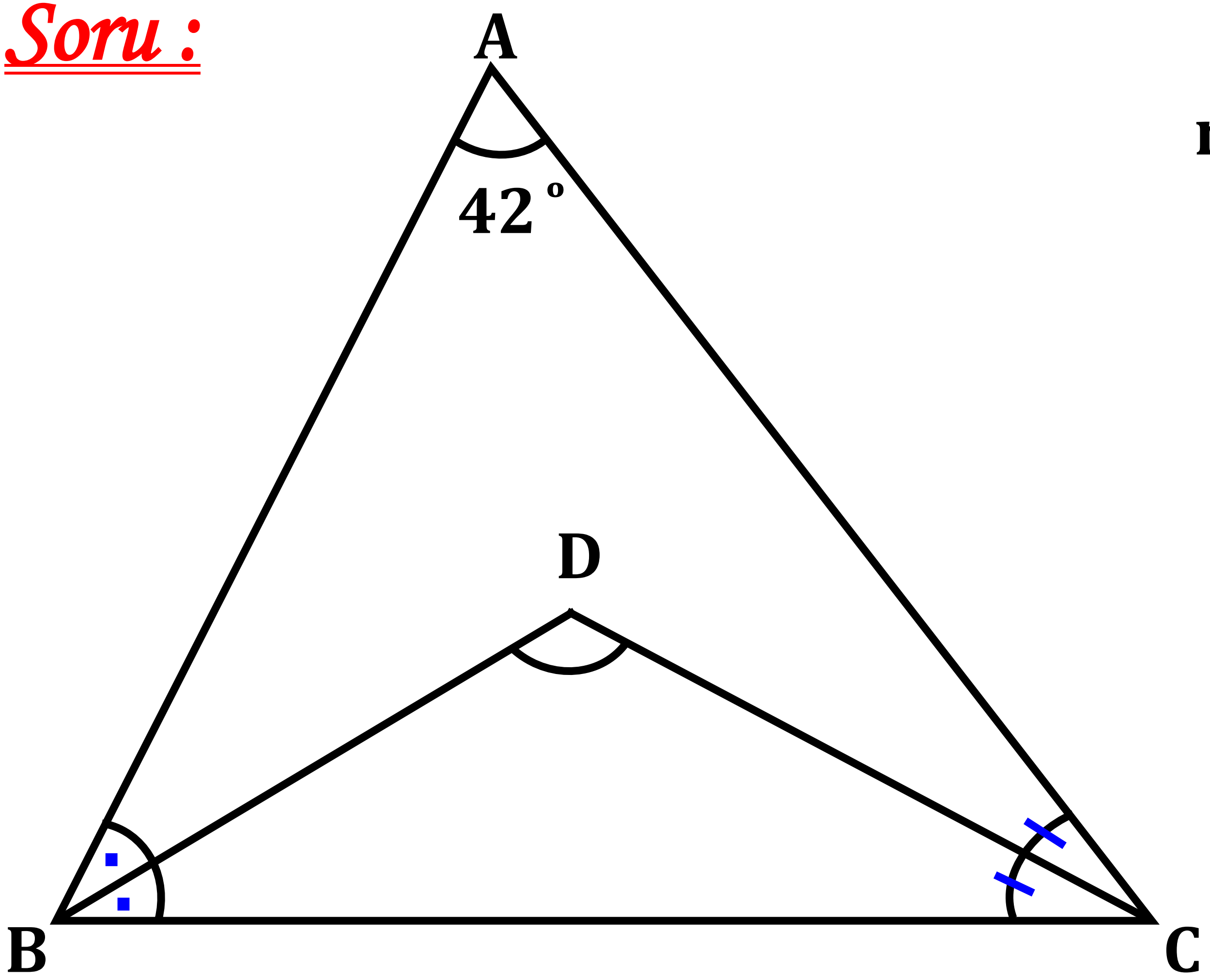
[BD] ve [DC] iç açıortay olmak üzere,

$$m(\widehat{D}) = 90^{\circ} + \frac{m(\widehat{A})}{2}$$

olarak alınır.

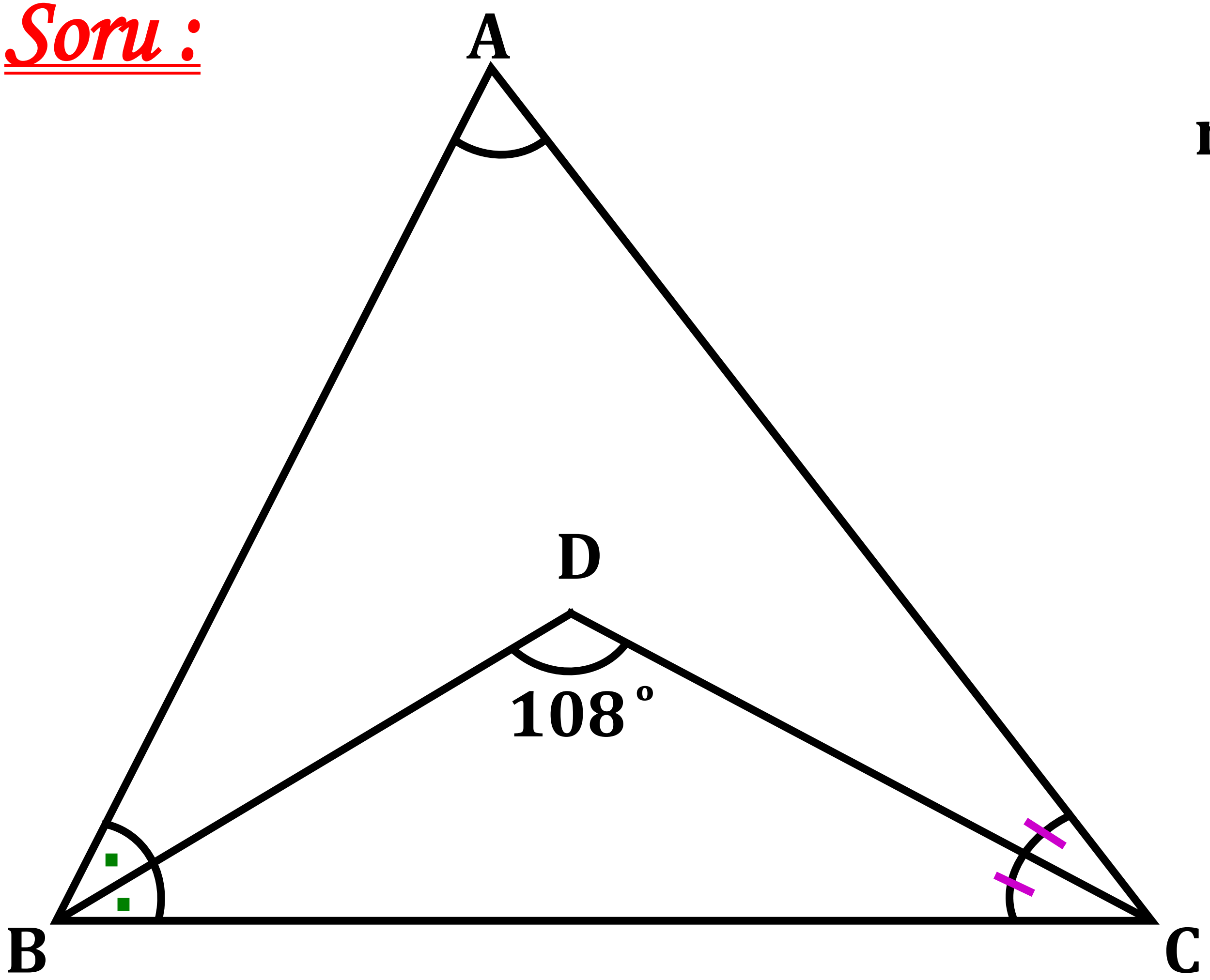
2.yol : Kural yerine üçgendeki iç açılar toplamından da sonuca ulaşılabilinir.

Soru :



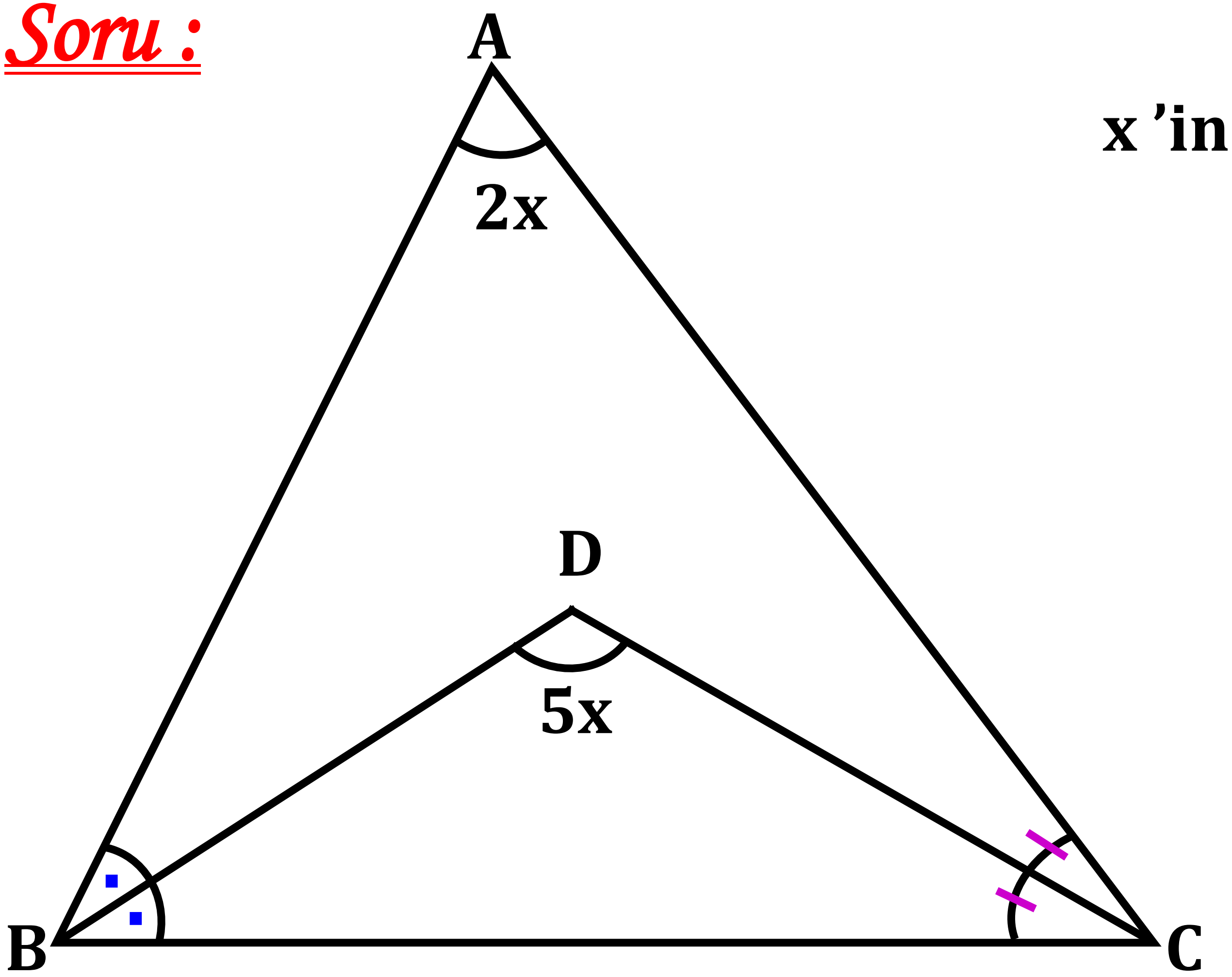
$m(\widehat{D}) = ?$

Soru :



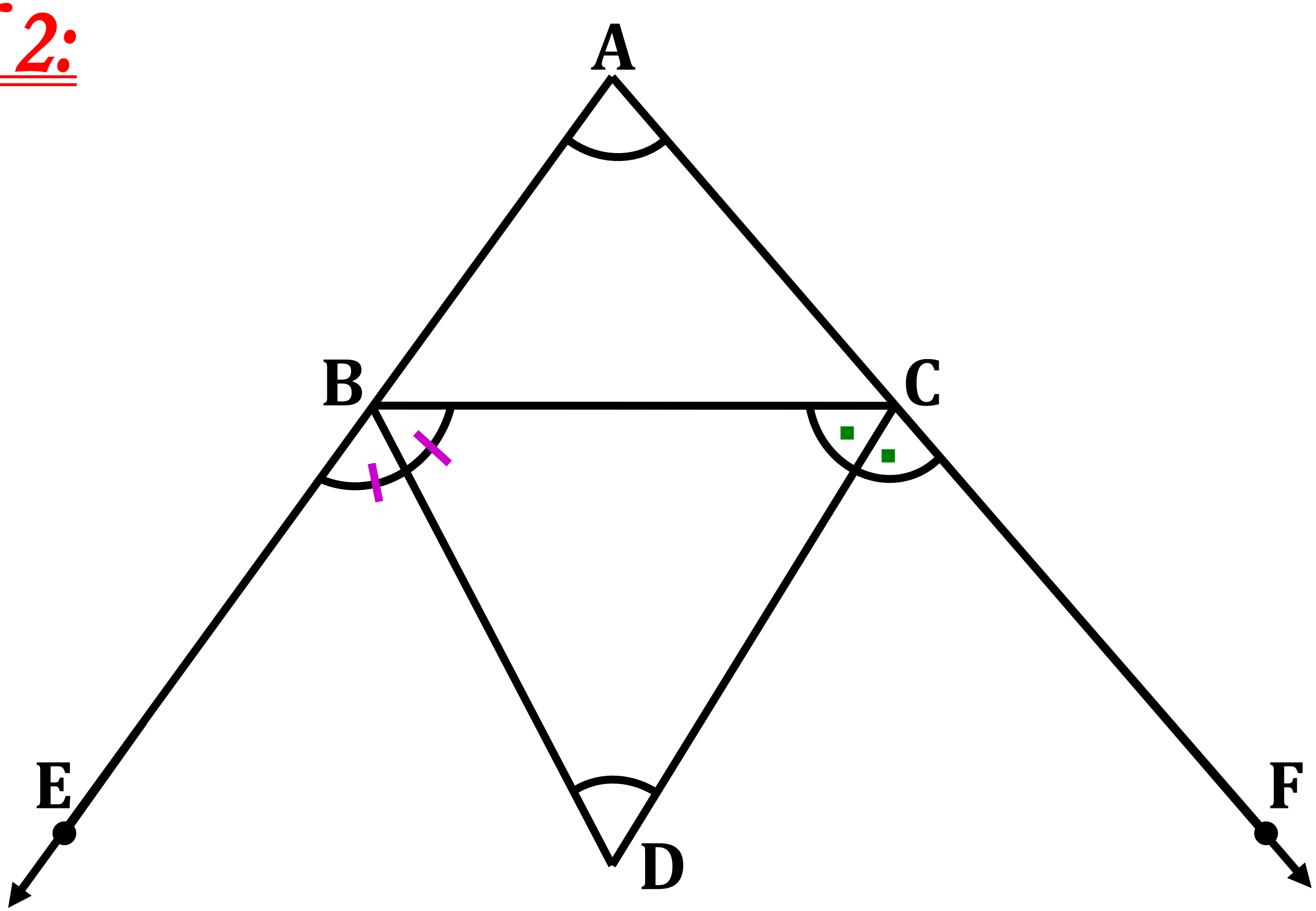
m ($\widehat{A}$) = ?

Soru :



x ’in ölçüsü kaç derecedir ?

Kural 2:

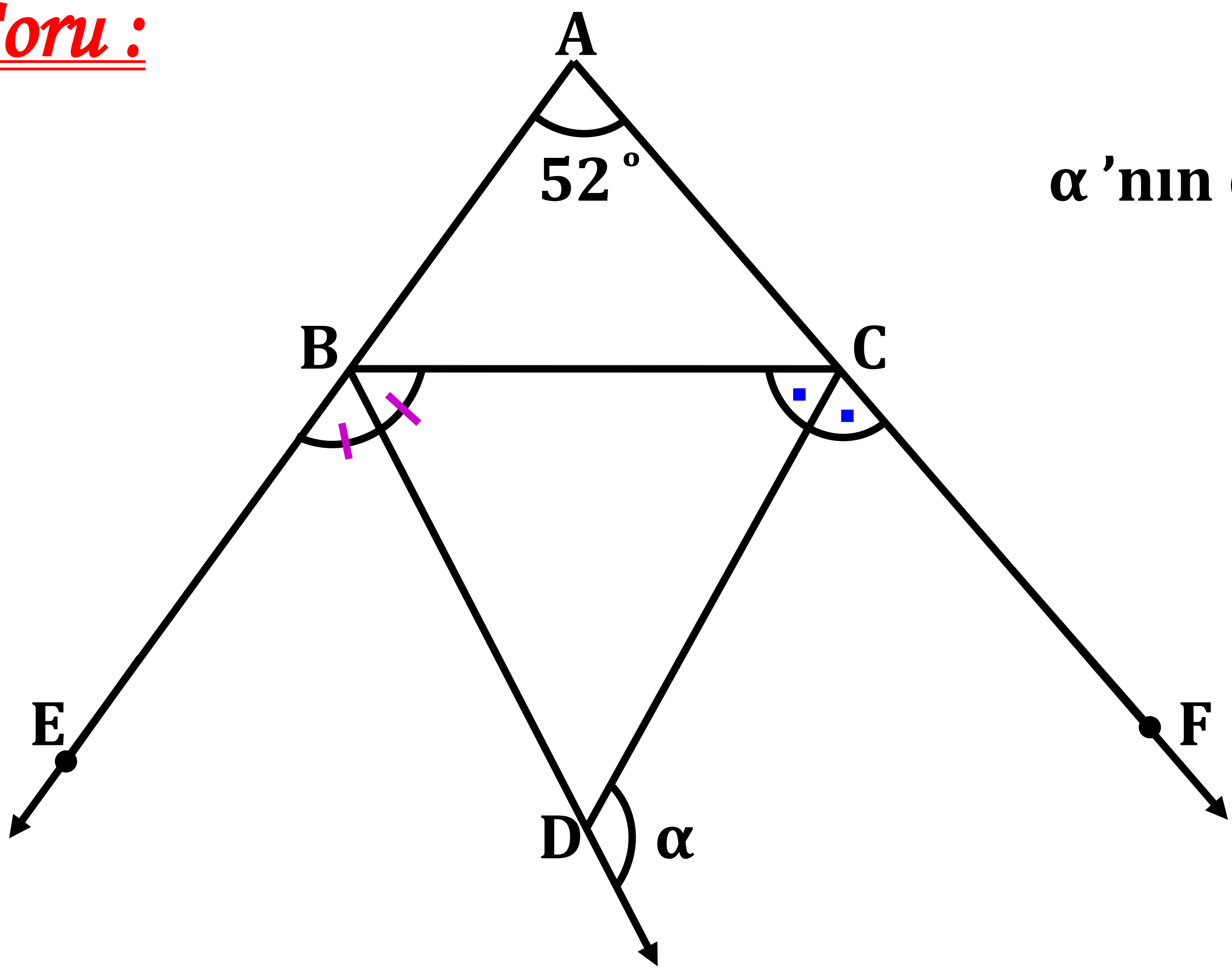


[BD] ve [CD] dış açıortay olmak üzere,

$$m(\widehat{D}) = 90^\circ - \frac{m(\widehat{A})}{2}$$ **olarak alınır.**

2.yol : Üçgendeki iç açılardan da sonuca ulaşılabilinir.

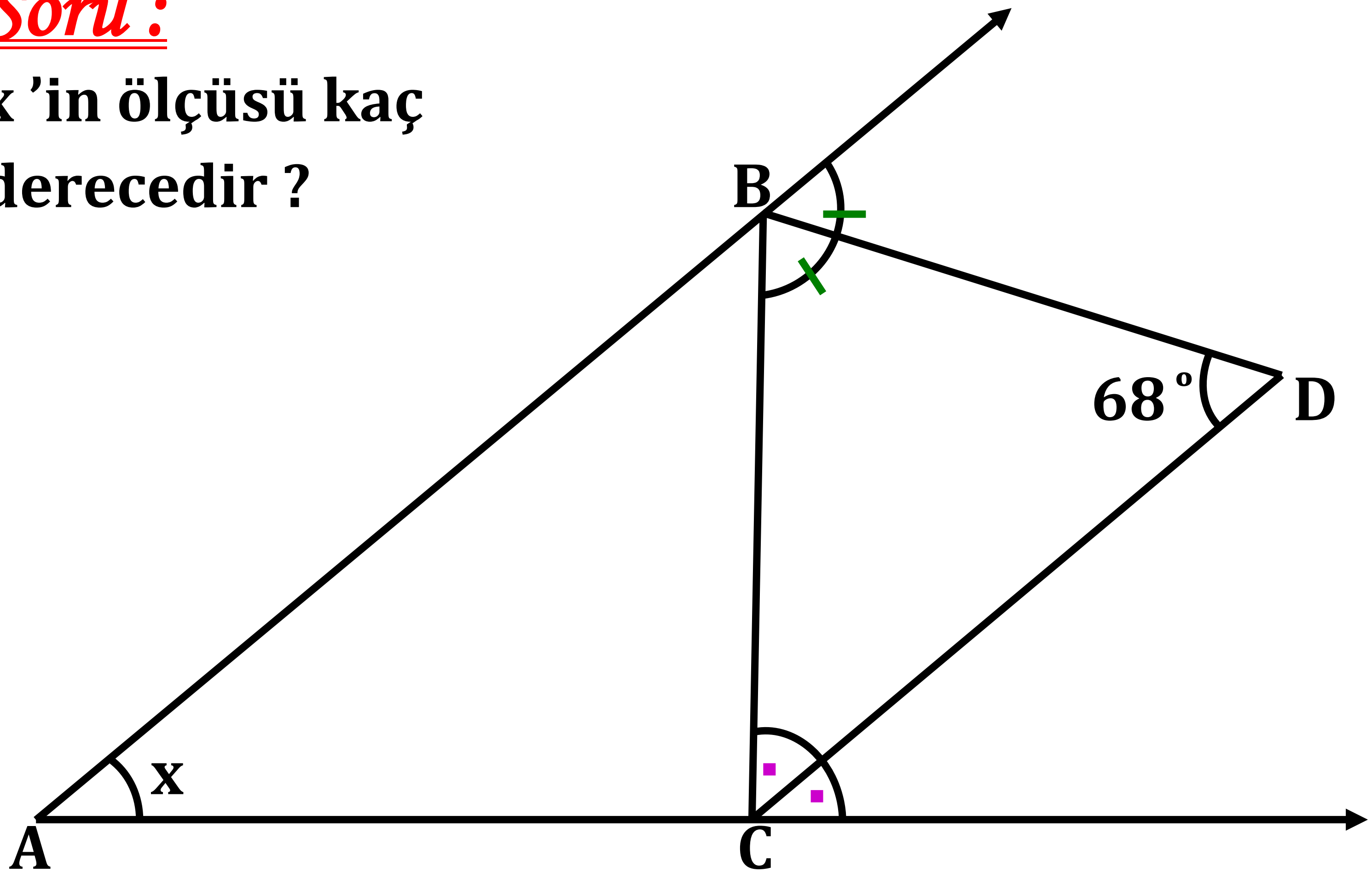
Soru :



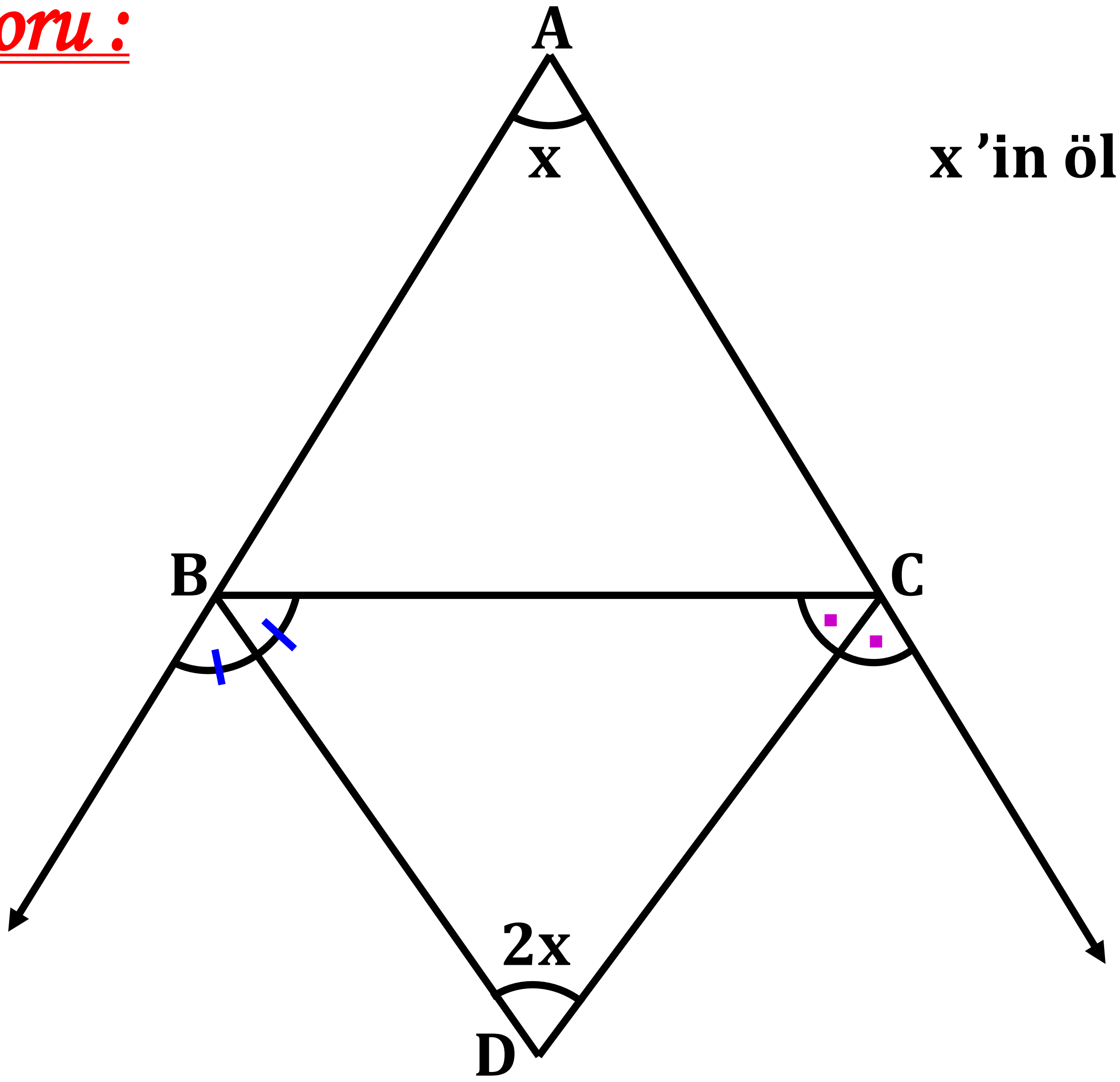
α 'nın ölçüsü kaç derecedir ?

Soru :

x 'in ölçüsü kaç derecedir ?



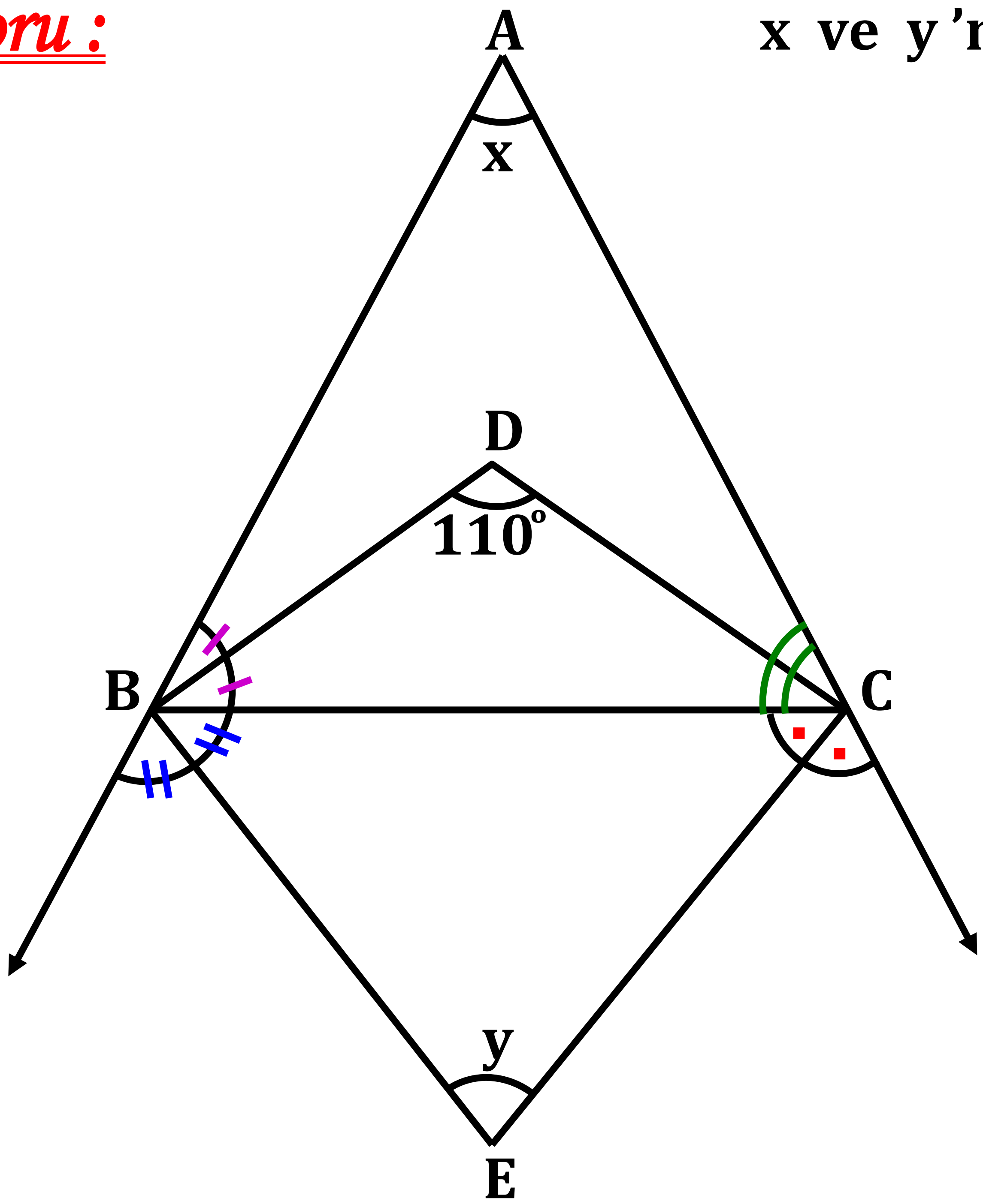
Soru :



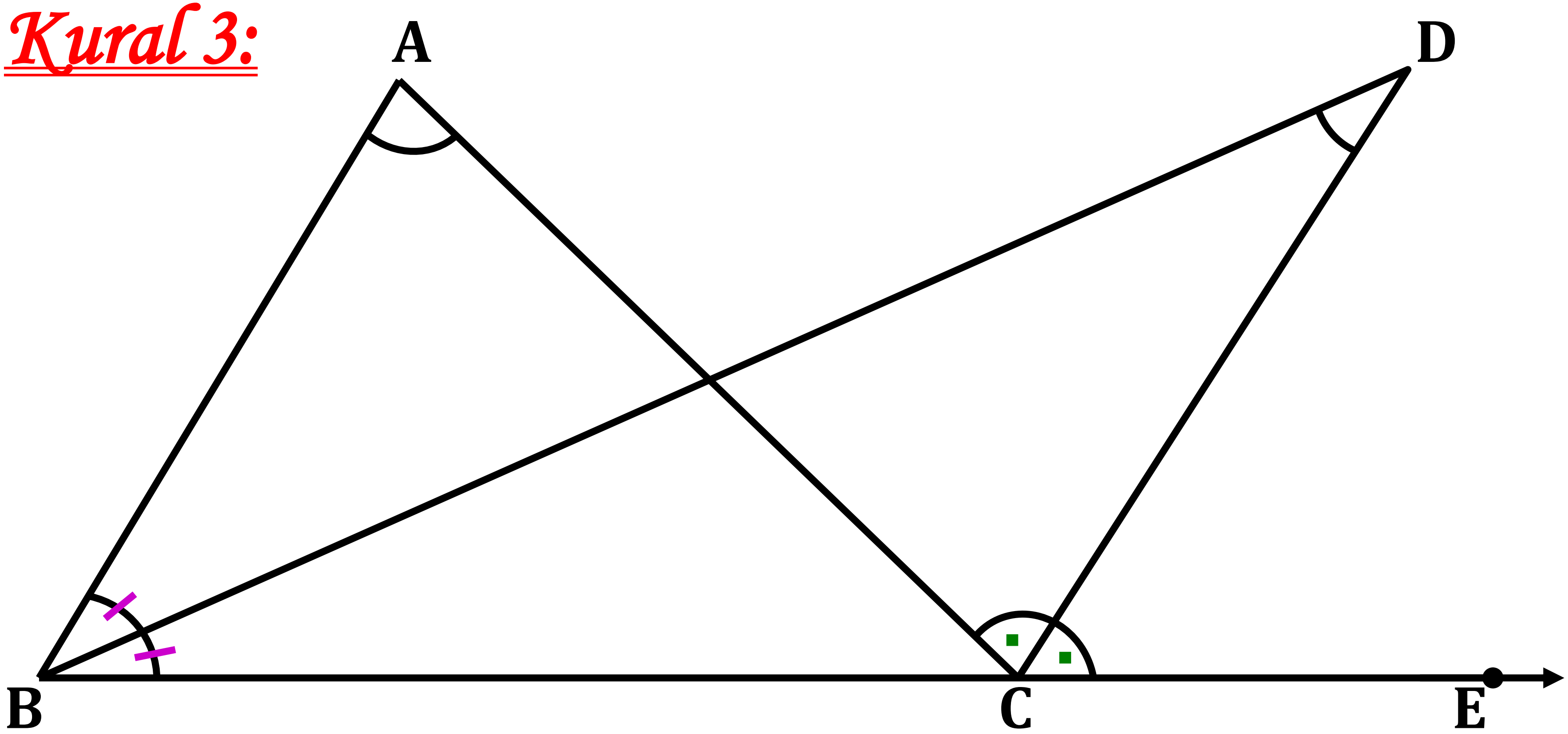
x ’in ölçüsü kaç derecedir ?

Soru :

x ve y ’nin ölçüsü kaç derecedir ?



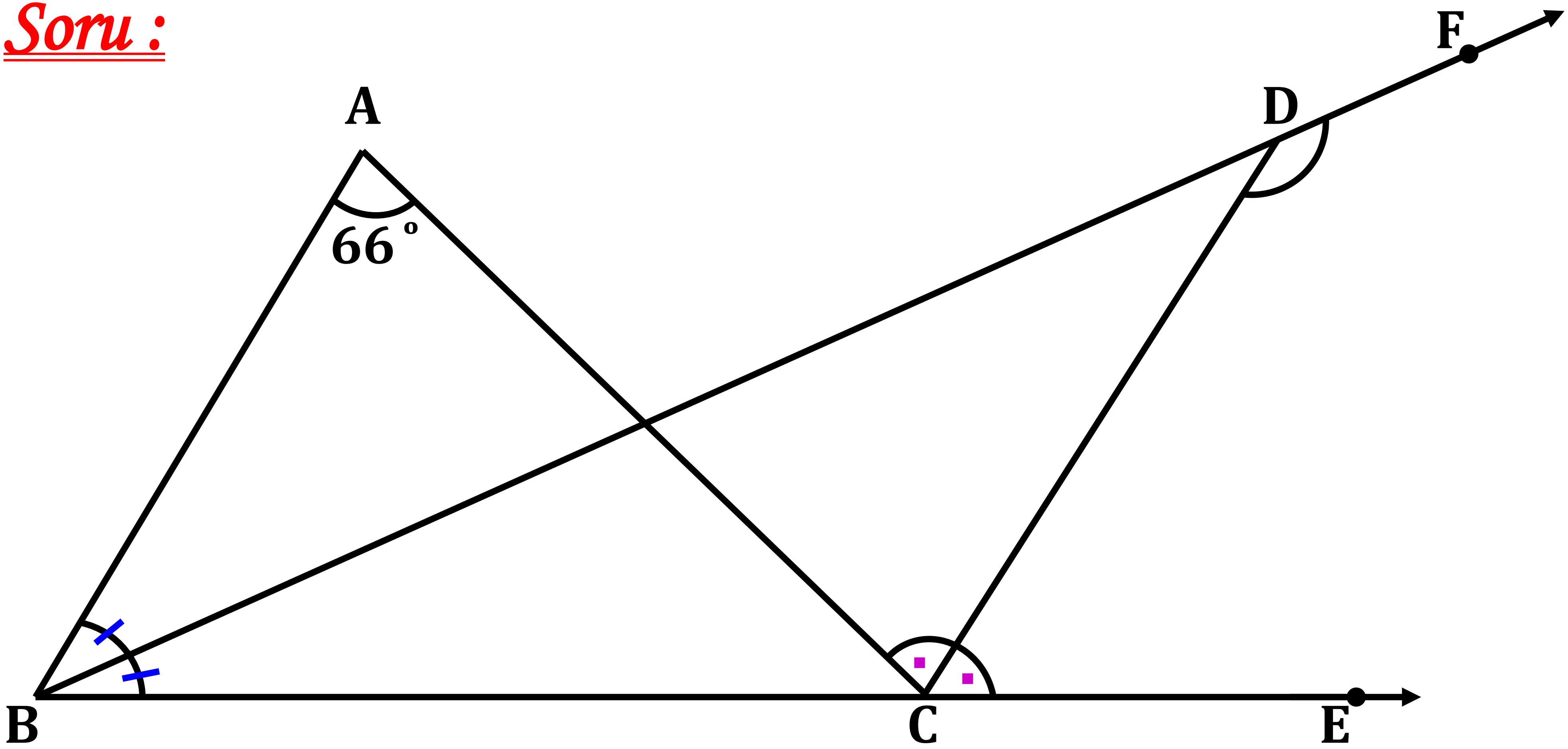
Kural 3:



[BE] **iç açıortay** **ve** **[CE]** **dış açıortay** **ise,**

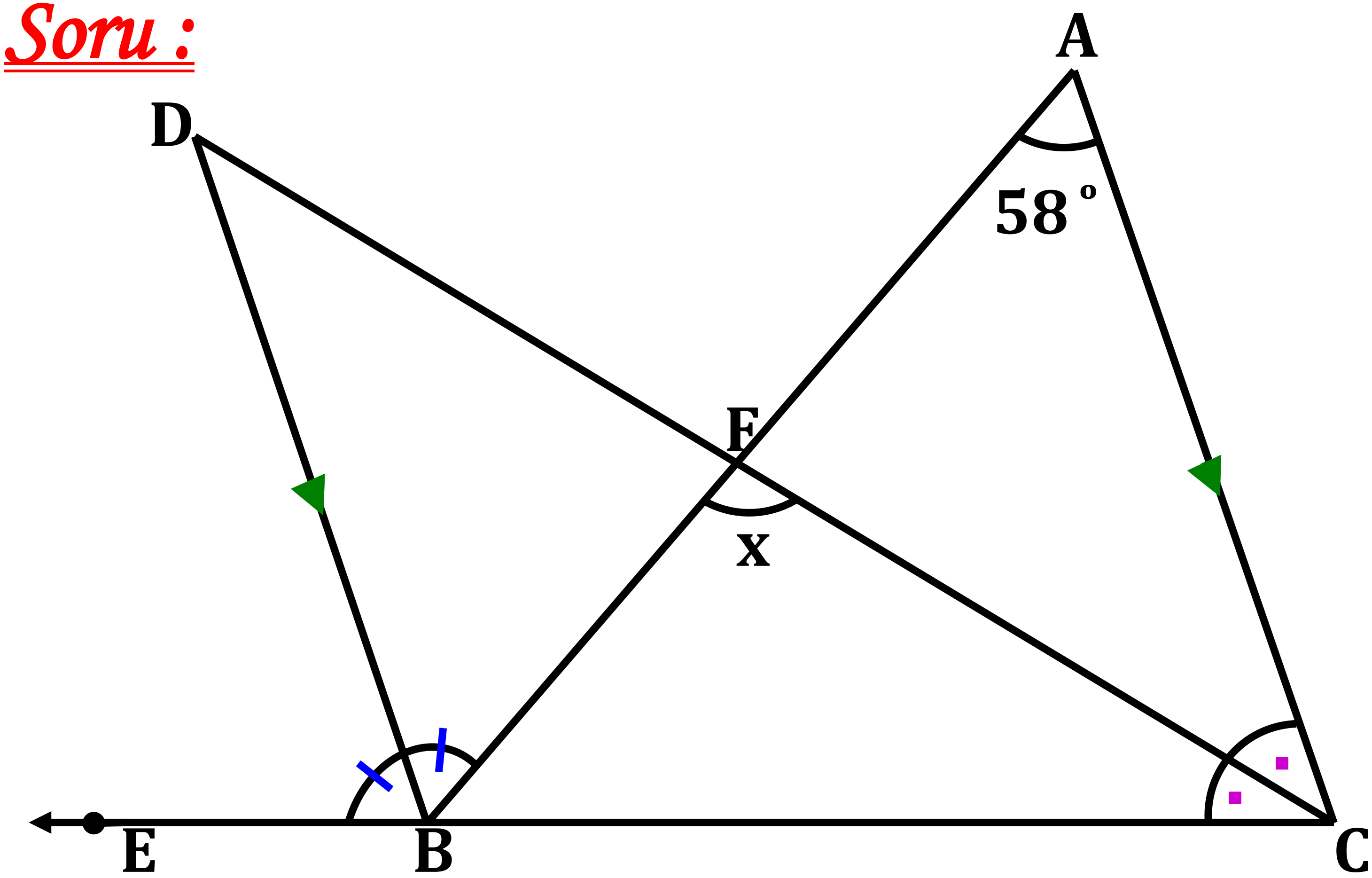
$m(\widehat{A}) = 2 \, . \, m(\widehat{D})$ **olarak alınır.**

Soru :



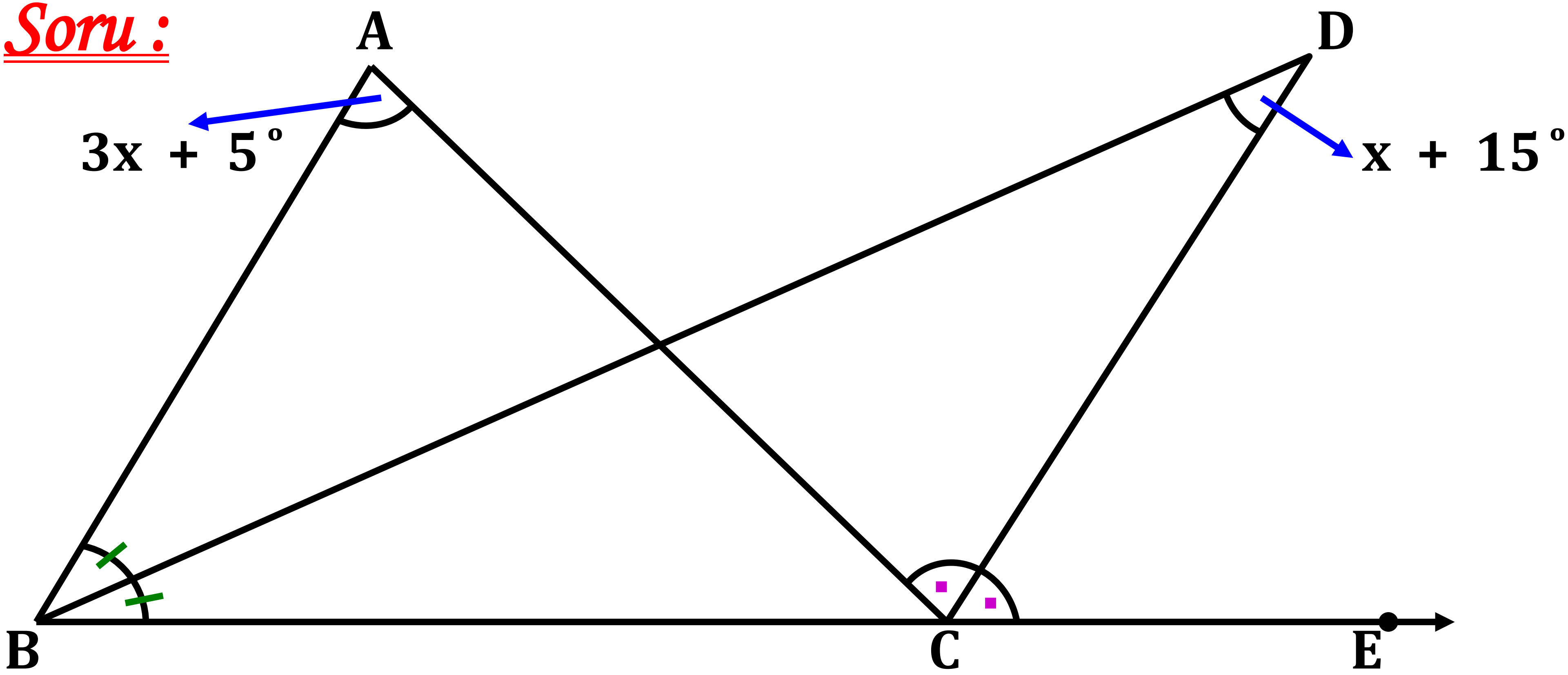
B , D ve F noktaları doğrusaldır. Verilenlere göre m ($\widehat{CDF}$) = ?

Soru :



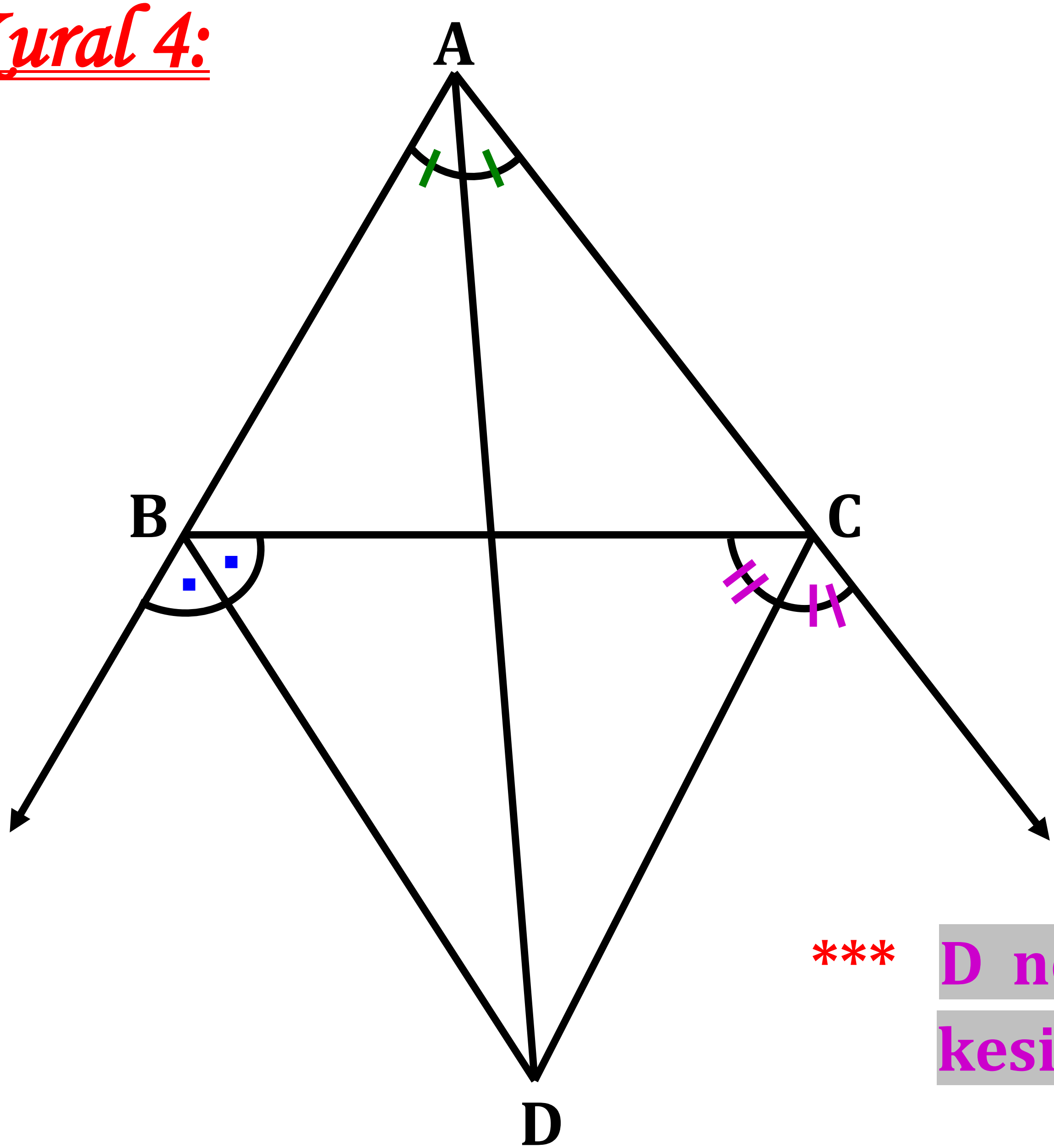
[AC] // [DB] ise x 'in ölçüsü kaç derecedir ?

Soru :



Verilenlere göre x ’in ölçüsü kaç derecedir ?

Kural 4:



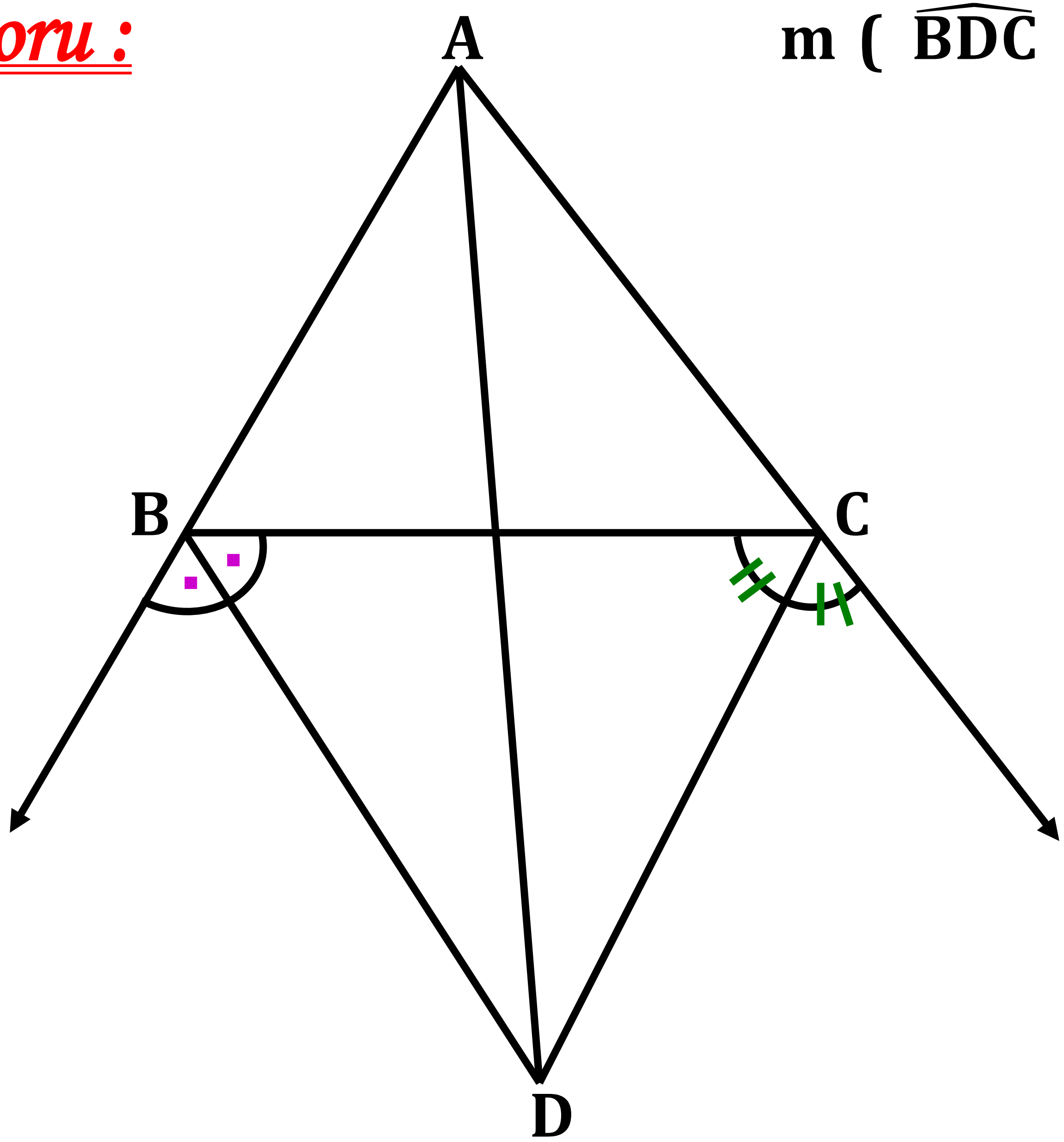
Bir üçgende, bir köşeden çizilen iç açıortay ile diğer iki köşeden çizilen dış açıortaylar aynı noktada kesişirler.

*** D noktası tüm açıortayların kesim noktasıdır.

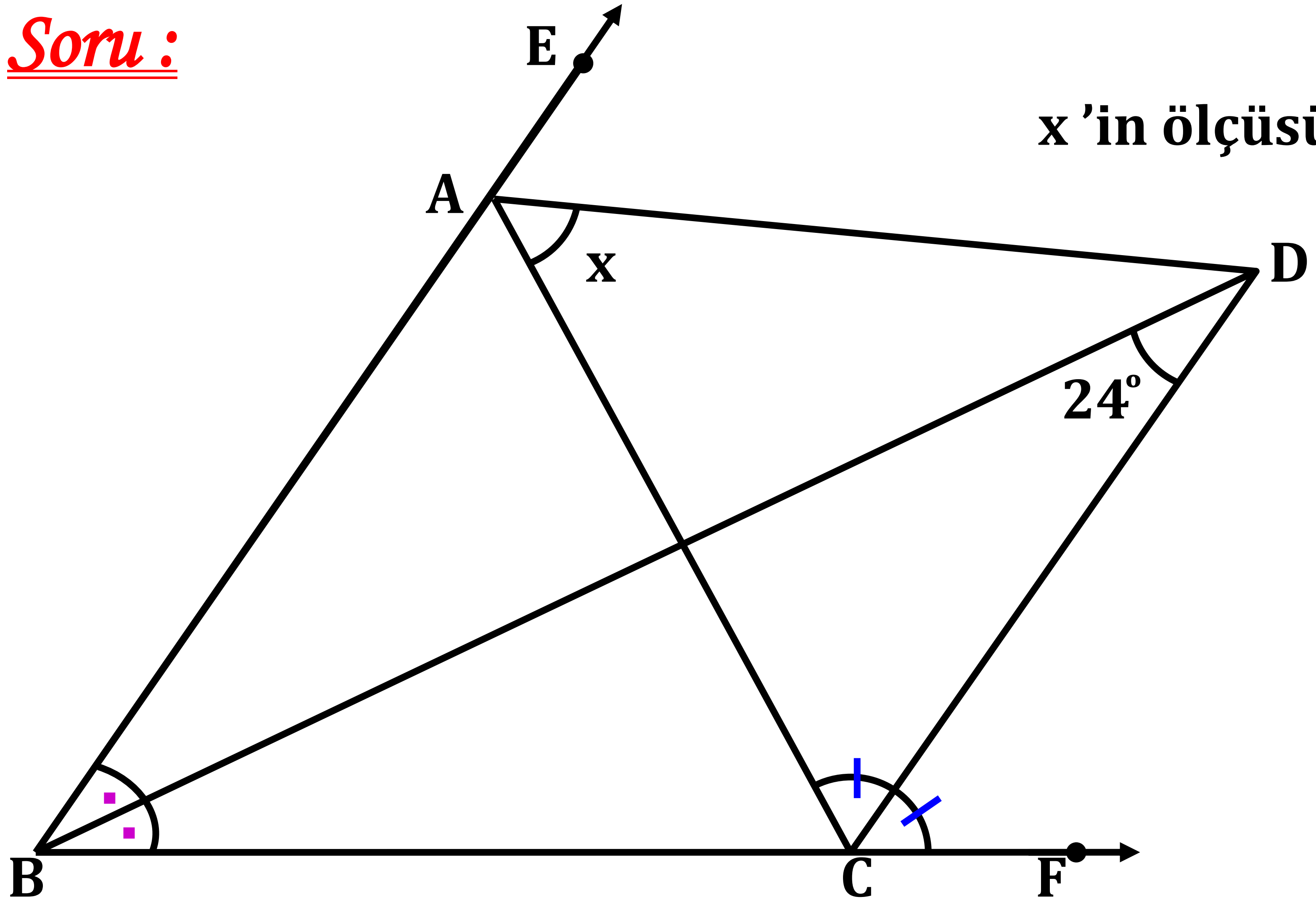
*** Önceki kurallardan da faydalanılır.

Soru :

$m(\widehat{BDC}) = 70^\circ$ ise $m(\widehat{BAD}) = ?$



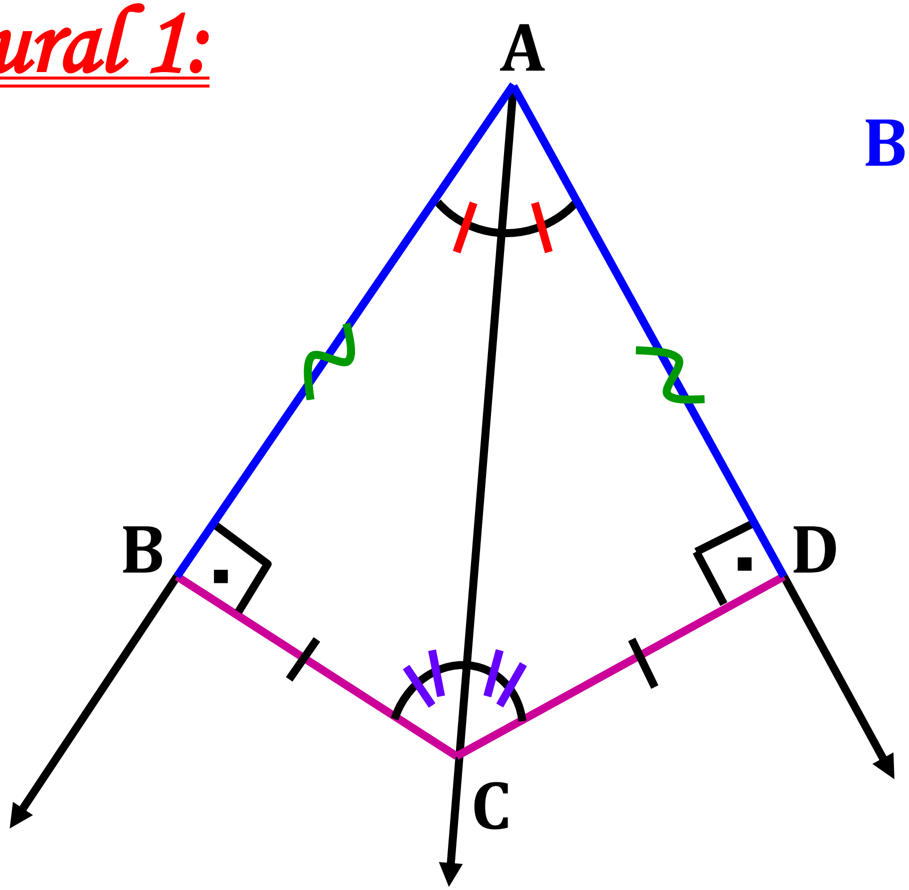
Soru :



x 'in ölçüsü kaç derecedir ?

Açıortay Uzunluk Uygulamaları

Kural 1:



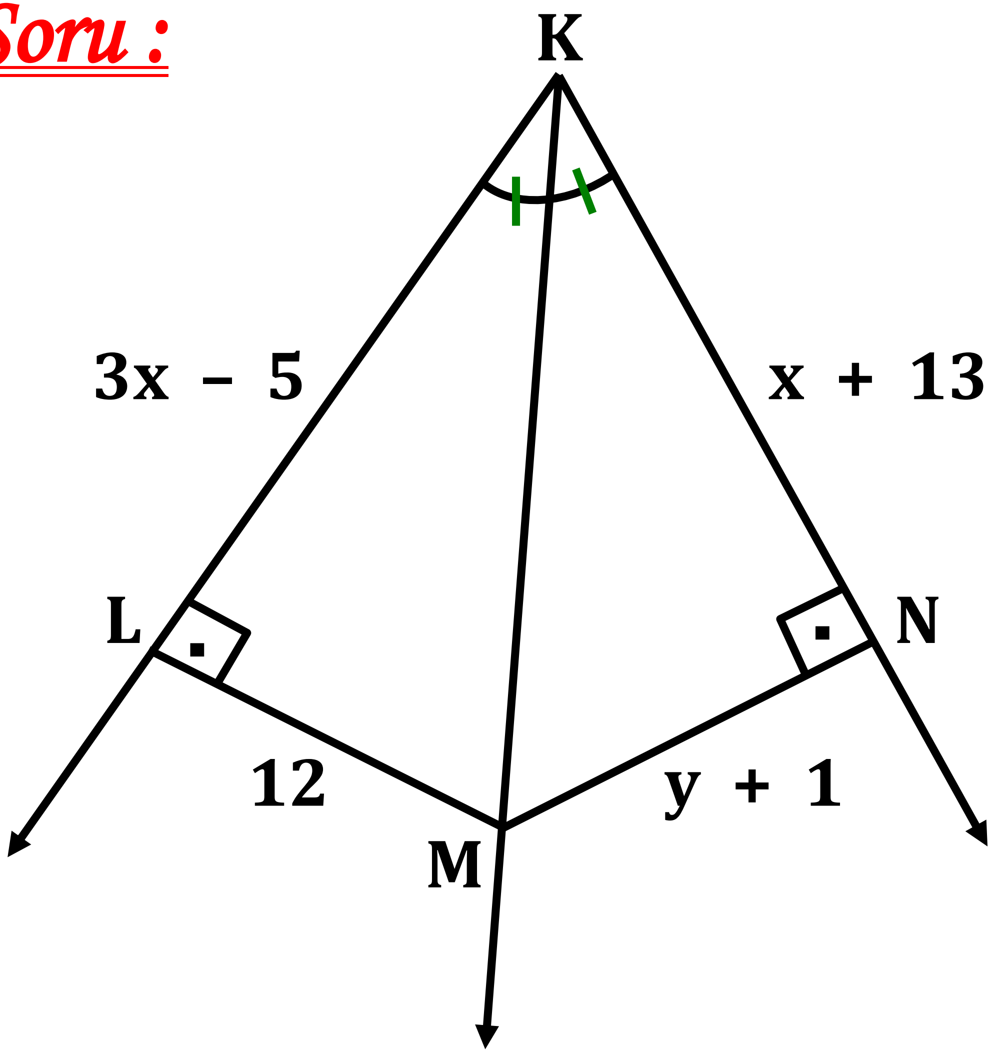
Bir açının açıortayı üzerinde alınan herhangi bir noktadan açının kollarına çizilen dikmelerin uzunlukları birbirine eşittir.

$|AC| = n_A$ A 'dan inen iç açıortayı gösterir.

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{ACD}$ olur. Yani iki üçgen birbirine eştir.

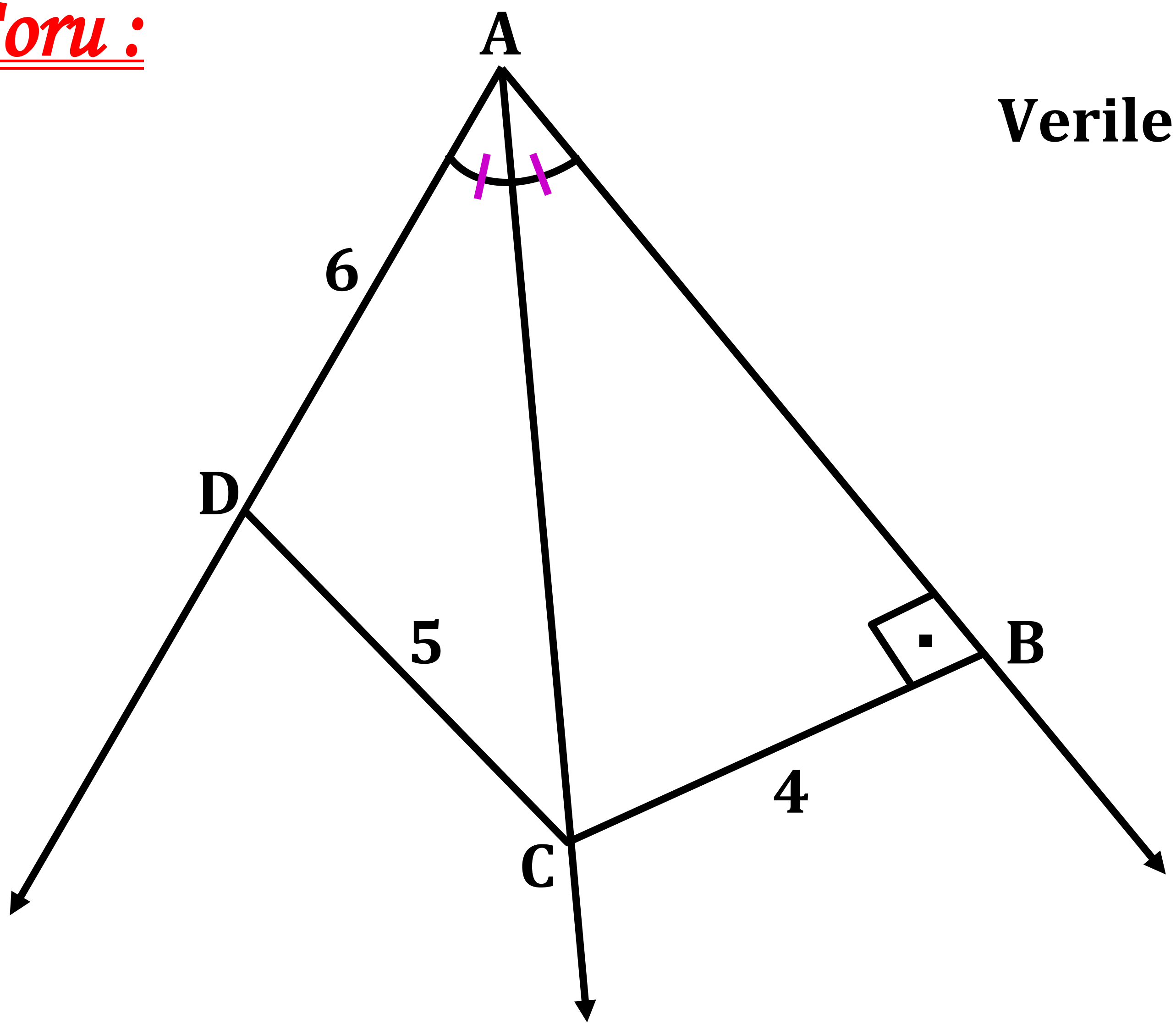
Dikmelerin eşitliğini daha <u>sonra</u> dik üçgende tekrar kullanacağız.

Soru :



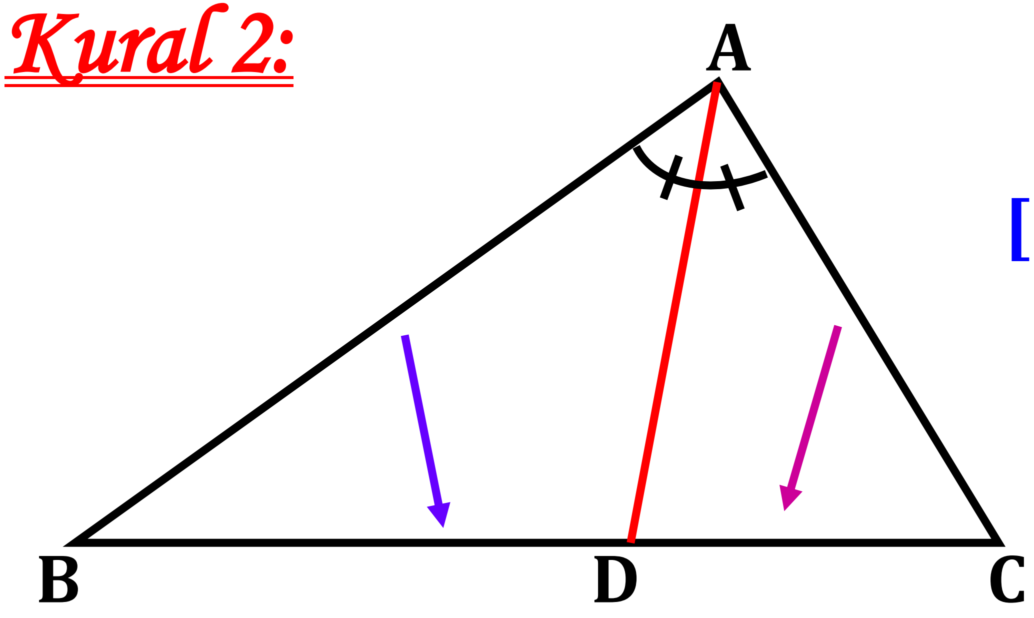
Verilenlere göre x . y = ?

Soru :



Verilenlere göre |AB| = ?

Kural 2:

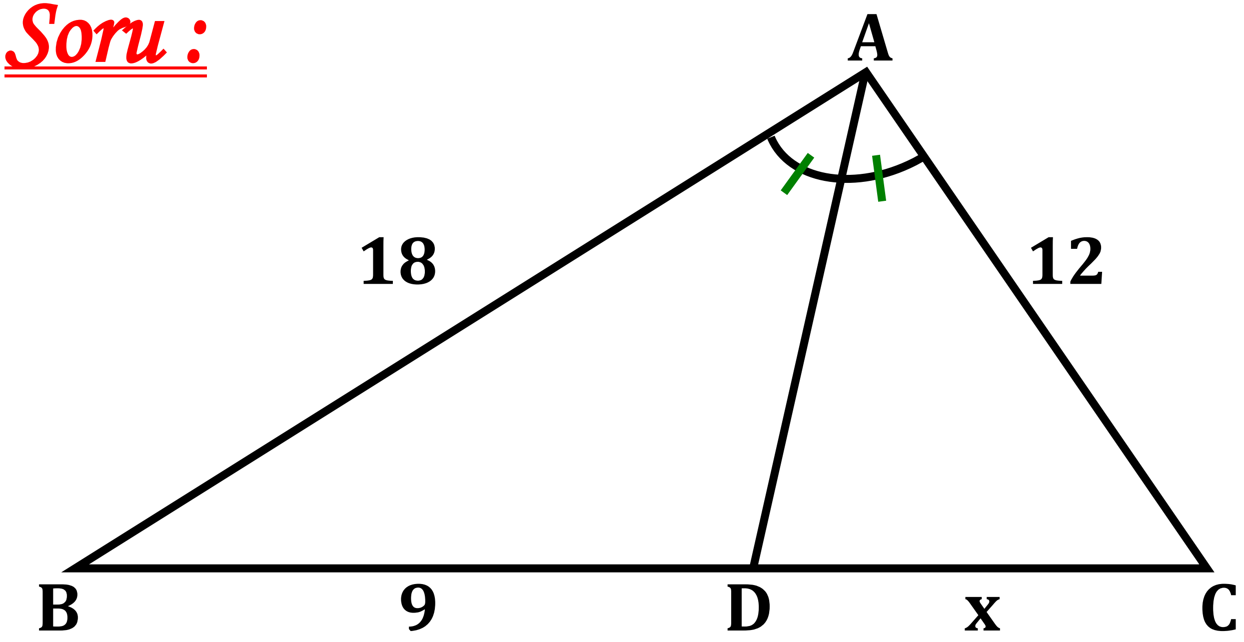


[AD] iç açıortay ise, yan tabanlar kendisine komşu alt tabanlarla orantılıdır. Yani,

$$\frac{|AB|}{|BD|} = \frac{|AC|}{|CD|}$$ olarak alınır.

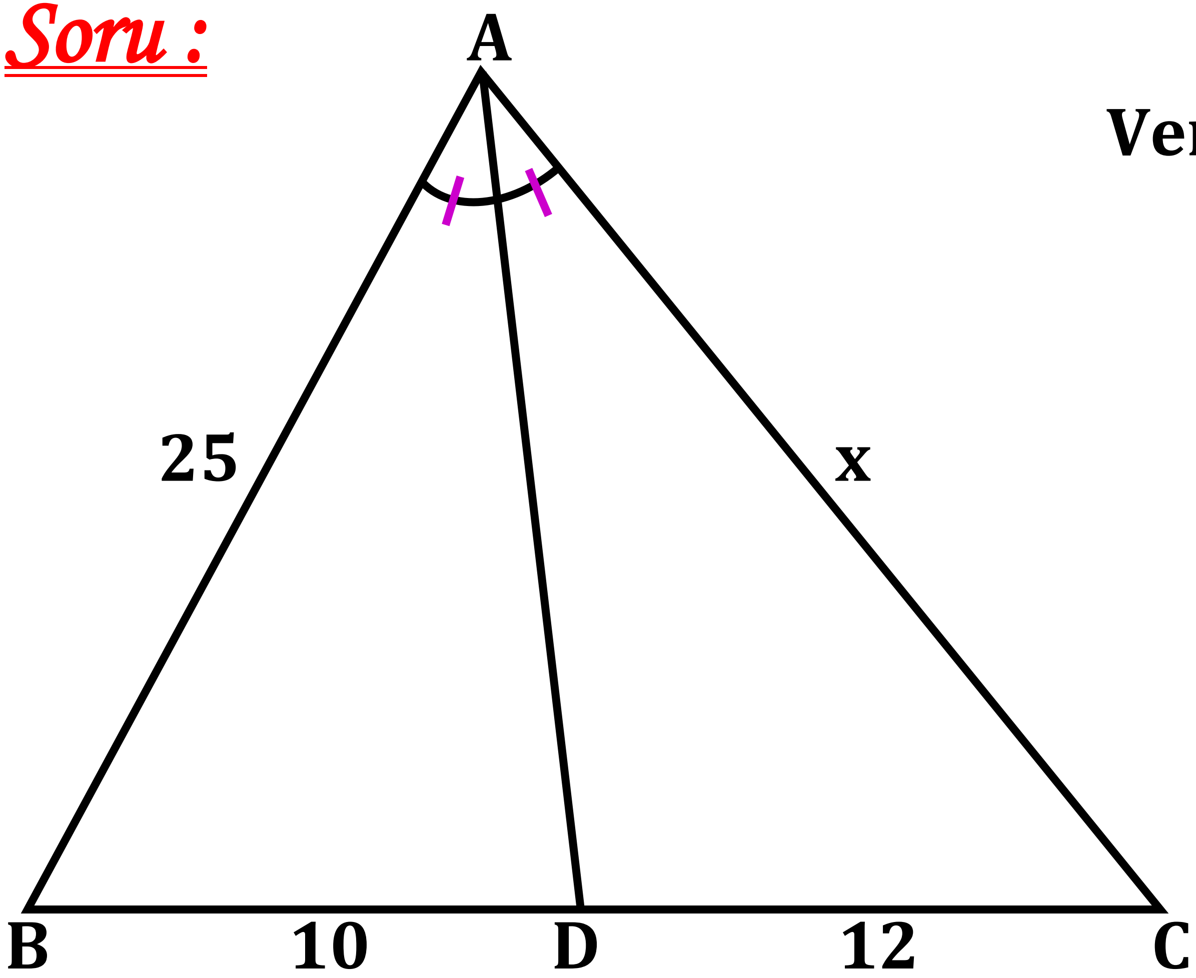
A ’dan inen açıortay n_A ifadesi ile gösterilir.

Soru :



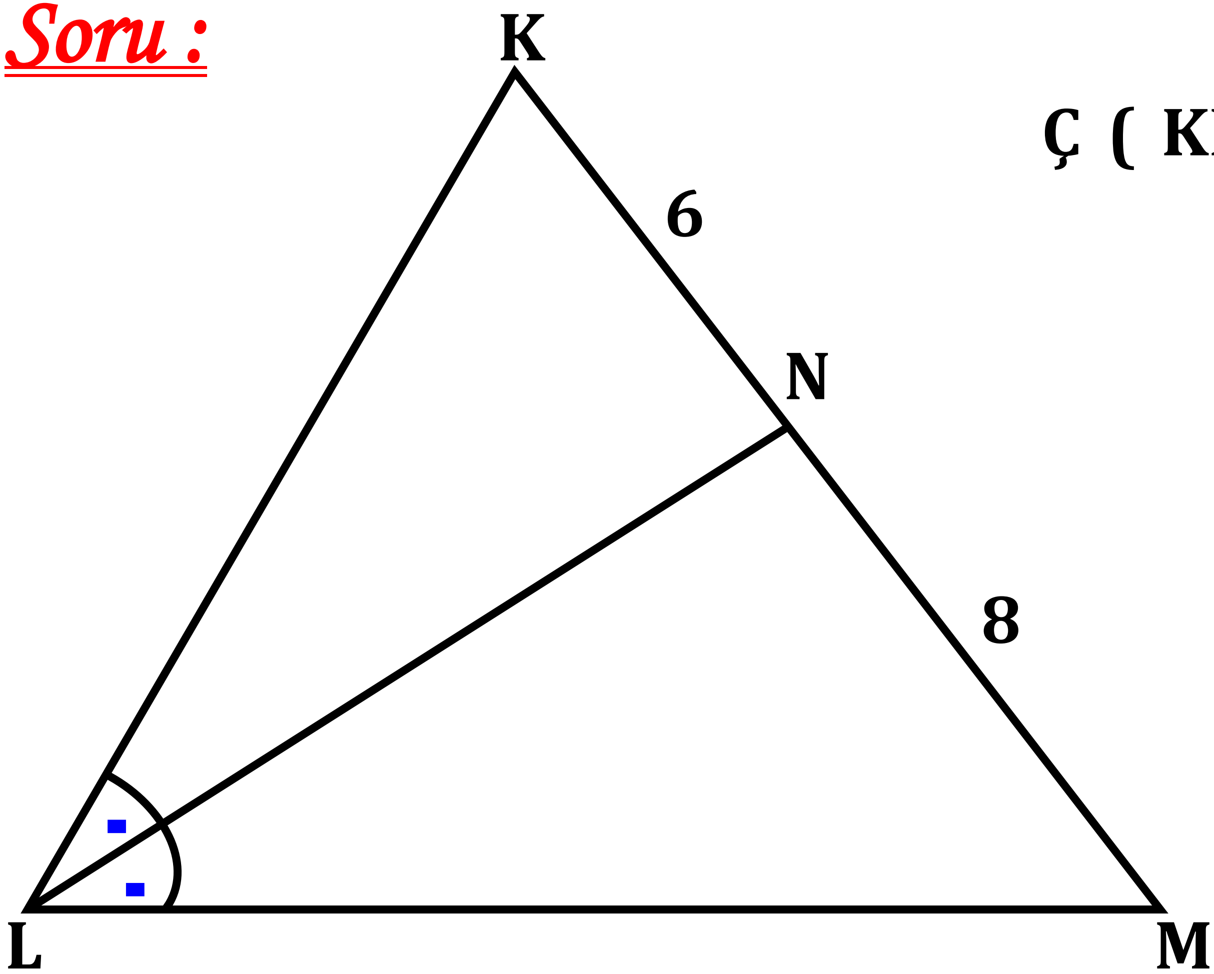
Verilenlere göre x = ?

Soru :



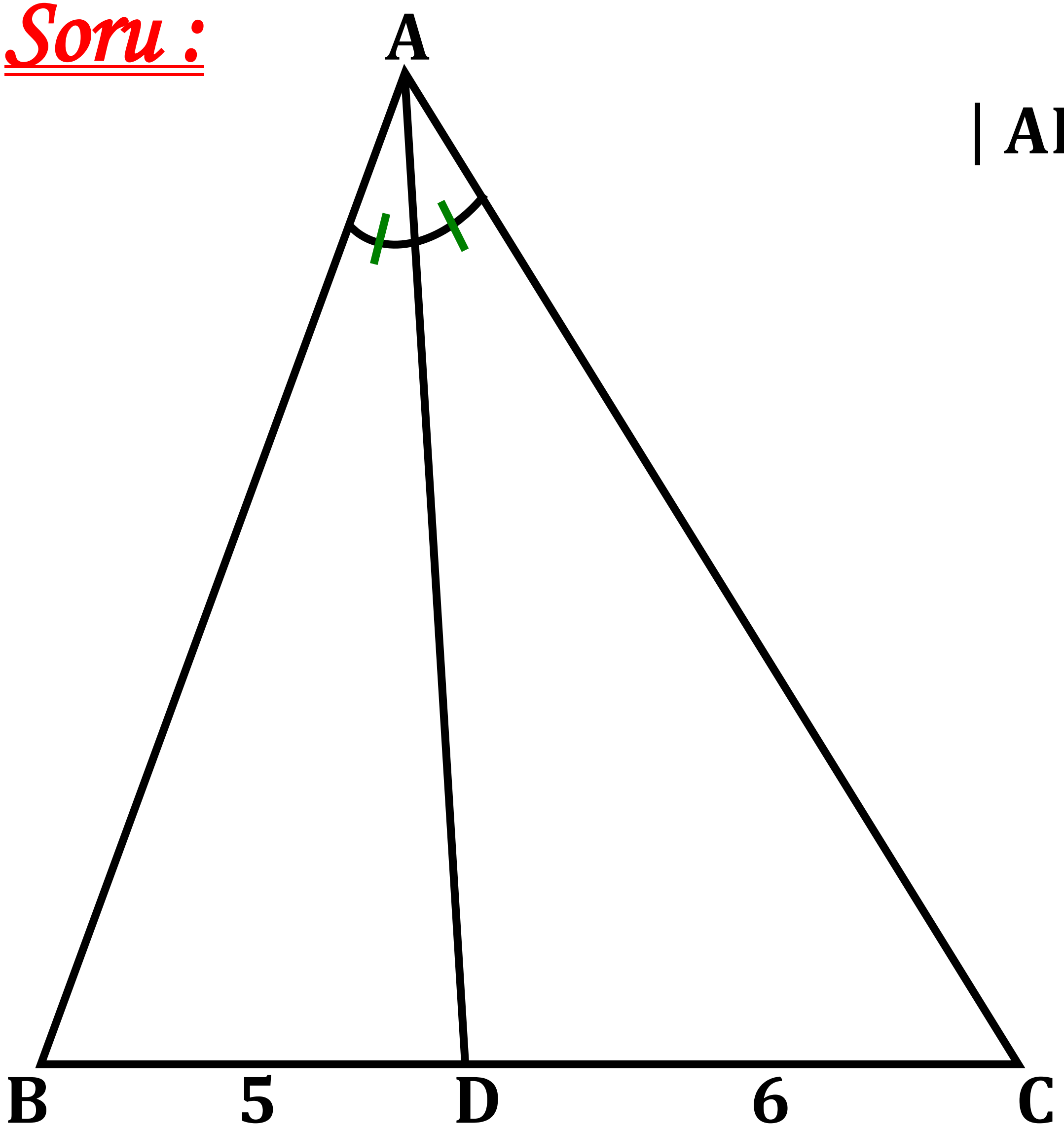
Verilenlere göre Ç (ABC) = ?

Soru :



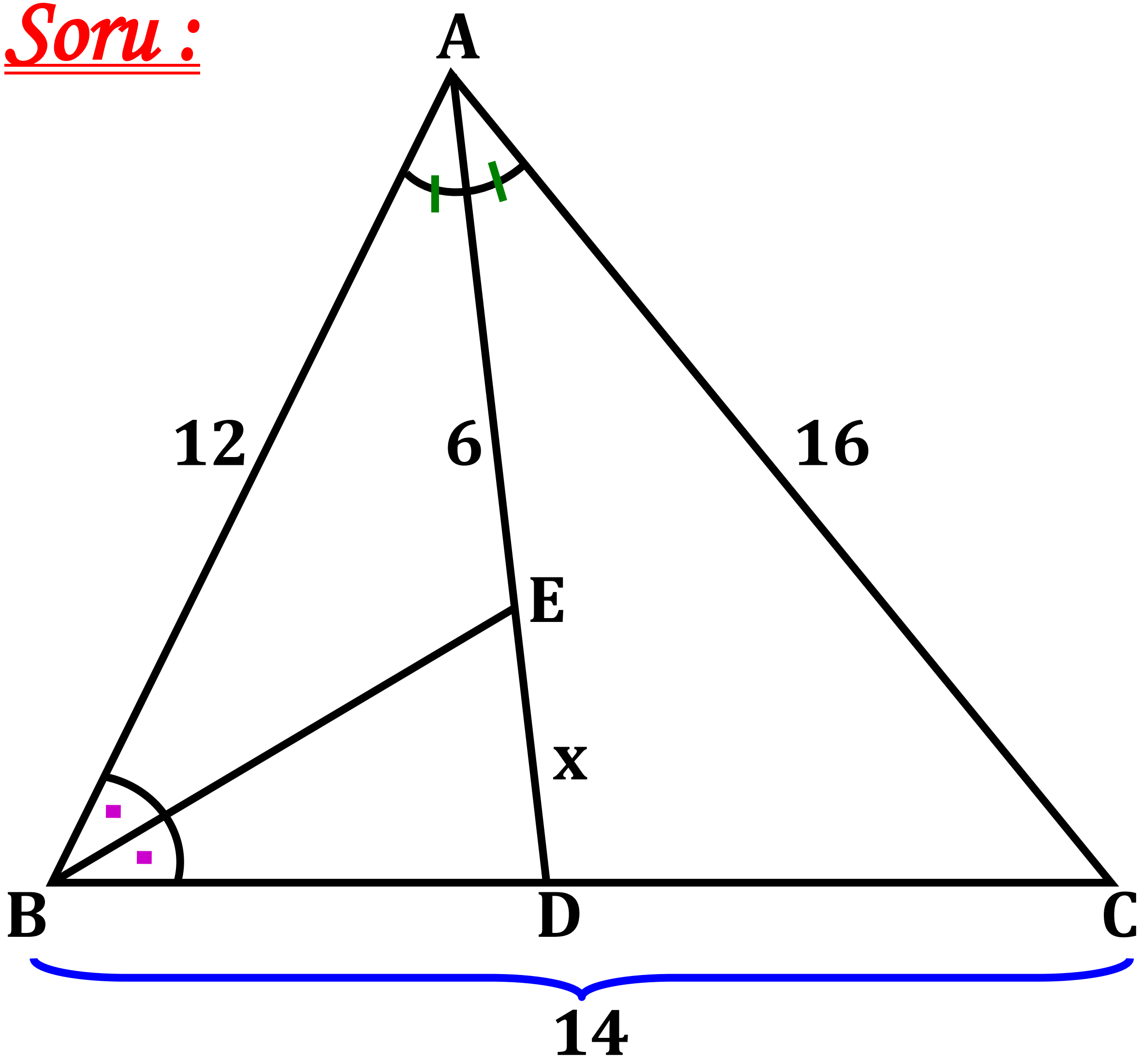
Ç (KLM) = 42 br ise | LM | = ?

Soru :



$|AB| \cdot |AC| = 270$ ise $|AC| = ?$

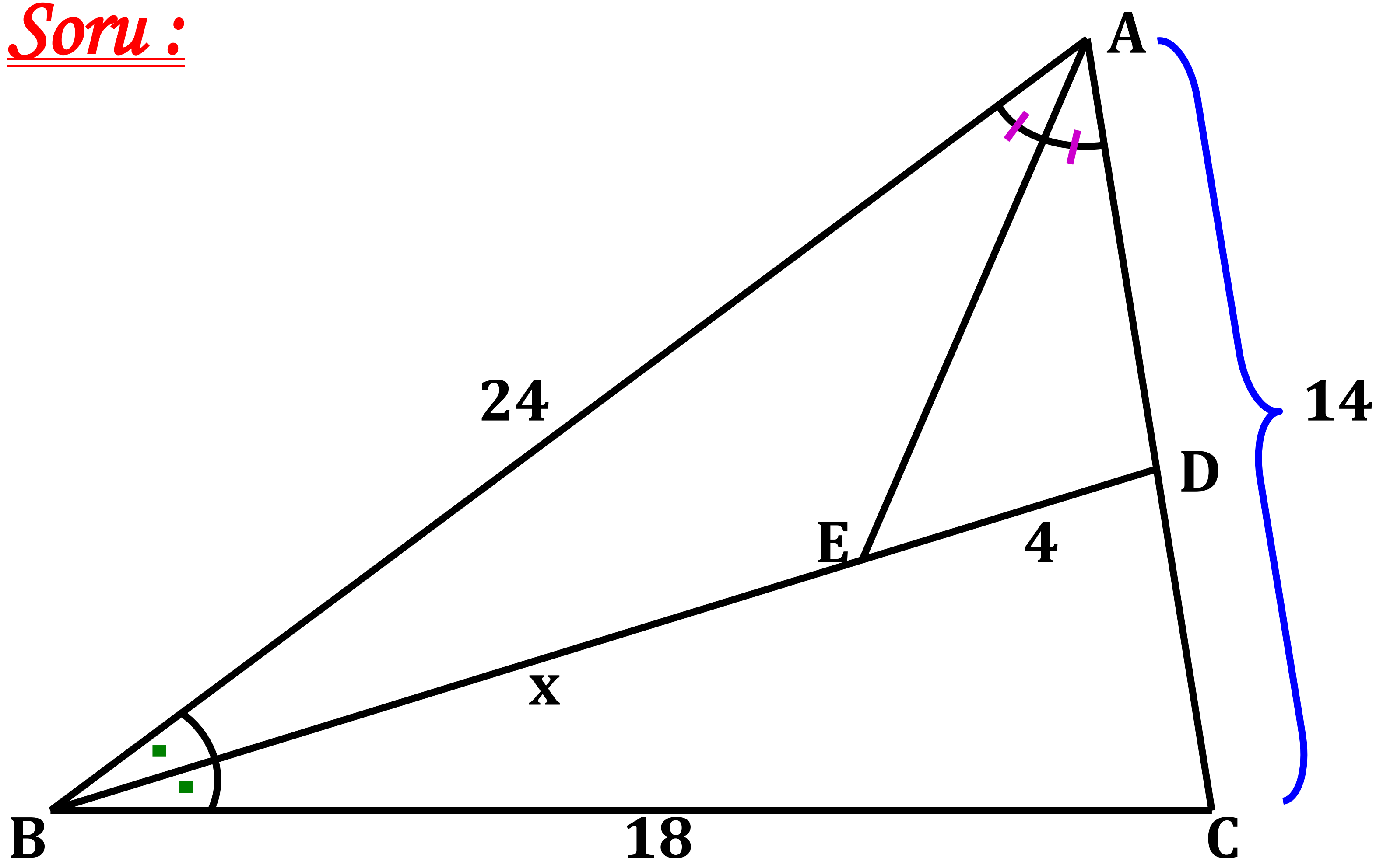
Soru :



$x = ?$

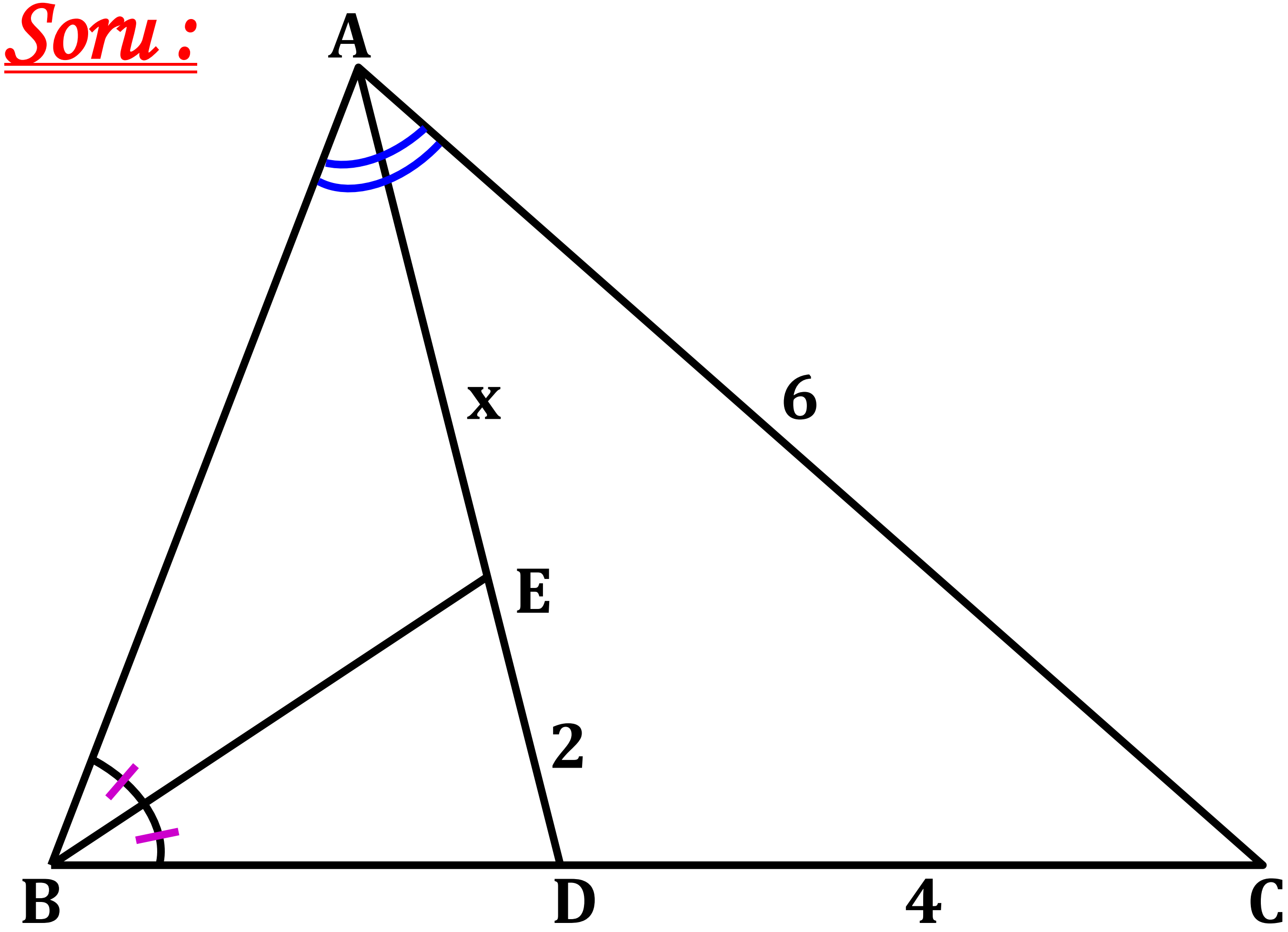
(İster iki üçgen ayrı çizilir ve kural uygulanır. Ya da şekil üzerinde bilinen grubu önce kullanarak kenarlar arasındaki orantı gözükür.)

Soru :



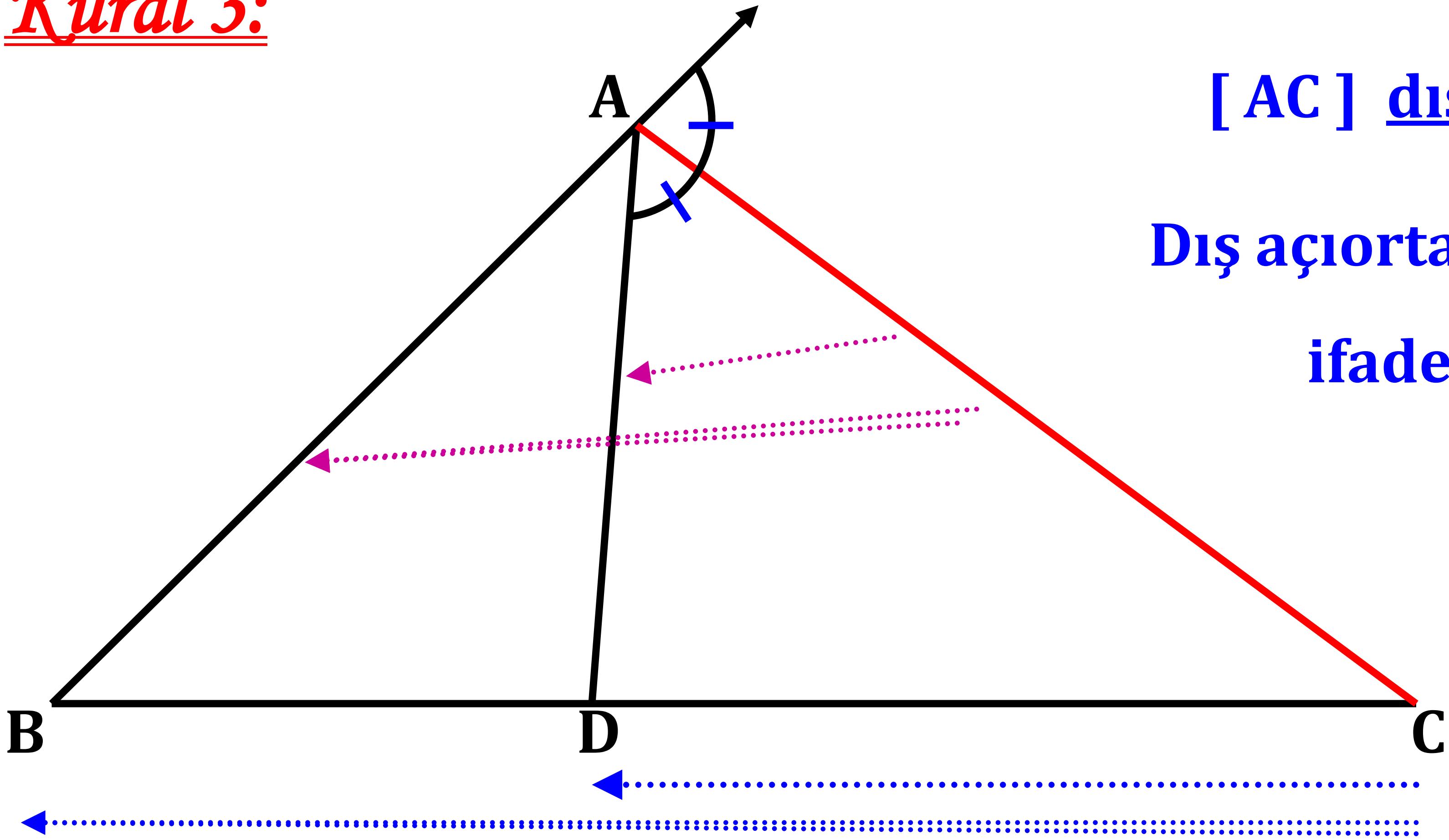
$x = ?$

Soru :



x = ?

Kural 3:



[AC] dış açıortay olsun.

Dış açıortay uzunluğu n'_A

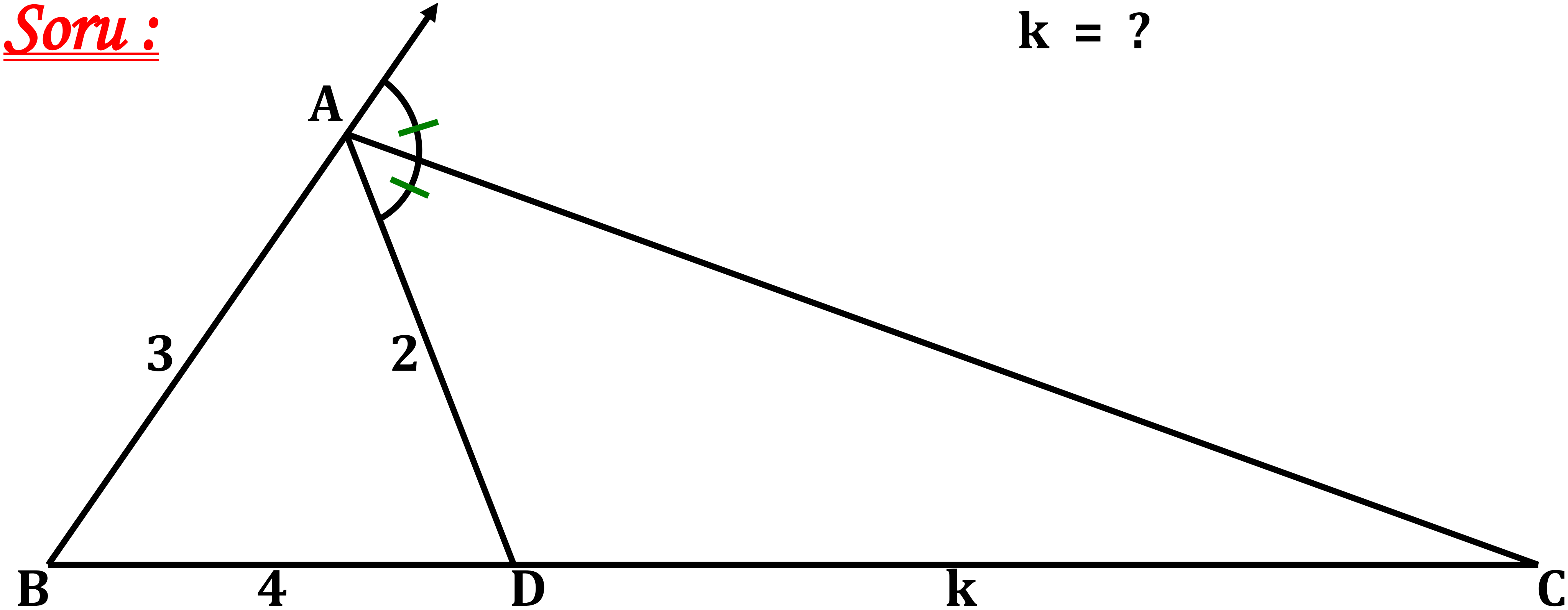
ifadesi ile gösterilir.

$$\frac{|\,CD\,|}{|\,CB\,|} = \frac{|\,AD\,|}{|\,AB\,|}$$ **olarak alınır.**

(Dış açıortaya; yakın olan alt taban ile tüm tabanını oranı, komşu yan taban ile uzak olan tabanın oranı birbirine eşittir.)

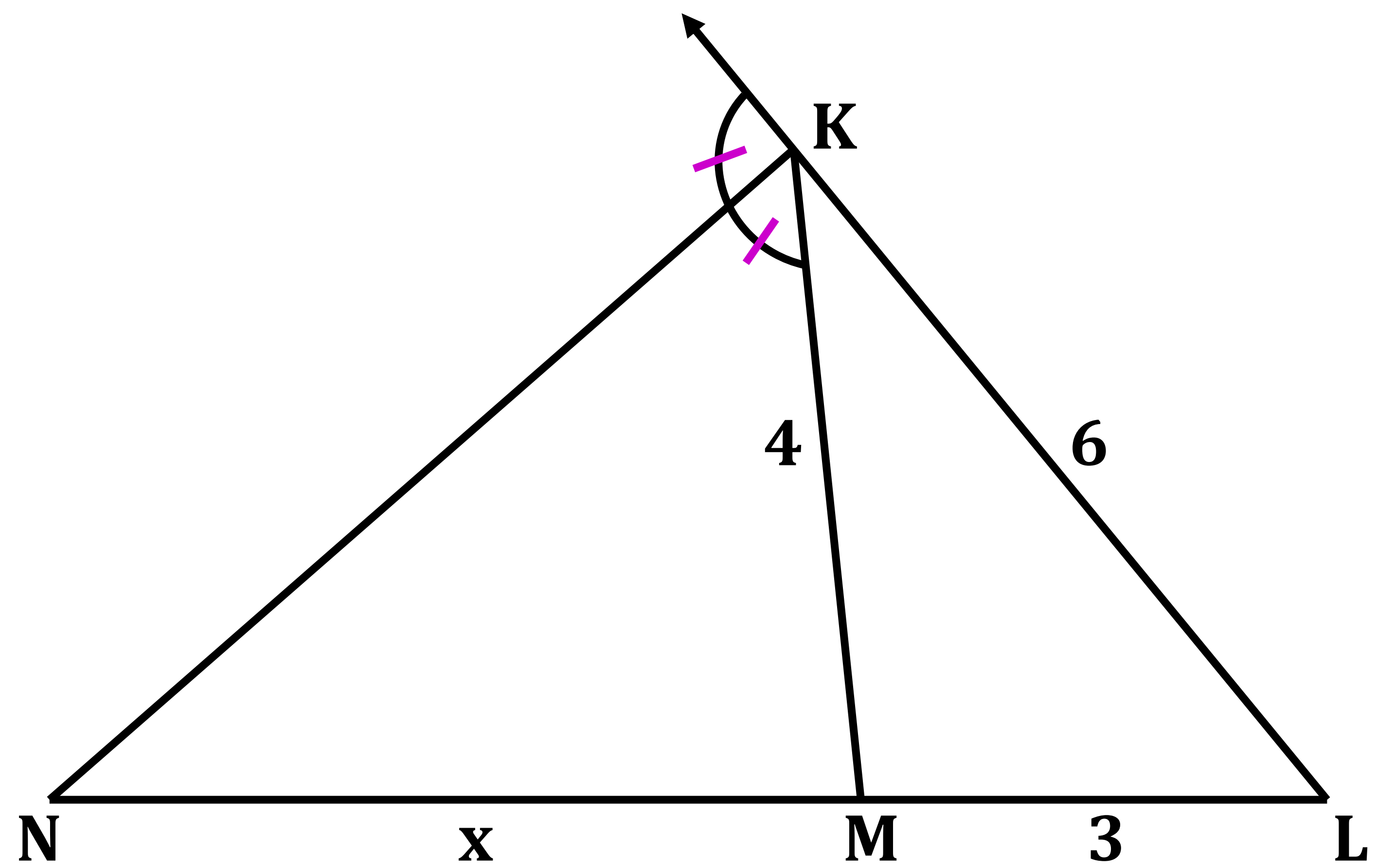
Soru :

$k = ?$



Soru :

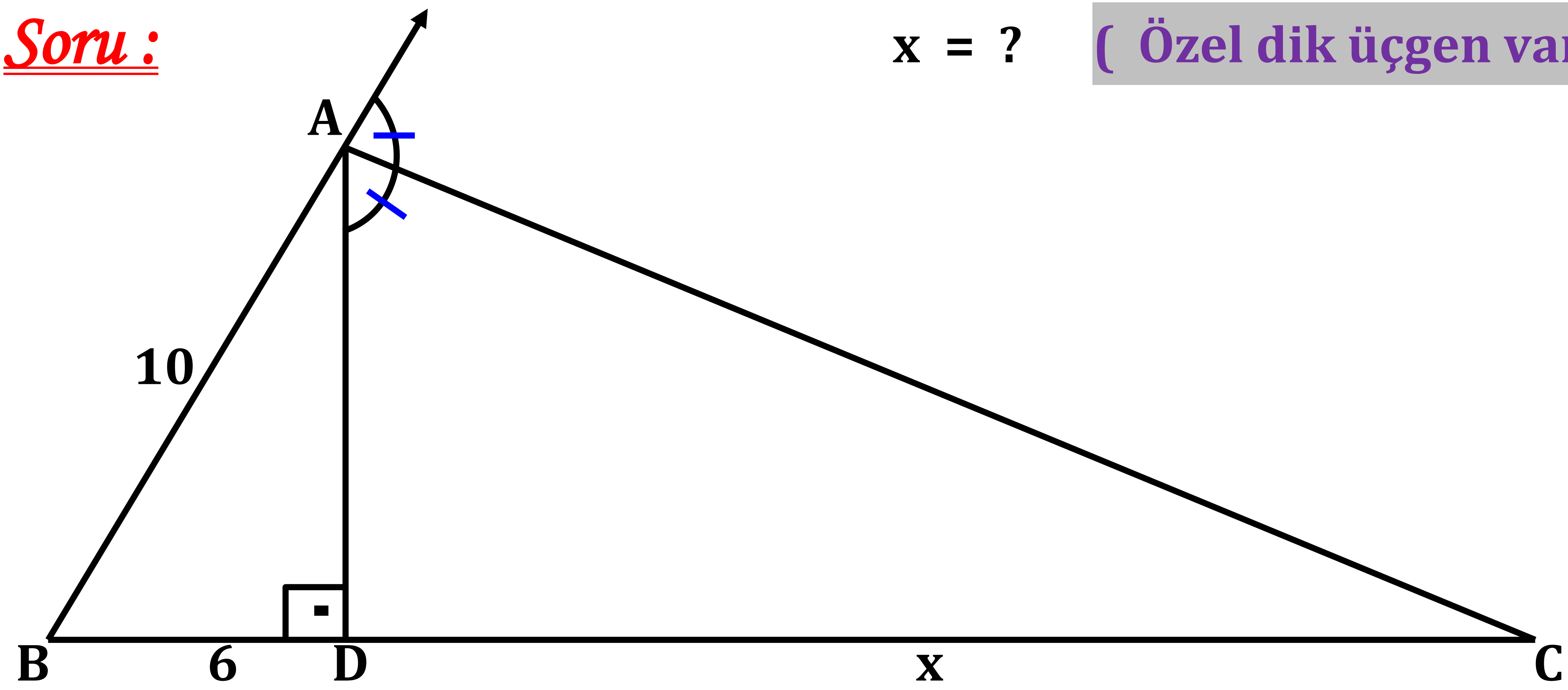
$x = ?$



Soru :

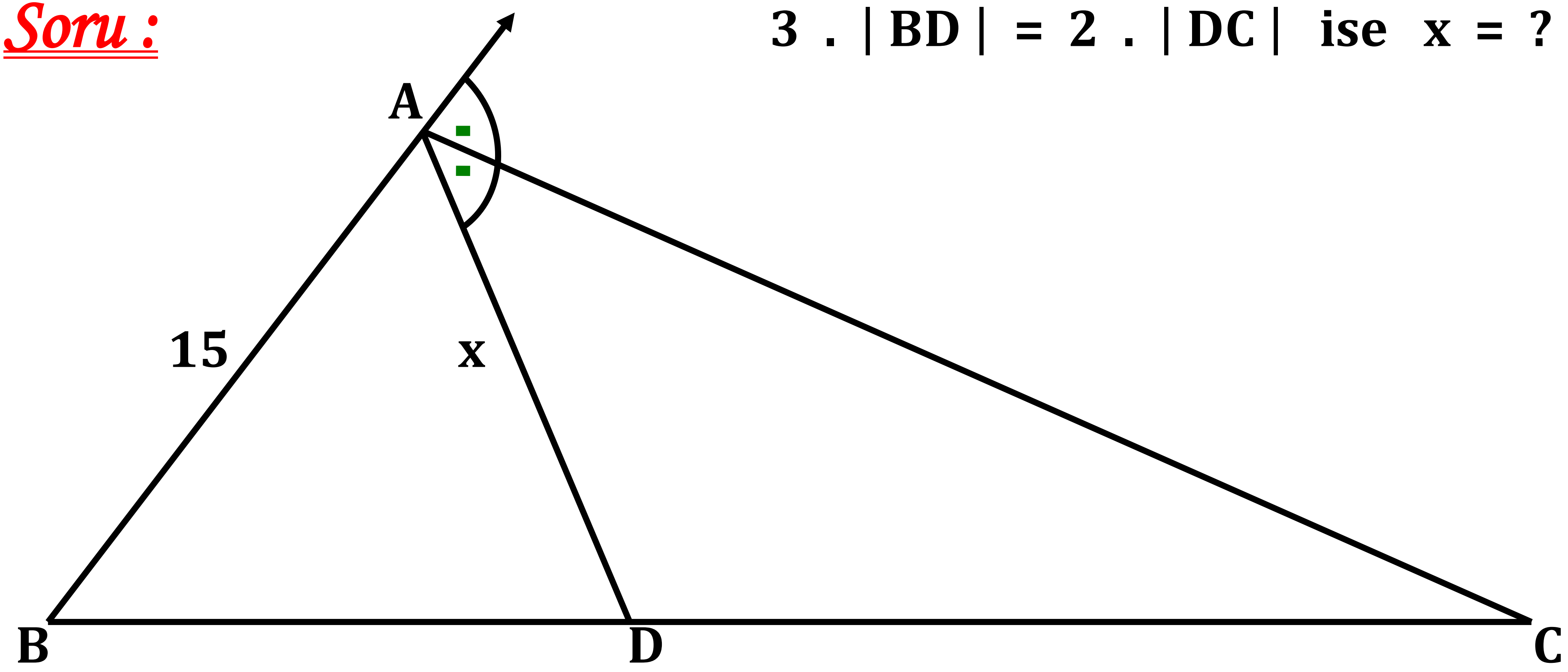
x = ?

(Özel dik üçgen var.)



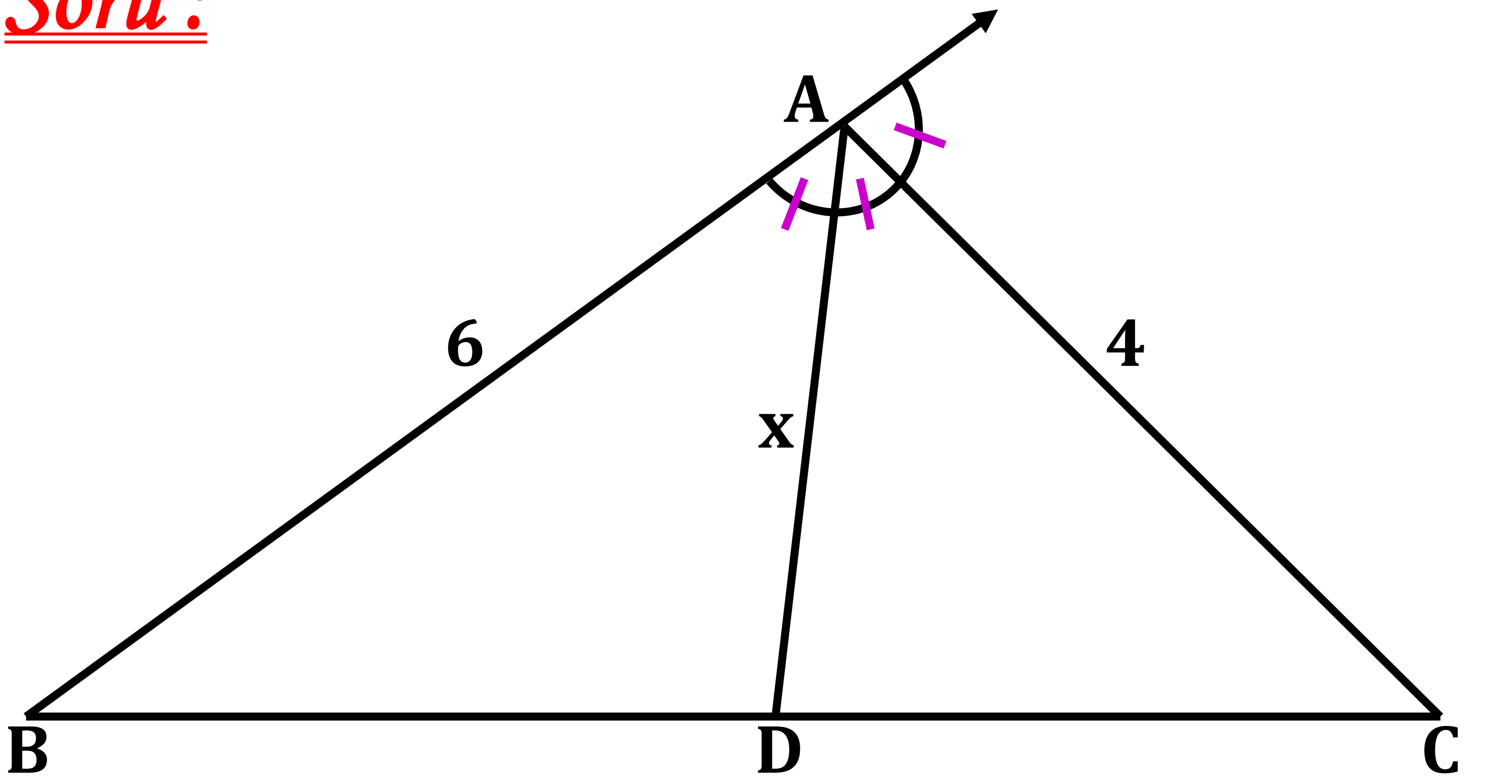
Soru :

$3 \cdot |BD| = 2 \cdot |DC|$ ise $x = ?$



Soru :

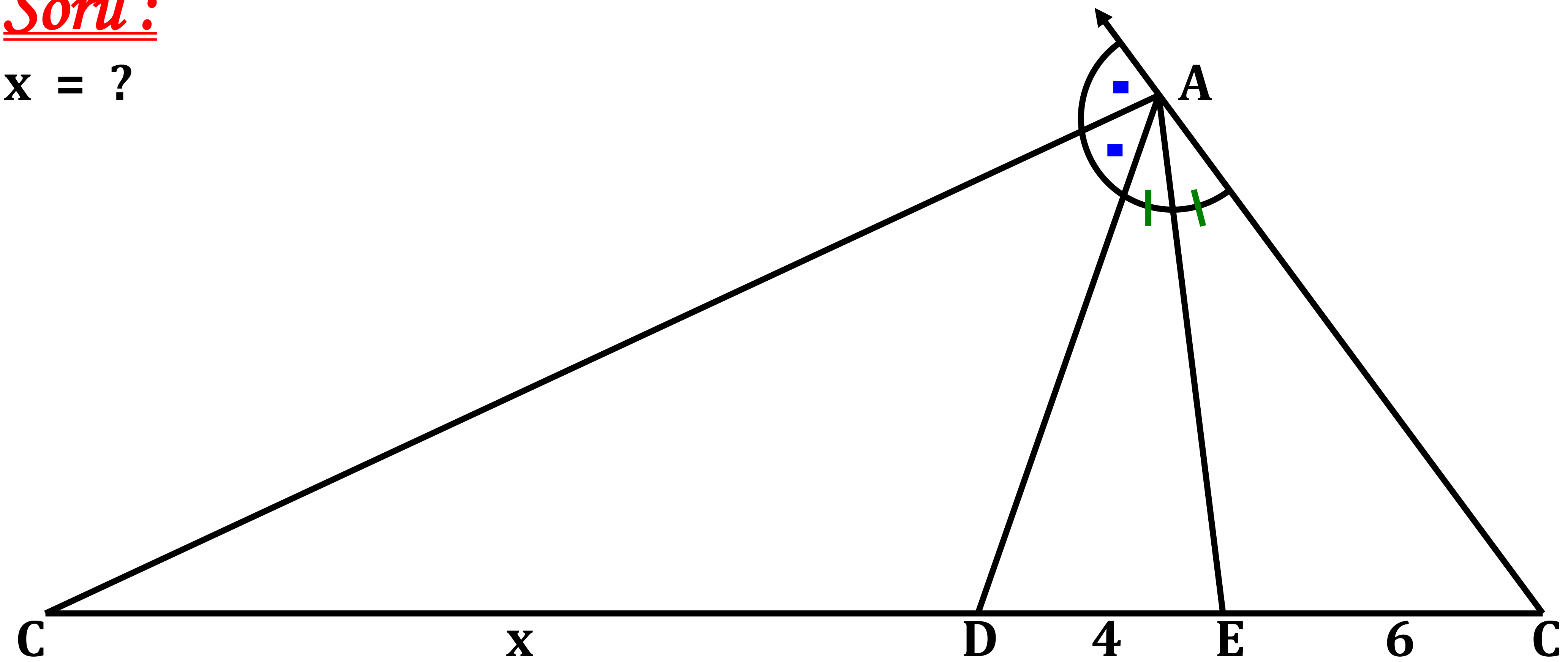
$x = ?$



(İlk önce iç açıortay kuralı, ardından da dış açıortay kuralı uygulanır. [AC] dış, [AD] iç açıortaydır.)

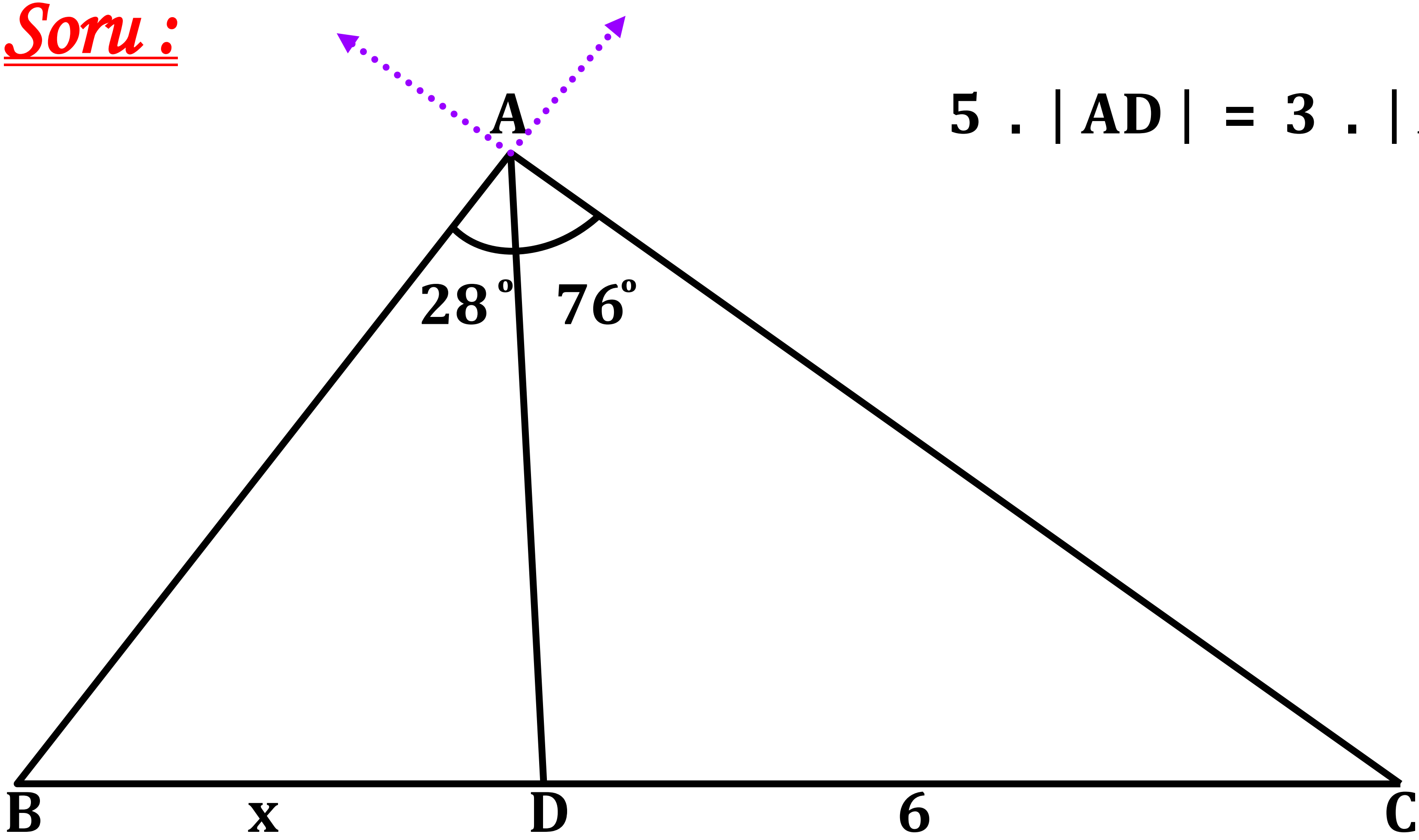
Soru :

x = ?



Soru :

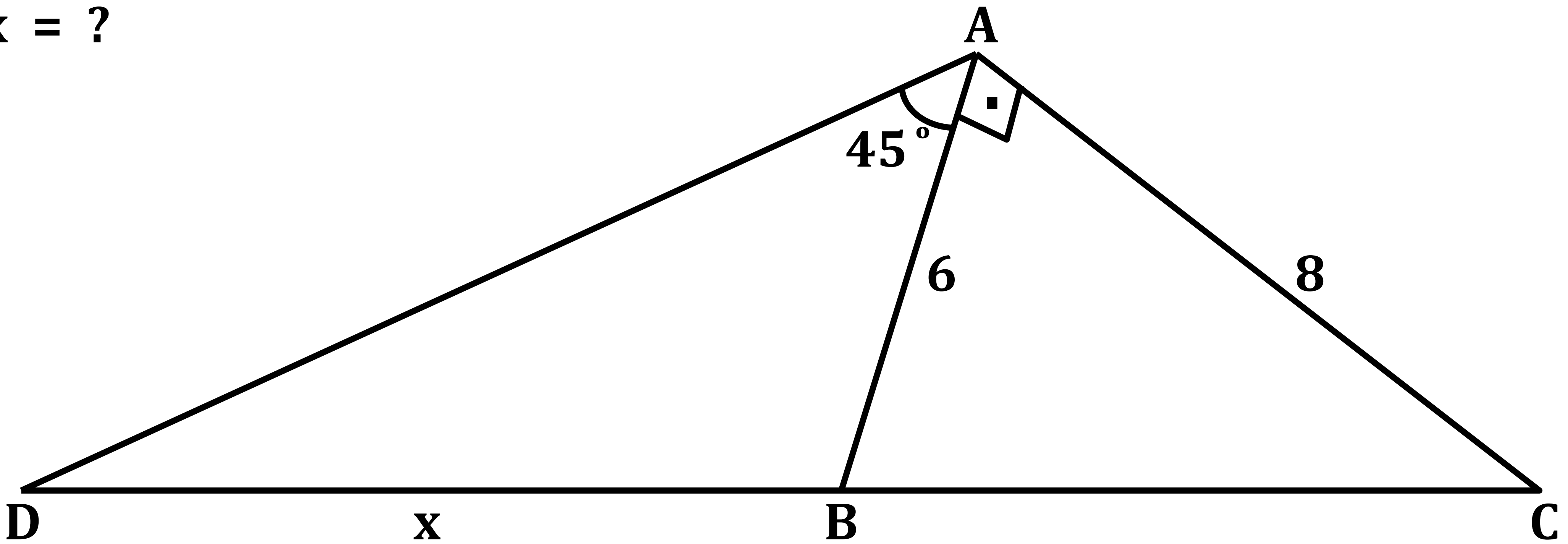
5 . |AD| = 3 . |AB| ise x = ?



(A köşesinden dışarıya doğru dış açıortay oluşturacak şekilde doğru tarafa uzantı çizilir.)

Soru :

x = ?



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 4. 3. Üçgenin Yardımcı Elemanları

Terimler ve Kavramlar : **Kenarortay , yükseklik , diklik merkezi , kenar orta dikme , ağırlık merkezi.**

Sembol ve Gösterimler : V_a , G , h_a

9. 4. 3. 2. Üçgenin kenarortaylarının özelliklerini elde eder.

A) **Kenarortayların kesiştiği nokta ile bu noktanın kenarortay üzerinde ayırdığı parçalar arasındaki ilişki üzerinde durulur.**

B) **Kenarortayların kesiştiği noktanın, üçgenin ağırlık merkezi olduğuna ve üçgenin ağırlık merkeziyle ilgili özelliklerine yer verilir.**

C) **Dik üçgende, hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüs uzunluğunun yarısı olduğu gösterilir.**

D) **Kenarortay uzunluğu formülle hesaplatılmaz.**

9. 4. 3. 3. Üçgenin kenar orta dikmelerinin bir noktada kesiştiğini gösterir.

Bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan her noktanın, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıkta olduğu ve bunun karşıtının da doğru olduğu gösterilir.

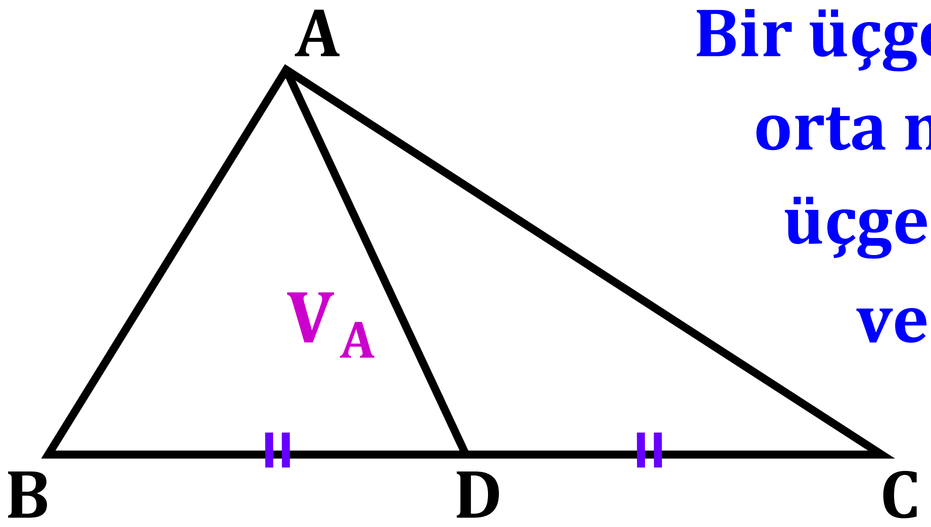
9. 4. 3. 4. Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler.

A) **Bir üçgenin yükseklikleri çizilerek kesişimleri üzerinde durulur. Farklı üçgen çeşitleri üzerinde örnekler yapılır.**

B) **İkizkenar üçgenin tabanında alınan bir noktadan kenarlara çizilen dikmelerin uzunlukları toplamı ile üçgenin eş olan kenarlarına ait yükseklik arasındaki ilişki bulunur.**

C) **Eşkenar üçgen içerisinde alınan bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları toplamı ile üçgenin yüksekliği arasındaki ilişki bulunur.**

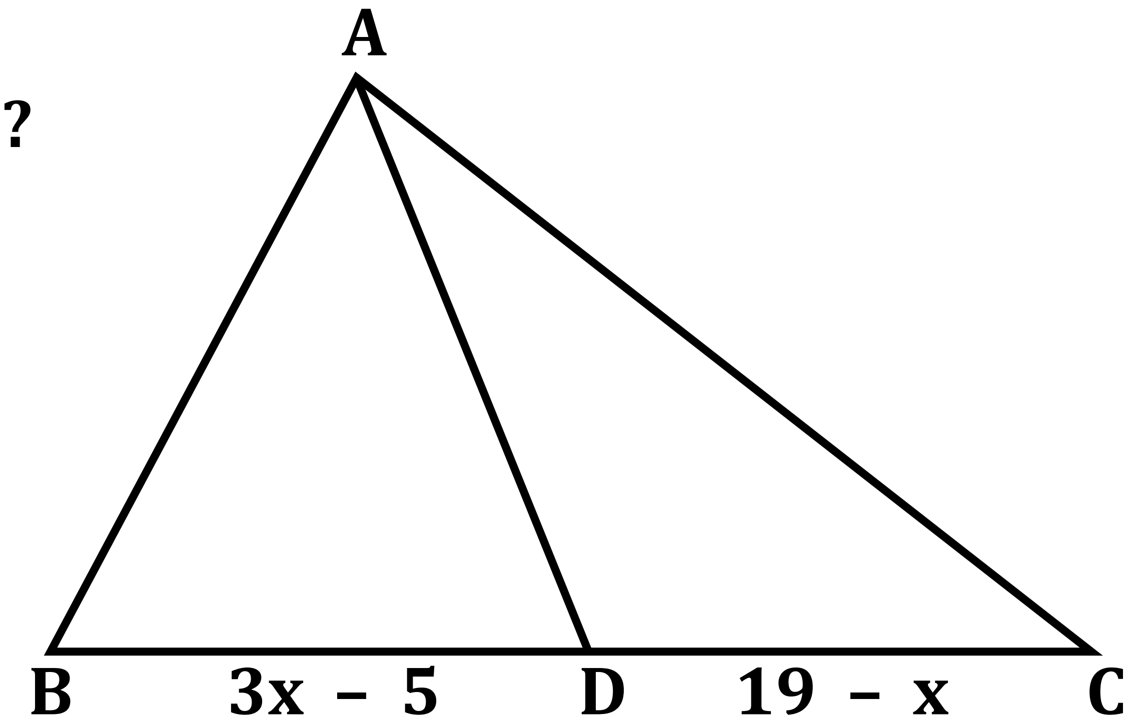
KENARORTAY



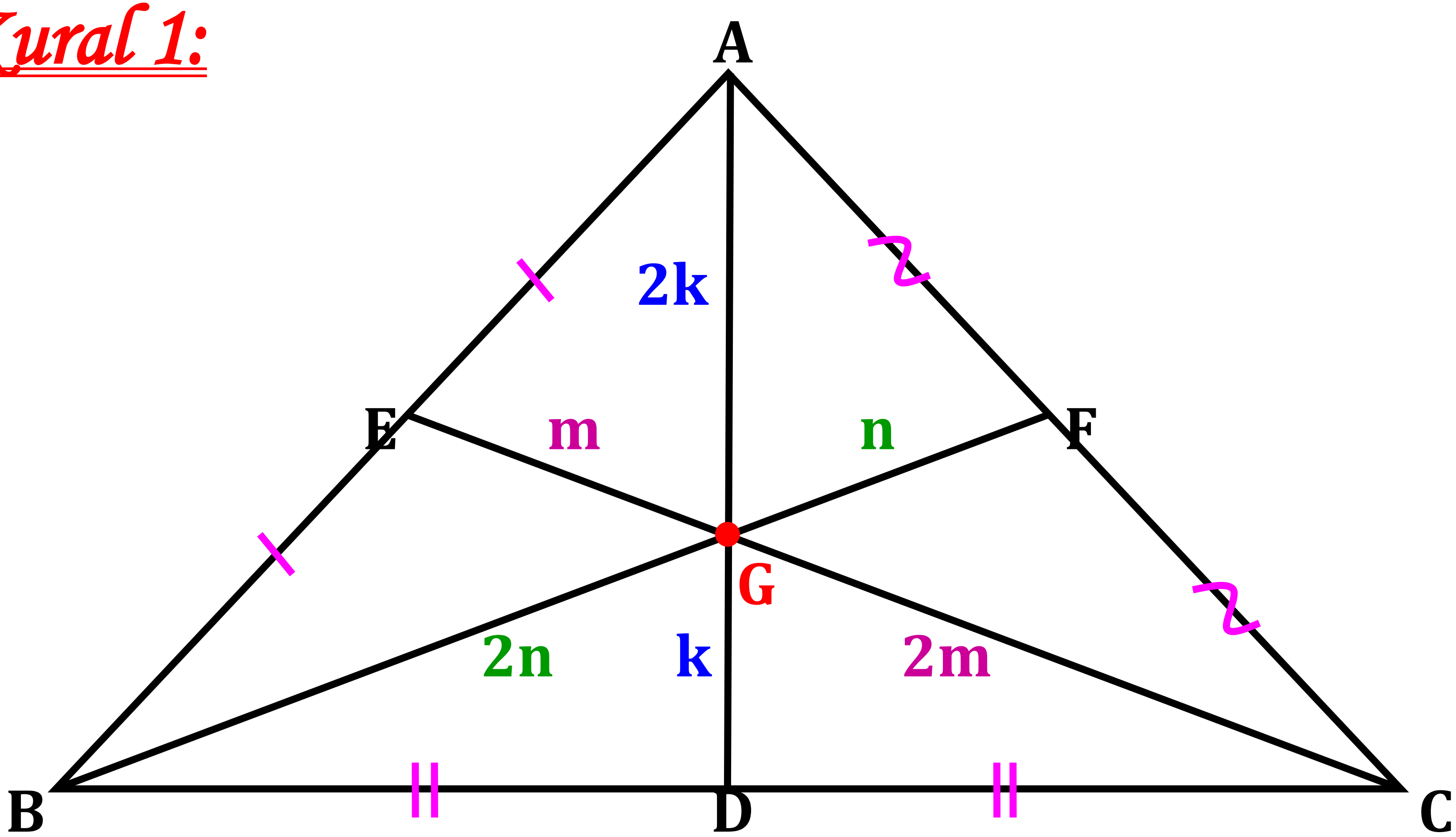
Bir üçgende; bir köşeyi karşısındaki kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçasına, üçgenin o kenarına ait " kenarortayı " adı verilir. A , B , C köşelerinden inen kenarortay uzunlukları çoğunlukla V_A , V_B , V_C simgeleri ile gösterilir.

Soru :

[AD] kenarortay ise | BC | = ?



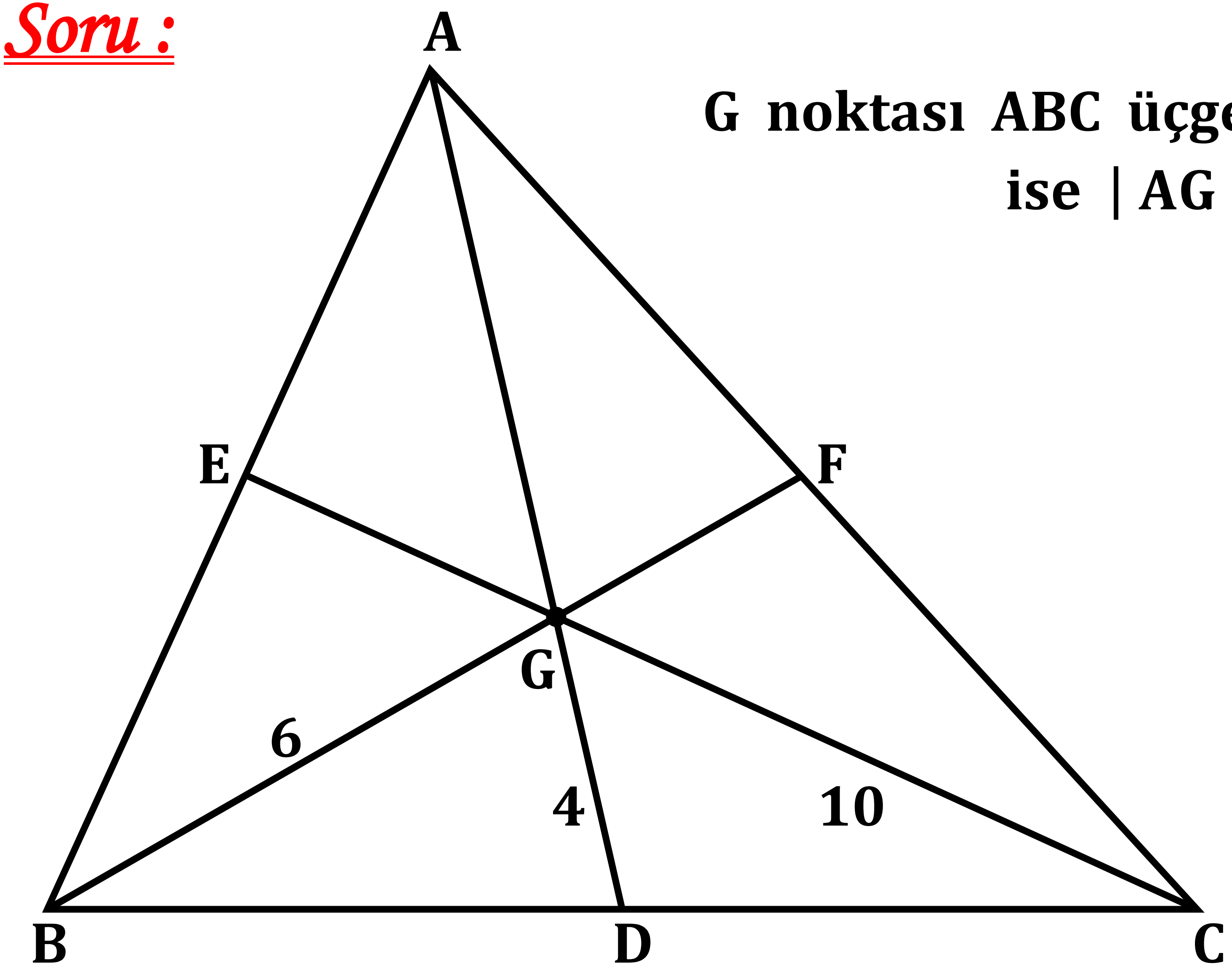
Kural 1:



Bir üçgenin kenarortayları bir noktada kesişir. Bu nokta çoğunlukla G harfi ile gösterilir ve " ağırlık merkezi " olarak adlandırılır.

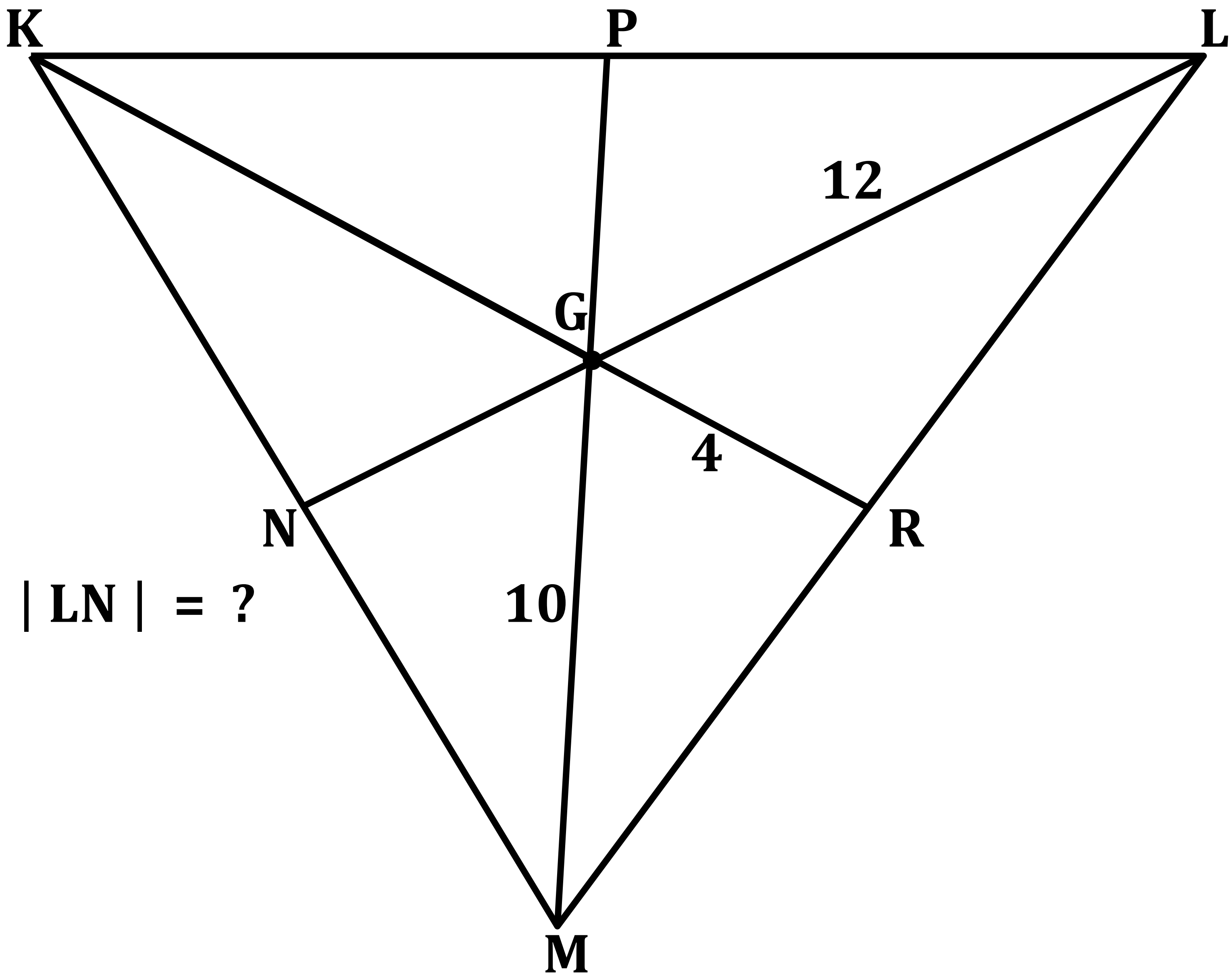
***** Ağırlık merkezinden köşe noktasına olan uzaklık, tabana olan uzaklığın 2 katıdır.**

Soru :



G noktası ABC üçgeninin __ağırlık merkezi__ ise $|AG| + |GE| + |GF| = ?$

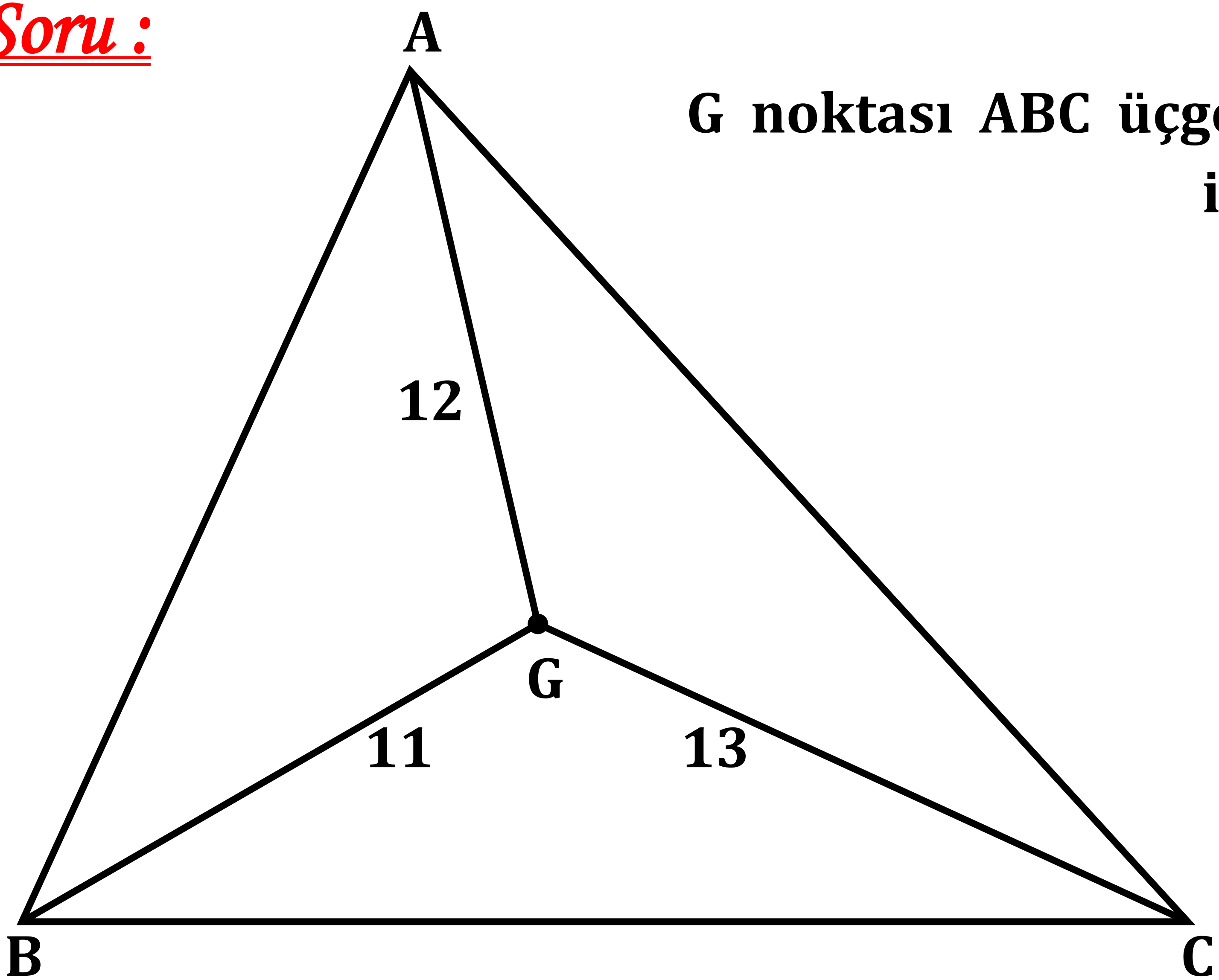
Soru :



G noktası KLM üçgeninin ağırlık merkezi ise

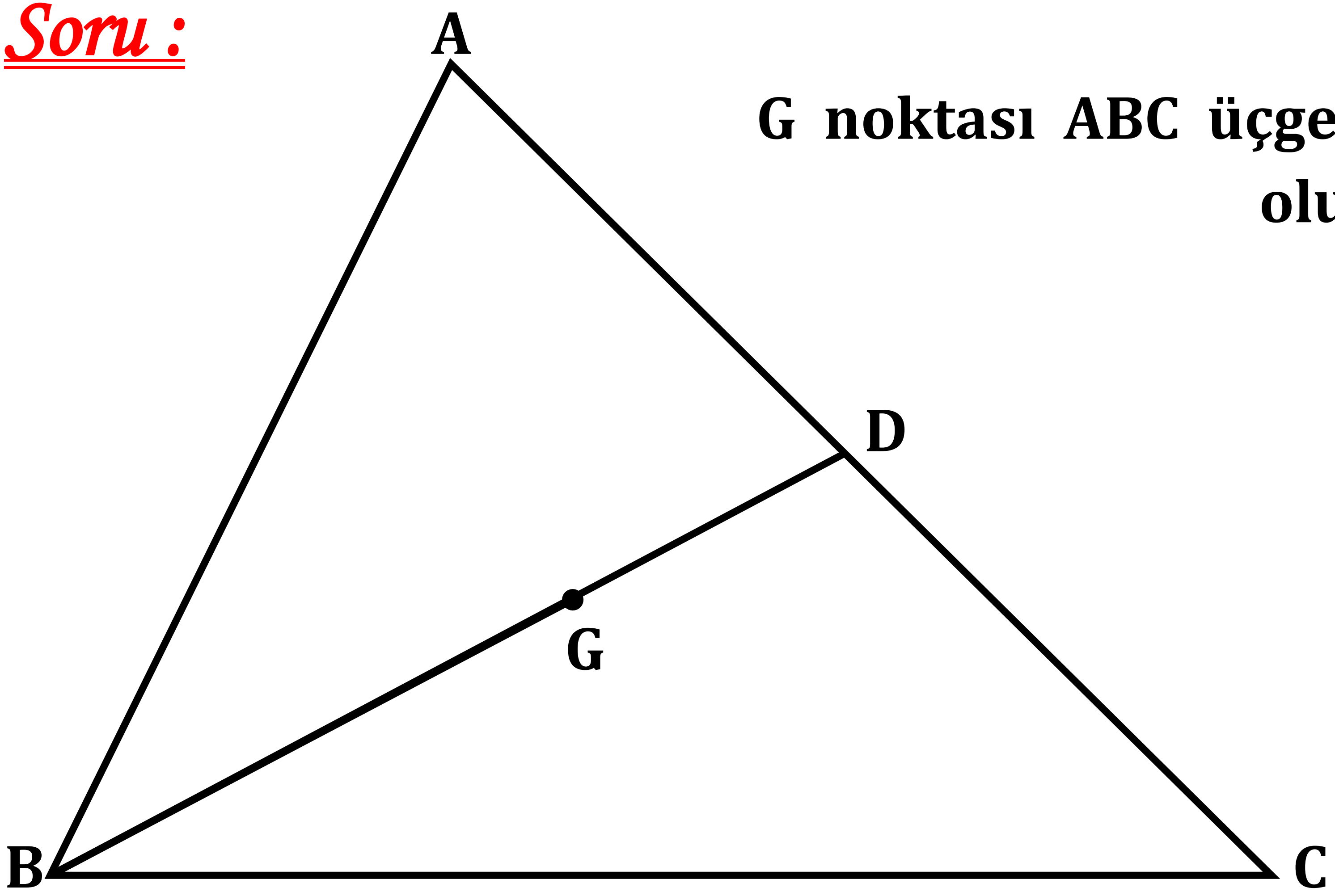
| KR | + | MP | + | LN | = ?

Soru :



G noktası ABC üçgeninin <u>ağırlık merkezi</u> ise $V_A + V_B + V_C = ?$

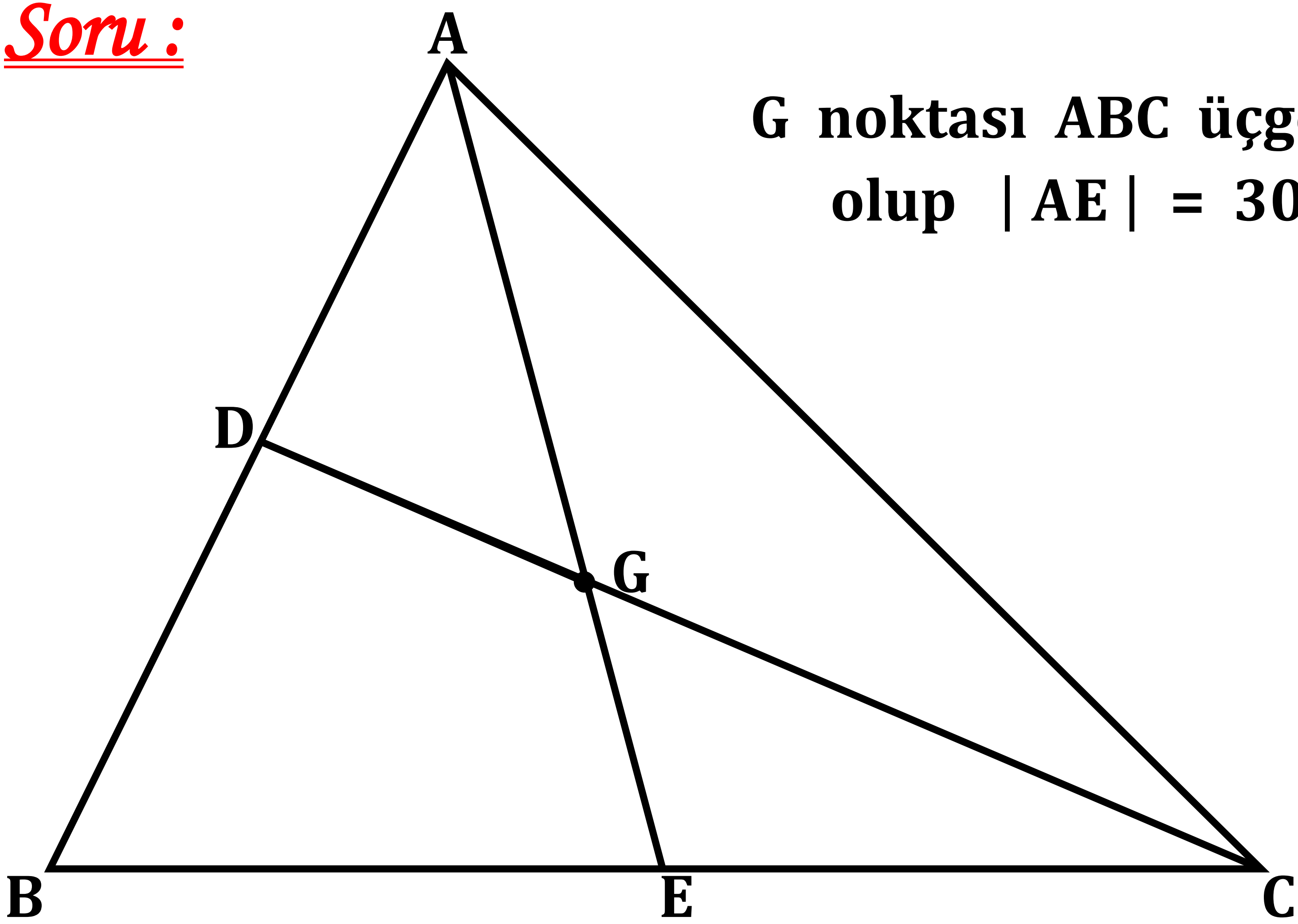
Soru :



G noktası ABC üçgeninin <u>ağırlık merkezi</u> olup $|BD| = 45$ br ise

$3 . |GD| + |BG| = ?$

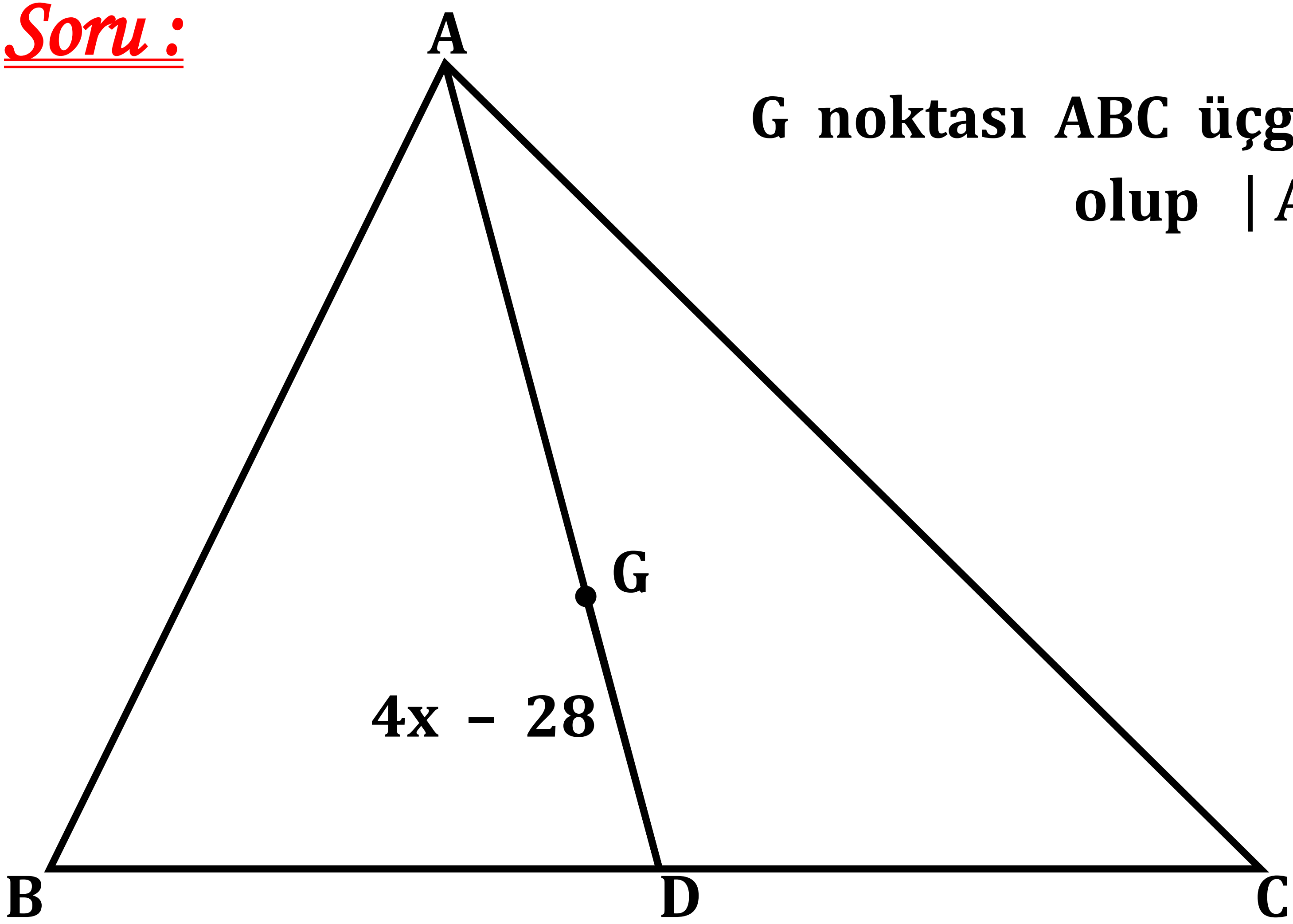
Soru :



G noktası ABC üçgeninin <u>ağırlık merkezi</u> olup |AE| = 30 ve |CD| = 36 br ise

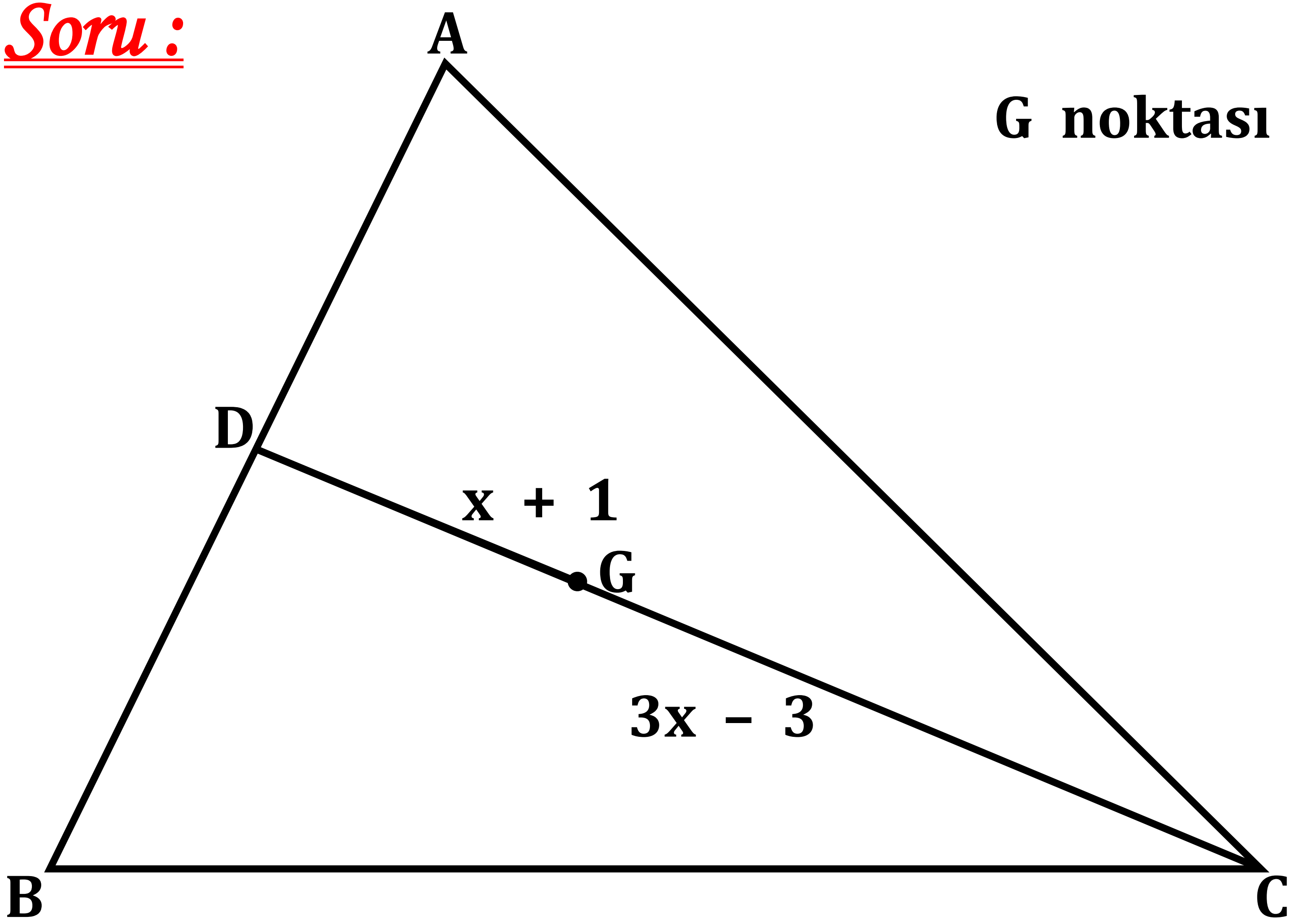
|CG| + |GE| = ?

Soru :



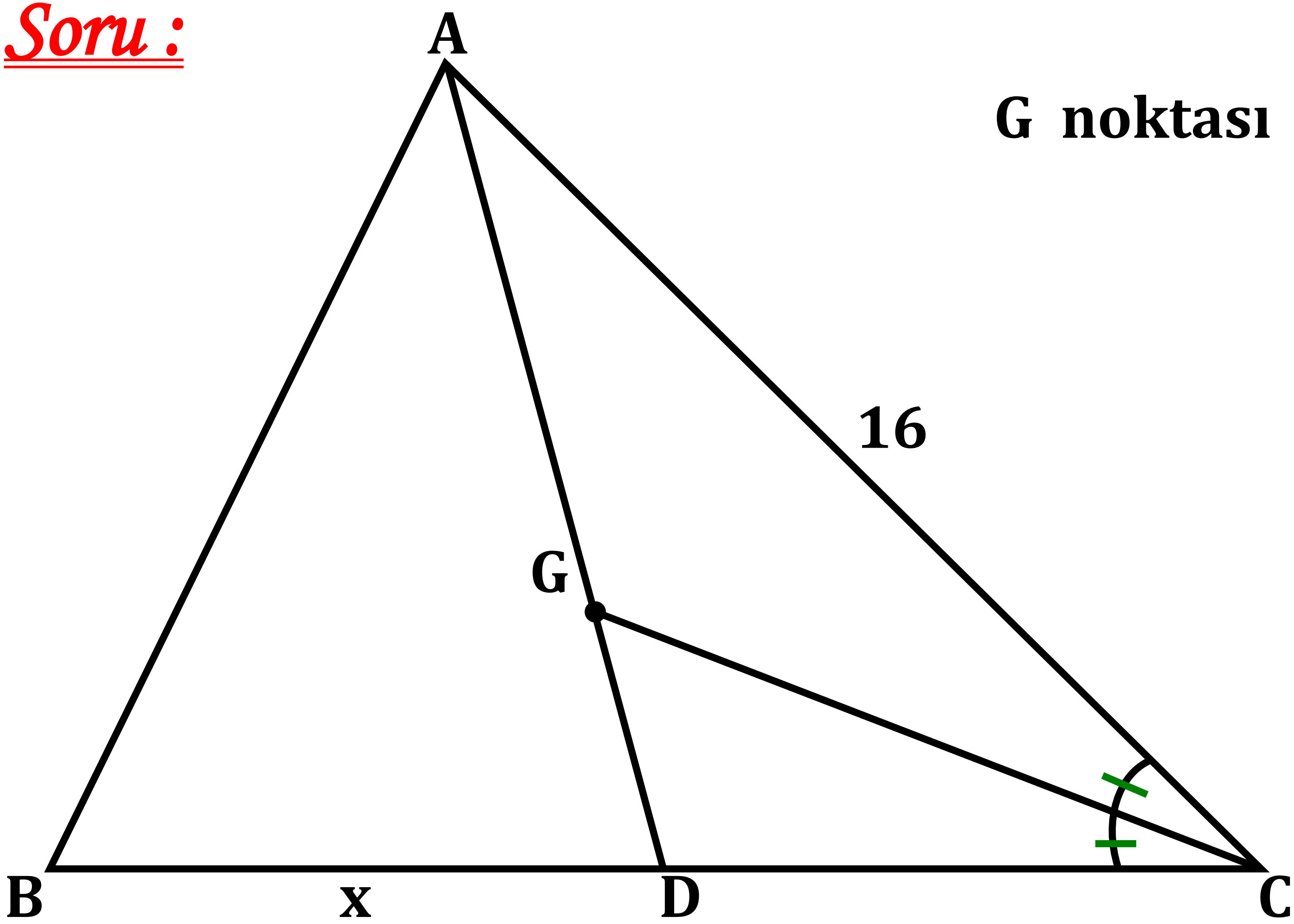
G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olup $|AD| = 24$ br ise $x = ?$

Soru :



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi ise |CD| = ?

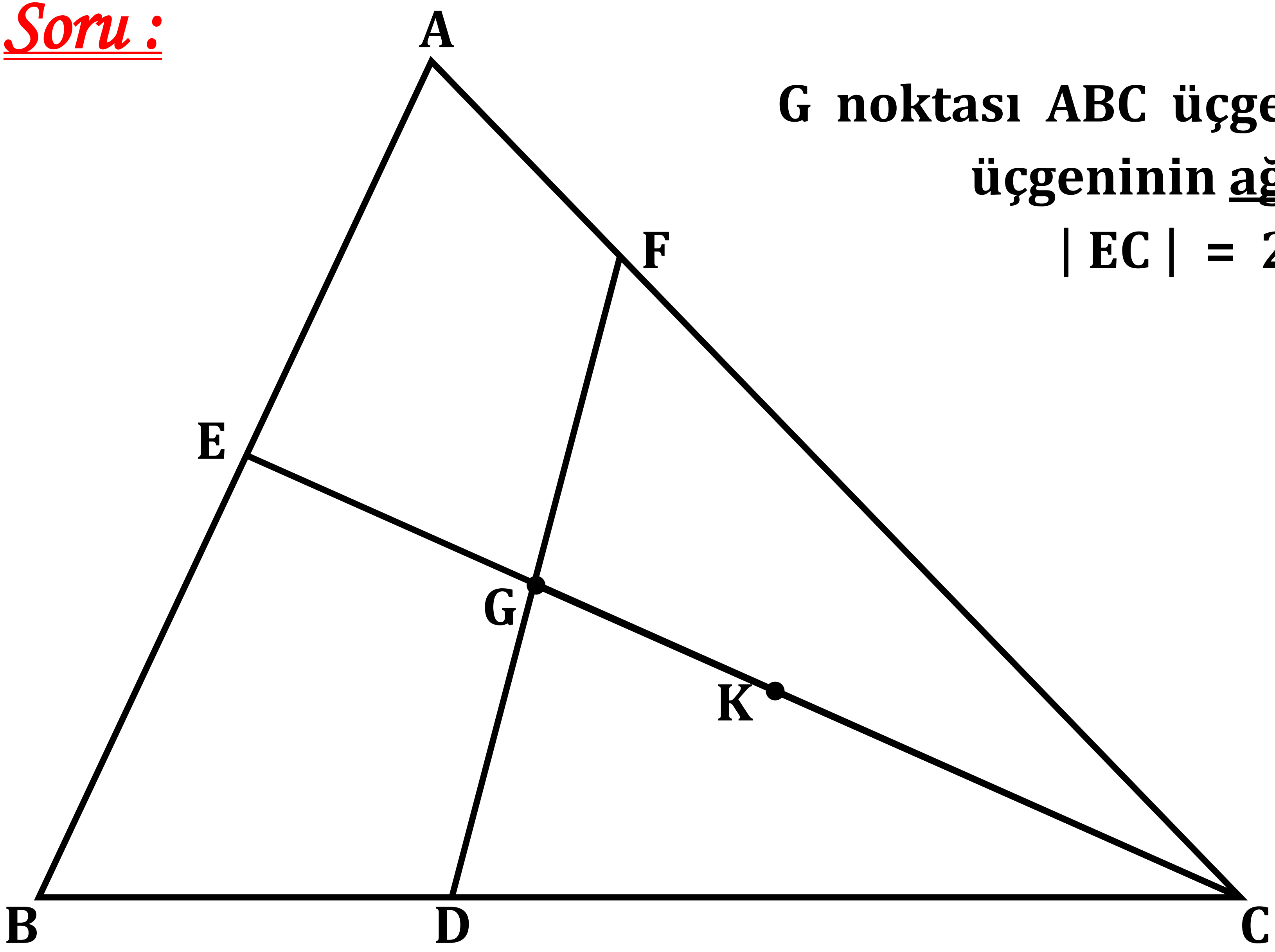
Soru :



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi ise x = ?

(Açıortay kuralından da faydalanılır.)

Soru :



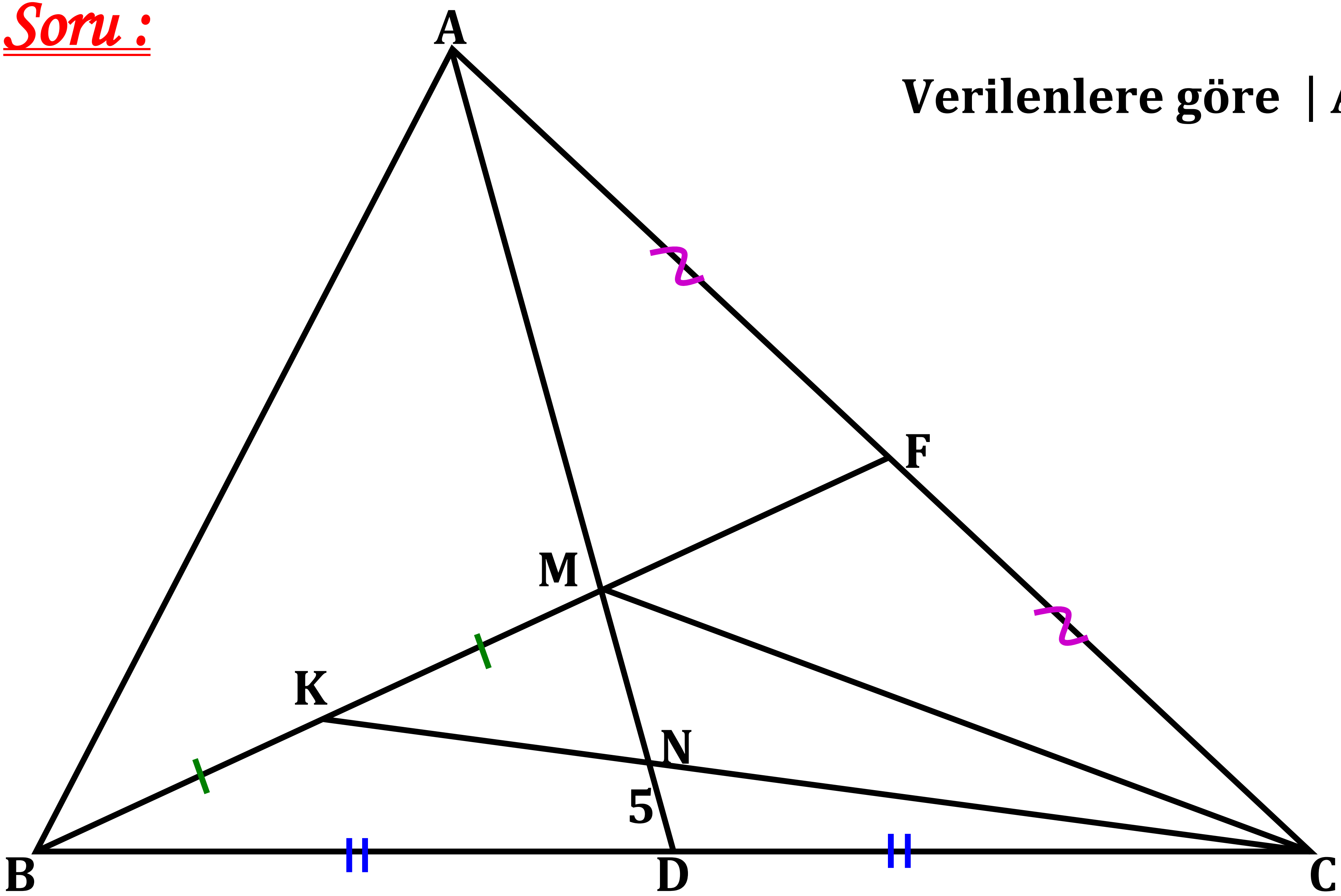
G noktası ABC üçgeninin, K ise FDC üçgeninin ağırlık merkezidir.

$|EC| = 27$ ise $|KC| = ?$

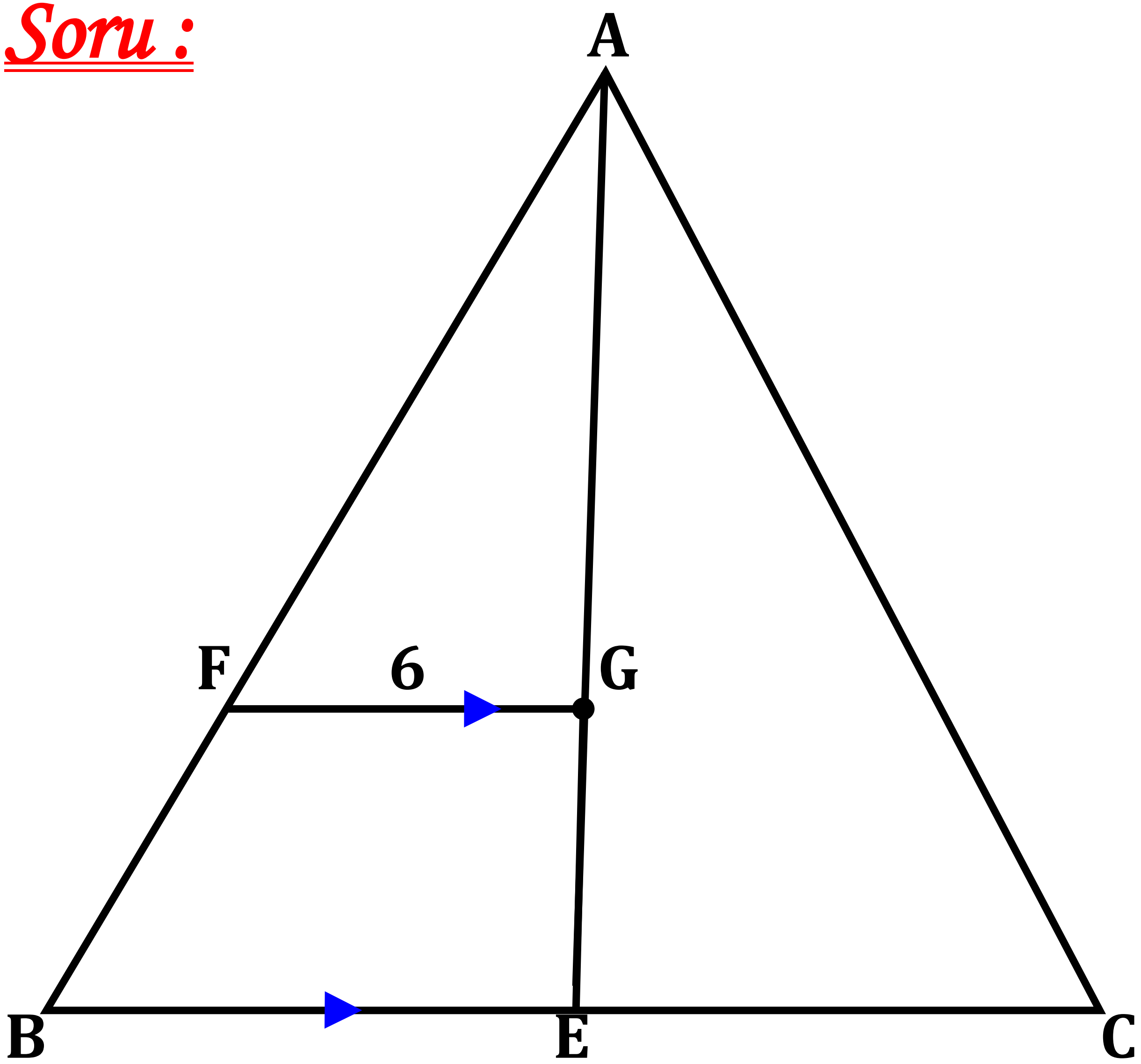
(Önce büyük, sonra da küçük üçgenden istenen sonuca ulaşılır.)

Soru :

Verilenlere göre $|AD| = ?$



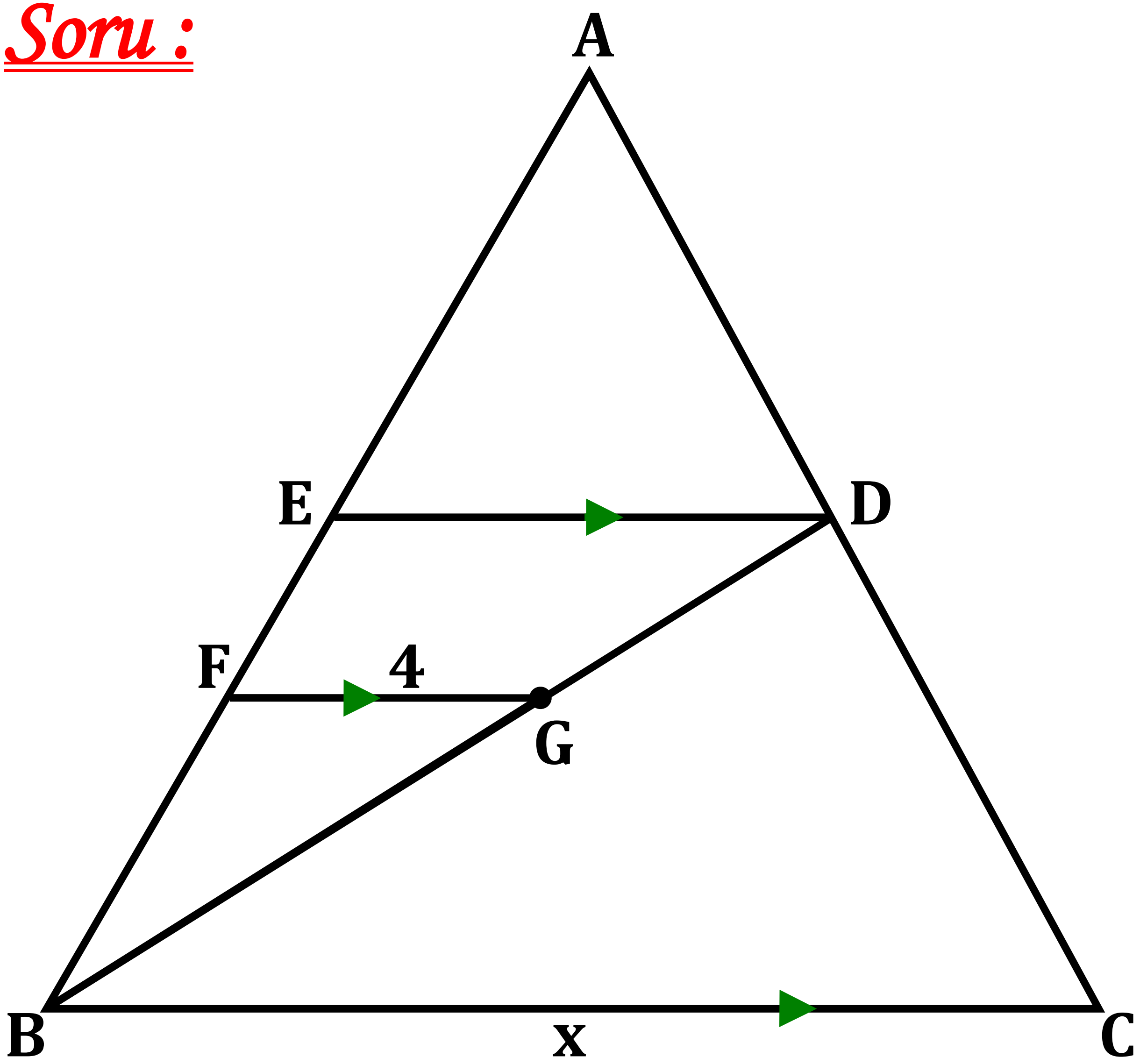
Soru :



G noktası ABC üçgeninin <u>ağırlık merkezi</u> ise | BC | = ?

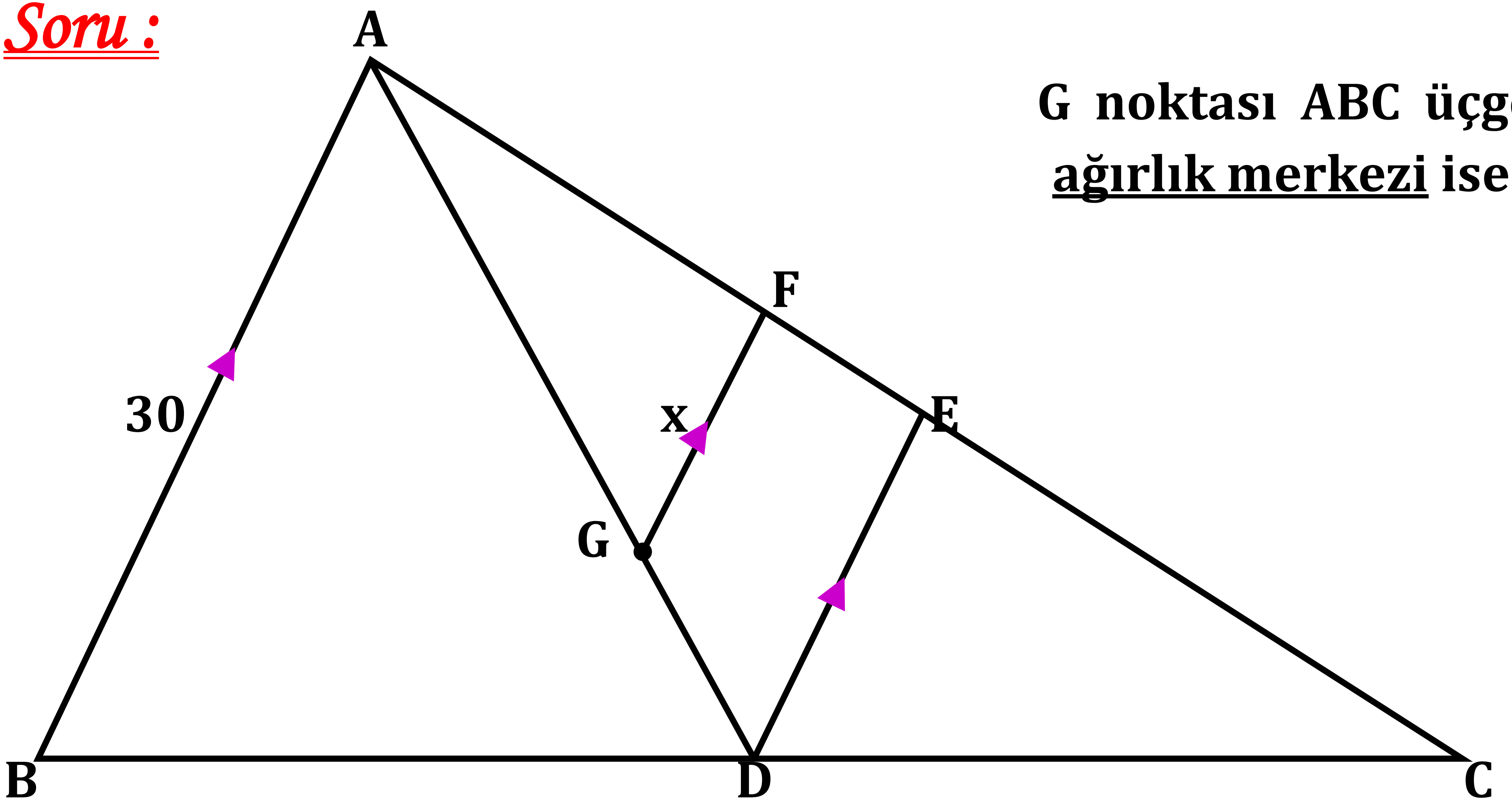
(Benzerlik orantı yöntemiyle | BE | ve ardından istenen bulunur.)

Soru :



G noktası ABC üçgeninin **<u>ağırlık merkezi</u> ise x = ?**

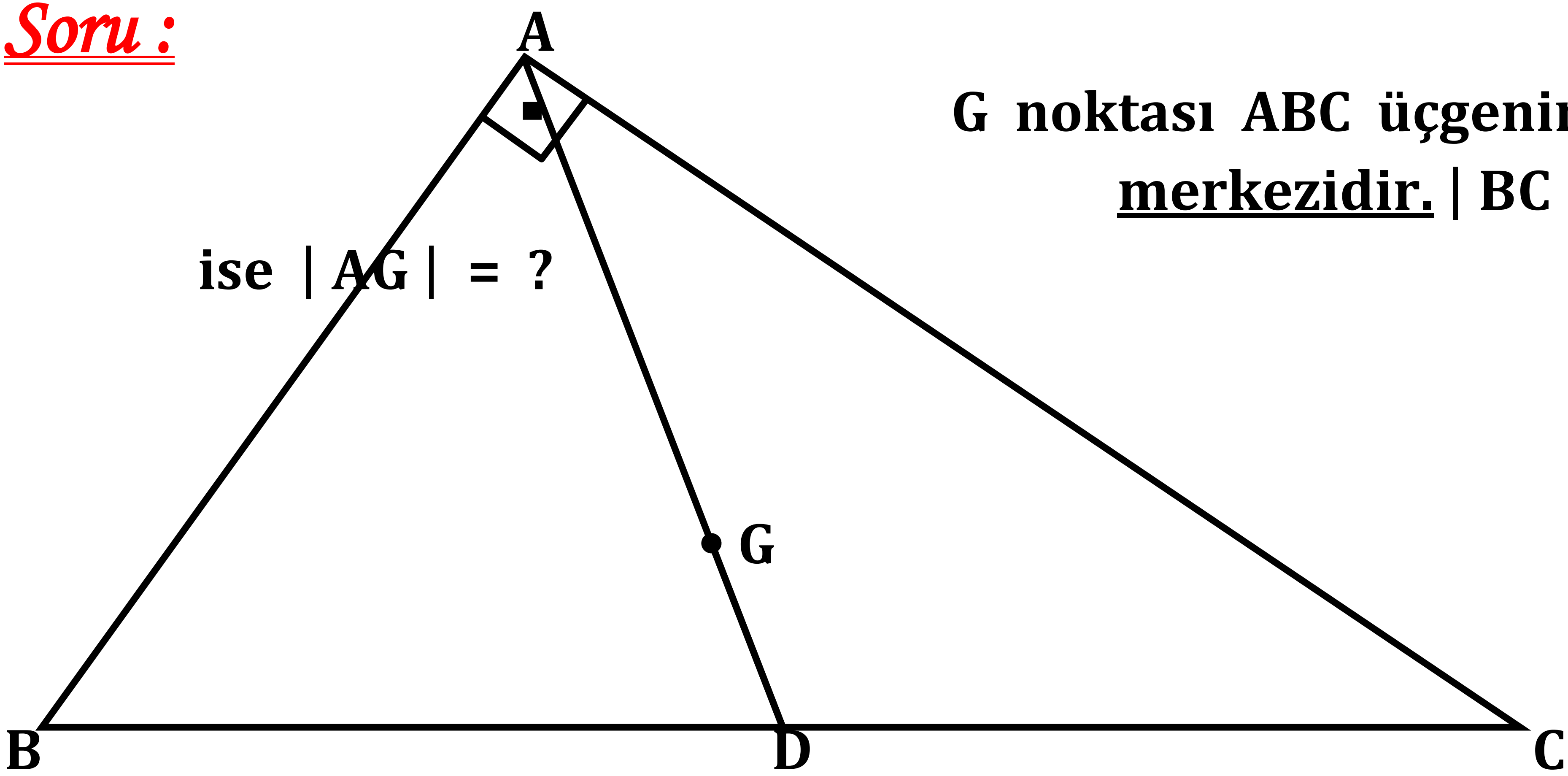
Soru :



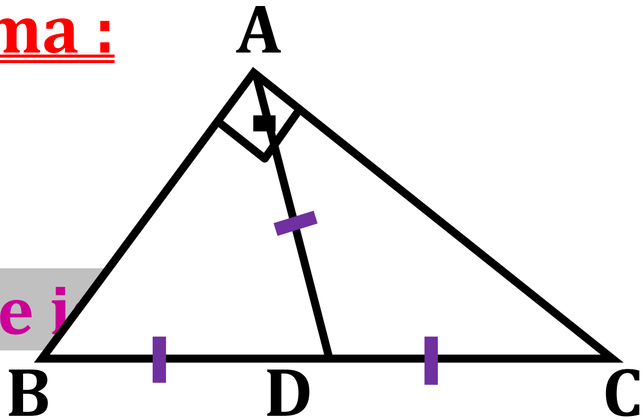
G noktası ABC üçgeninin <u>ağırlık merkezi</u> ise x = ?

Soru :

G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. |BC| = 60 br ise |AG| = ?



Hatırlatma :

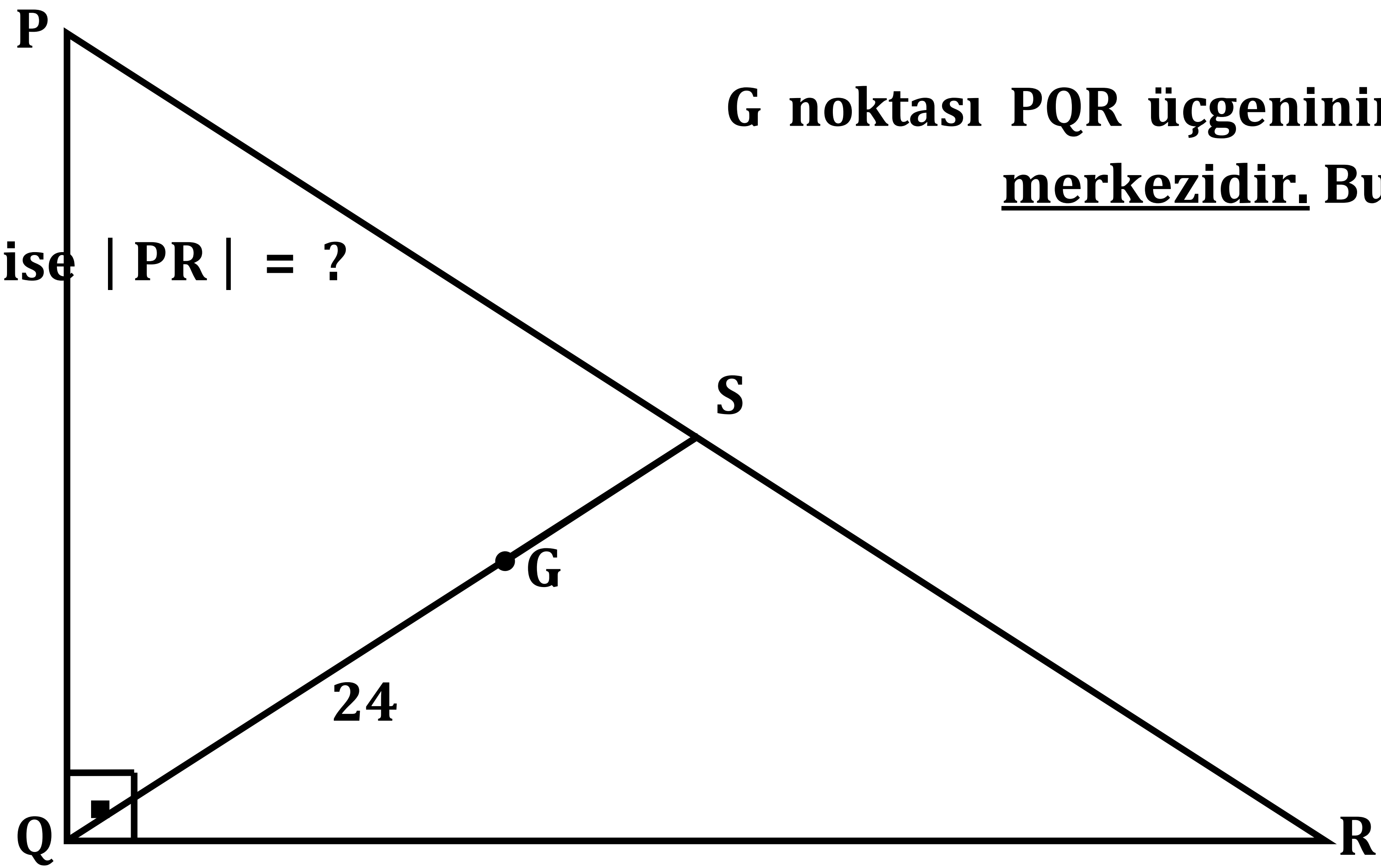


Muhteşem üçlüyü daha

önce i

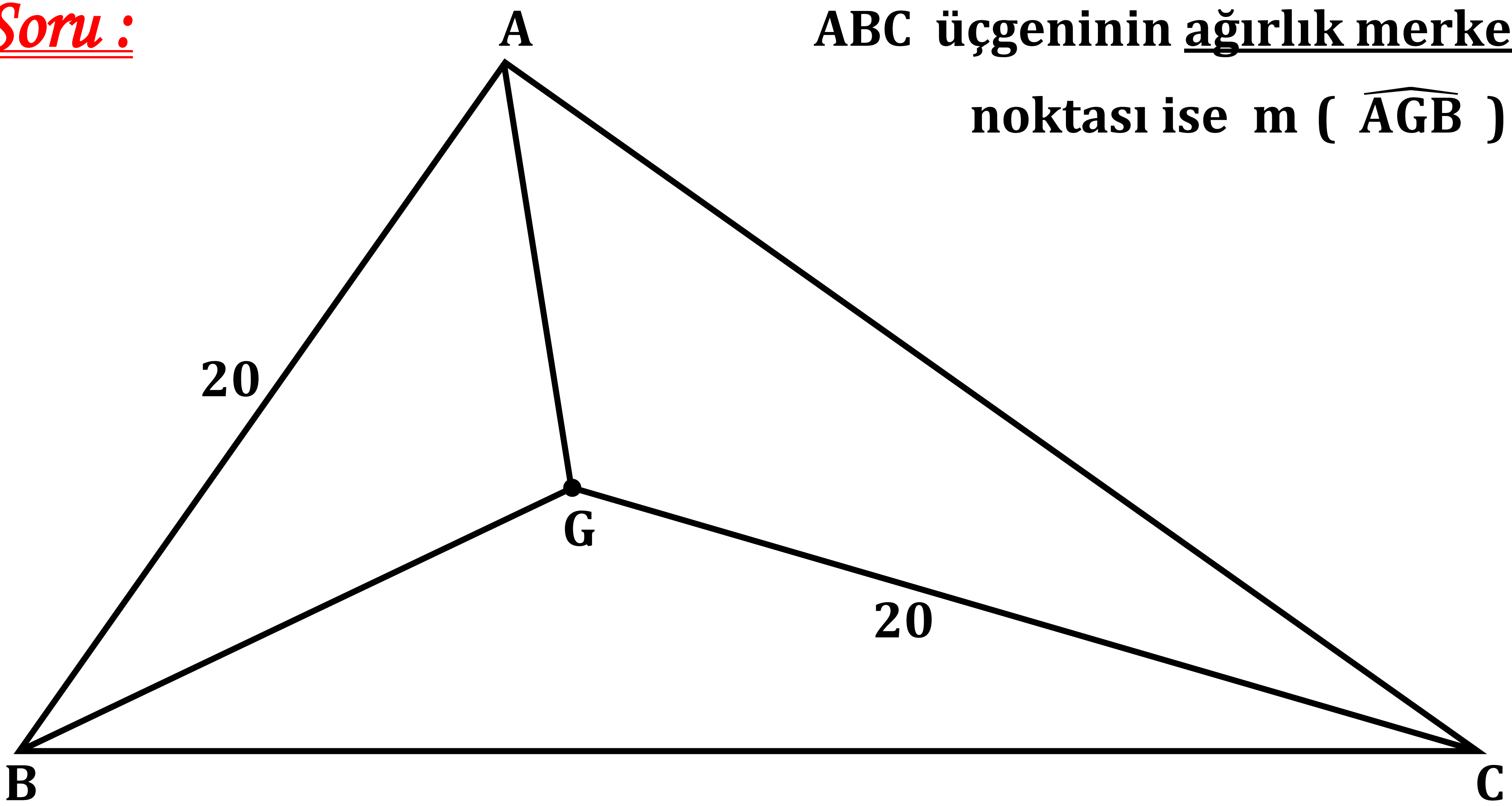
Soru :

G noktası PQR üçgeninin <u>ağırlık merkezidir.</u> Buna göre ise |PR| = ?

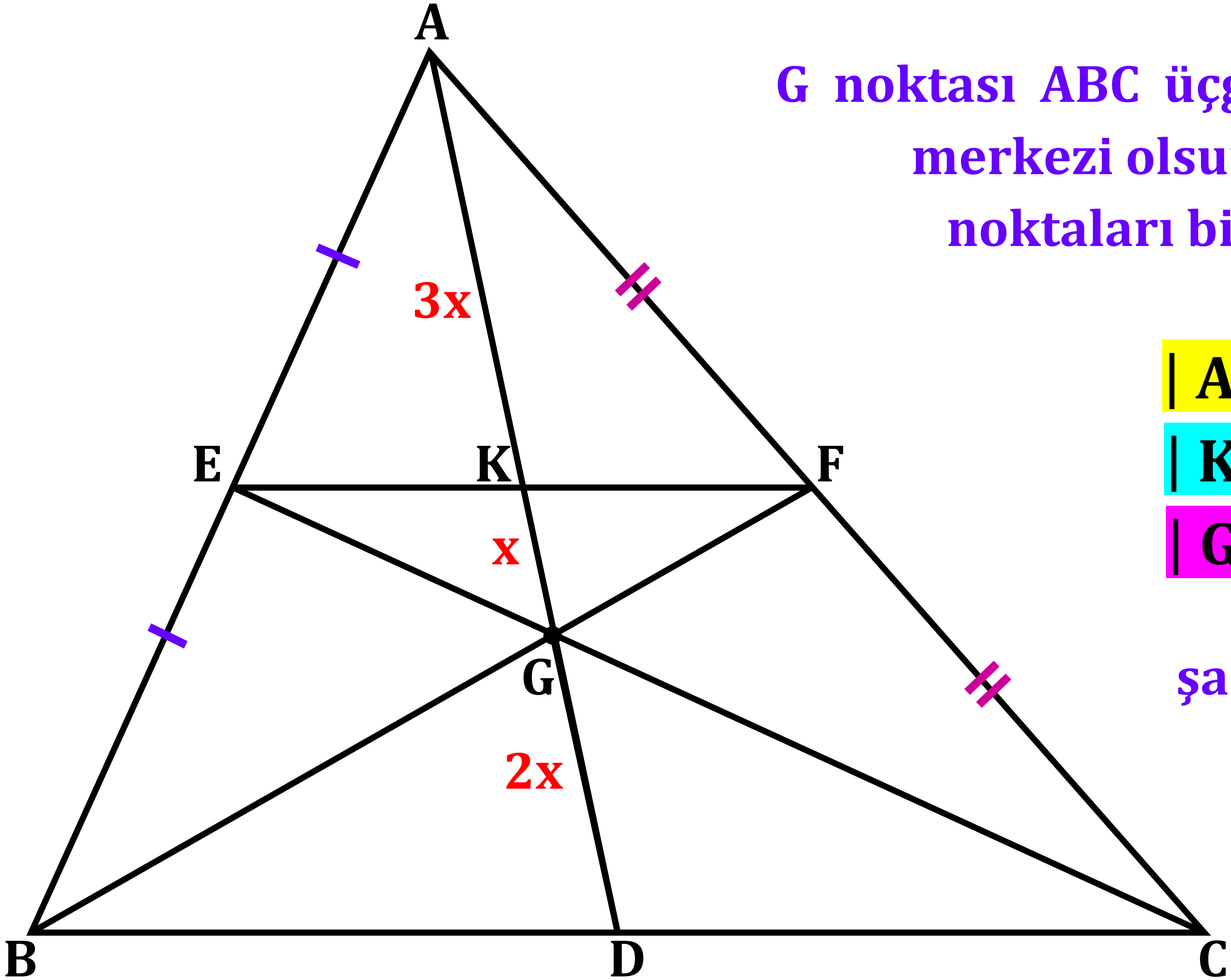


Soru :

ABC üçgeninin **ağırlık merkezi** G noktası ise $m(\widehat{AGB}) = ?$



Kural 2 : (312 Kuralı)



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olsun. E ile F orta noktaları birleştirilirse ;

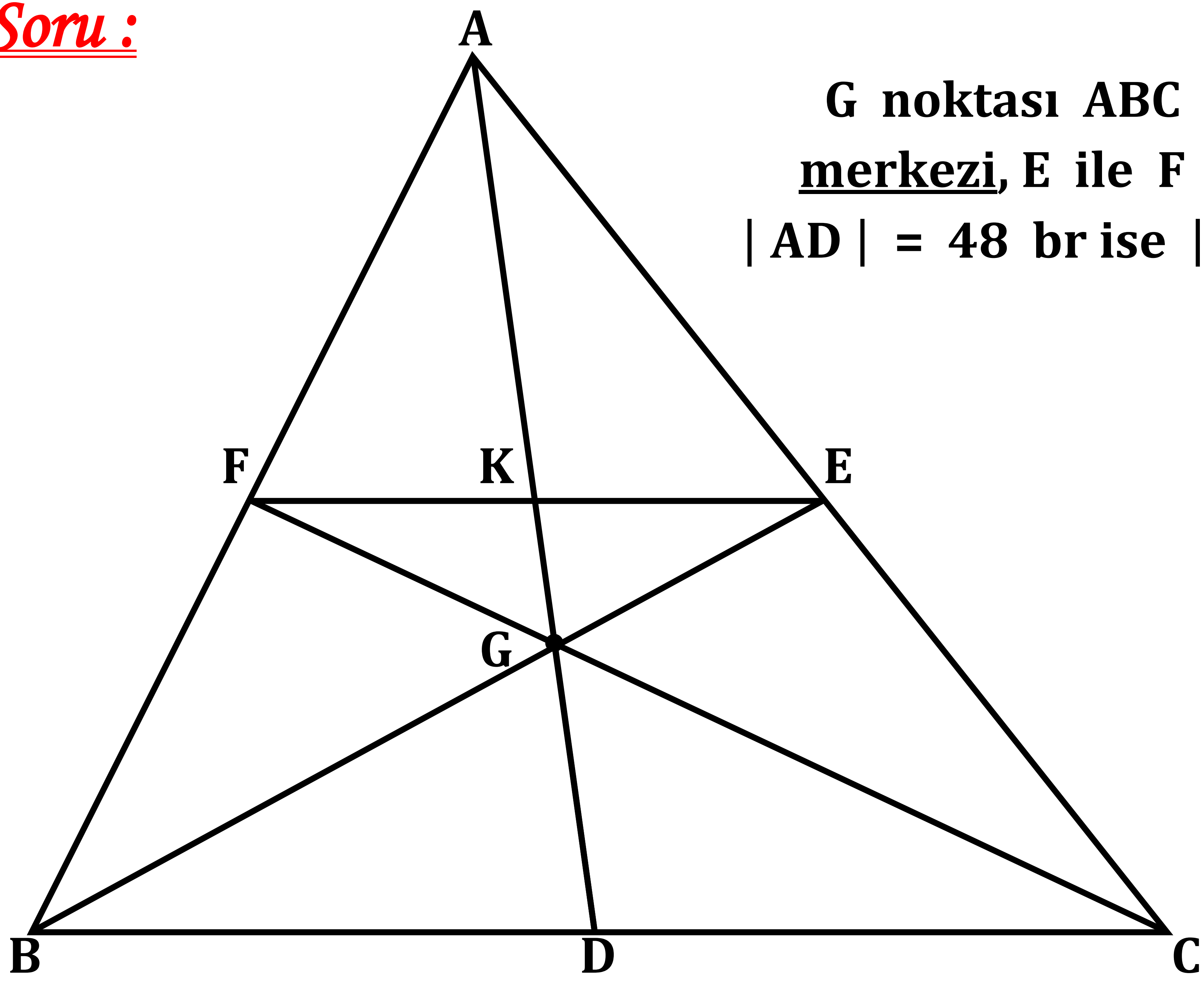
$|AK| = 3x$

$|KG| = x$ (1x)

$|GD| = 2x$

şartları sağlanır.

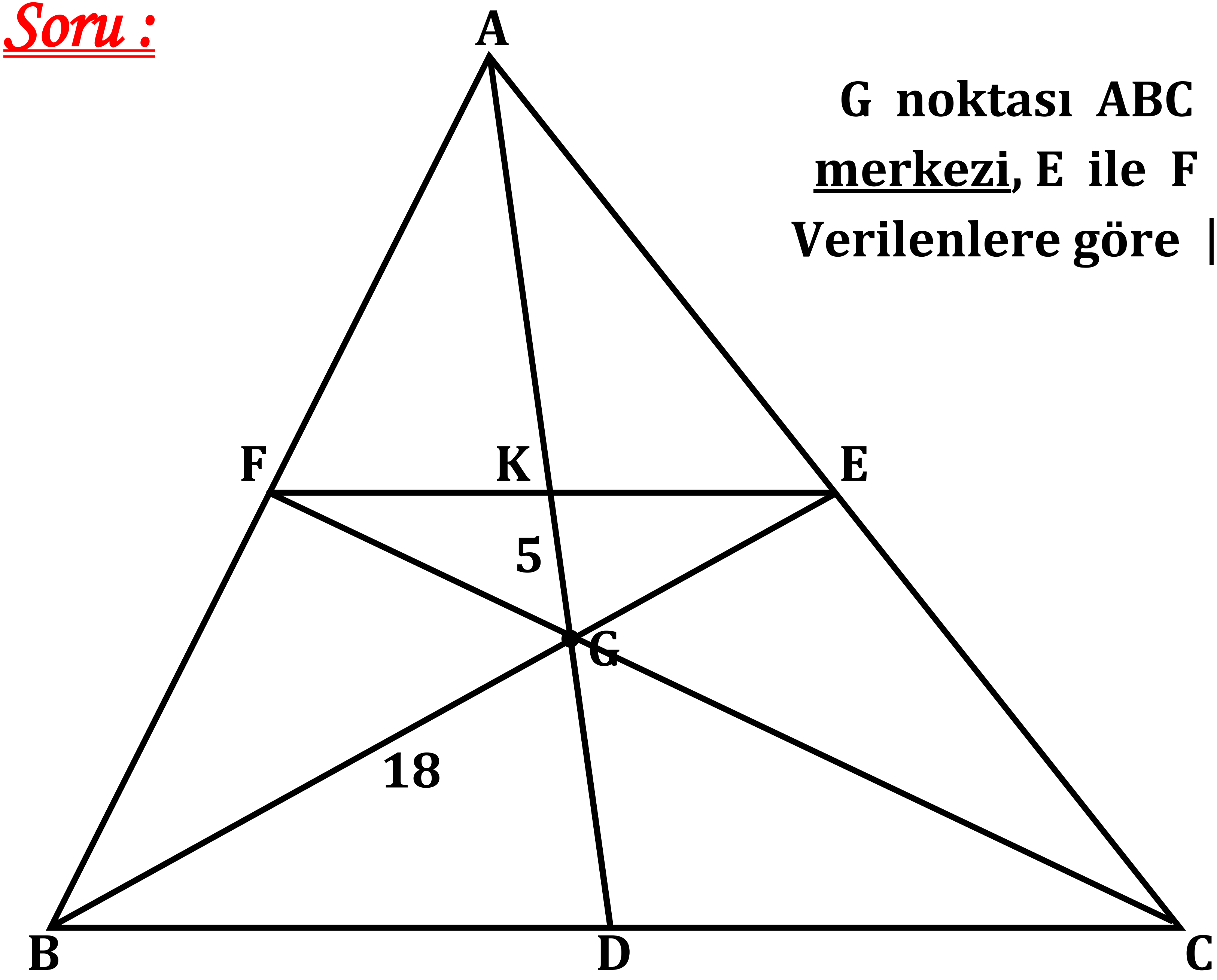
Soru :



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi, E ile F orta noktalardır.

$|AD| = 48$ br ise $|AG| + |KD| = ?$

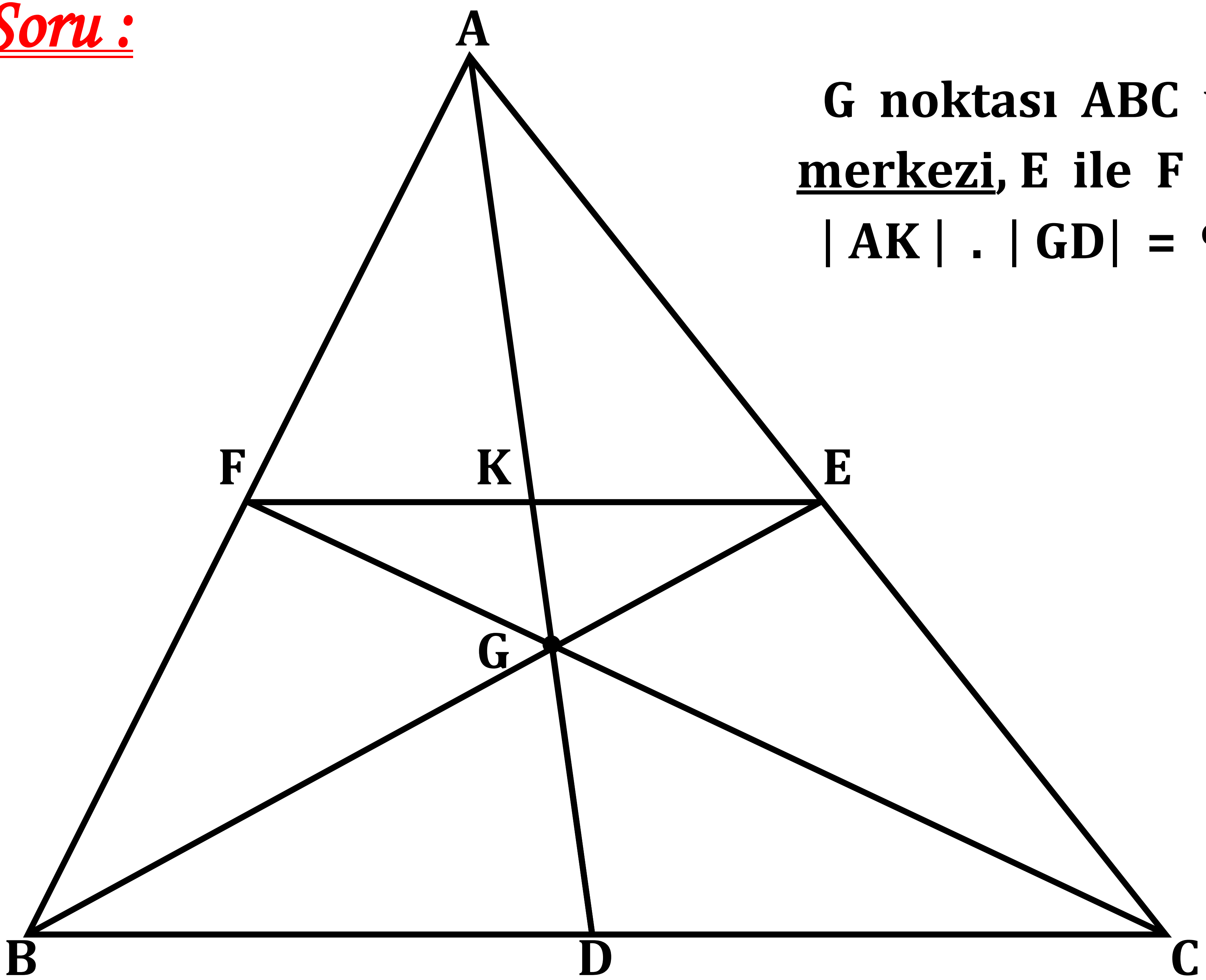
Soru :



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi, E ile F orta noktalardır.

Verilenlere göre |AD| + |GE| = ?

Soru :

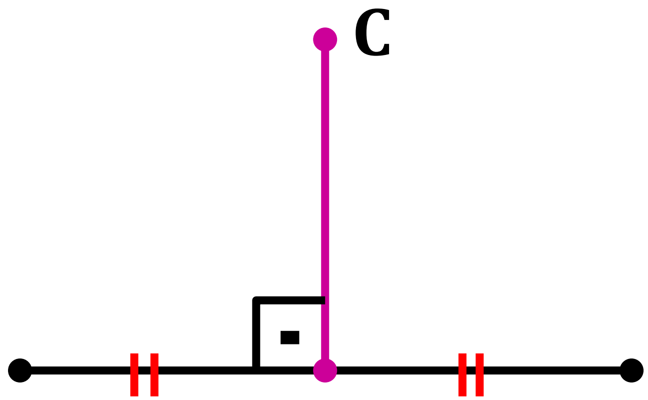


G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi, E ile F orta noktalardır.

$|AK| \cdot |GD| = 96$ ise $|AG| = ?$

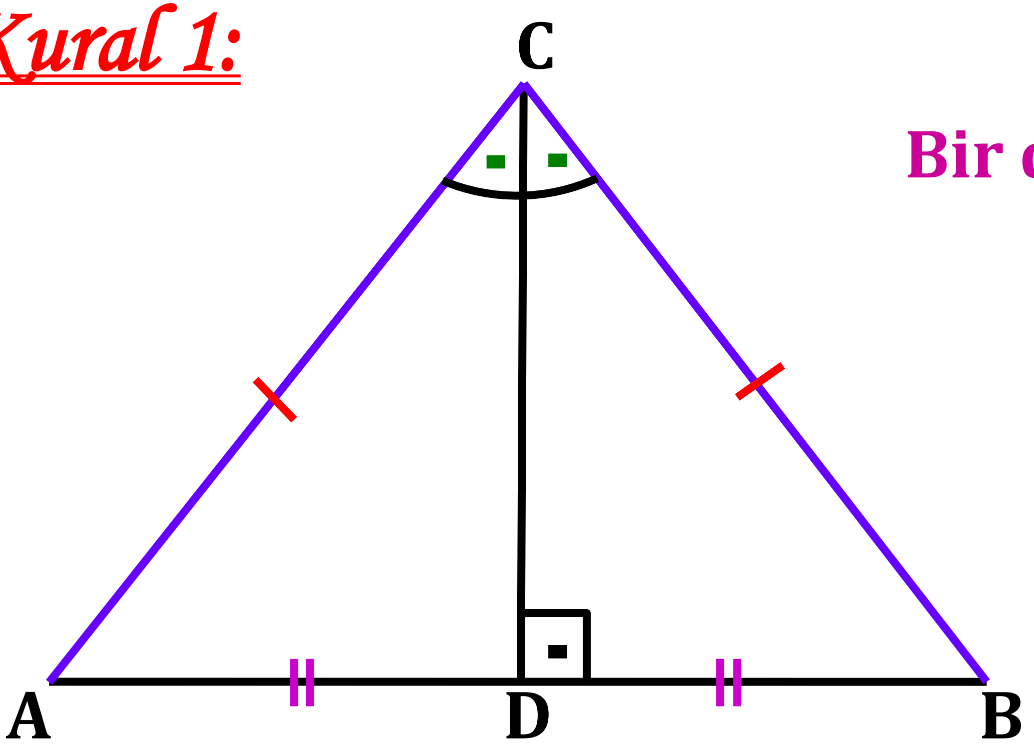
Orta Dikme

Bir doğru parçasına orta noktasından dik olan doğruya “ orta dikme ” adı verilir. Yandaki şekilde [CD] doğru parçası [AB] ’nin orta dikmesidir.



A D B

Kural 1:

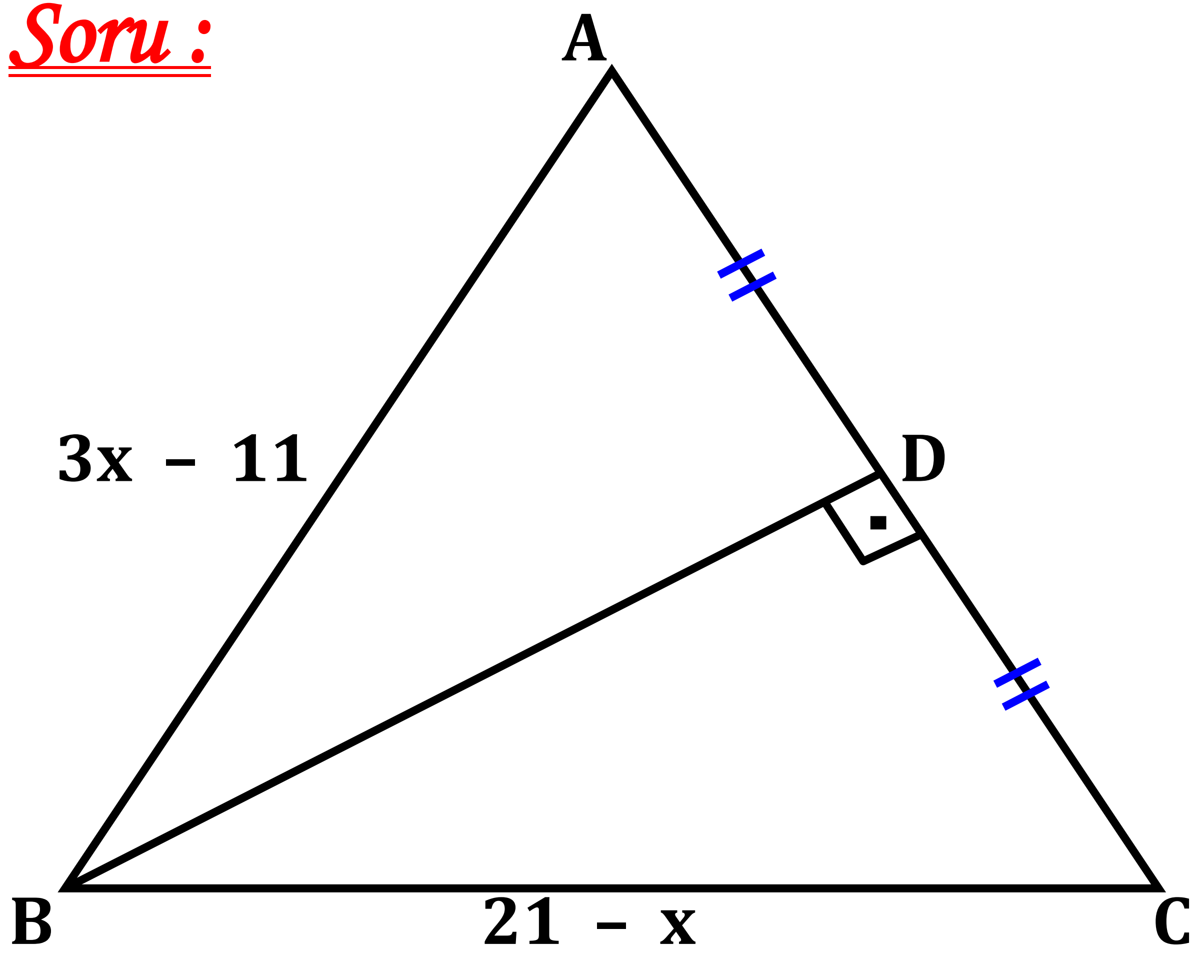


Bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan herhangi bir nokta, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır.

Şekle göre | AC | = | CB | olmalıdır.

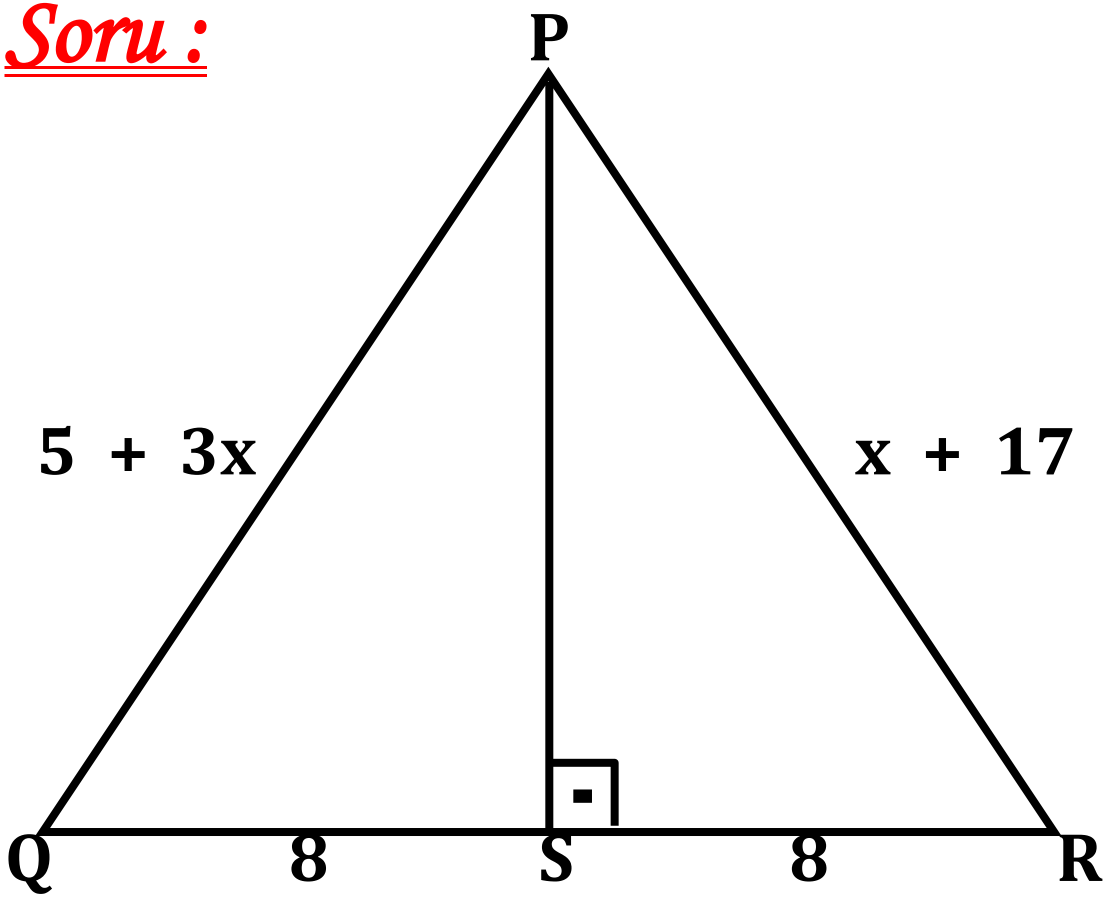
Şekle göre verilen sorularda eksik kısım varsa tamamlanır.

Soru :



Verilenlere göre |AB| = ?

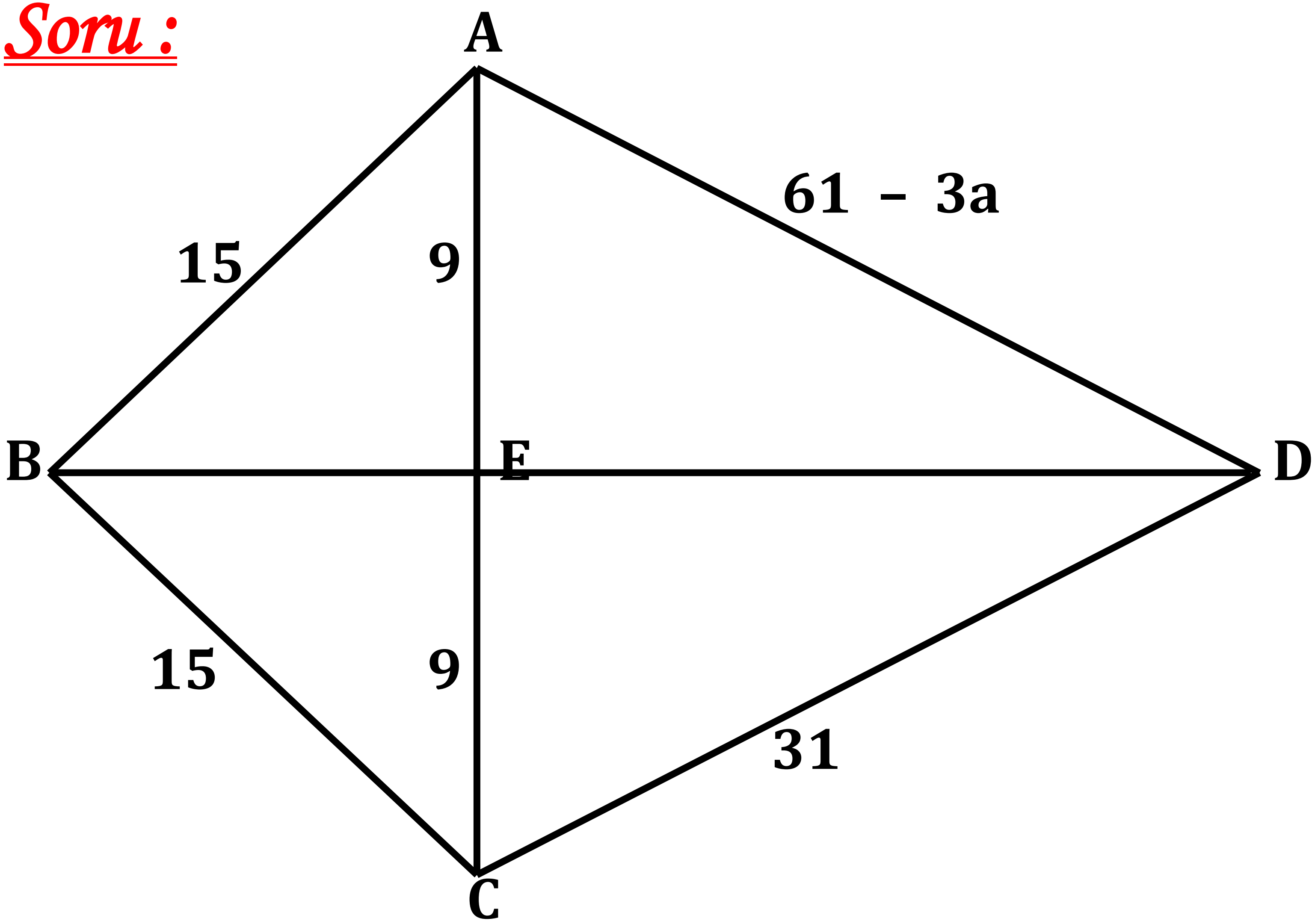
Soru :



Verilenlere göre Ç ($\overset{\triangle}{ABC}$) = ?

(Çevreyi bulunuz.)

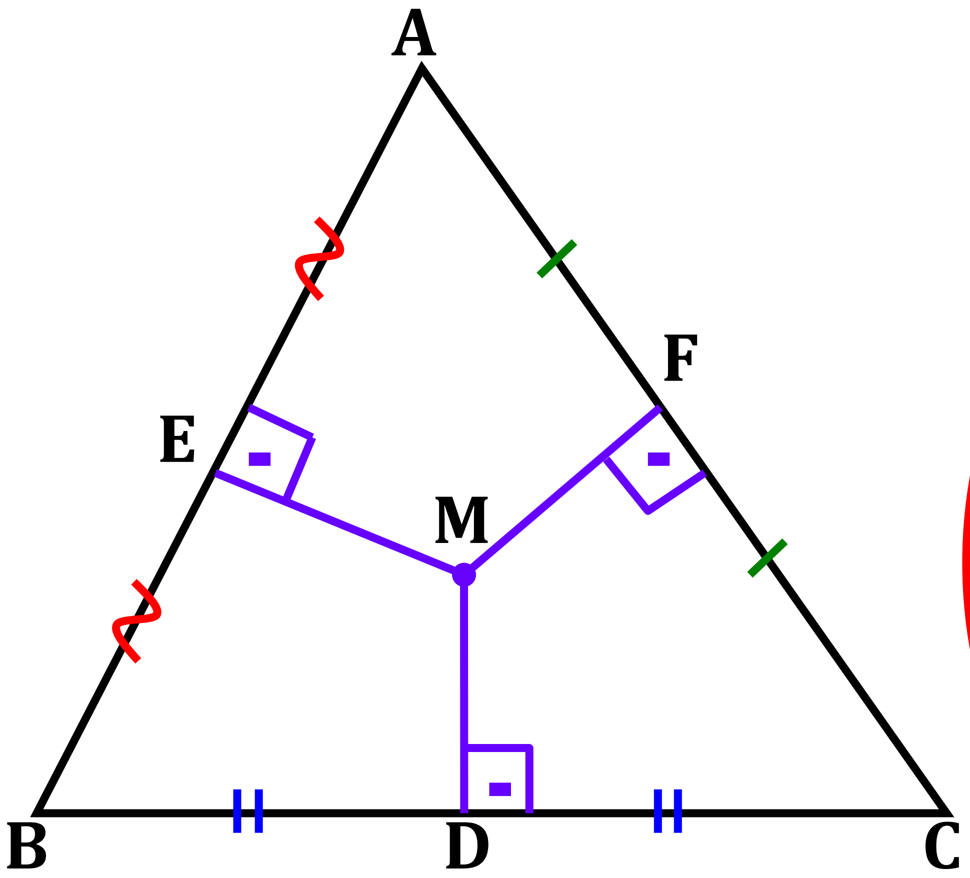
Soru :

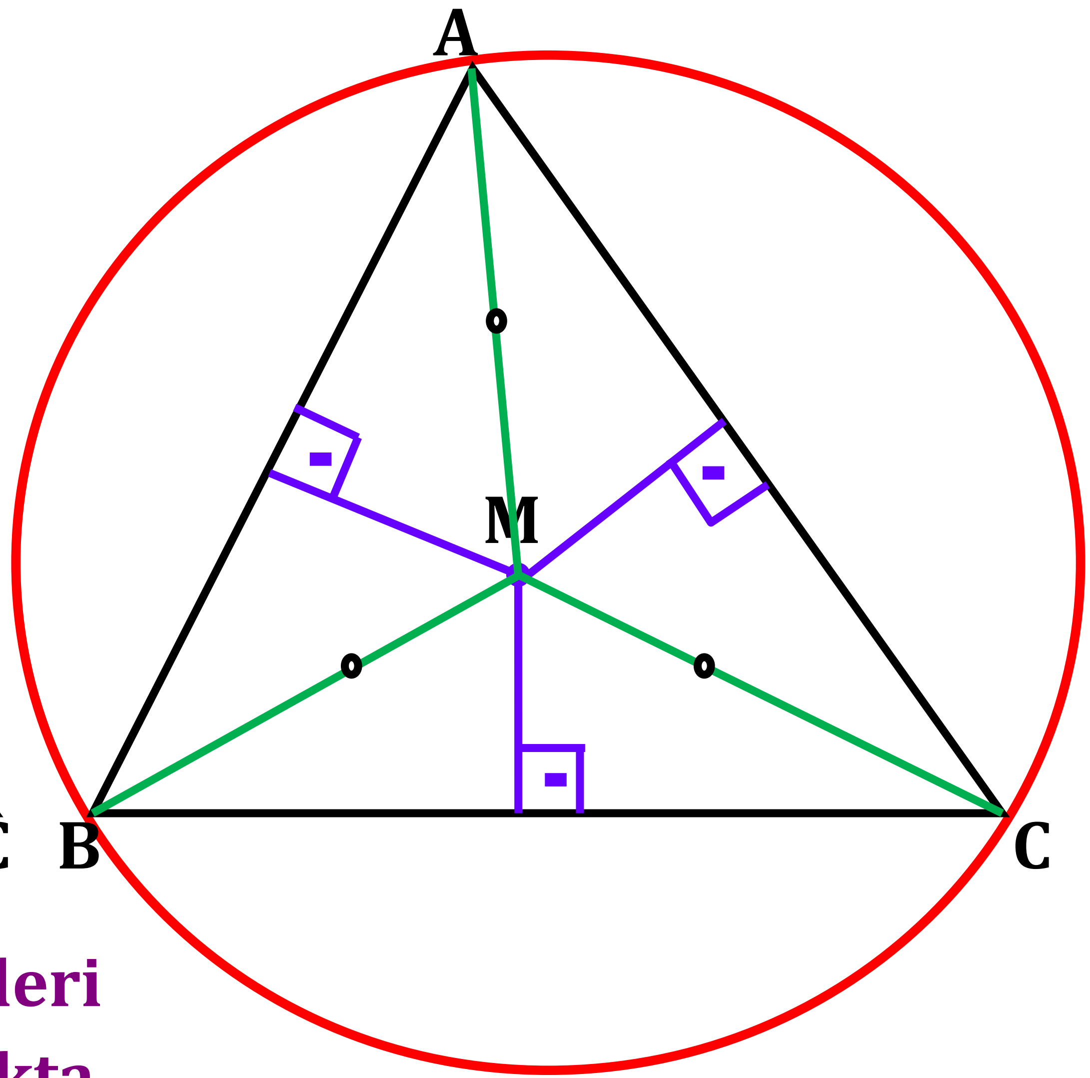


Verilenlere göre

$a + Ç(ABCD) = ?$

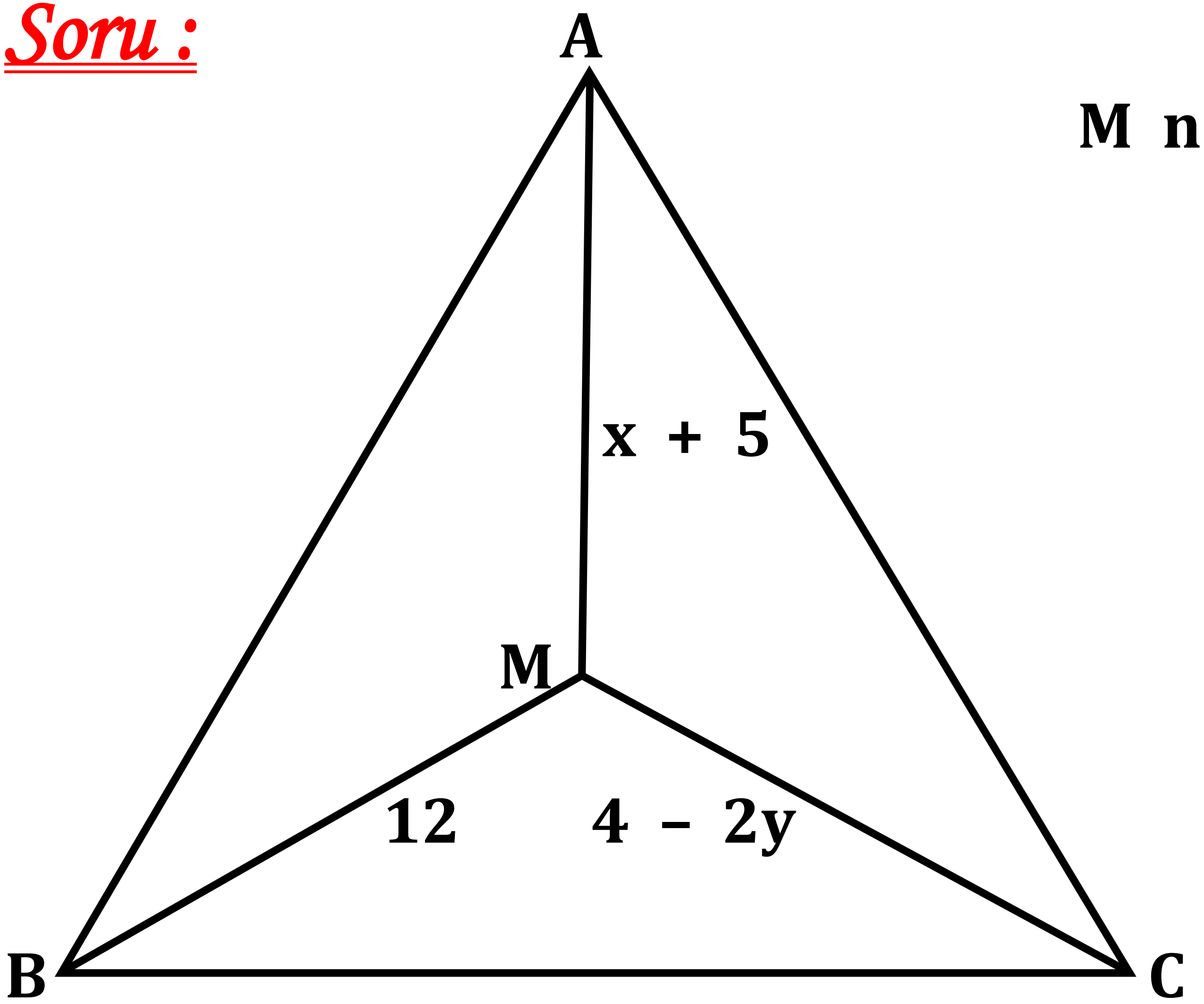
Tanım : **(Kenar Orta Dikme)**





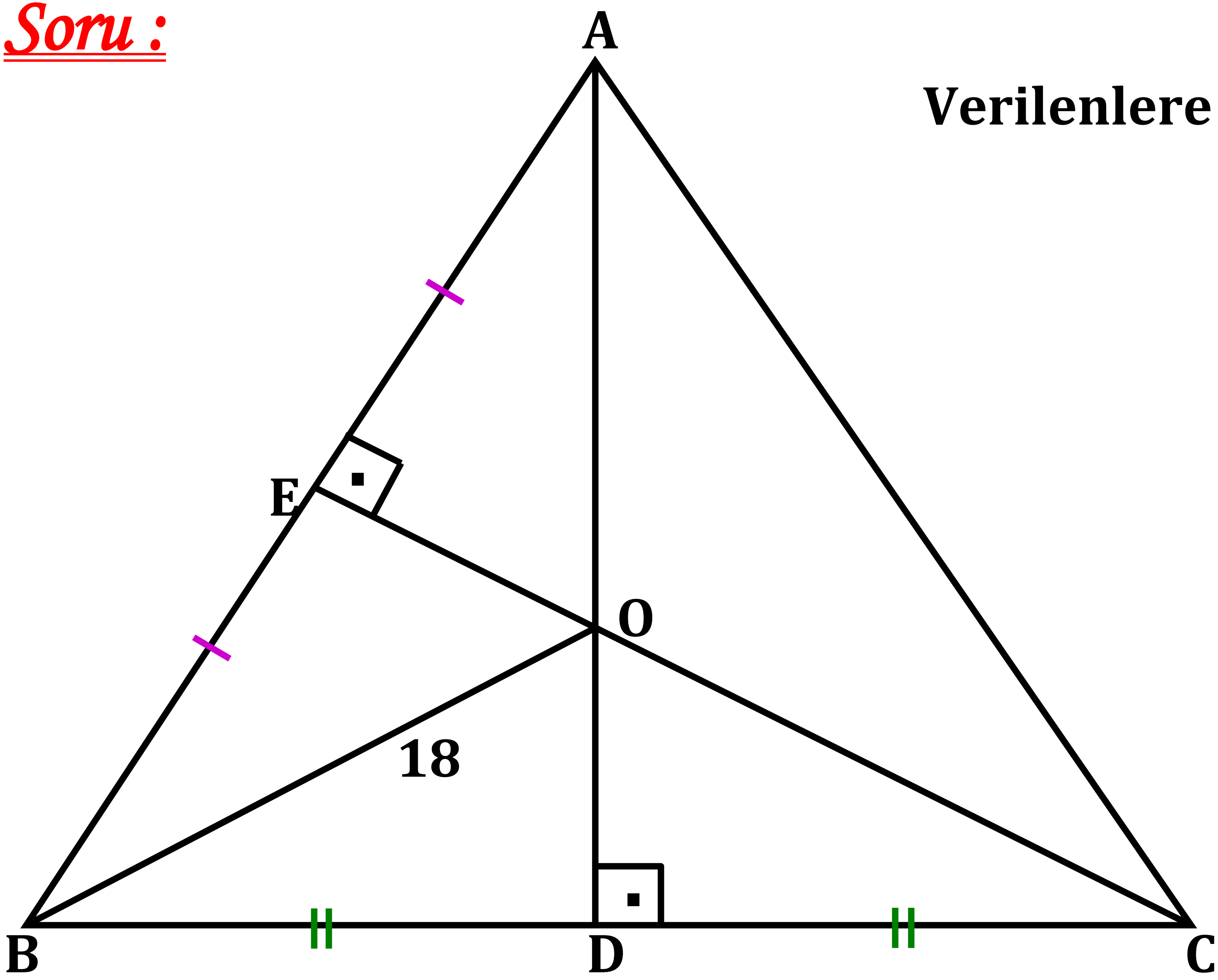
Bir üçgenin kenar orta dikmeleri tek bir noktada kesişir. Bu nokta üçgenin köşe noktalarına eşit uzaklıktadır. Bu köşe noktalarından M merkezli çevrel çember geçer.

Soru :



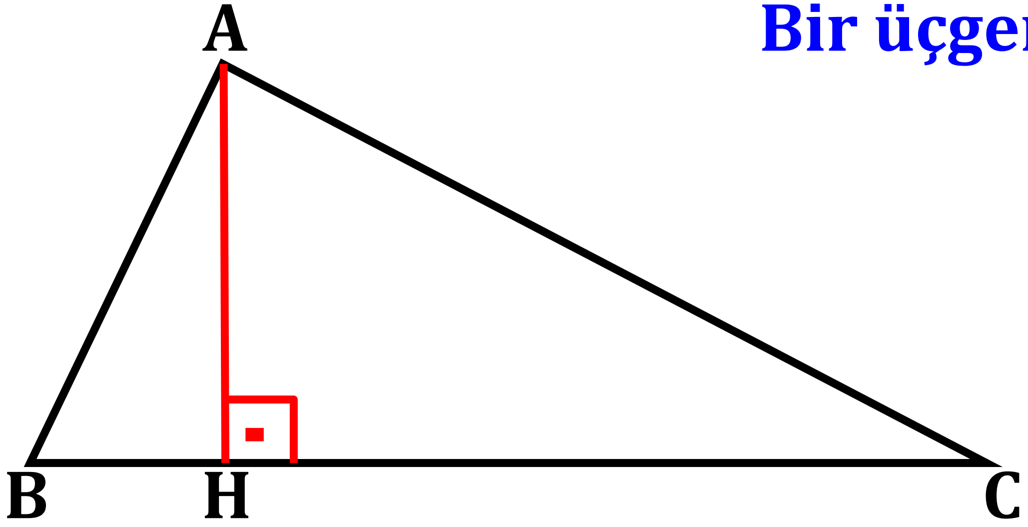
M noktası ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktası ise x . y = ?

Soru :



Verilenlere göre $|OE| = ?$

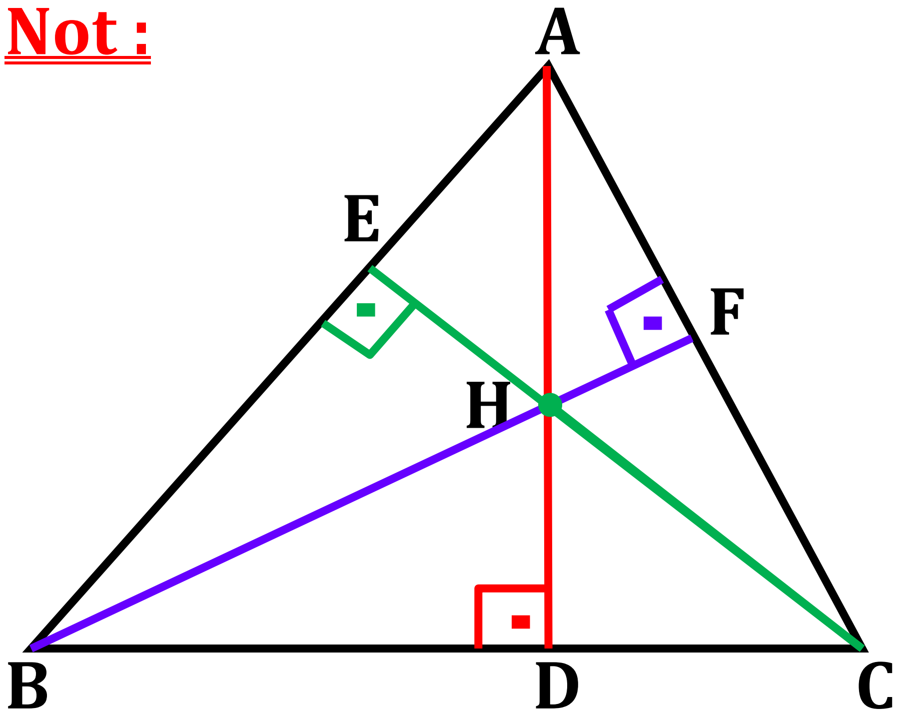
Tanım : **(Yükseklik)**



Bir üçgenin bir köşesinden karşı kenara indirilen dik doğru parçasına " yükseklik " adı verilir.

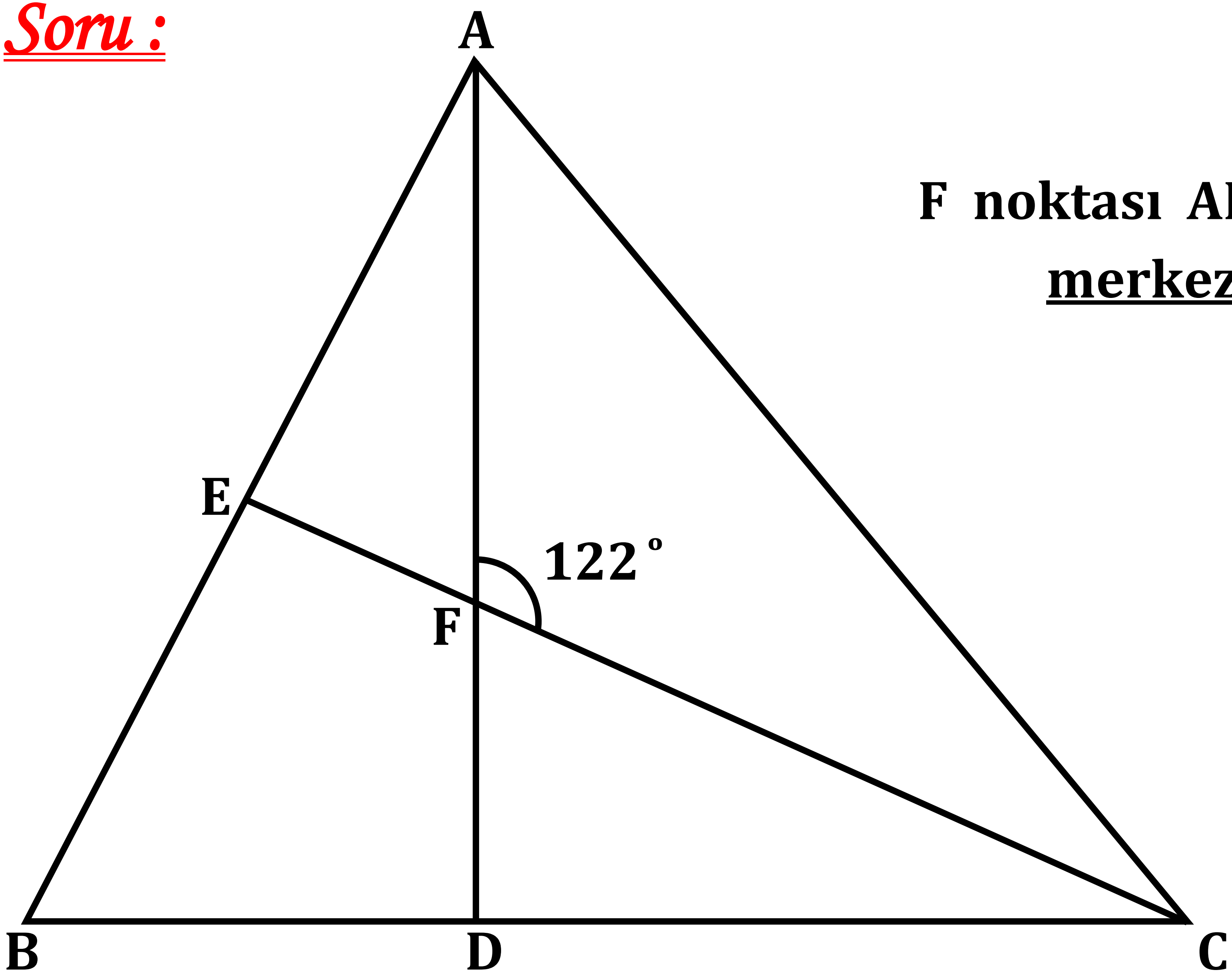
[AH] doğru parçası, ABC üçgeninde [BC] tabanına ait yüksekliktir.

Not :



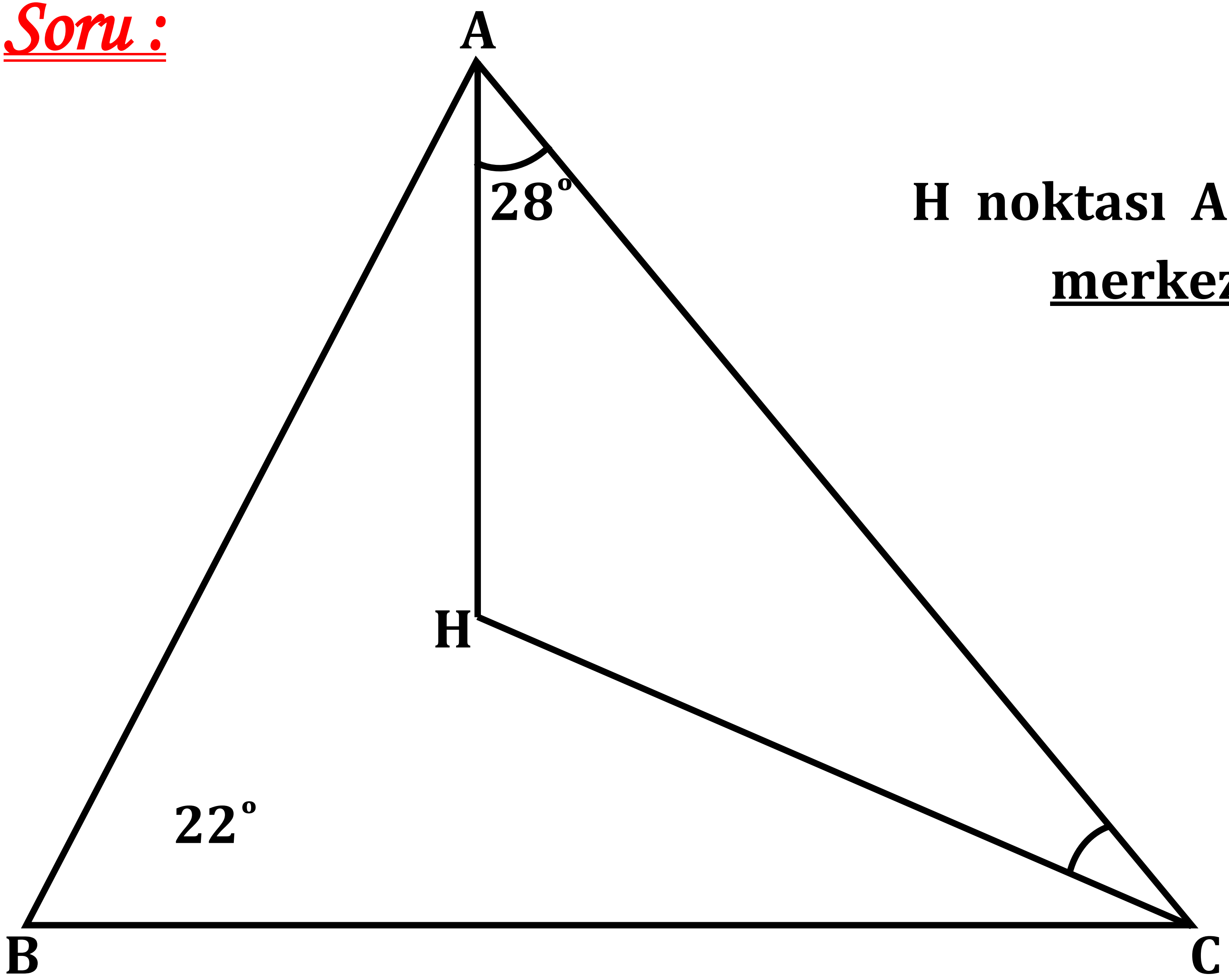
Bir üçgenin yükseklikleri aynı noktada kesişirler. Bu noktaya üçgenin " diklik merkezi " adı verilir.

Soru :



F noktası ABC üçgeninin diklik merkezi ise $m(\widehat{ABC}) = ?$

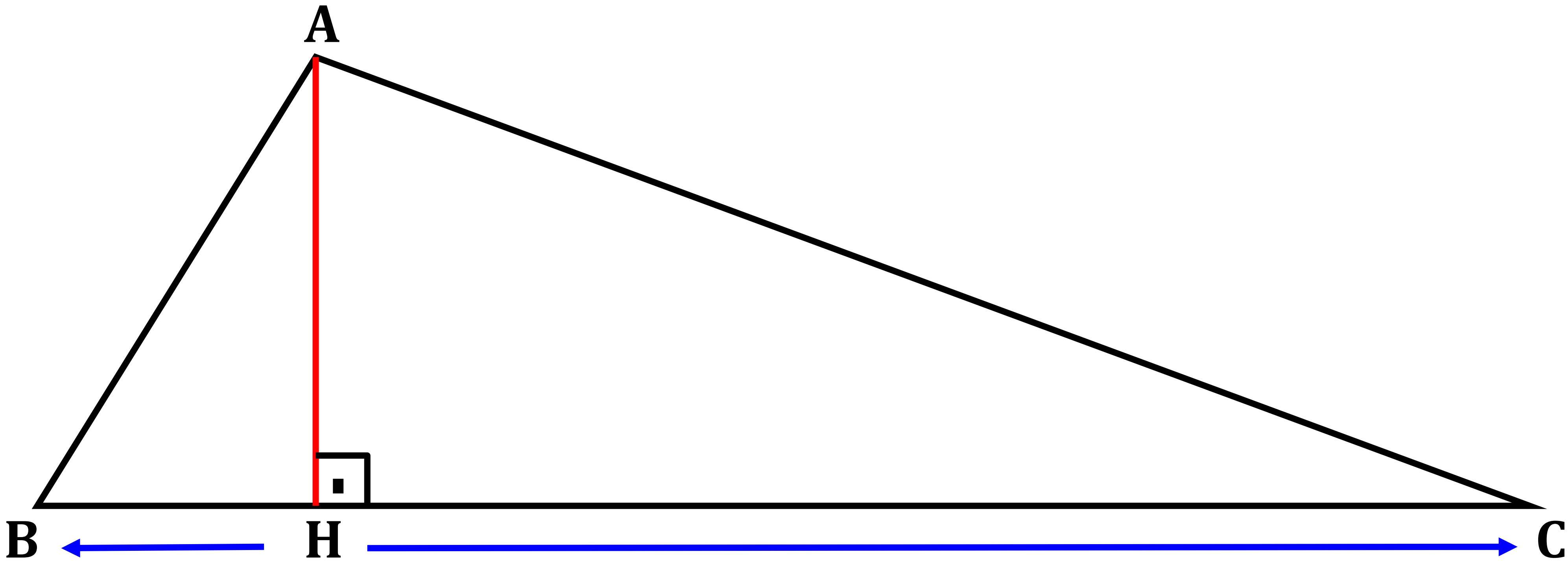
Soru :



H noktası ABC üçgeninin diklik merkezi ise m ($\widehat{ABC}$) = ?

([AH] ve [CH] 'ı uzat ve üçgendeki açılardan isteneni bul.)

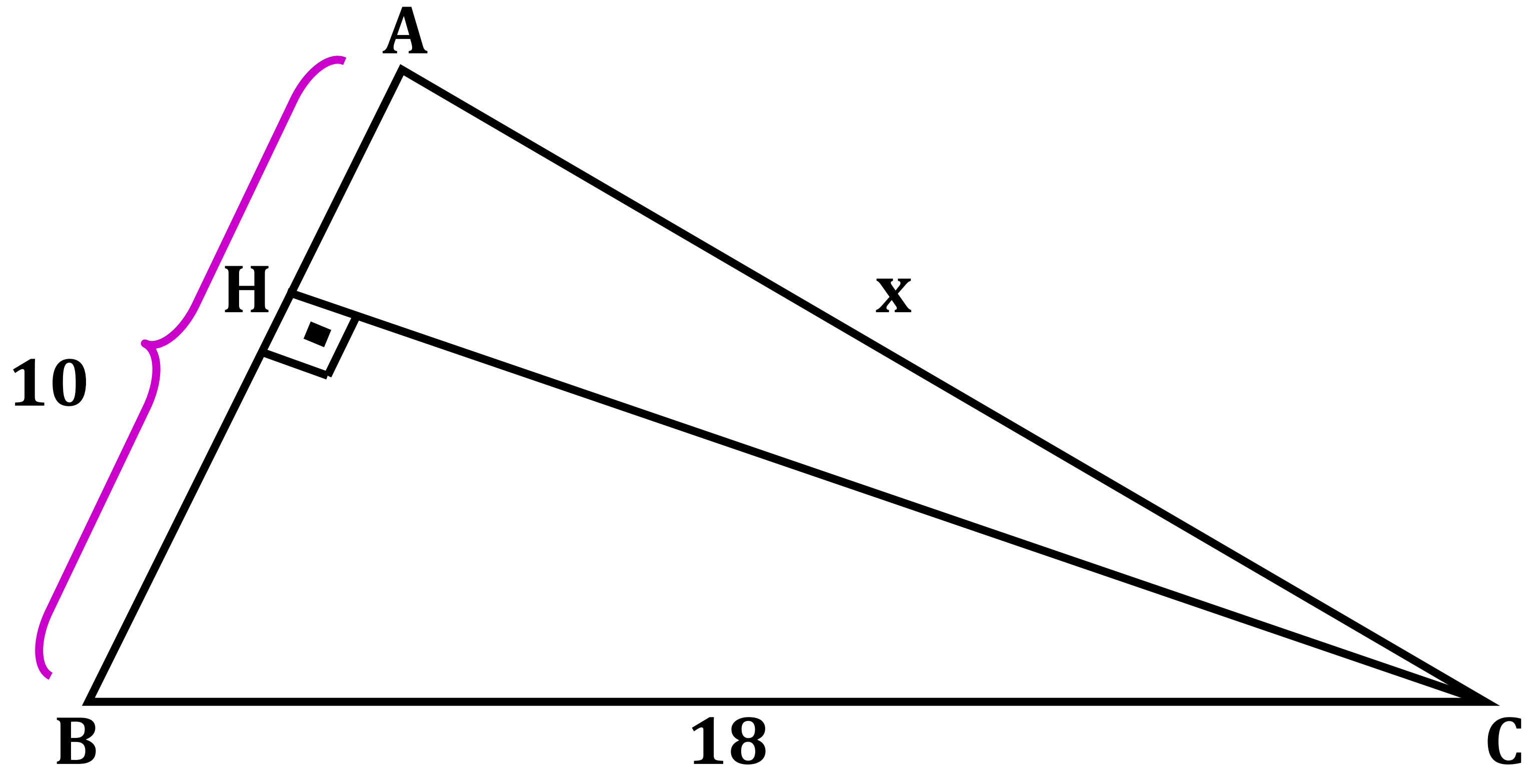
Not : **Bir üçgende dikme ayağı büyük açıya daha yakındır. Aşağıdaki üçgenden de görülebilir.**



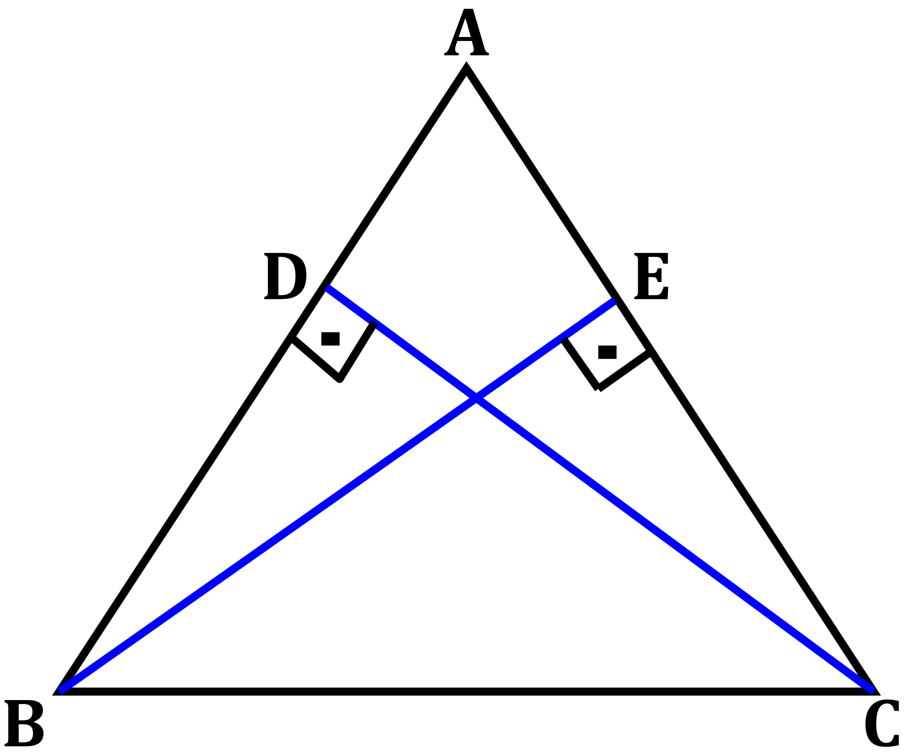
Şekilden de [AH] dikliği B köşesine daha <u>yakın</u>, C köşesine ise daha <u>uzaktır</u>.

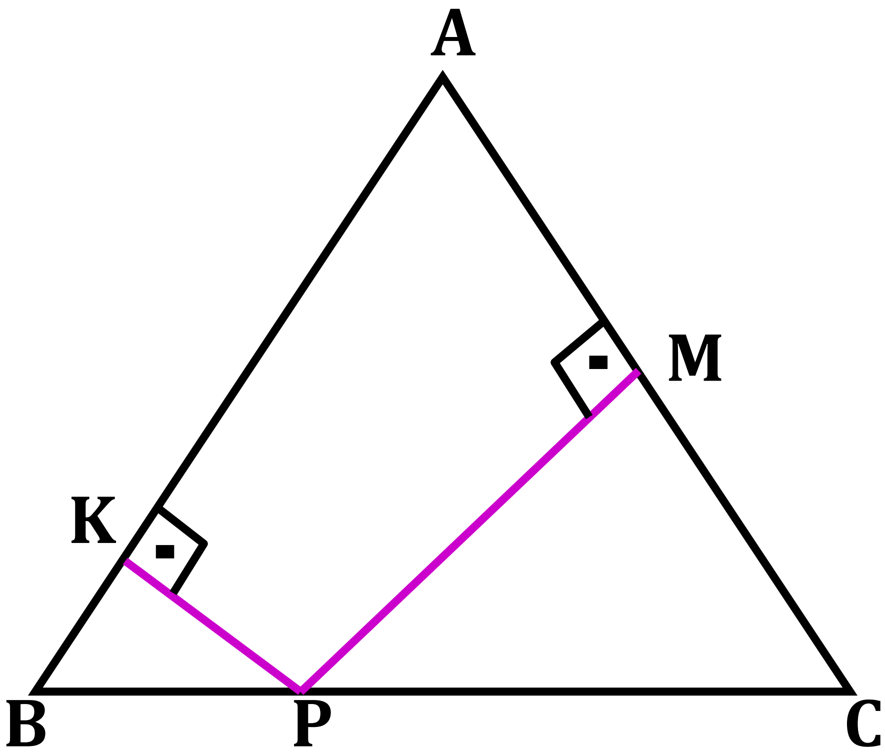
$|BH| < |HC|$ olduğundan $m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ olur.

Soru : **ABC üçgeninde |HB| > |HA| ise x 'in çözüm aralığı ne olur ?** **(Üçgen eşitsizliğinden yararlanılır.)**



Kural :



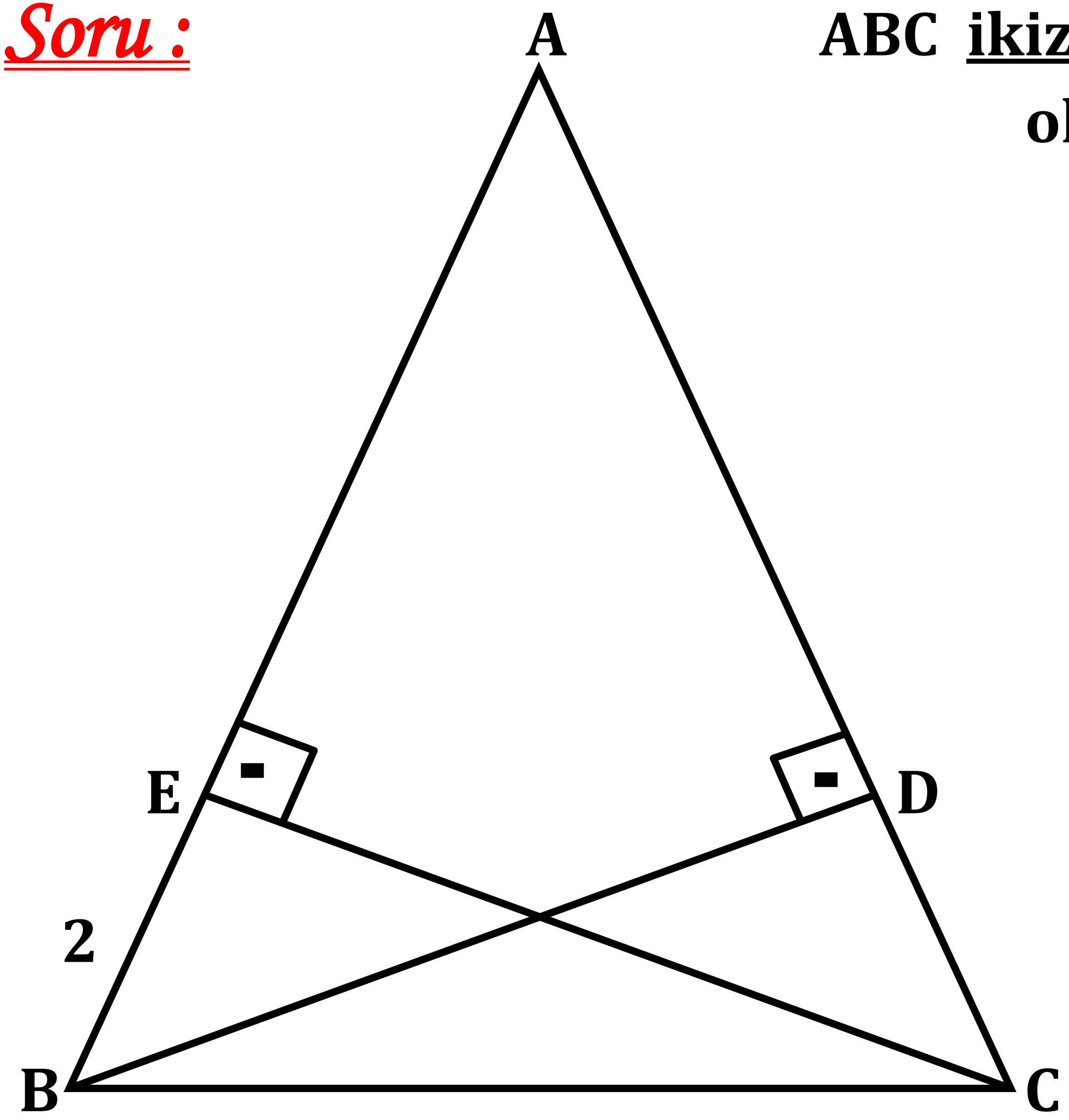


| AB | = | AC | ise bu tabanlara ait yükseklikler de birbirine eşittir. Yani | BD | = | CE | olur. ($h_B = h_C$)

| AB | = | AC | ise bu tabanlara alt tabandan indirilen dikmelerin toplamı bu kenarlara ait yükseklıği verir. Yani | PK | + | PM | = $h_B = h_C$ olur.

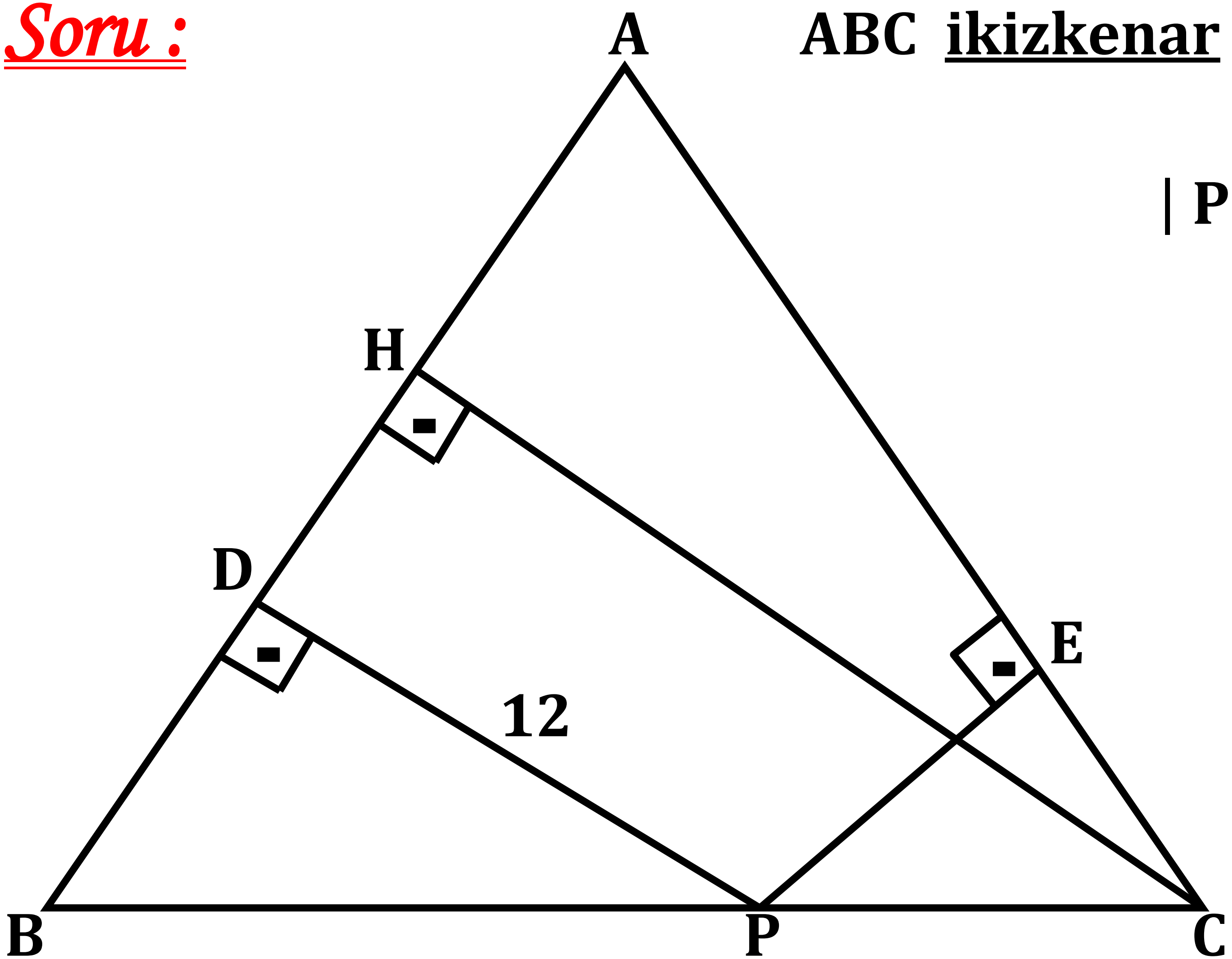
Soru :

ABC <u>ikizkenar</u> üçgeninde $|AB| = |AC|$ olup $|AC| = 10$ br ise $|CE| = ?$

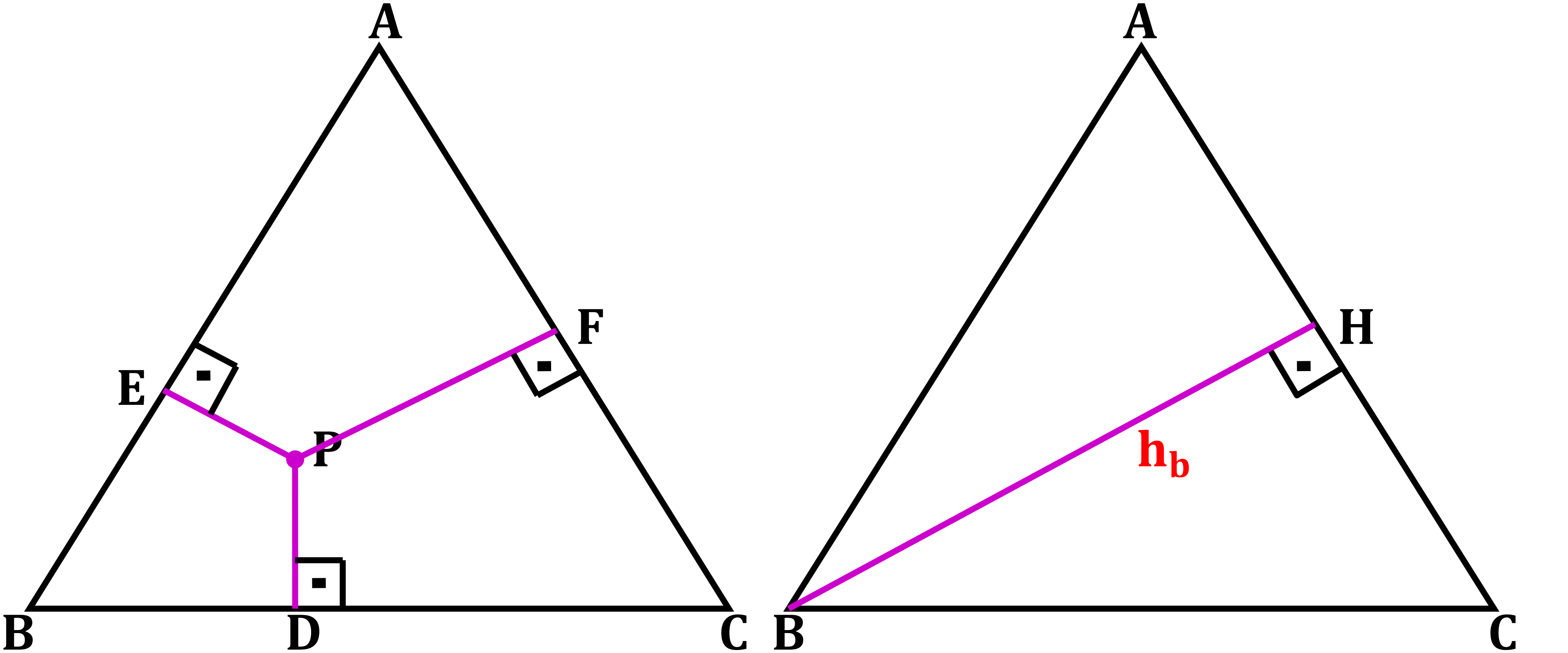


Soru :

ABC ikizkenar üçgeninde $|AB| = |AC|$ olup, $|CH| = 19$ br ve $|PE| = 2x - 5$ br ise $x = ?$



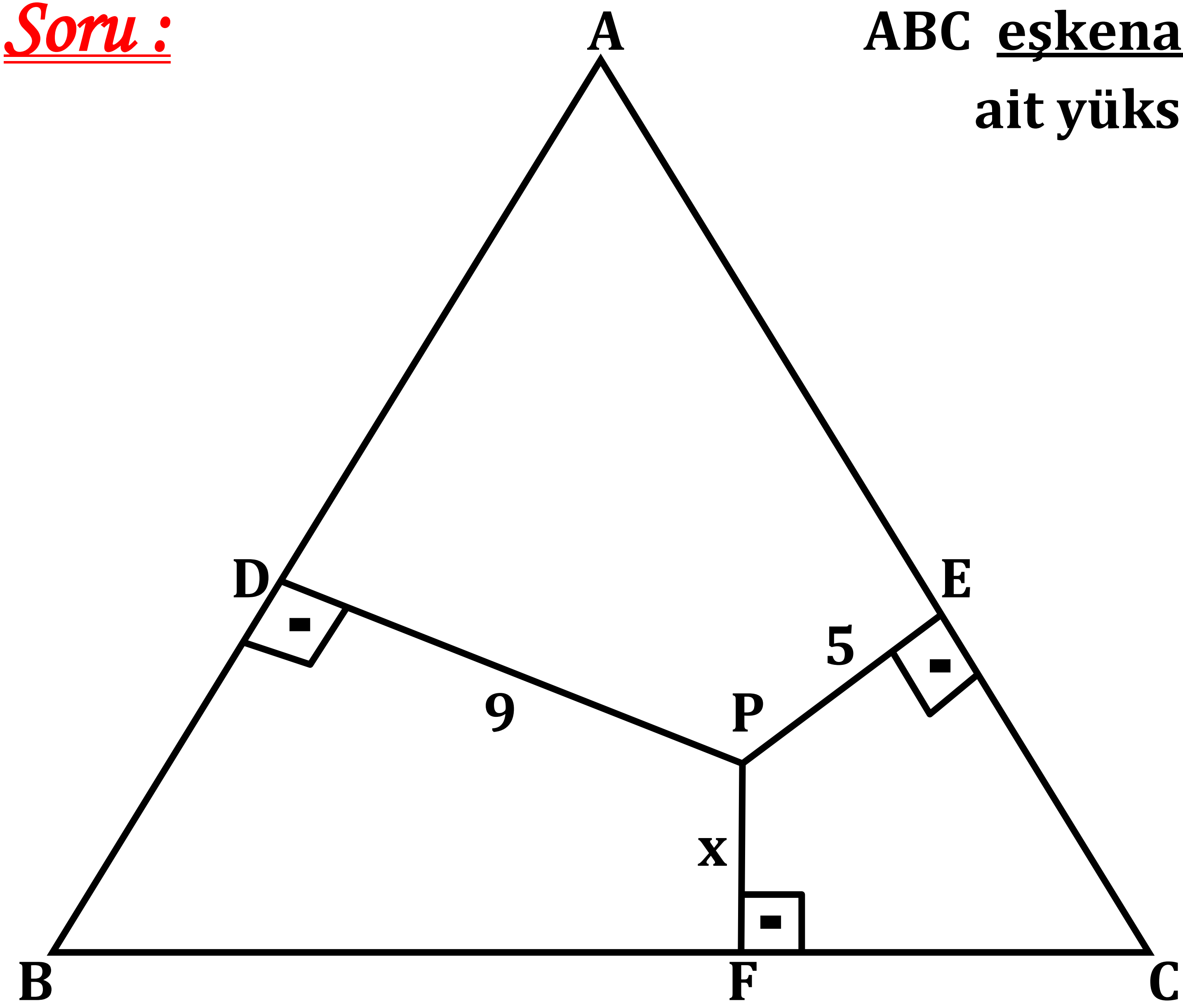
Kural :



Eşkenar üçgenin iç bölgesinde alınan bir P noktasından kenarlara indirilen dikme uzunluklarının toplamı, eşkenar üçgenin yüksekliğini verir.

$|PD| + |PE| + |PF| = h_a = h_b = h_c$ olarak alınır.

Soru :

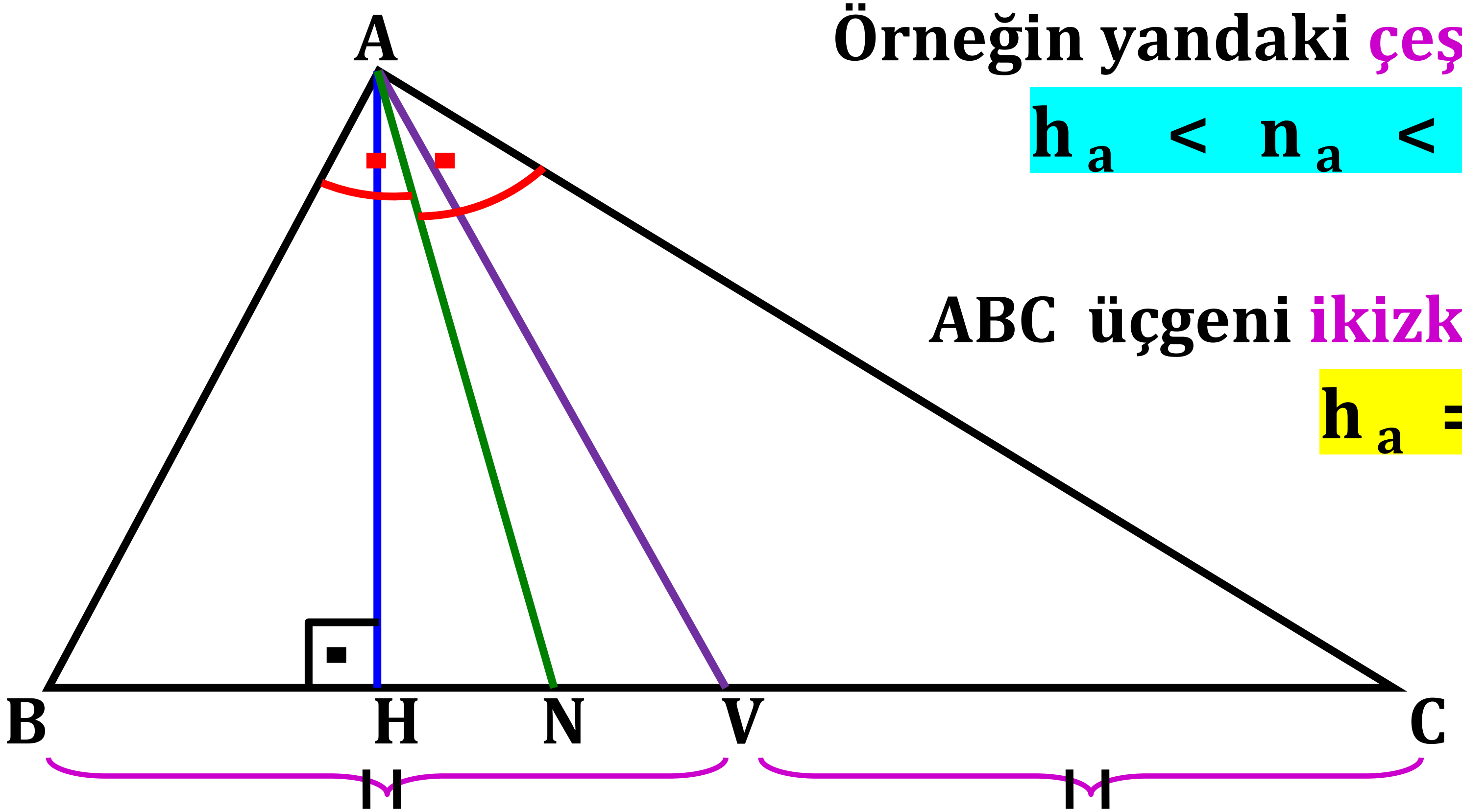


ABC **eşkenar** üçgen olup kenarlara ait yükseklikler toplamı 54 br ise $x = ?$

Kural : ***A)*** Bir üçgende kenar uzunluğu fazla olan kenara ait yükseklik diğer tabanlara ait yüksekliklerden daha küçüktür. Yani kenar uzunlukları ile yükseklik arasında sıralama ters orantılıdır.

$a \leq b \leq c$ ise $h_a \geq h_b \geq h_c$ olarak alınır.

B) Bir üçgenin herhangi bir köşesine ait olan yükseklik, açıortay ve kenarortay uzunlukları arasında $h \leq n \leq V$ bağıntısı vardır.



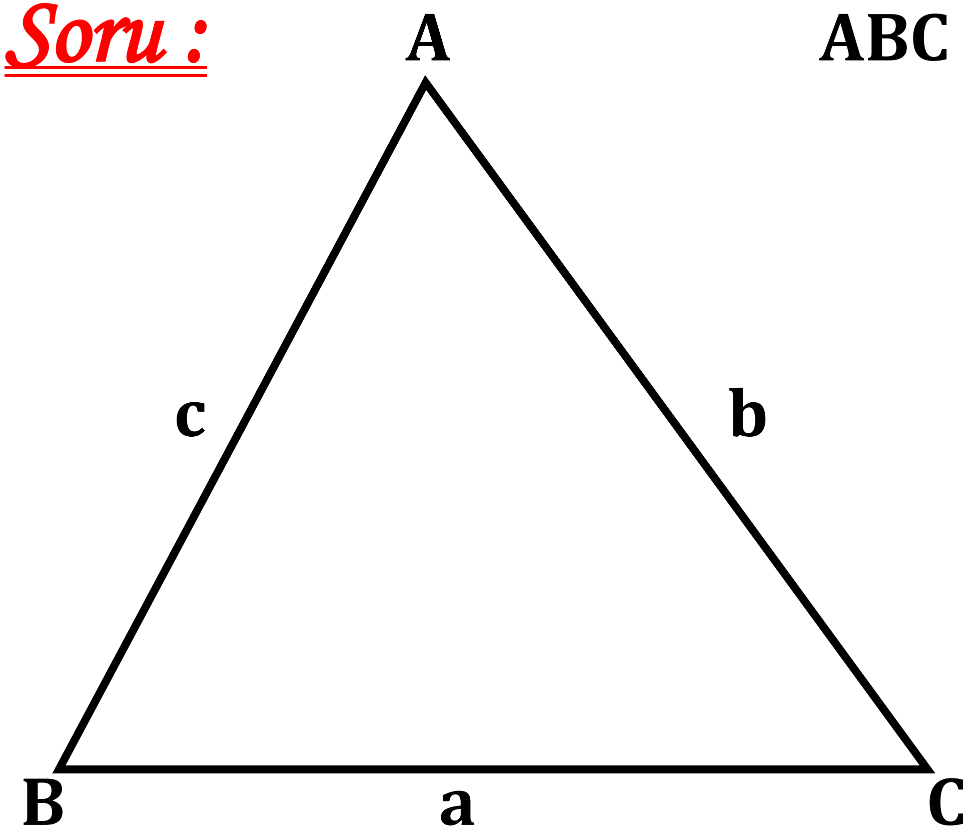
Örneğin yandaki çeşitkenar üçgen için,

$h_a < n_a < V_a$ olarak alınır.

ABC üçgeni ikizkenar üçgen olsaydı

$h_a = n_a = V_a$ olarak alınırdı.

Soru :



ABC üçgeninin çevre uzunluğu 32 br olup

$$\left.\begin{aligned} a + b &= 20 \text{ br} \\ 2a - b &= 13 \text{ br} \end{aligned}\right\}$$

ise üçgende tabanlara ait yükseklikleri (h_a , h_b , h_c) küçükten büyüğe sıralayınız.

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 4. 4. DİK ÜÇGEN ve TRİGONOMETRİ

Terimler ve Kavramlar: **Pisagor teoremi , Öklid teoremi**

9. 4. 4. 1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.

A) Teorem elde edilirken model çeşitliliğine yer verilir.

B) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

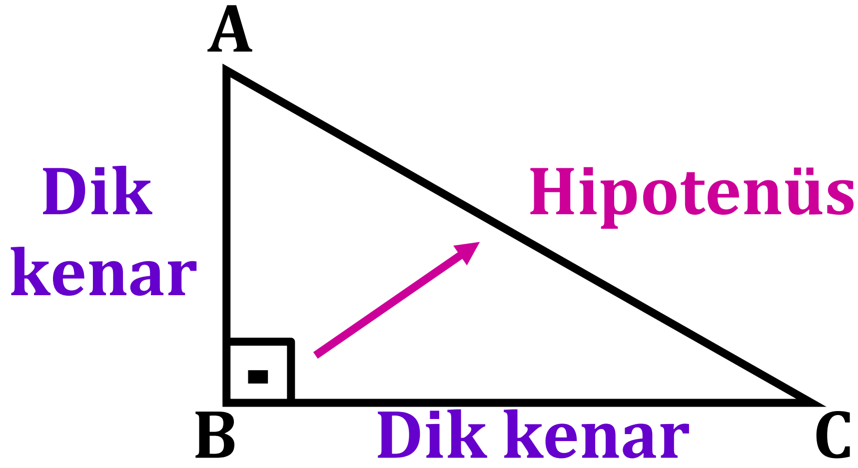
C) Pythagoras'ın çalışmalarına yer verilir.

9. 4. 4. 2. Öklid teoremini elde ederek problemler çözer.

A) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

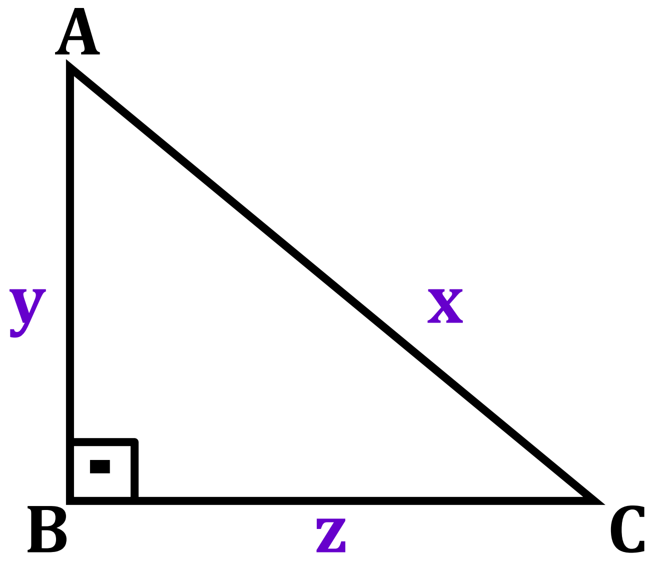
B) Euclid'in çalışmalarına yer verilir.

DİK ÜÇGEN



ABC bir dik üçgendir.

Pisagor Teoremi

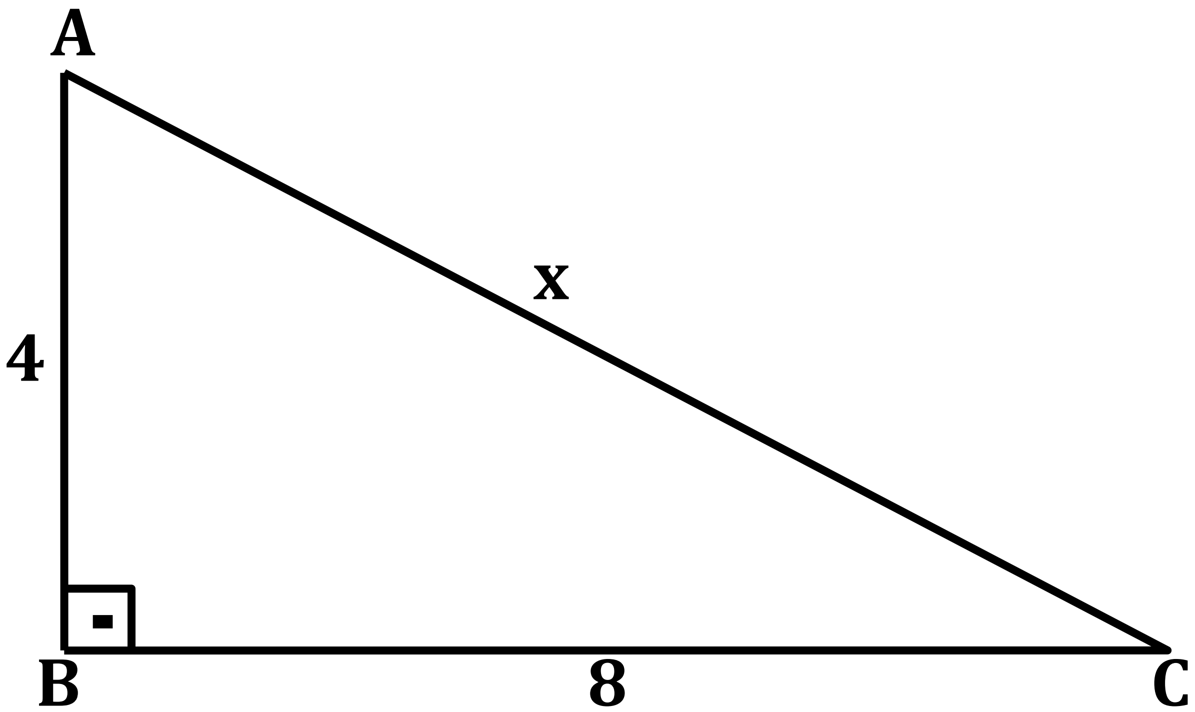


Bir dik üçgende; hipotenüsün uzunluğunun karesi, dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamına eşittir.

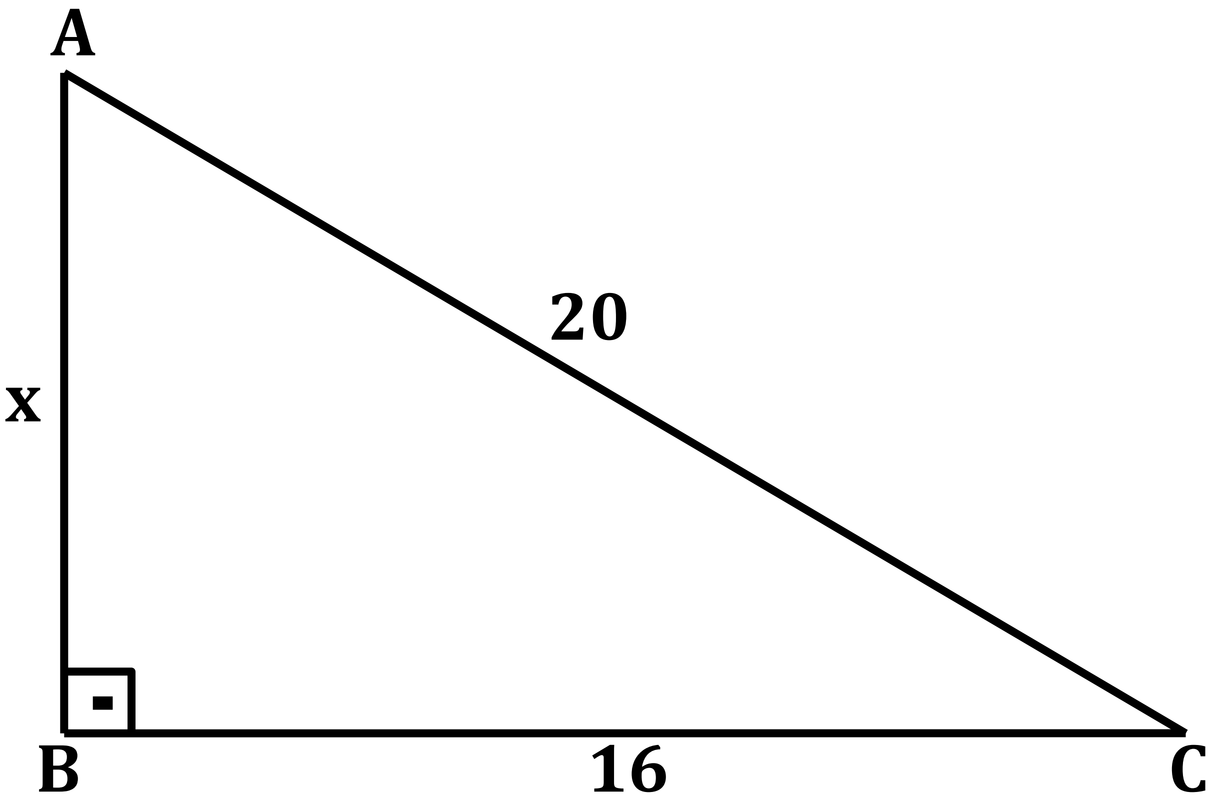
Yandaki ABC üçgeninden,

$x^2 = y^2 + z^2$ olarak alınır. Kuralın tersi de geçerlidir. Eşitlik sağlanıyorsa x'i gören köşe açısı 90° 'dir.

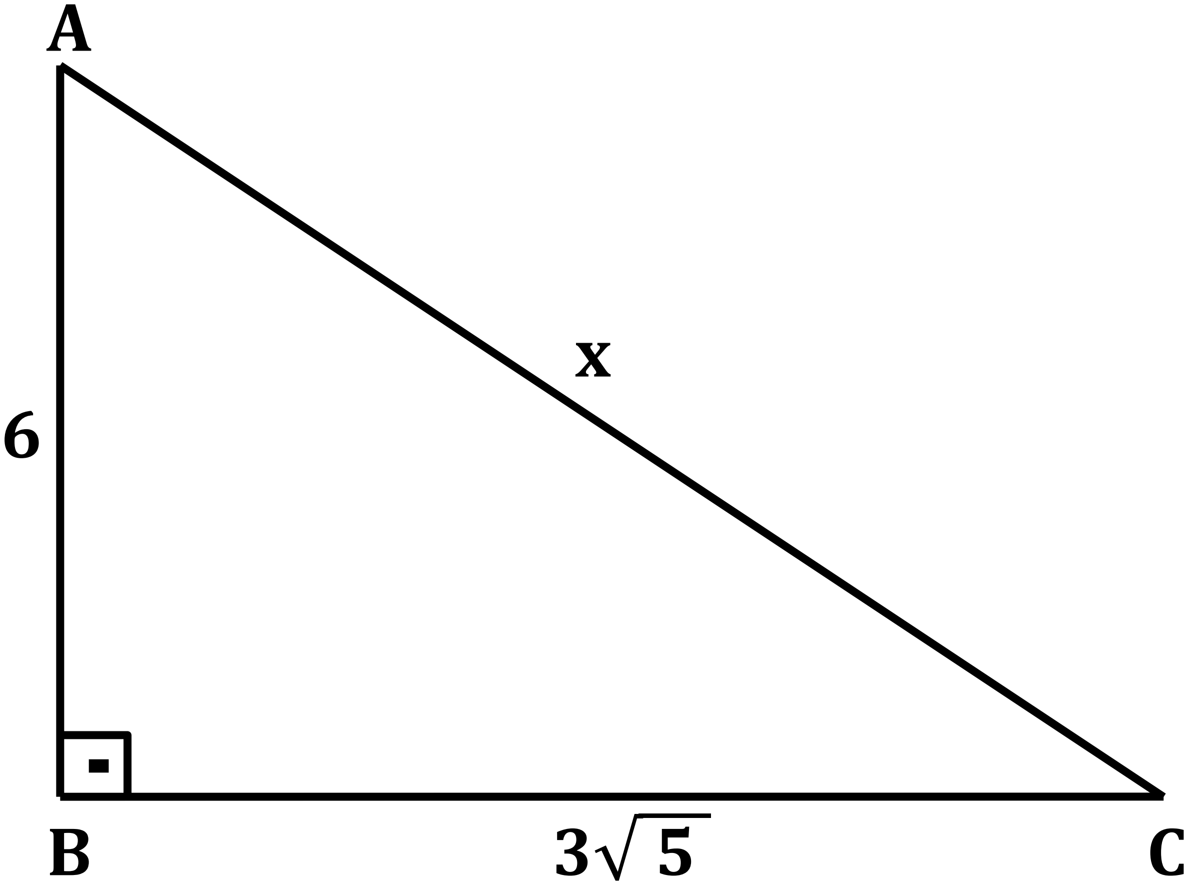
Soru : x = ?



Soru : x = ?

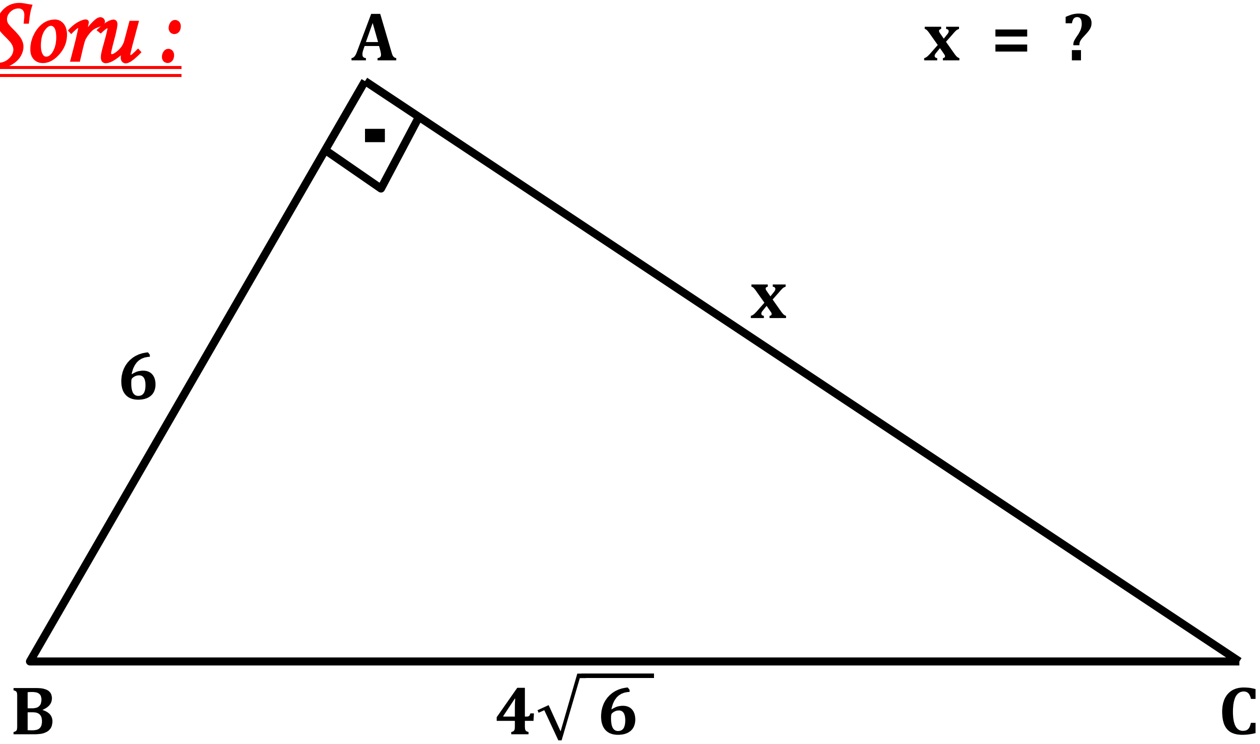


Soru : $x = ?$

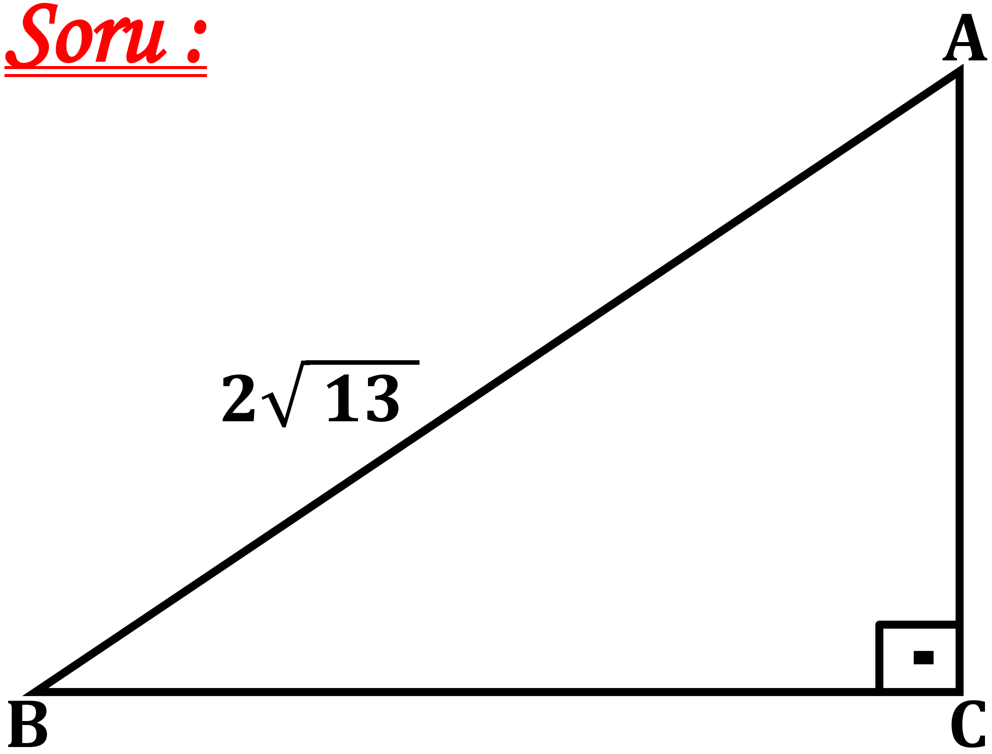


Soru :

$x = ?$



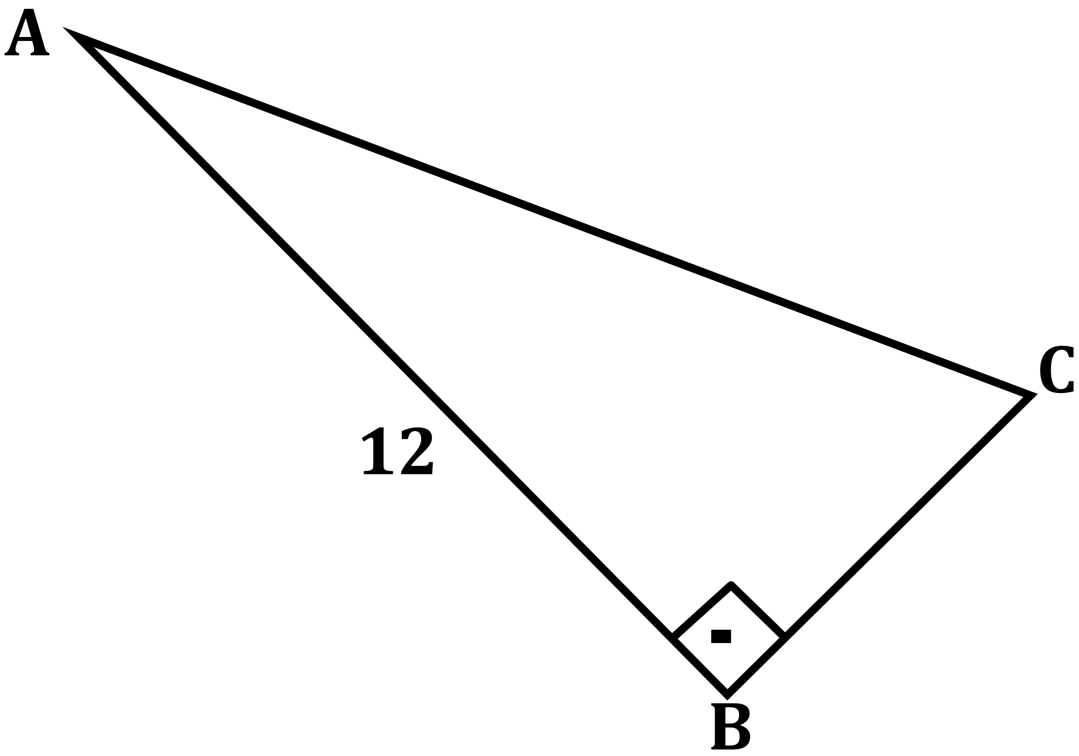
Soru :



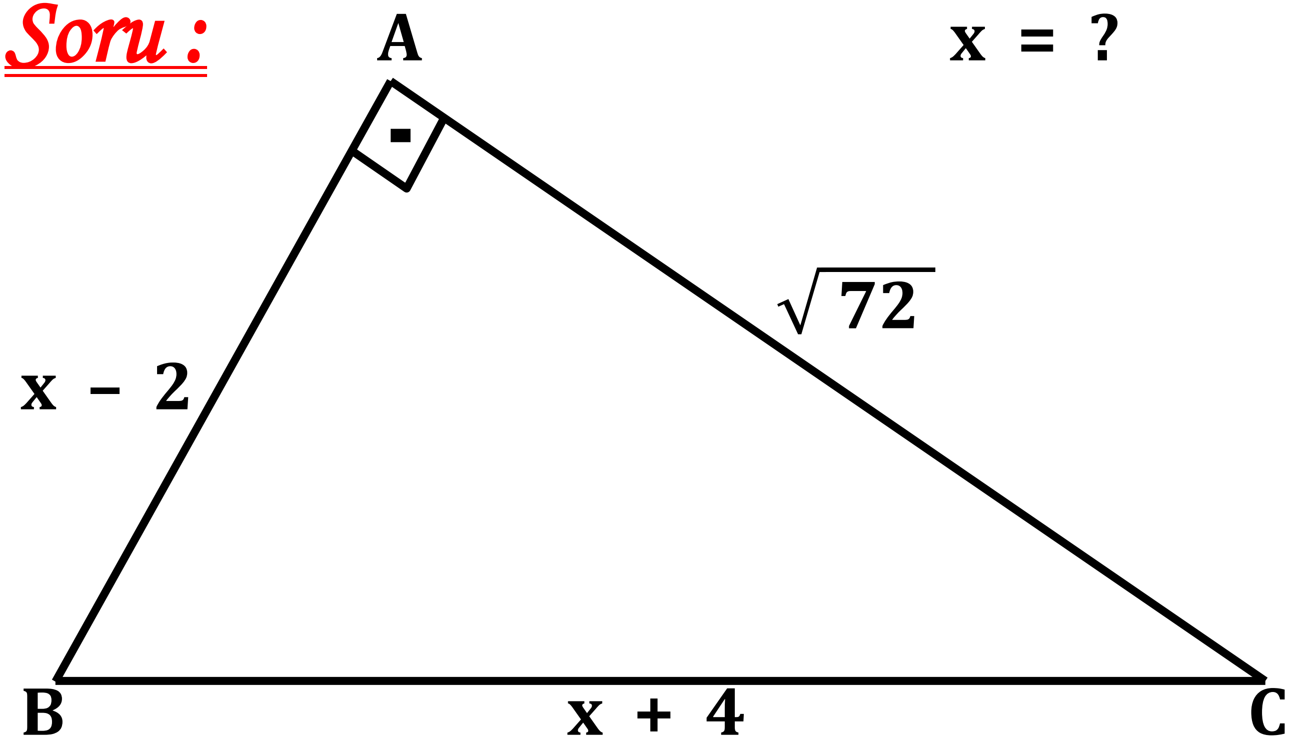
$3 \cdot |AC| = 2 \cdot |BC|$

ise $|AC| = ?$

Soru : $|AC| = 3 \cdot |BC|$ ise $|BC| = ?$



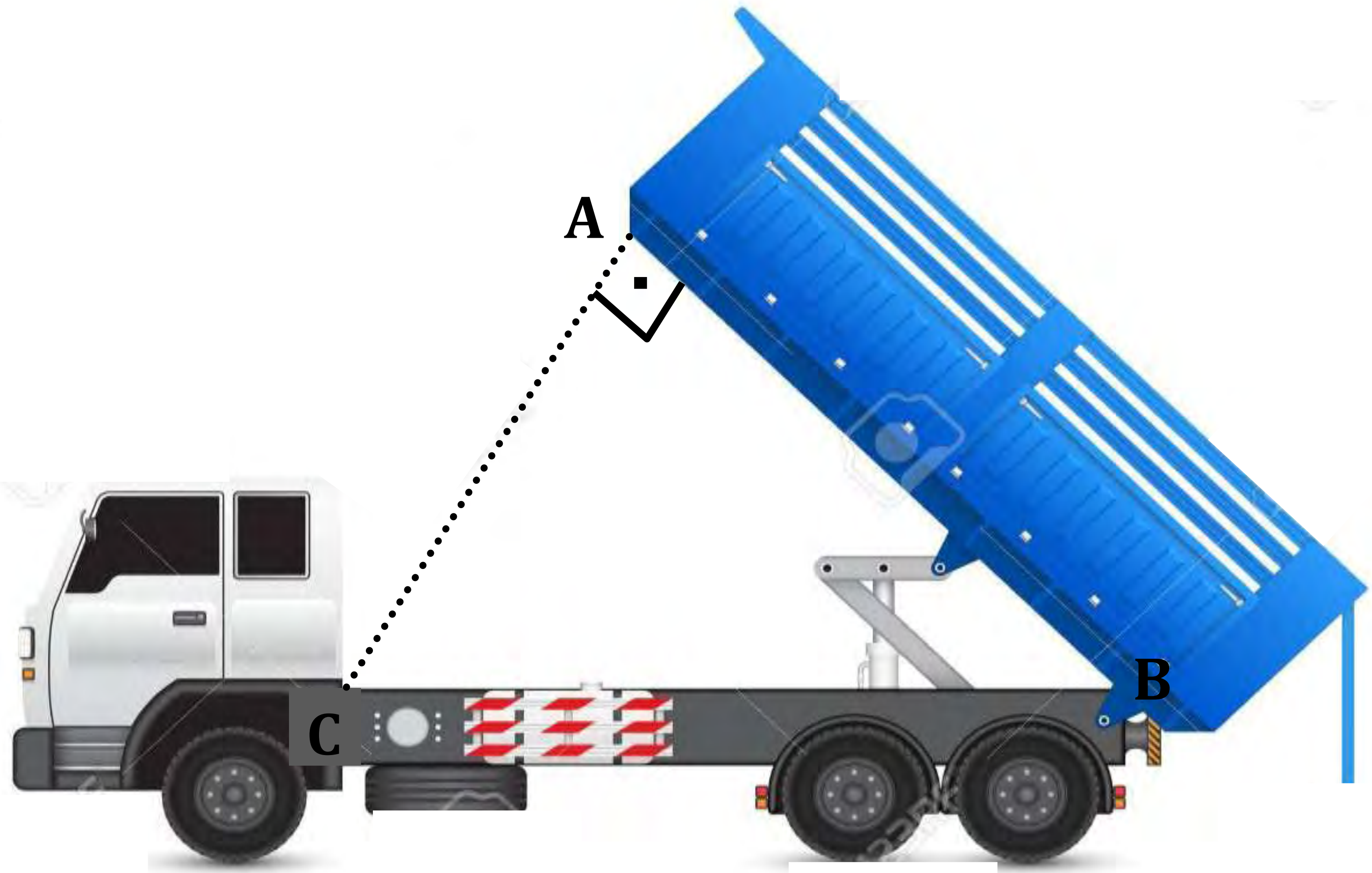
Soru : $x = ?$



Hatırlatma : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ idi.

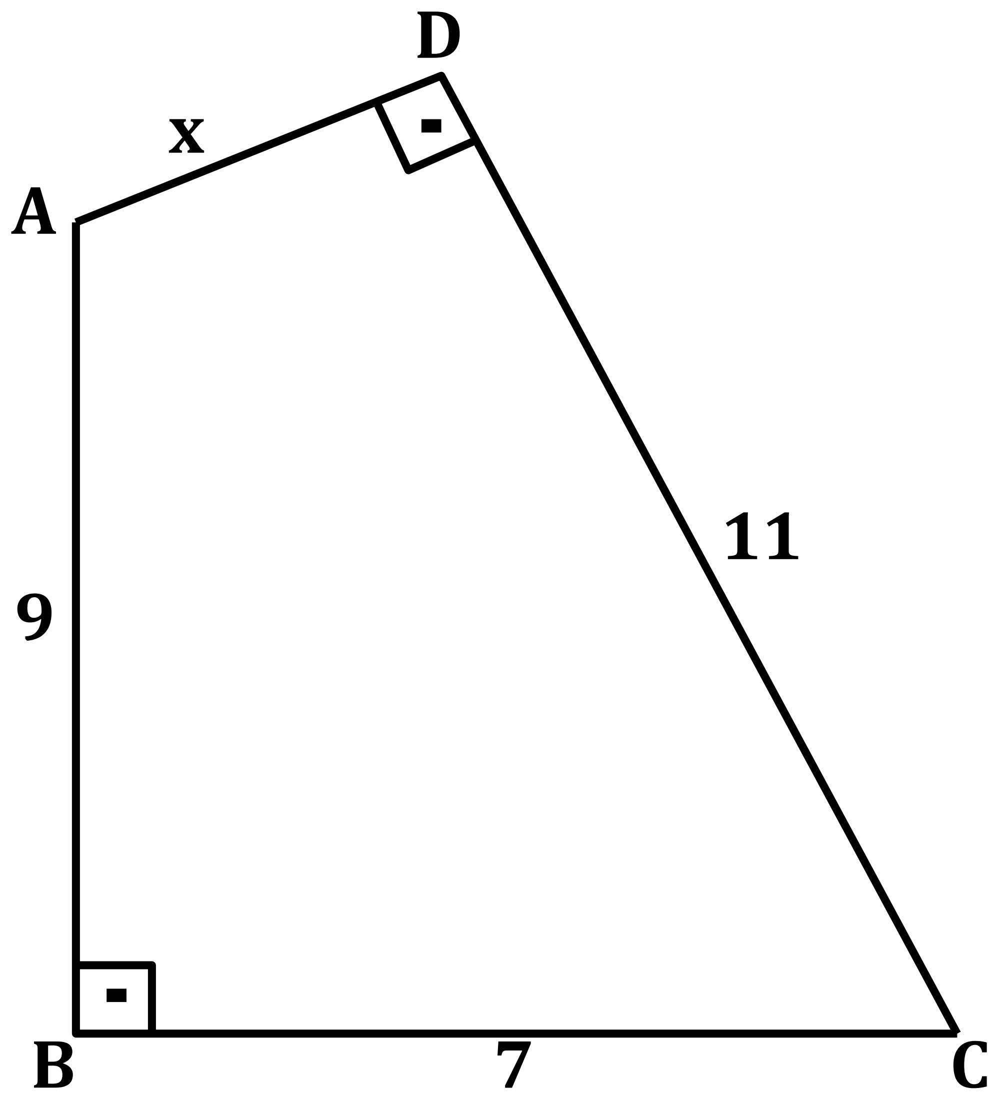
Soru : $|AB| = 5$ km, $|AC| = x + 4$ km ve $|BC| = x + 3$ km 'dir. Haritada A ve B noktasından aynı anda yola çıkan iki bisikletli C noktasında buluşacaklardır. $[AB] \perp [BC]$ ise toplamda kaç km yol alırlar ?

Soru : **Şekildeki damperli kamyon yükünü boşaltmıştır. Yük kasası şekildeki gibi en üstte durmuştur. Şekle göre $|BC| = 6{,}5$ m ve $|AC| = 3{,}5$ m ise $|AB| = ?$**



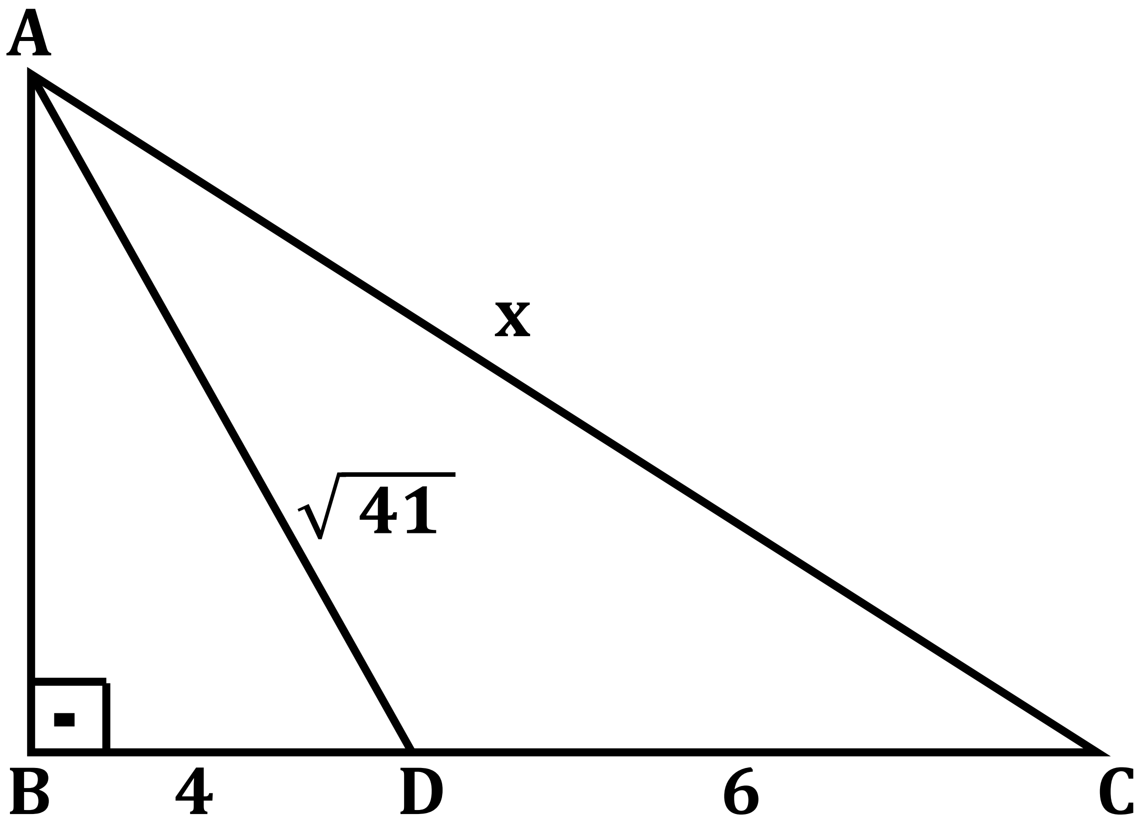
Soru :

x = ?



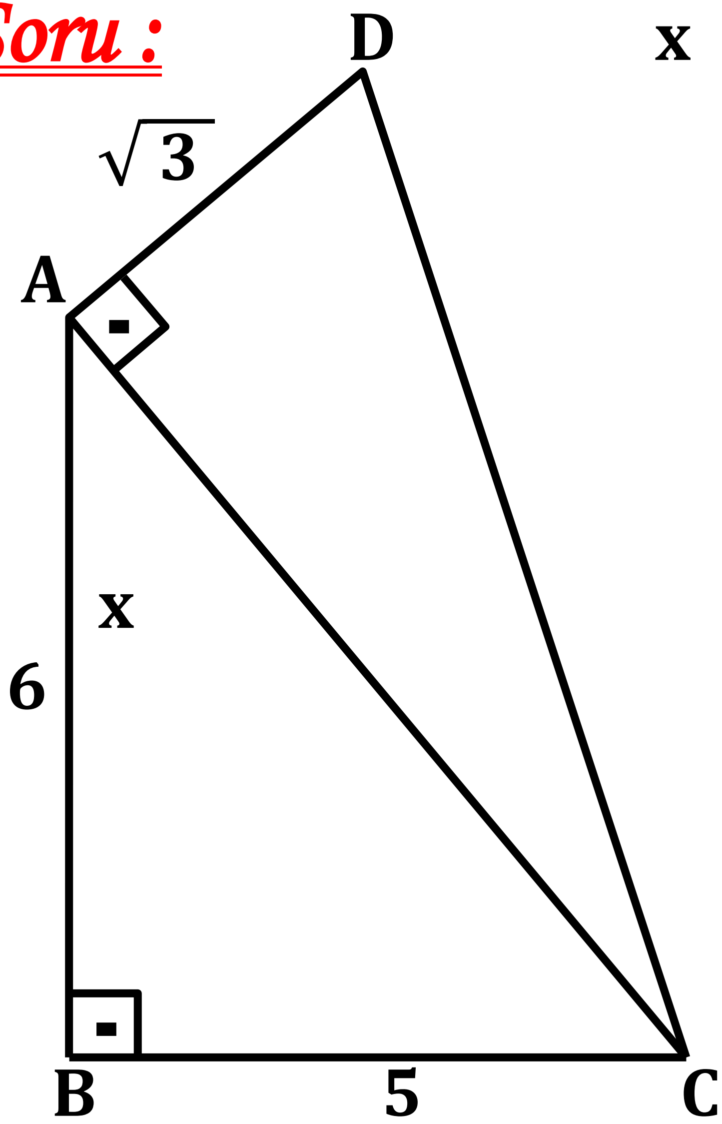
(A ile C ’yi birleştir. İki dik üçgenin birinden eksik parça bulunarak, istenen için çözüm üretilir.)

Soru : $x = ?$

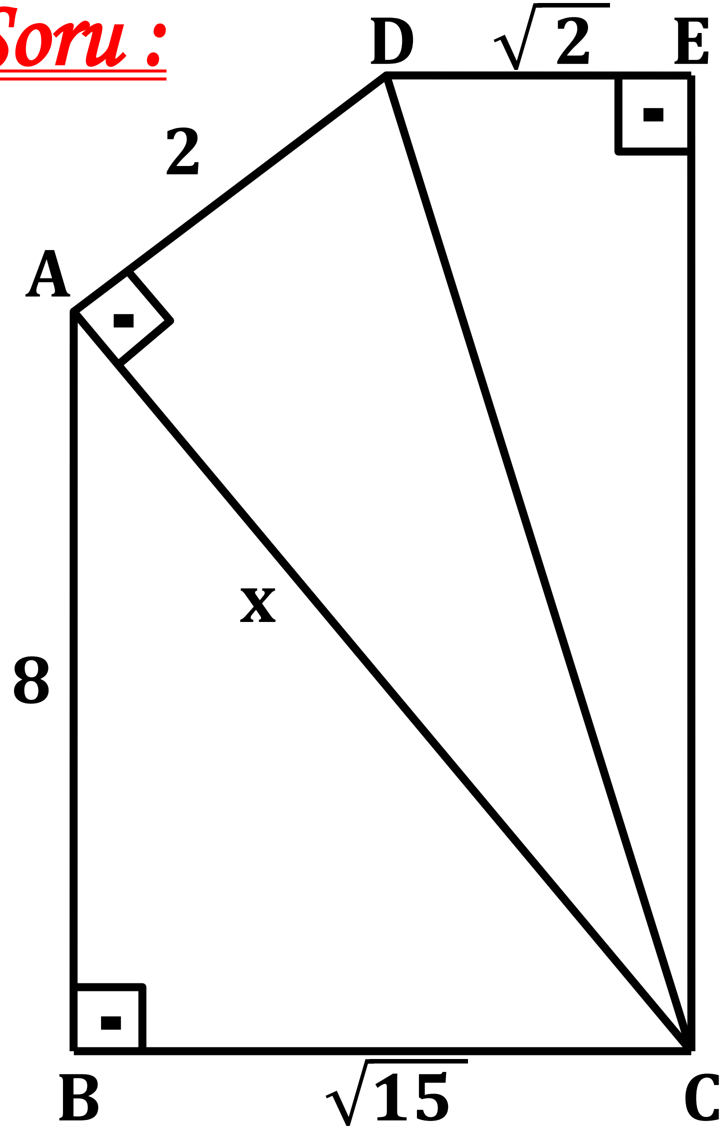


Soru :

$x = ?$



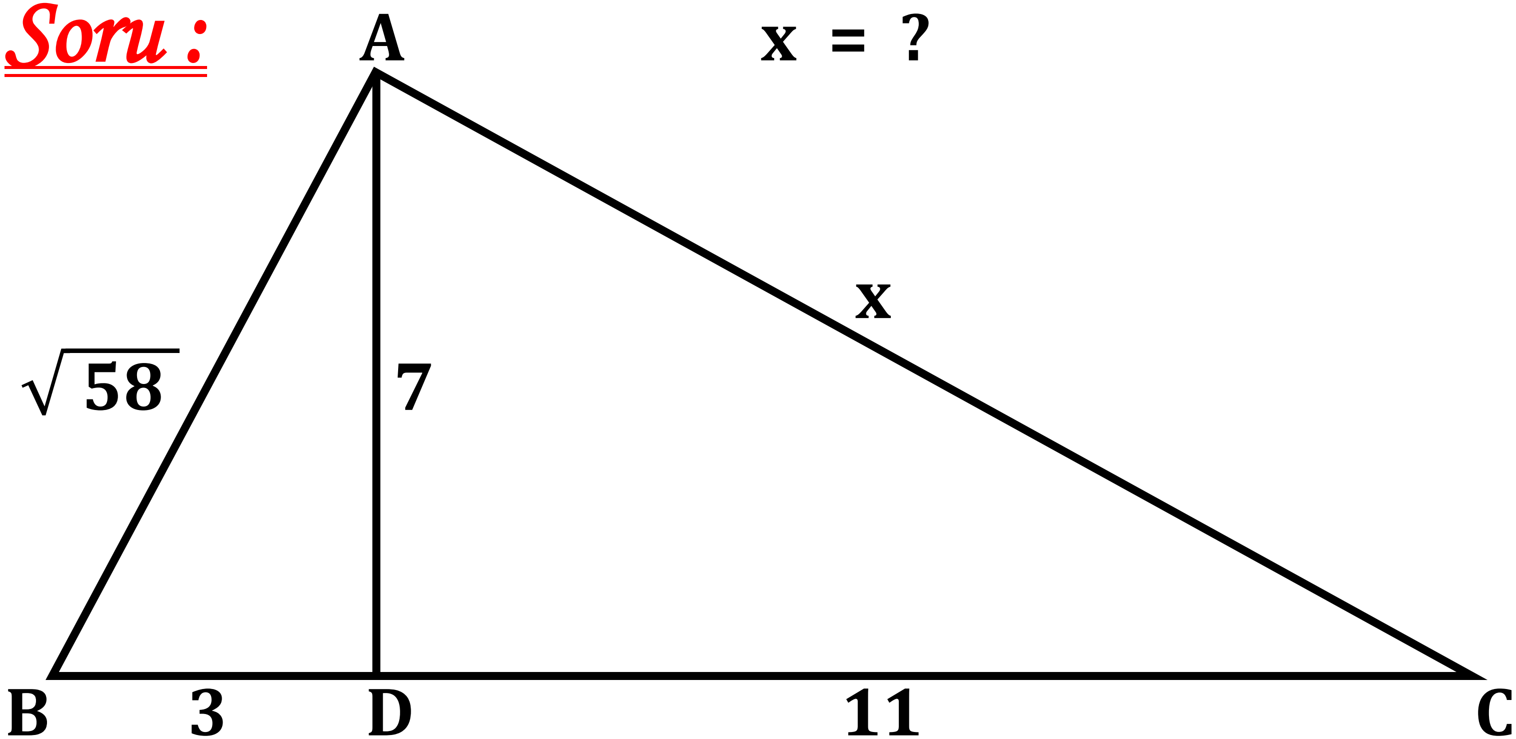
Soru :



x = ?

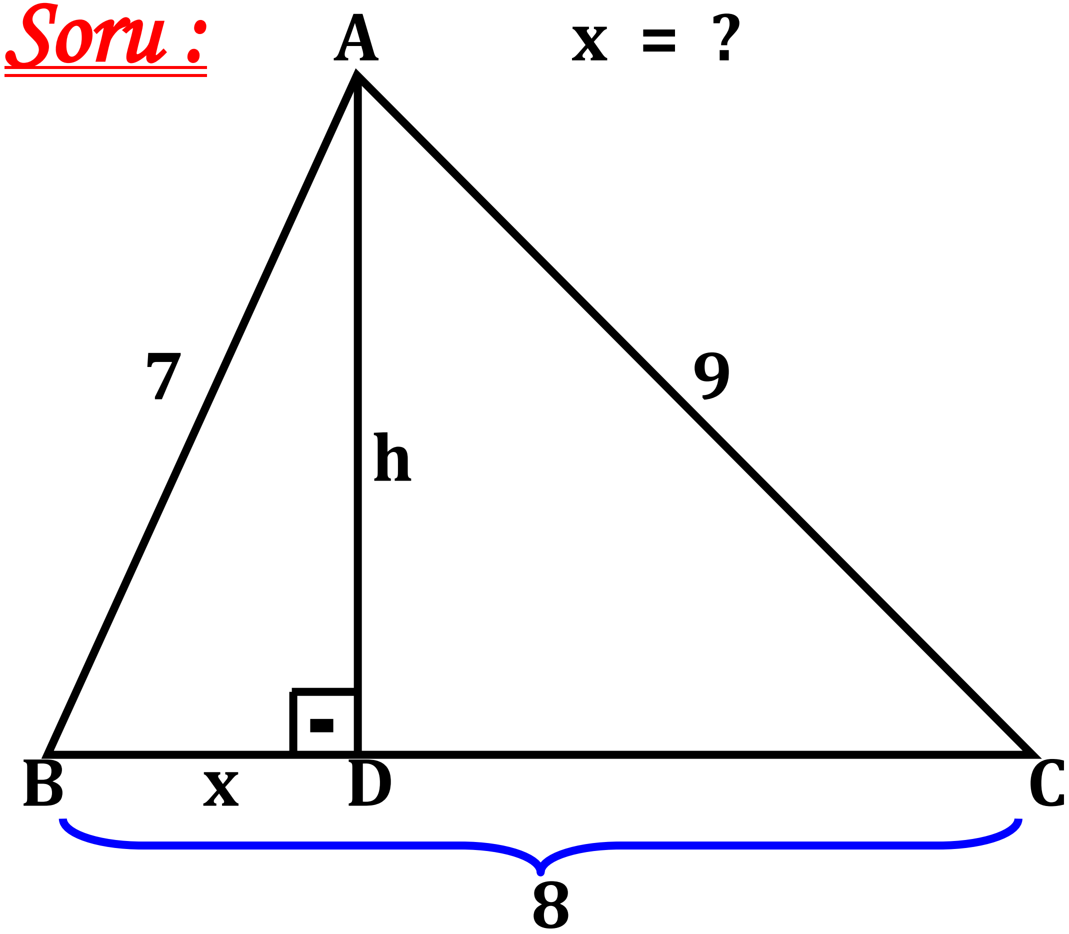
Soru :

x = ?



(Kenar uzunlukları verilen üçgende hangi açının 90° olduğu bulunur. Sonra diğer üçgenden istenen bulunur.)

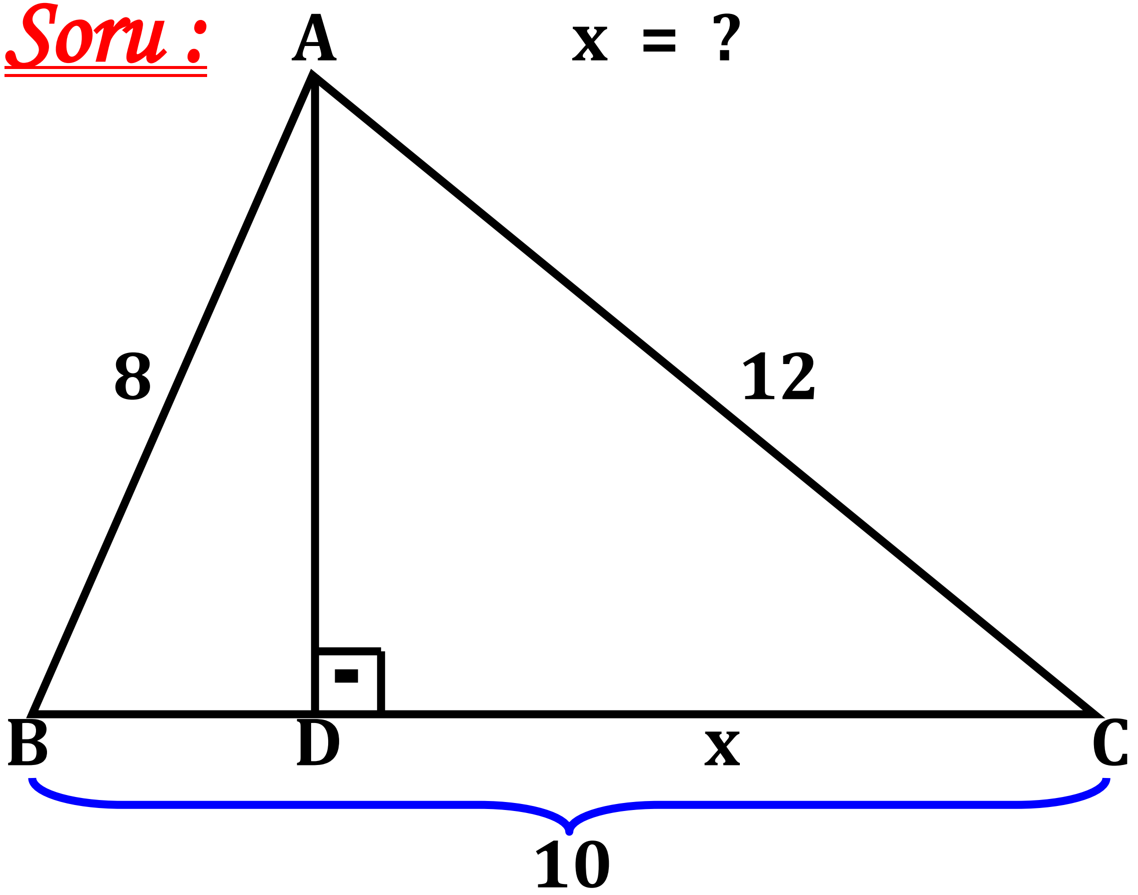
Soru : $x = ?$



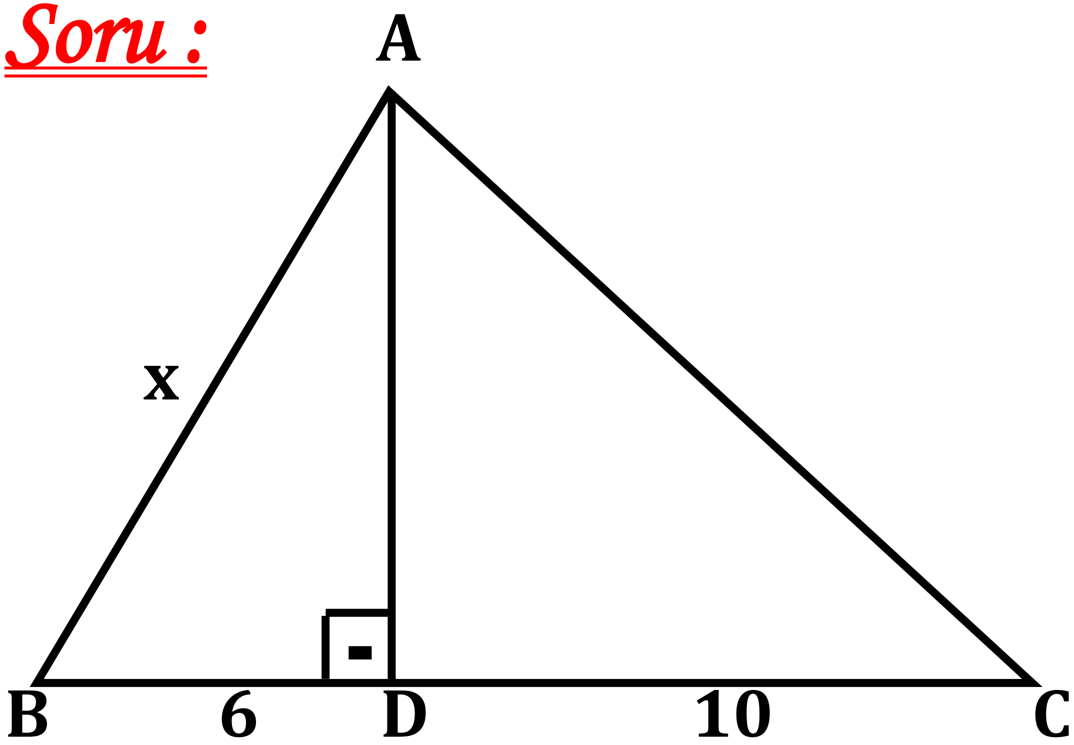
(İki dik üçgenden ortak olan grup kullanılarak çözüme gidilir.)

Soru :

$x = ?$

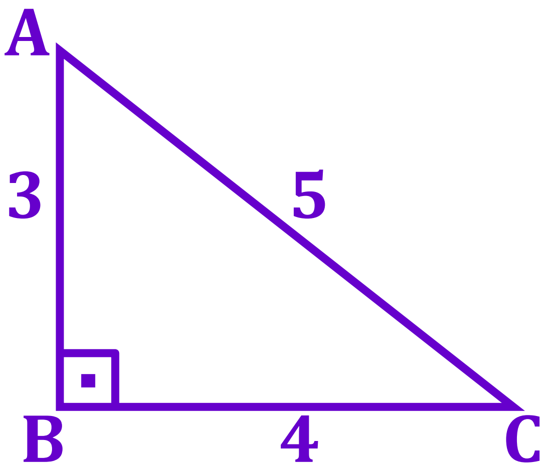


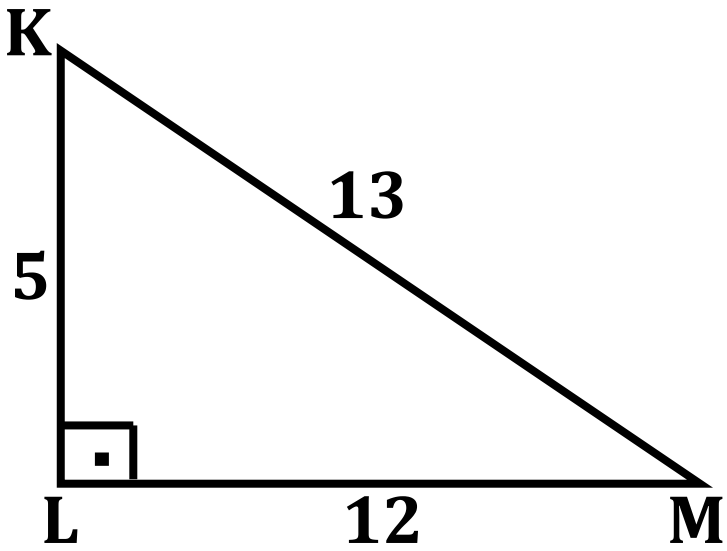
Soru :

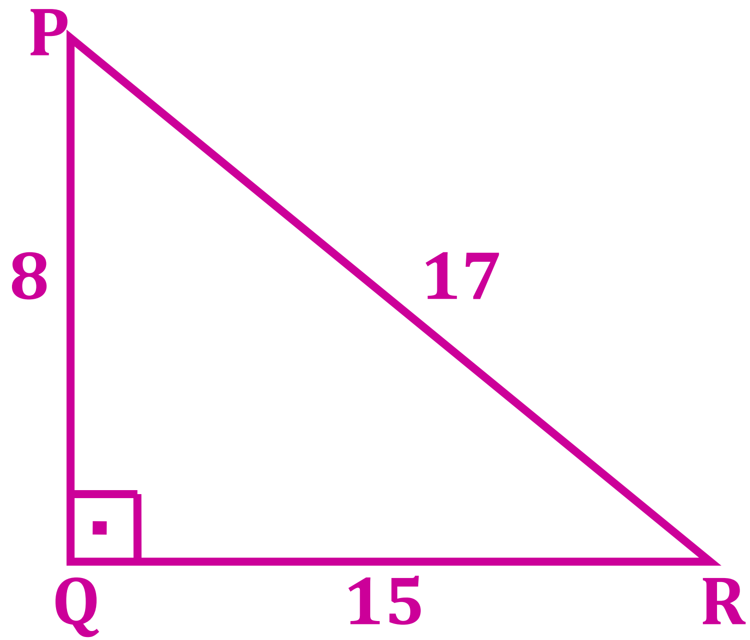


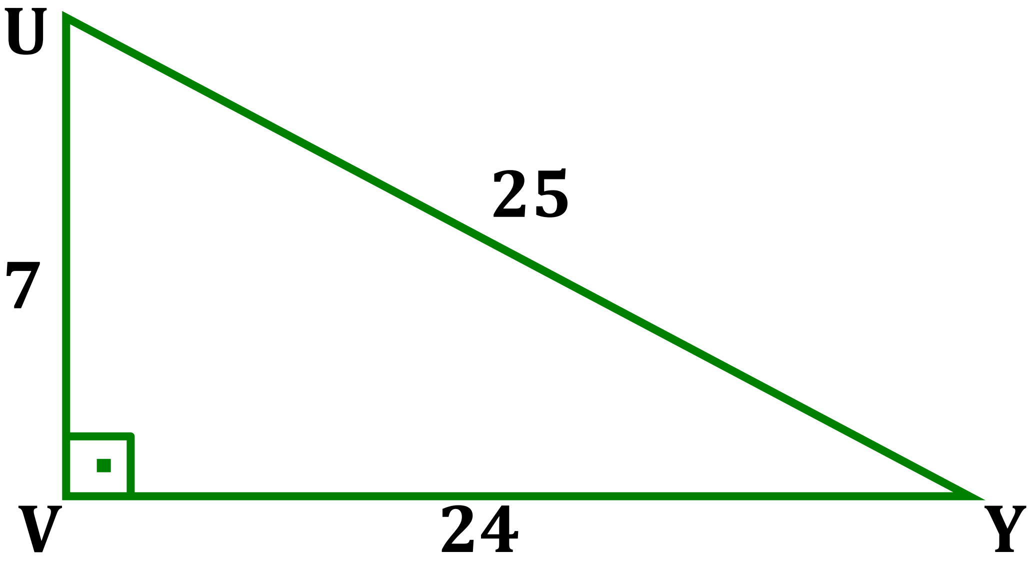
$\overset{\triangle}{Ç(ABC)} = 48$ br $x = ?$

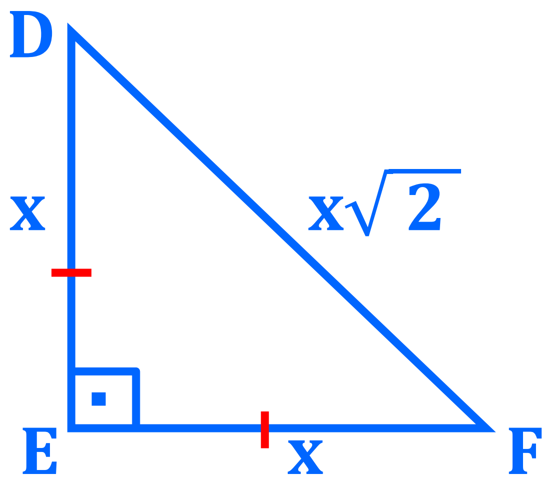
Özel Dik Üçgenler 1







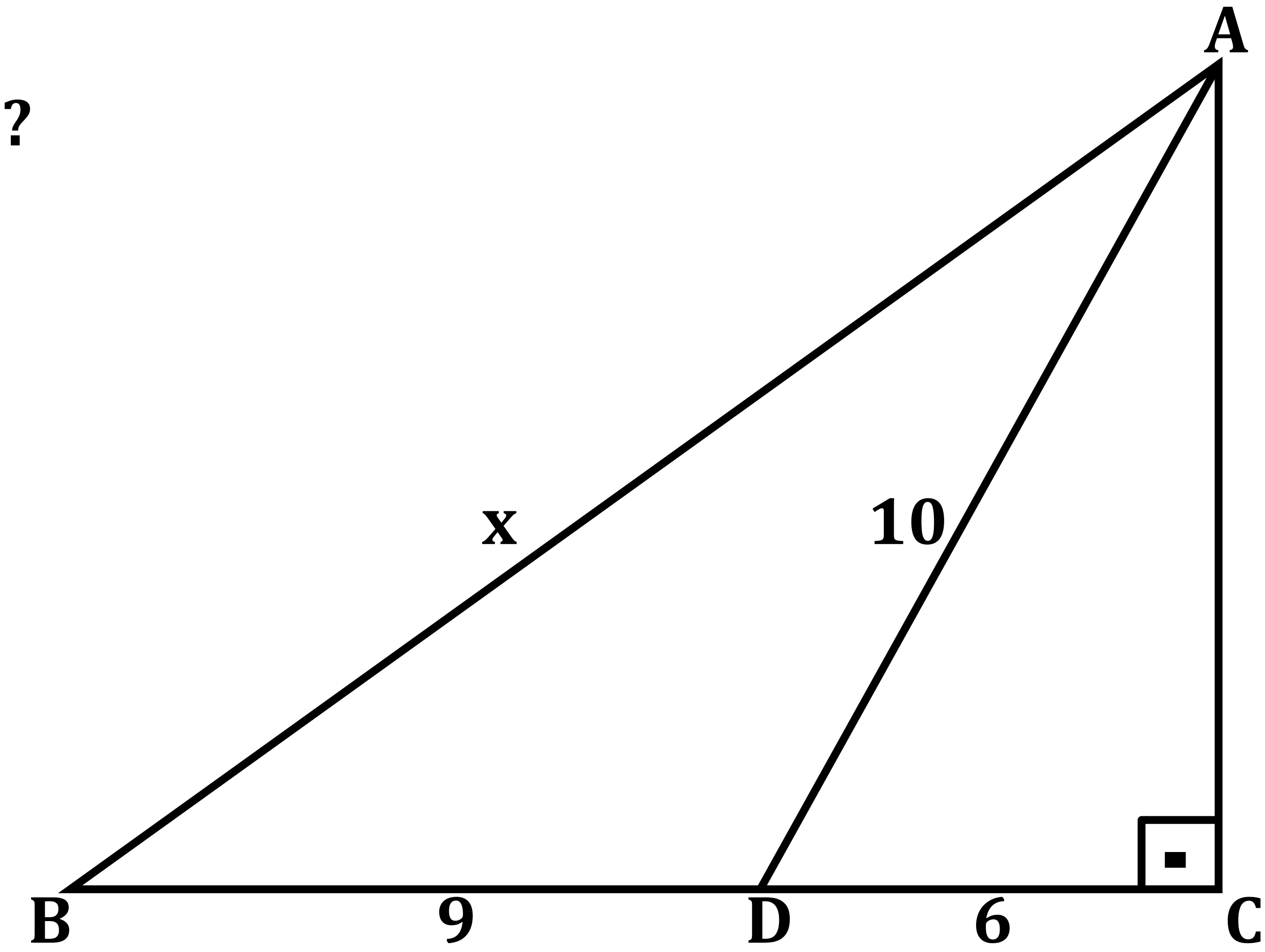




*** **Bu verilen üçgenlerin katları da aynı özelliği sağlar.**

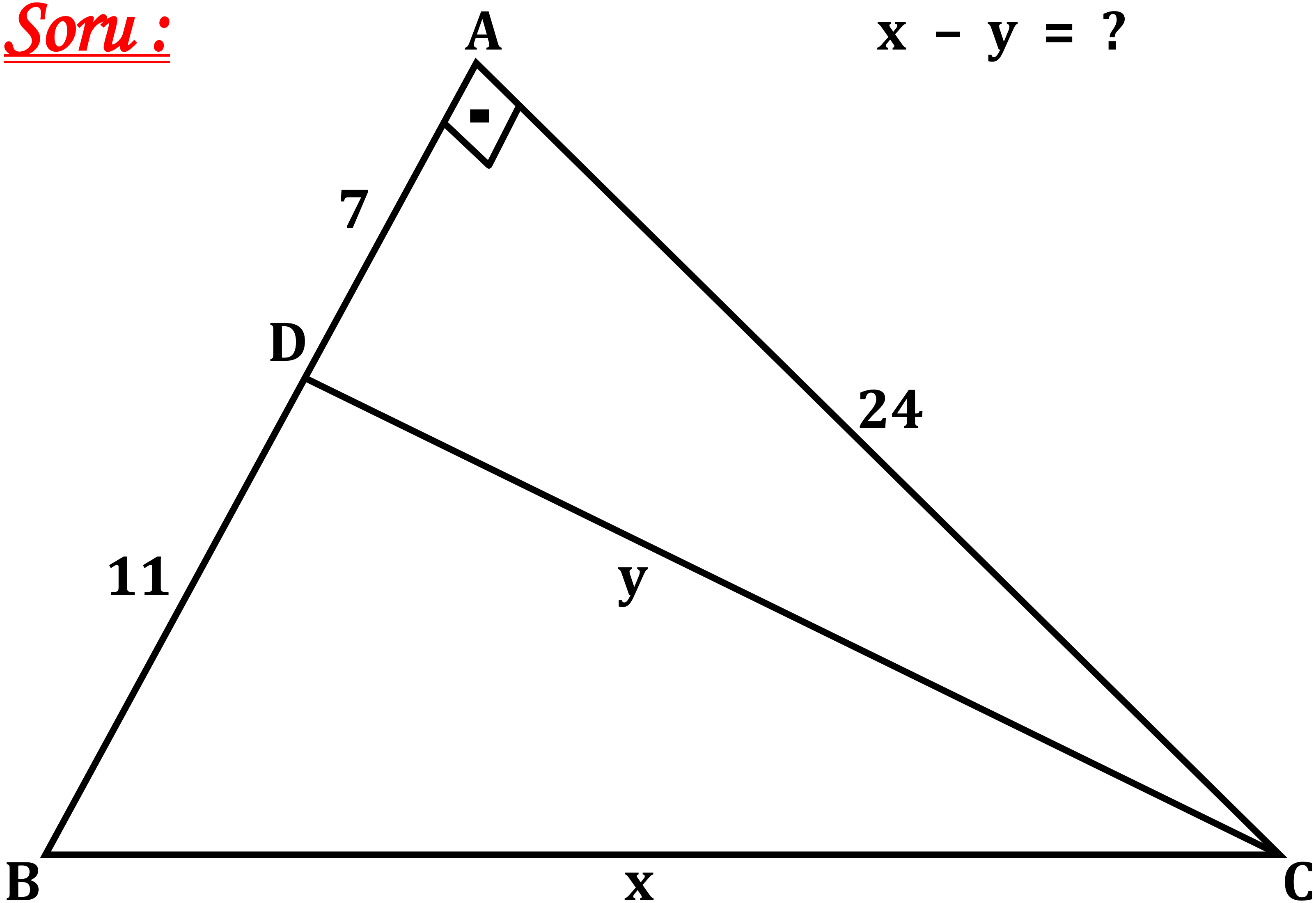
Soru :

Verilenlere göre $x = ?$

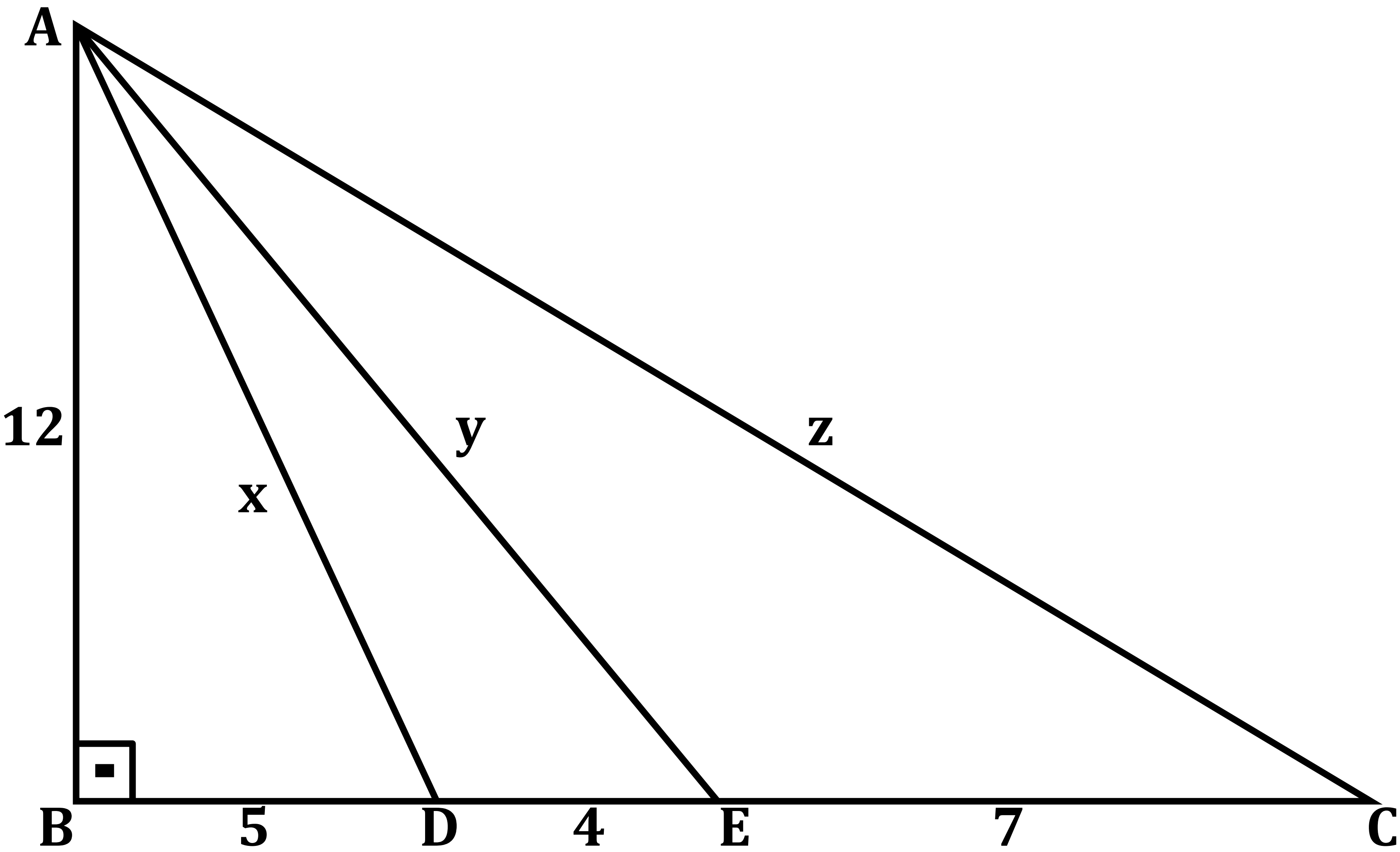


Soru :

$x - y = ?$

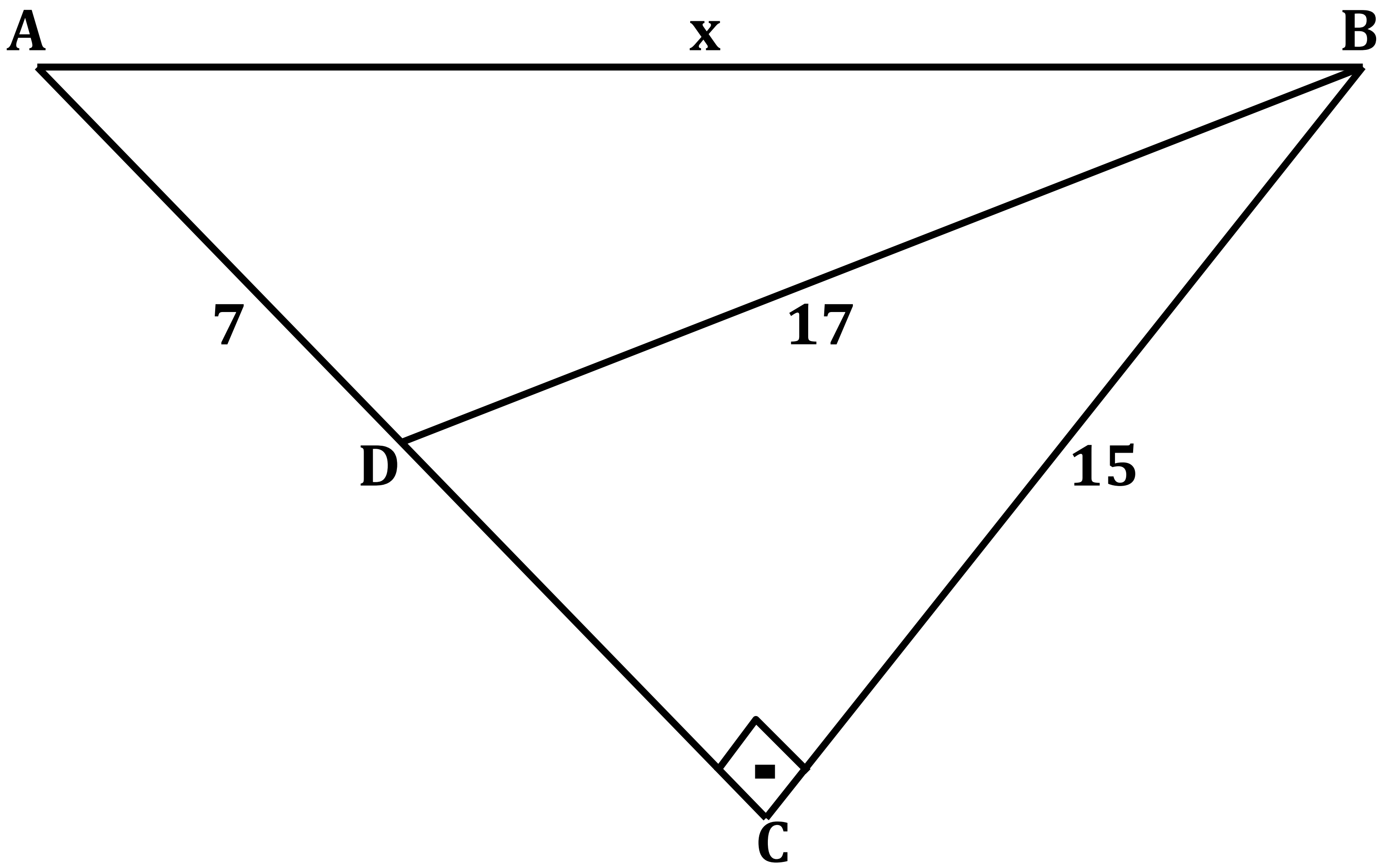


Soru : $x + y + z = ?$



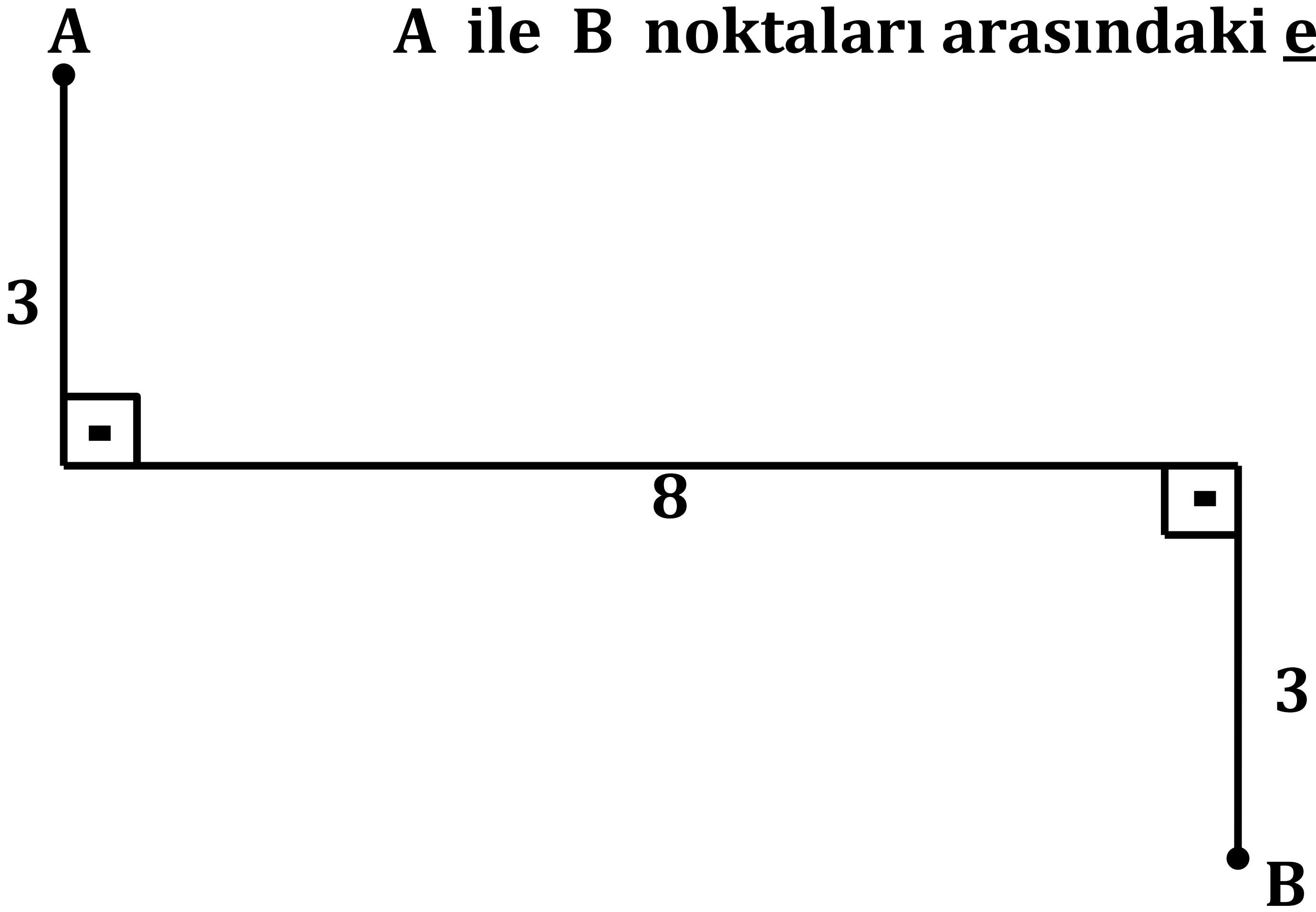
Soru :

$x = ?$



Soru :

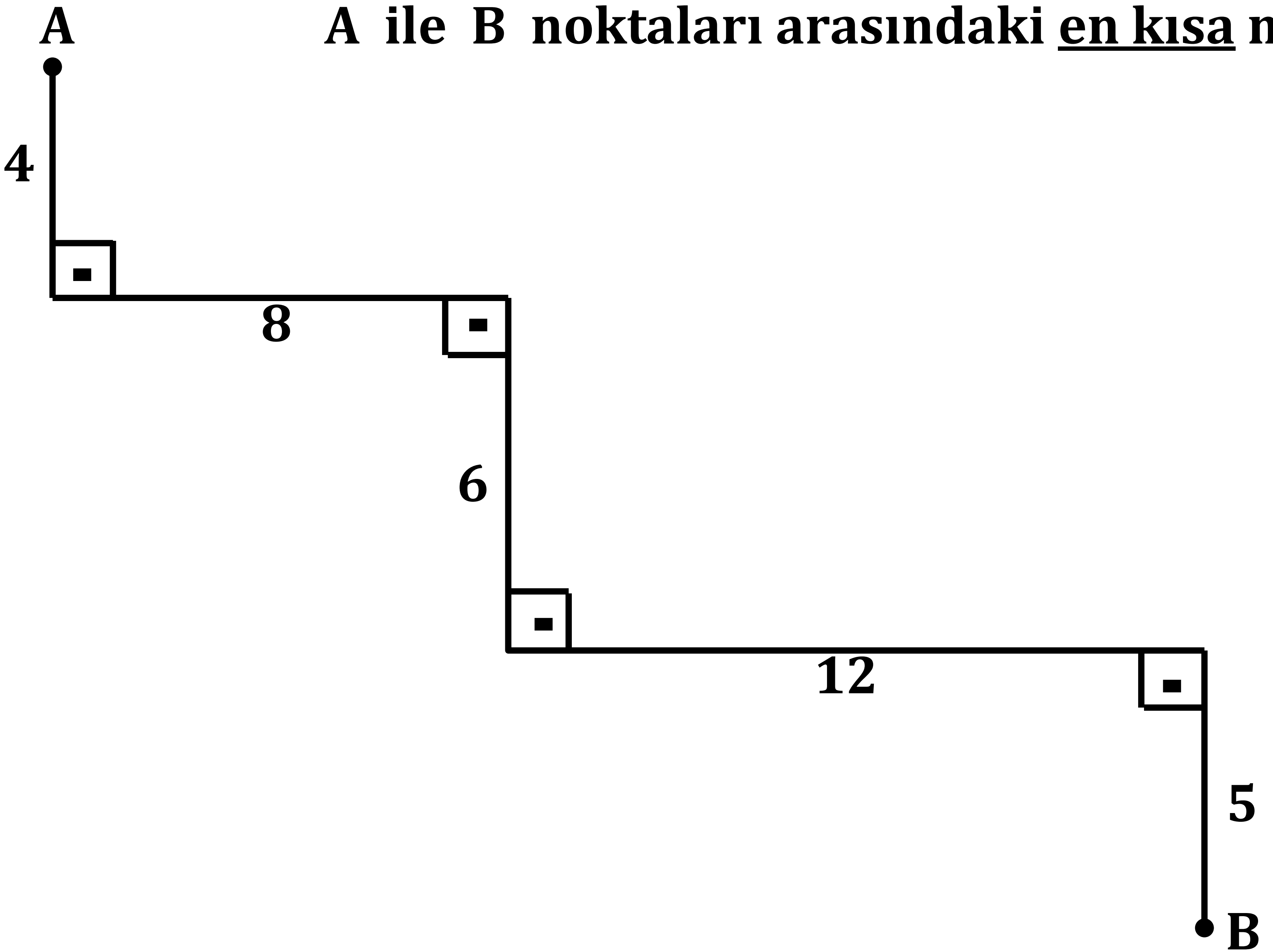
A ile B noktaları arasındaki <u>en kısa</u> mesafeyi bulunuz.



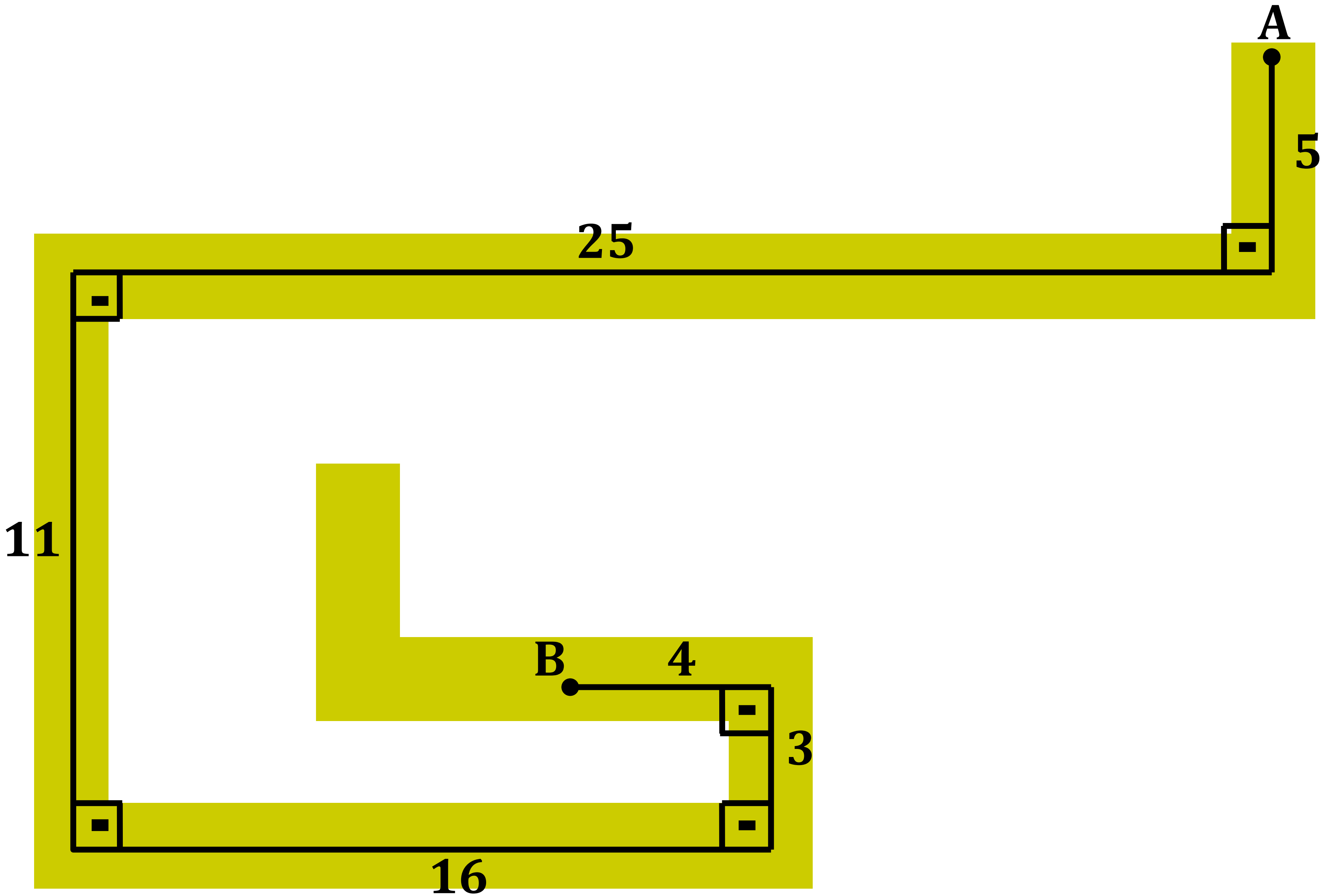
(A ile B noktaları birleştirilir. [AB] 'nin <u>hipotenüs olduğu</u> dik üçgen oluşturulur ve istenen bulunur.)

Soru :

A ile B noktaları arasındaki <u>en kısa</u> mesafeyi bulunuz.

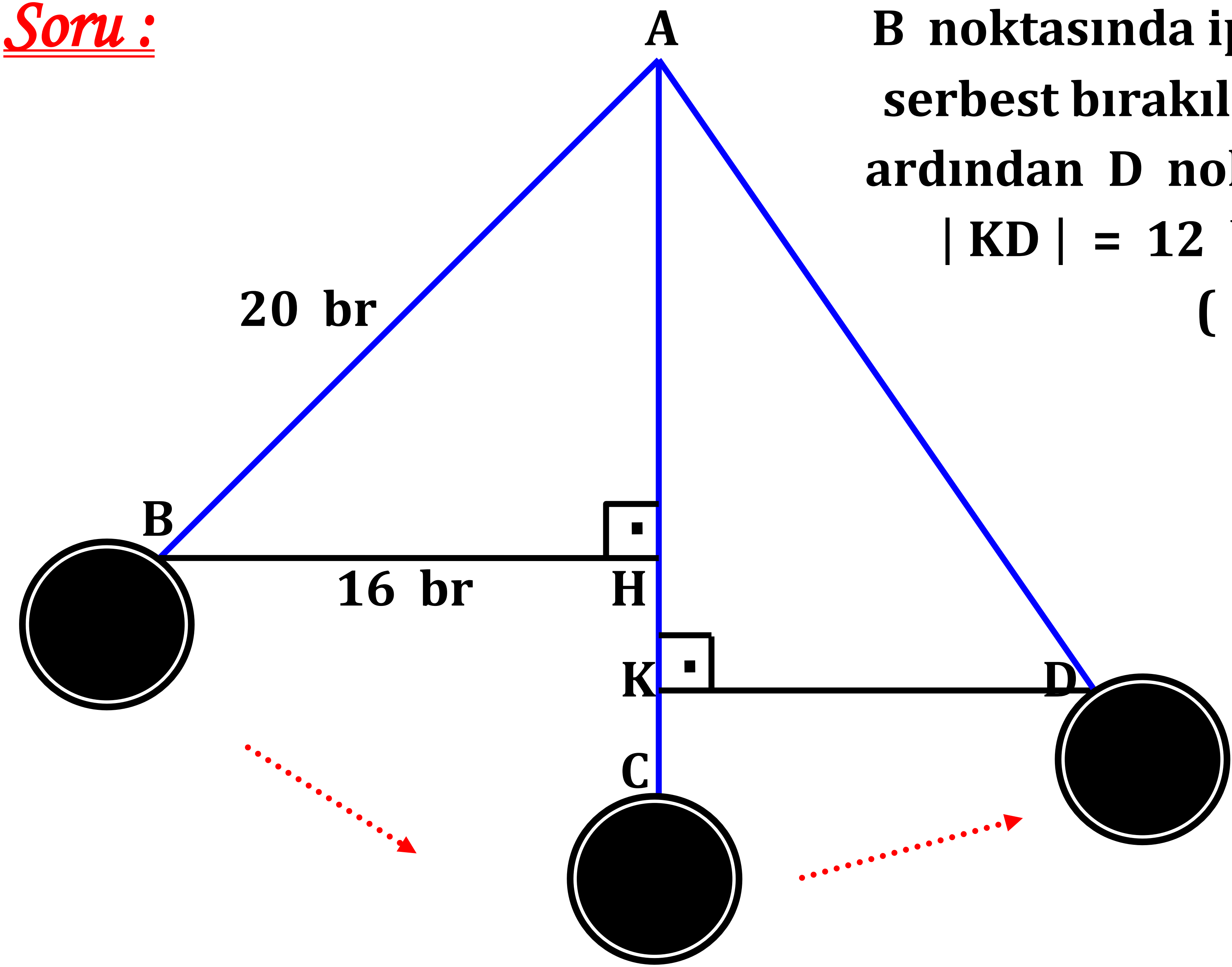


Soru :



Labirent şeklindeki bir yolda A ile B noktaları arasındaki en kısa mesafeyi bulunuz.

Soru :

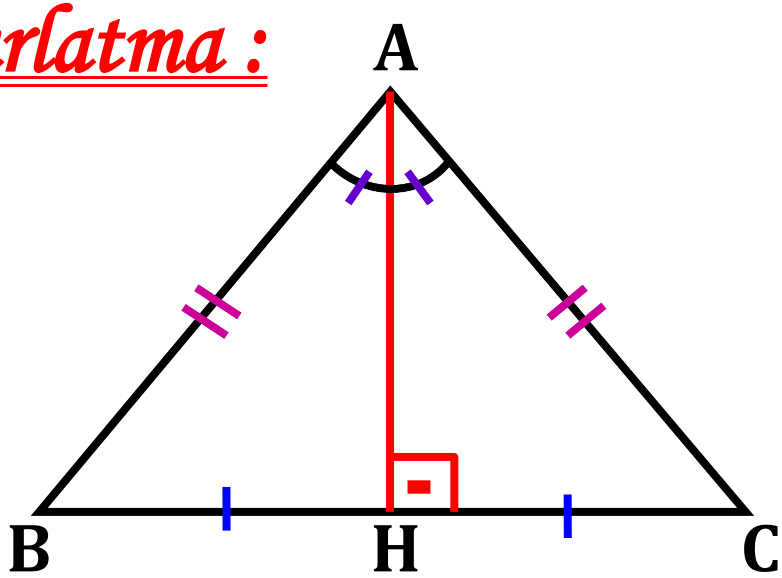


B noktasında ipe bağlı olan top serbest bırakılıyor. Top önce C ardından D noktasına ulaşıyor.

| KD | = 12 br ise | KC | = ?

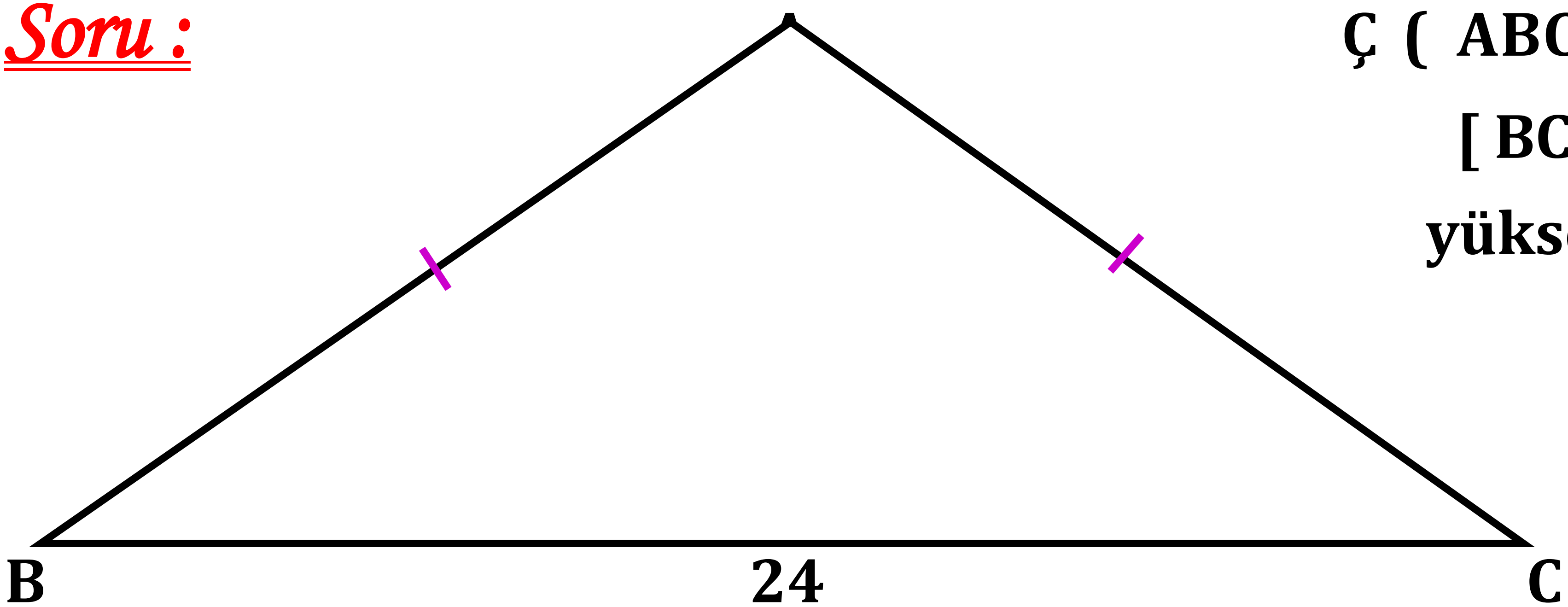
(İp her durumda gergindir.)

Hatırlatma :



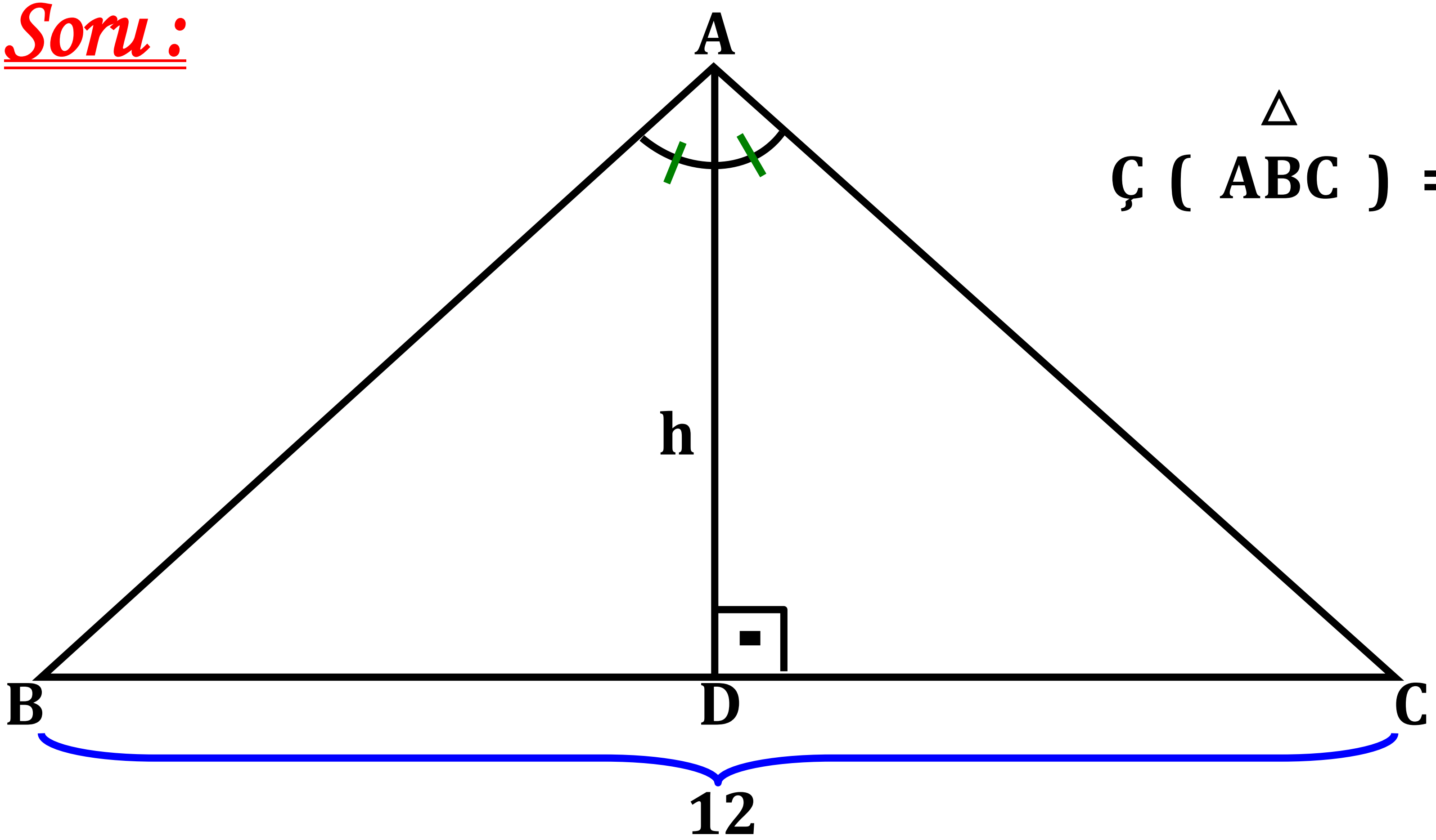
İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik, hem kenarortay hem de açıortaydır.

Soru :



Ç ($\overset{\triangle}{ABC}$) = 50 br ise [BC] tabanına ait yüksekliği bulunuz.

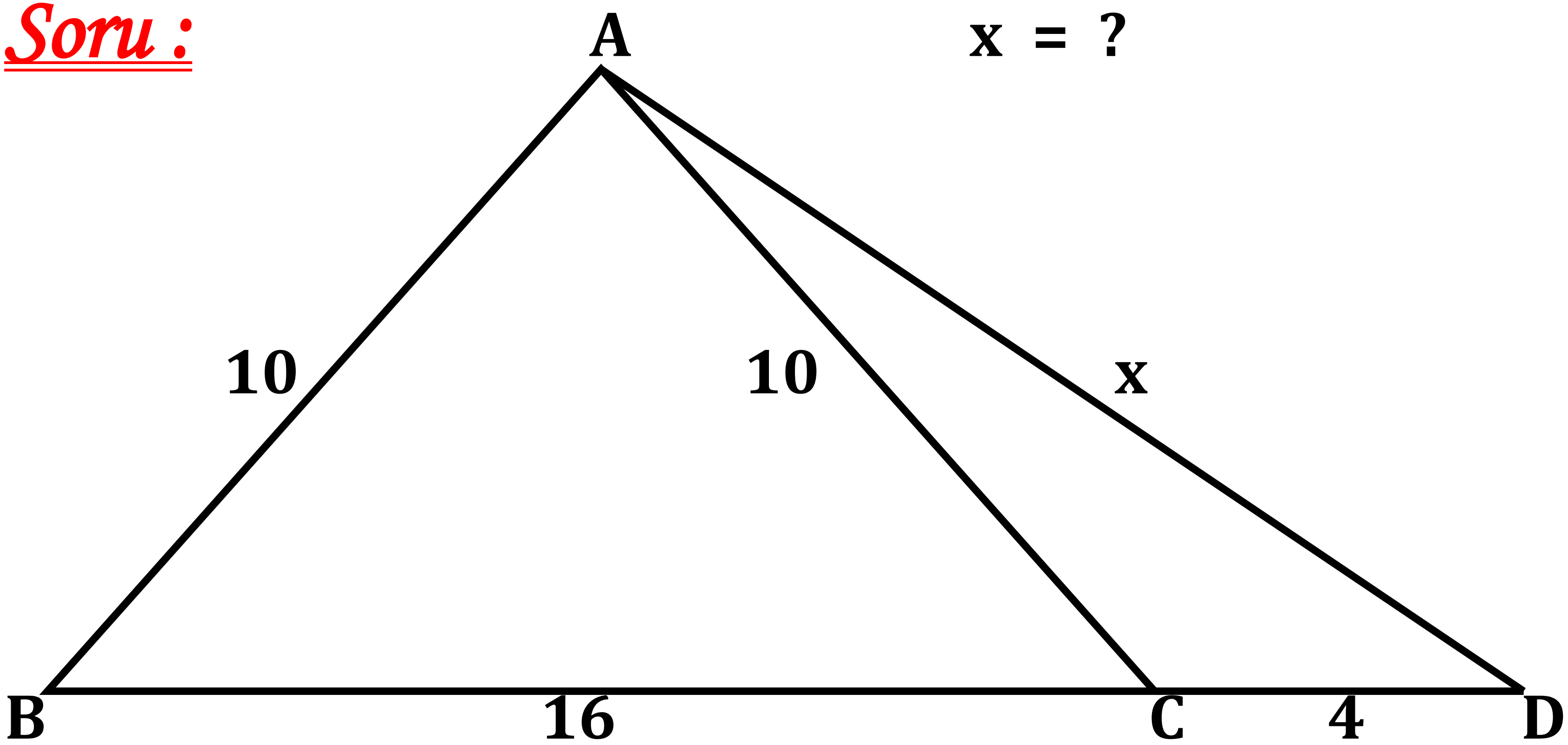
Soru :



$\text{Ç}(\overset{\triangle}{ABC}) = 28$ br ise $h = ?$

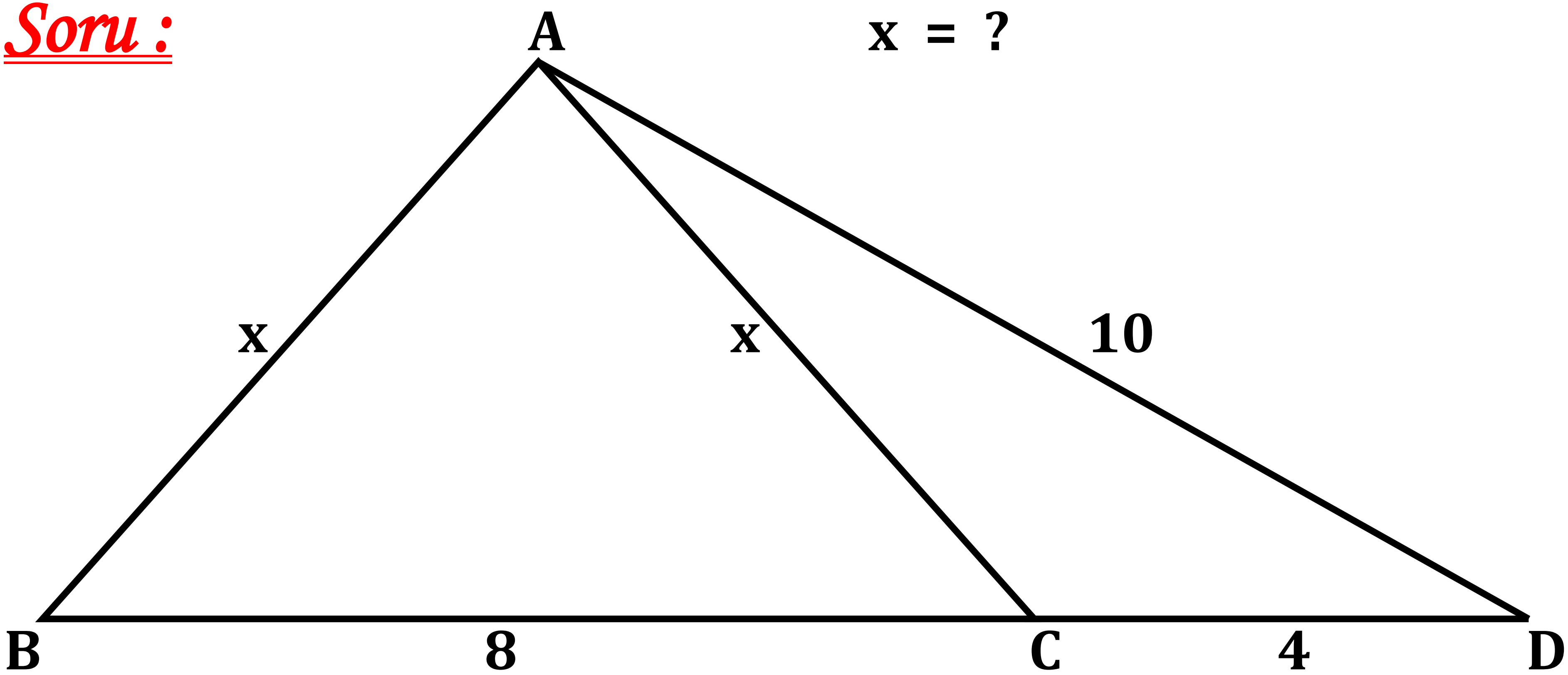
Soru :

$x = ?$



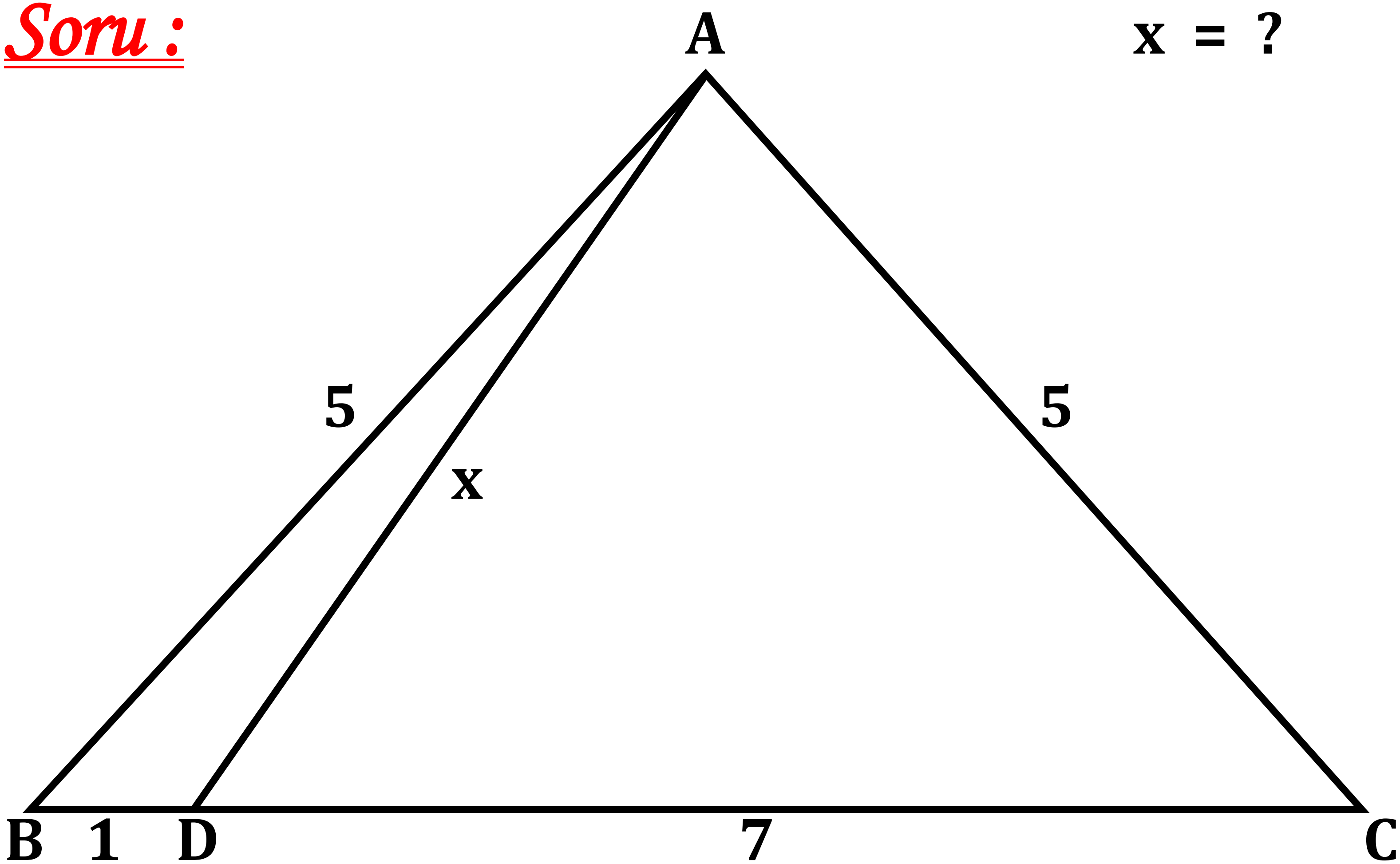
Soru :

$x = ?$



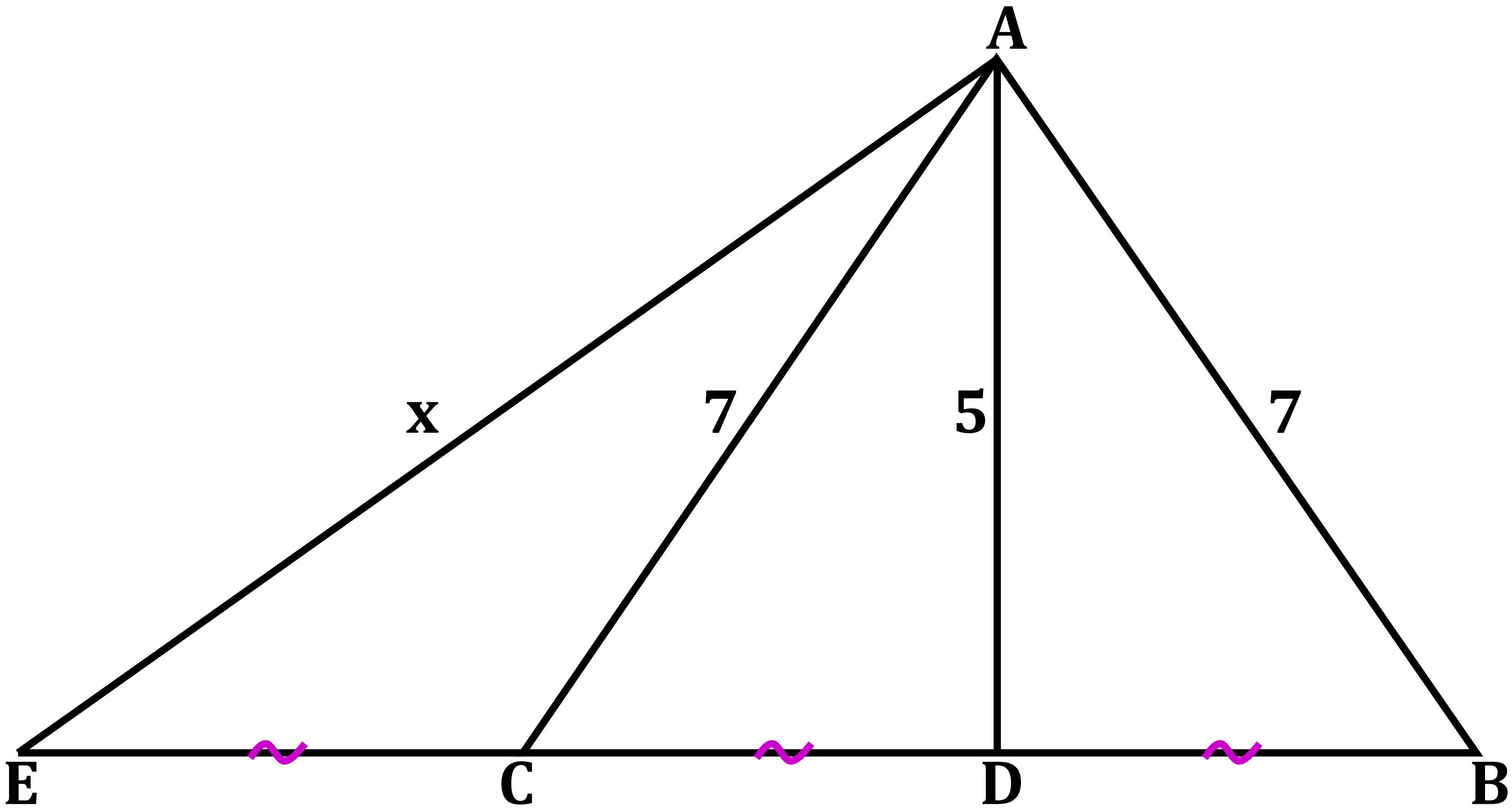
Soru :

$x = ?$



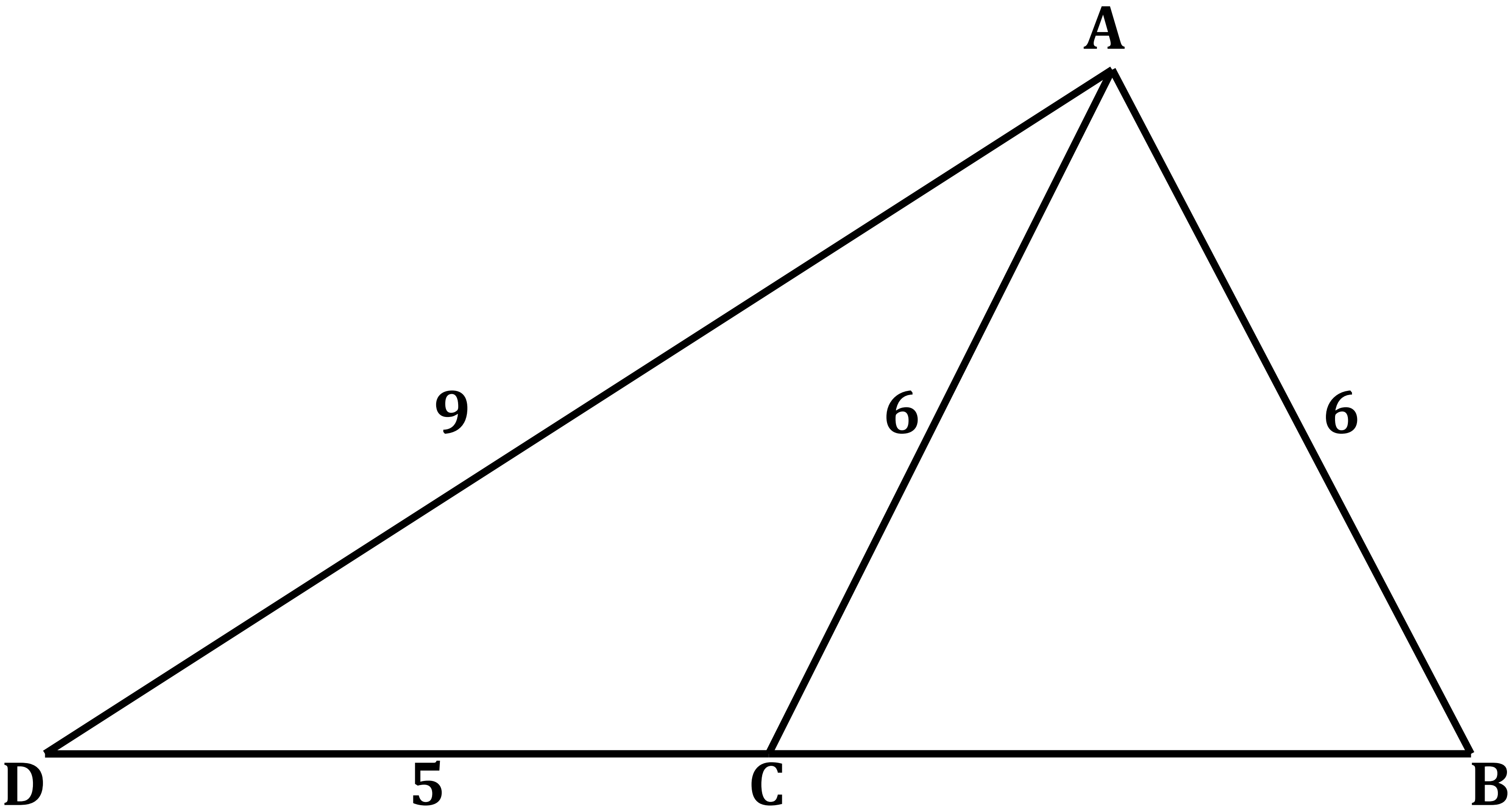
Soru :

x = ?



Soru :

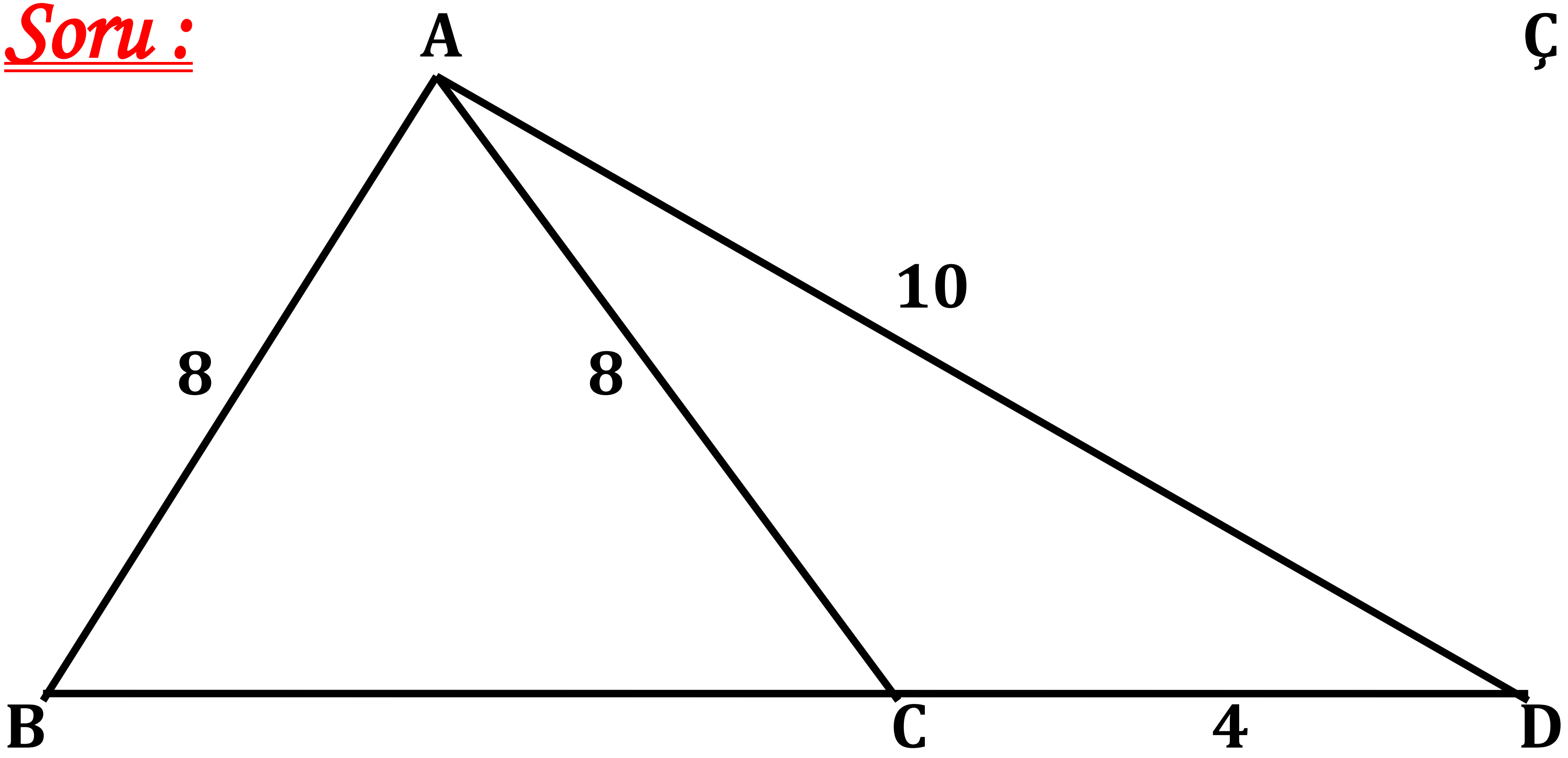
| CB | = ?



(A ’dan [BC] ’ye dik indir. Parçalara harf ver. İki farklı dik üçgenden ortak olan grup kullanılarak çözüme gidilir.)

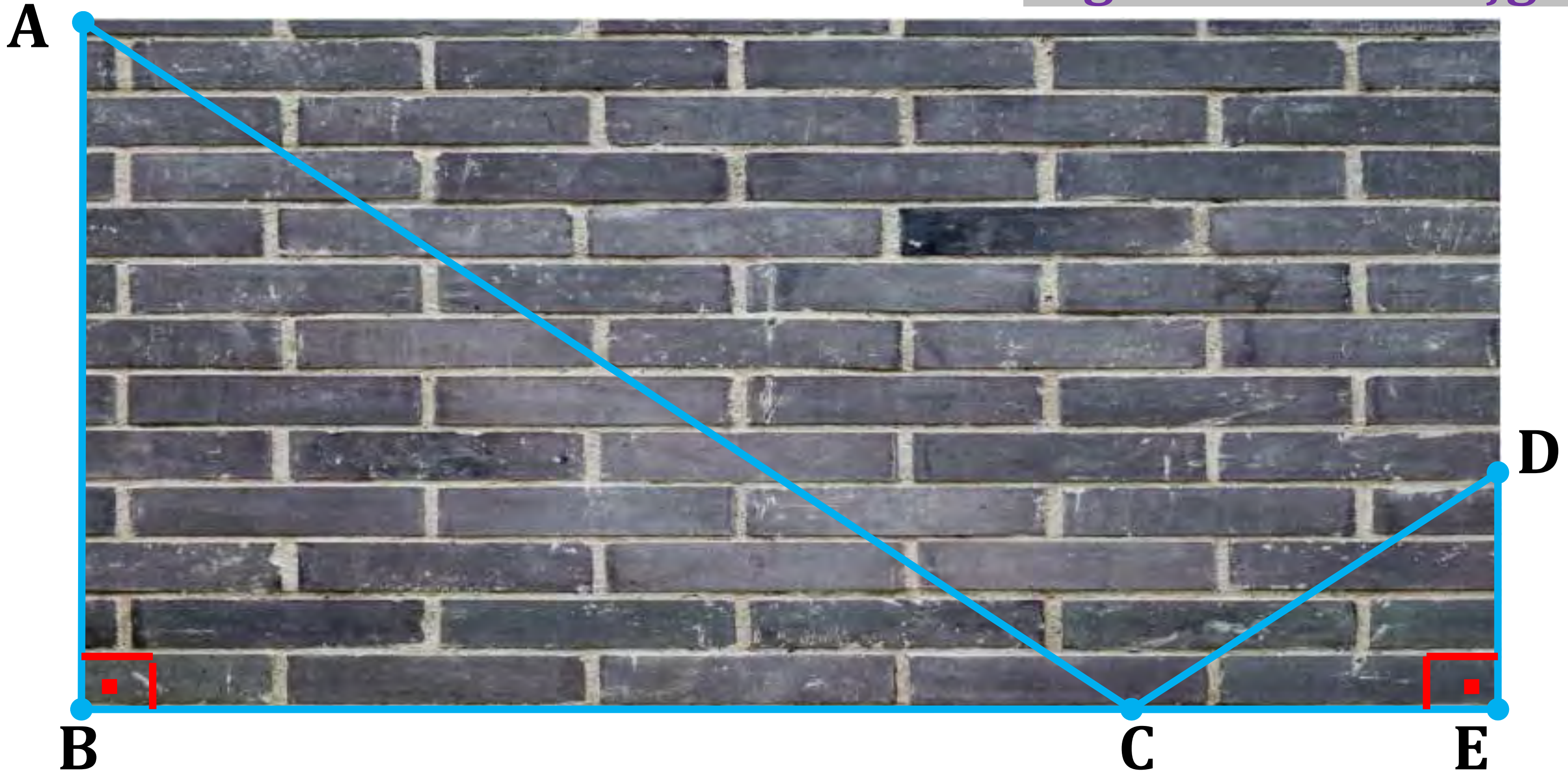
Soru :

$\overset{\triangle}{Ç(ABD)} = ?$

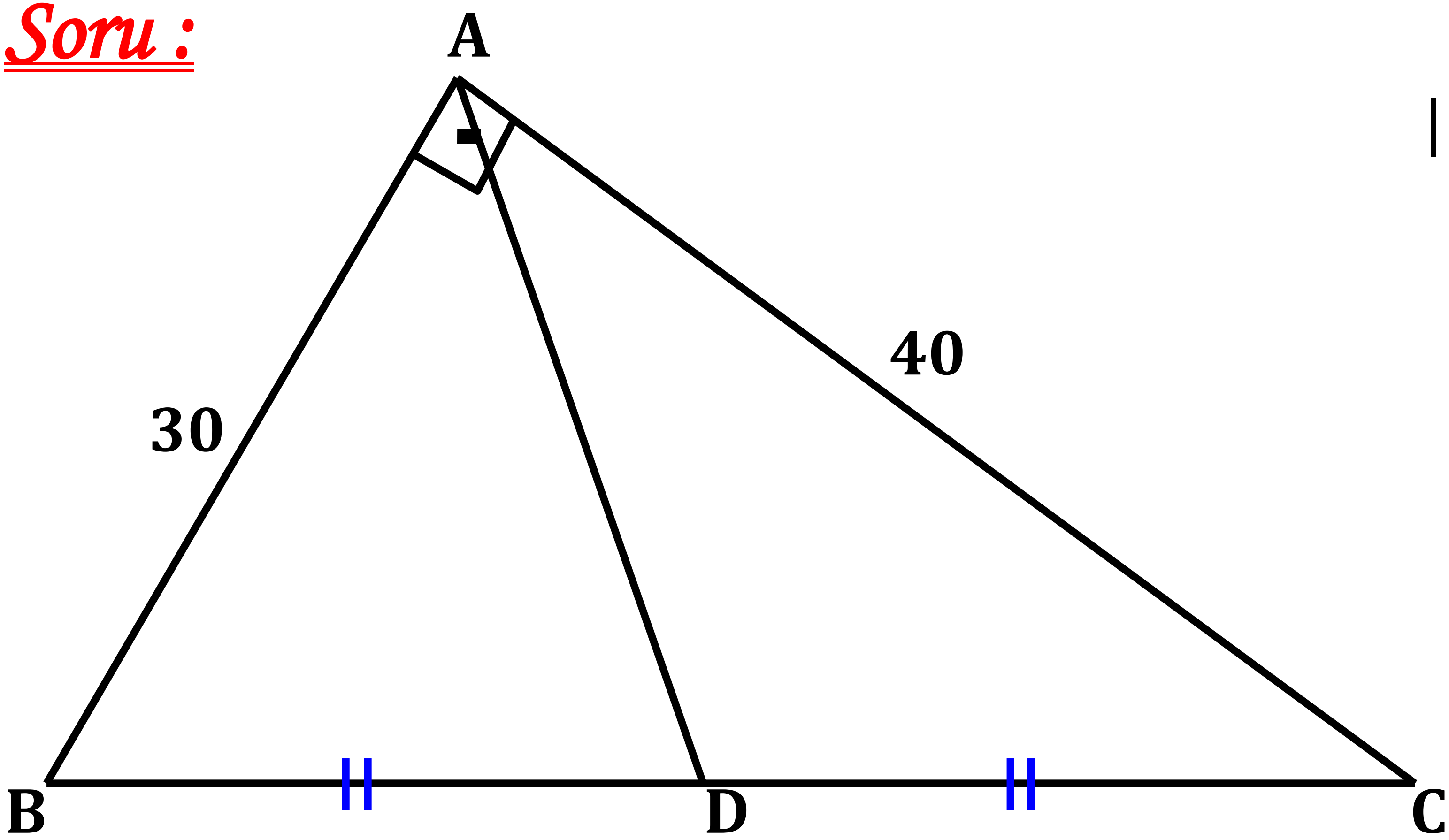


Soru : Bir karınca A noktasından başlayıp önce C ardından da D noktasına gidiyor. | AB | = 9 m , | BC | = 12 m , | CE | = 4 m ve | DE | = 3 m ise karıncanın kat ettiği mesafe <u>en az</u> kaç m ’dir ?

(CDE üçgeninin simetriği alt tarafa çizilir ve istenen mesafeyi bulabileceğimiz bir dik üçgen oluşturulur.)



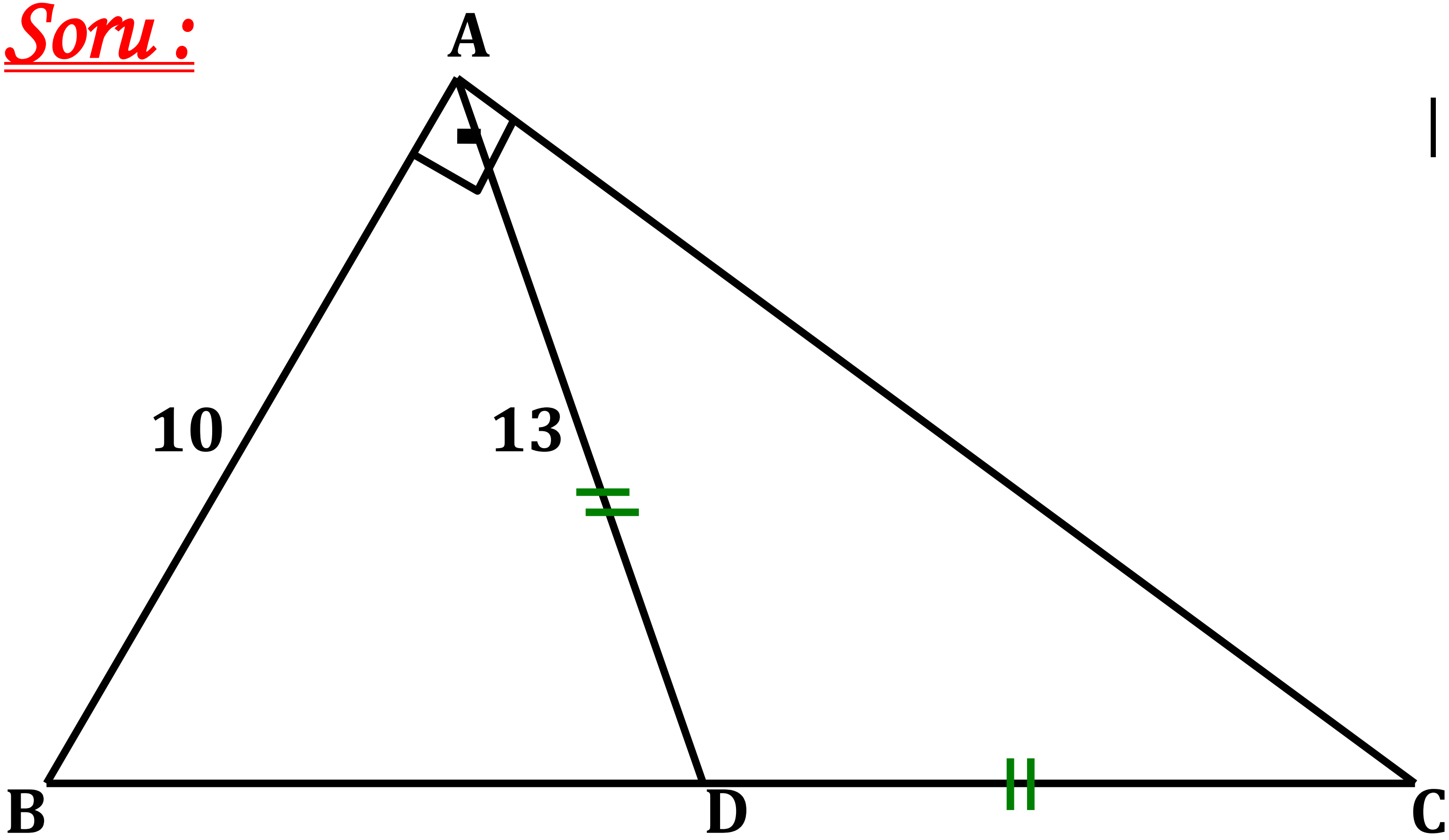
Soru :



$|AD| = ?$

(Bu tarz sorularda **muhteşem üçlüden** ve varsa **ağırlık merkezi** kuralından faydalanılır.)

Soru :

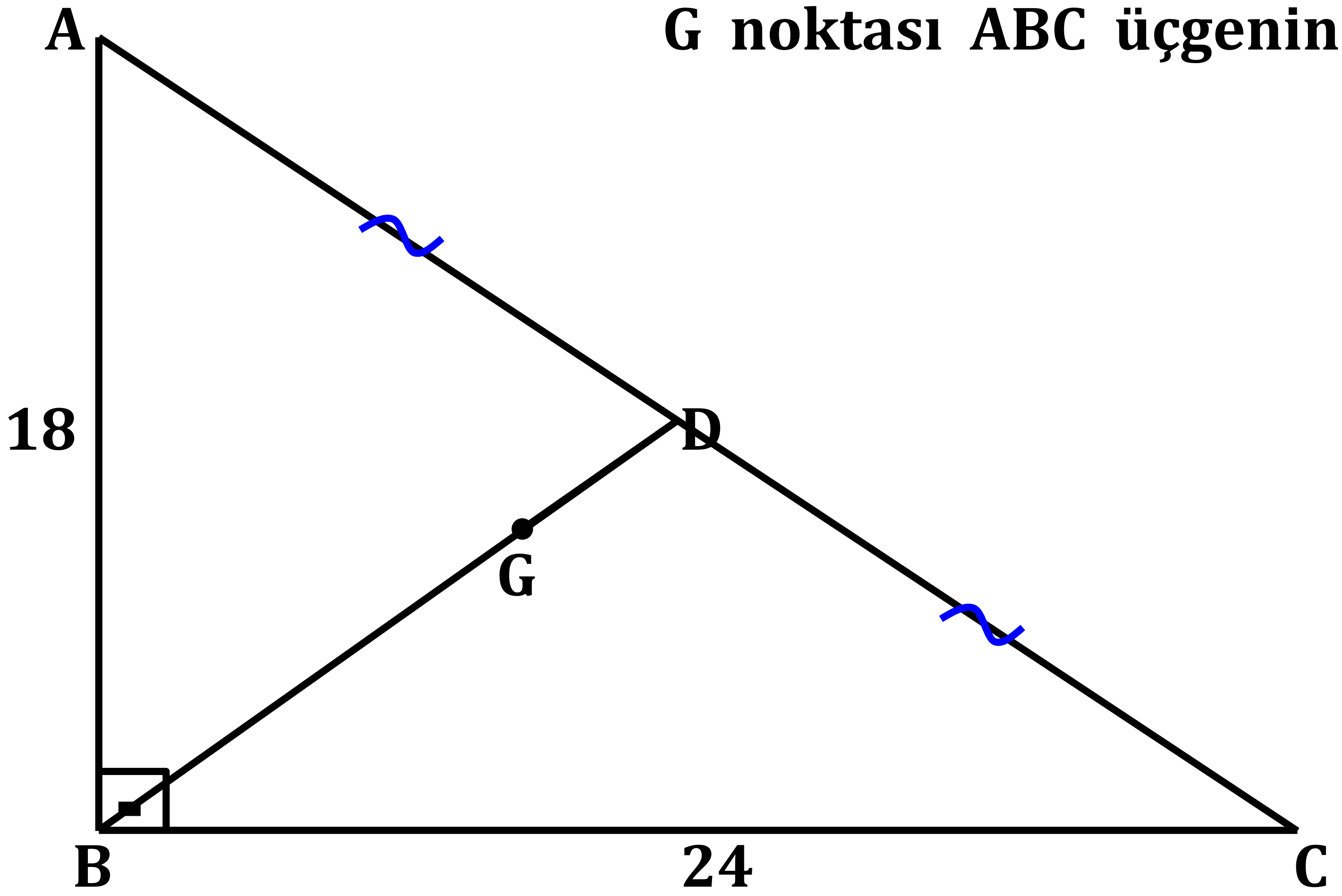


$|AC| = ?$

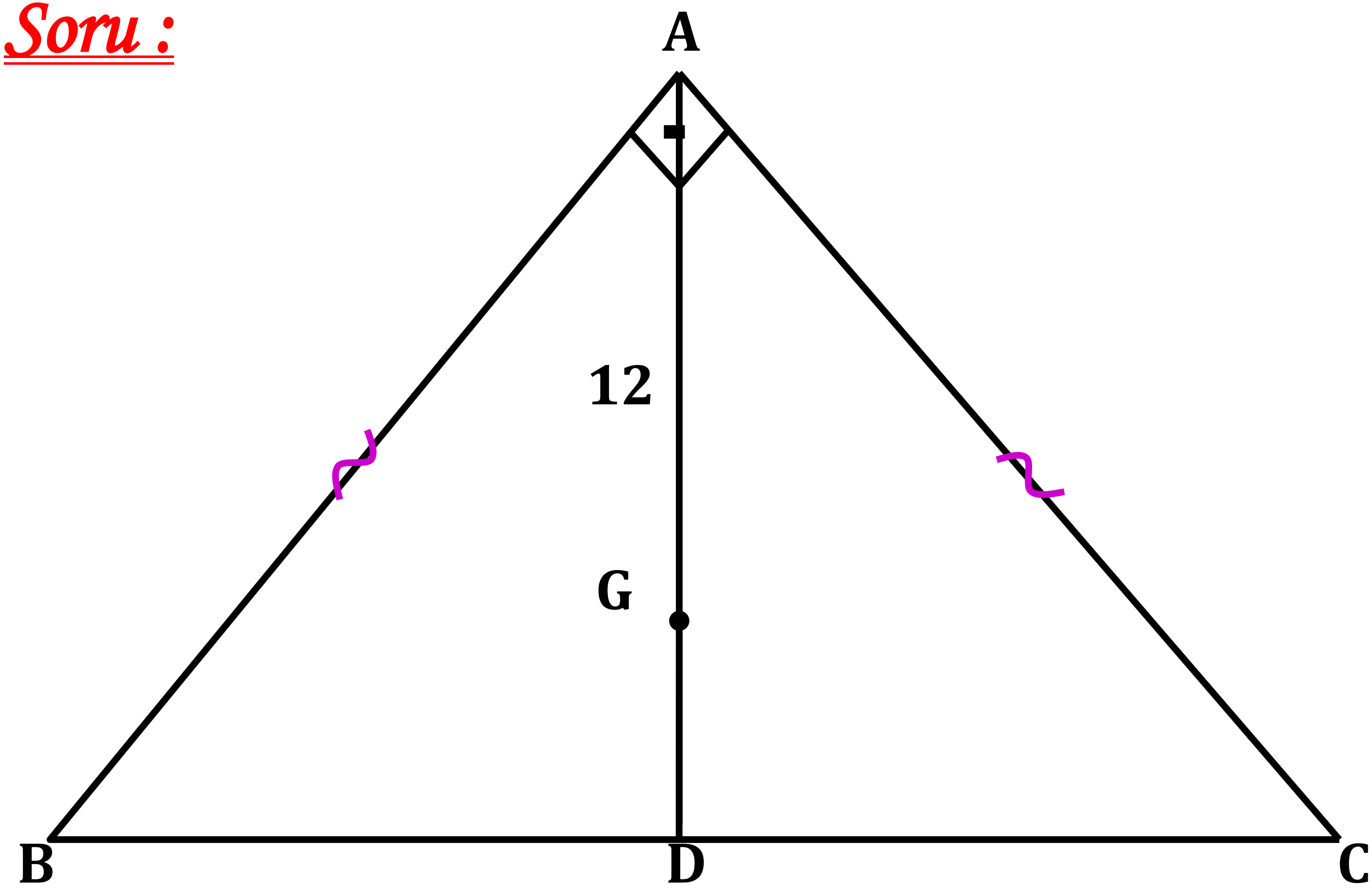
Soru :

G noktası ABC üçgeninin **ağırlık merkezi** ise

$|GD| = ?$



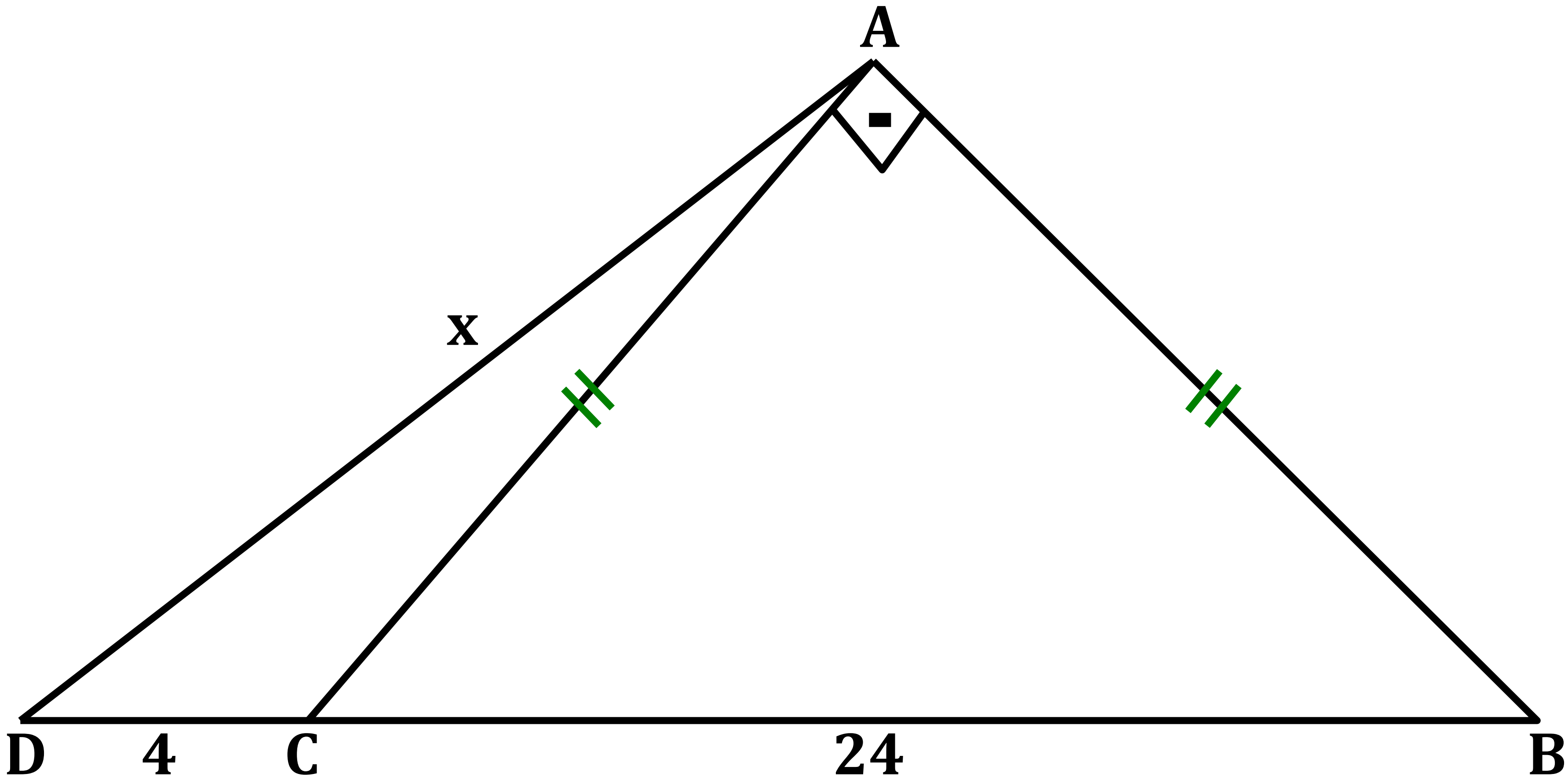
Soru :



G noktası ABC üçgeninin
ağırlık merkezi ise | AB | = ?

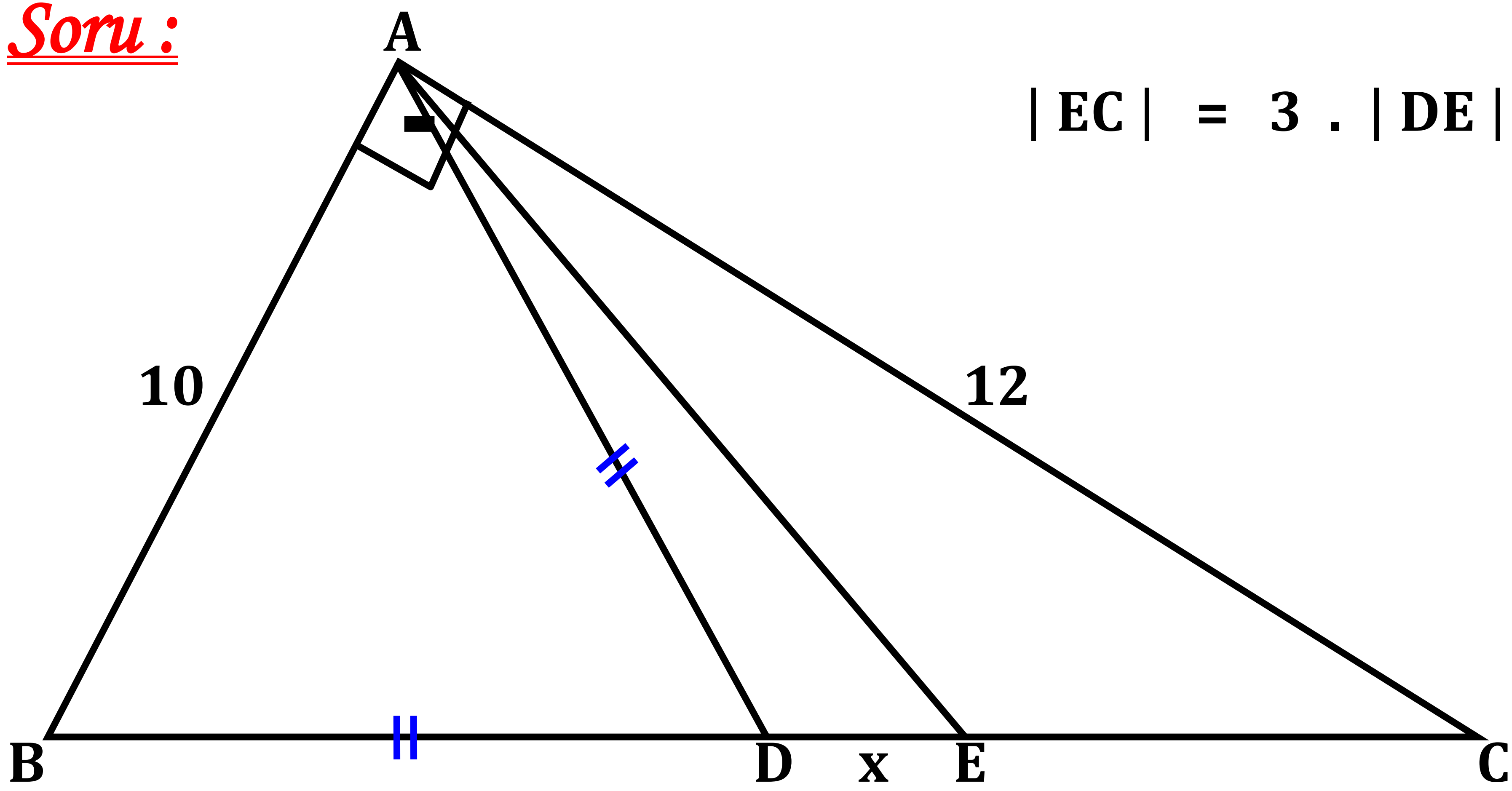
Soru :

x = ?

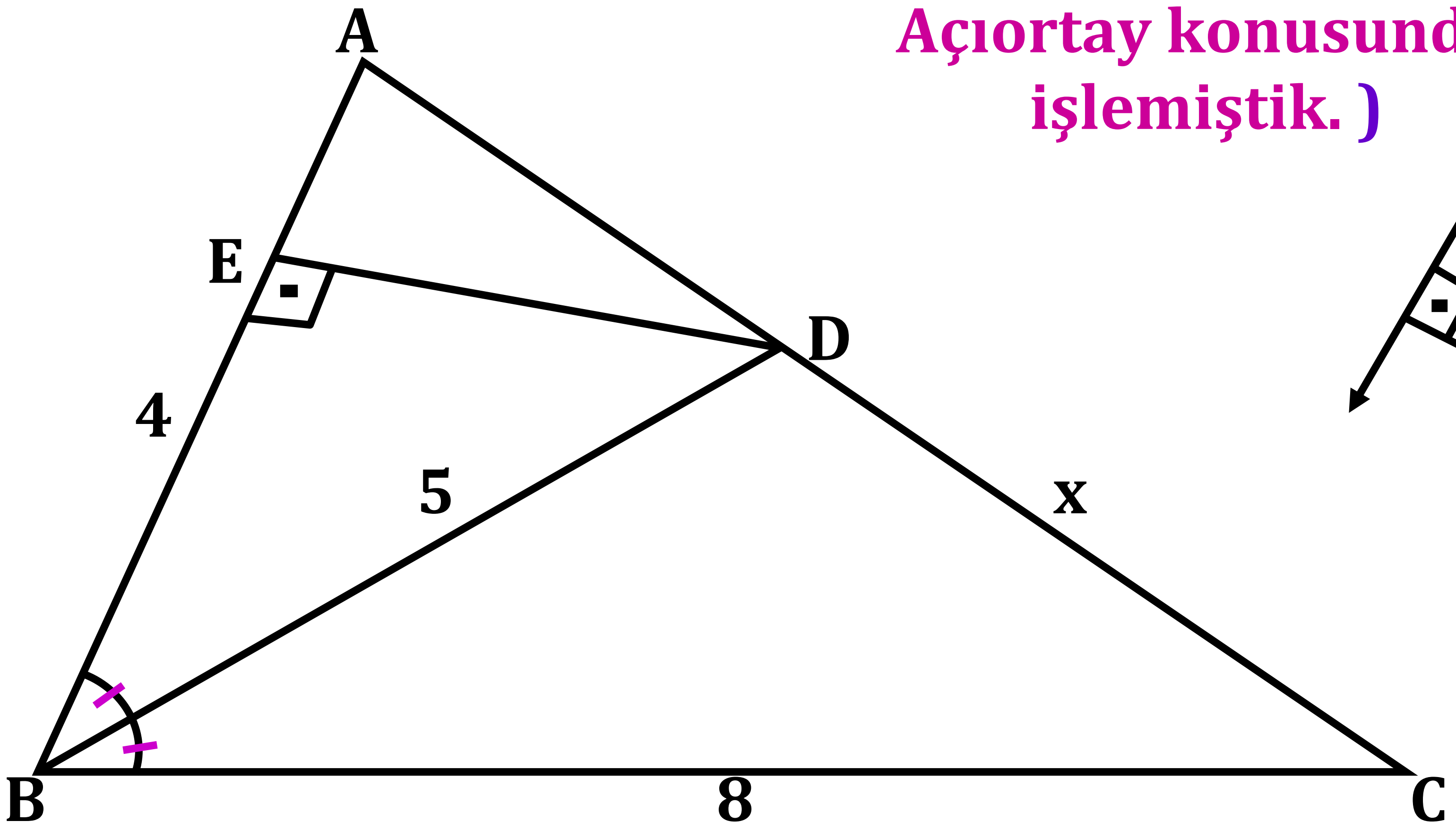


Soru :

$|EC| = 3 \cdot |DE|$ ise $x = ?$

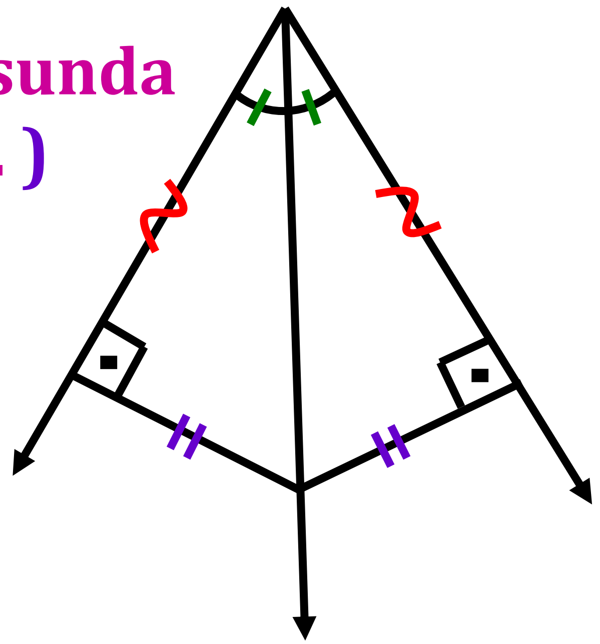


Soru :



(Hatırlatma :

Açıortay konusunda işlemiştik.)

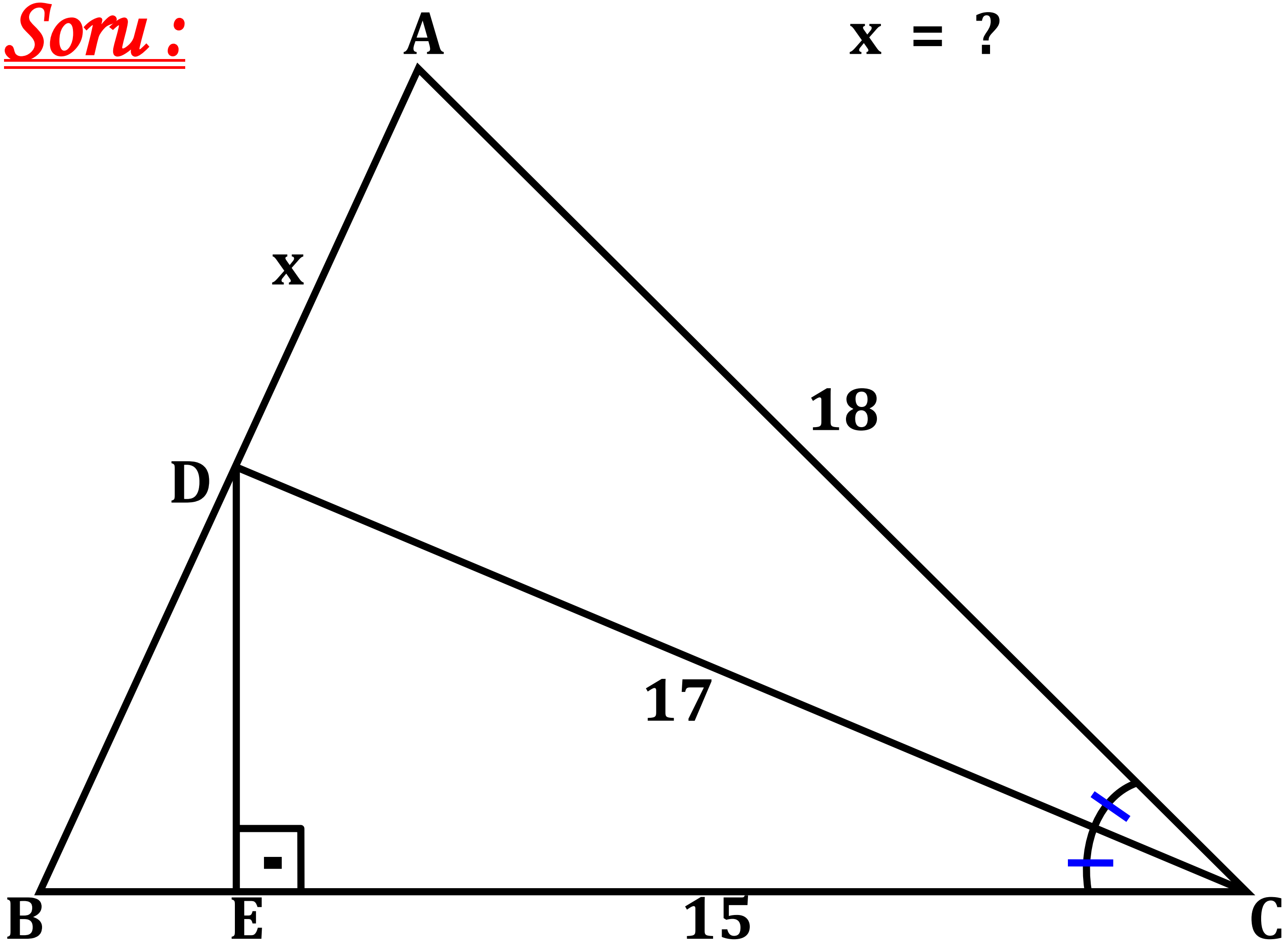


x = ?

(D ’den [BC] tabanına dik indirilir.)

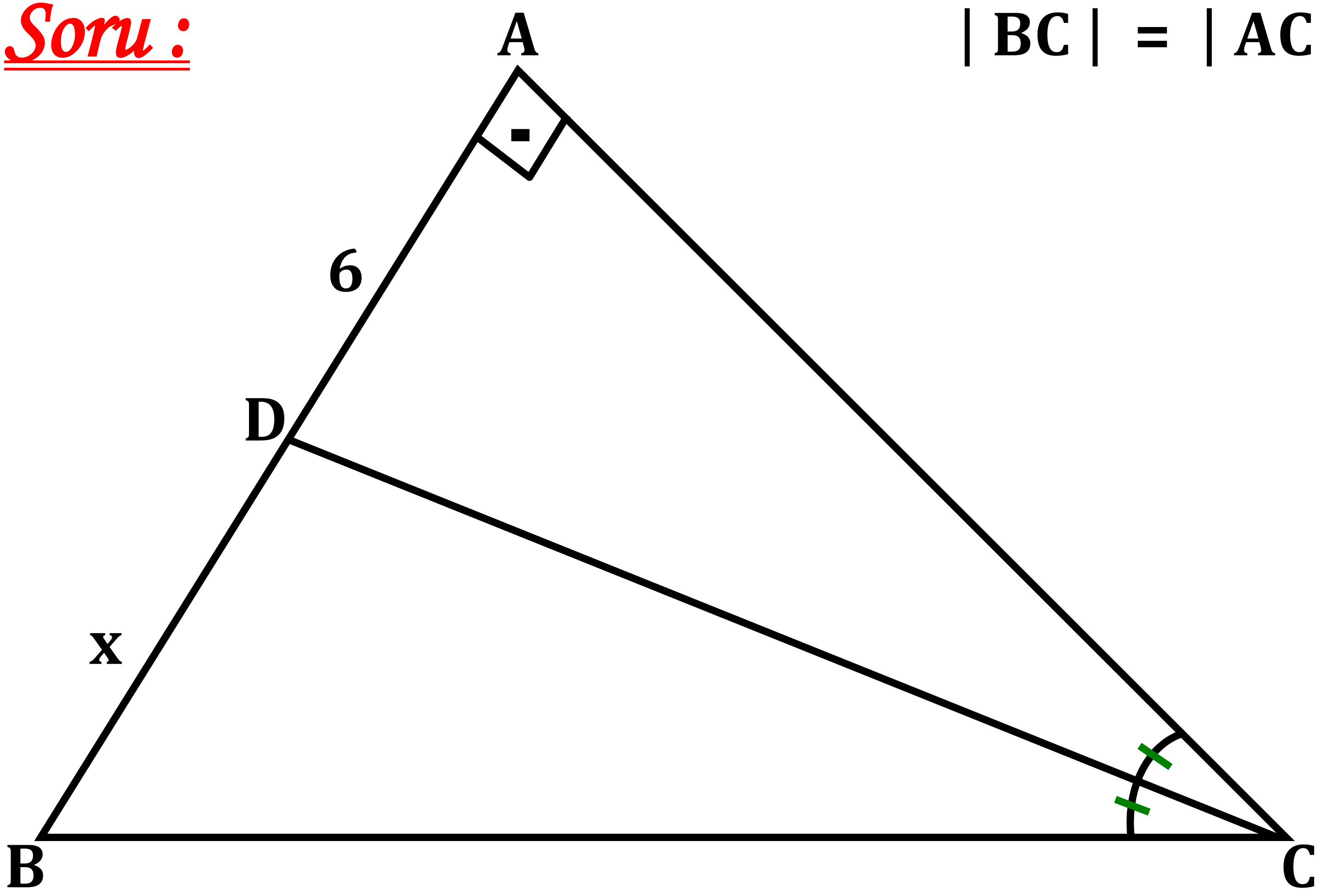
Soru :

$x = ?$

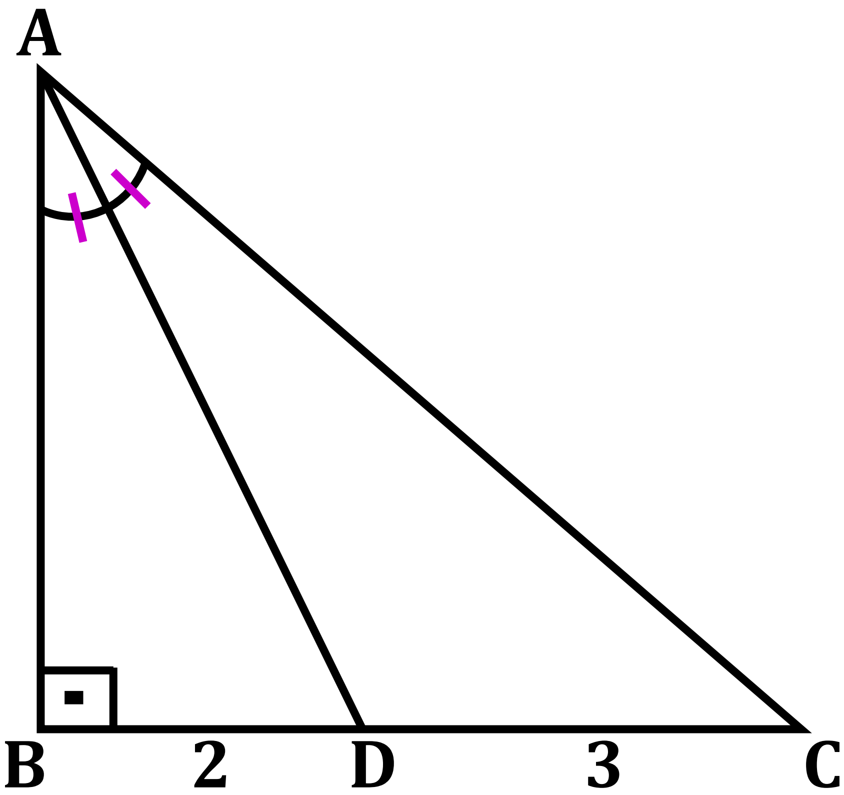


Soru :

$|BC| = |AC| + 2$ ise $x = ?$



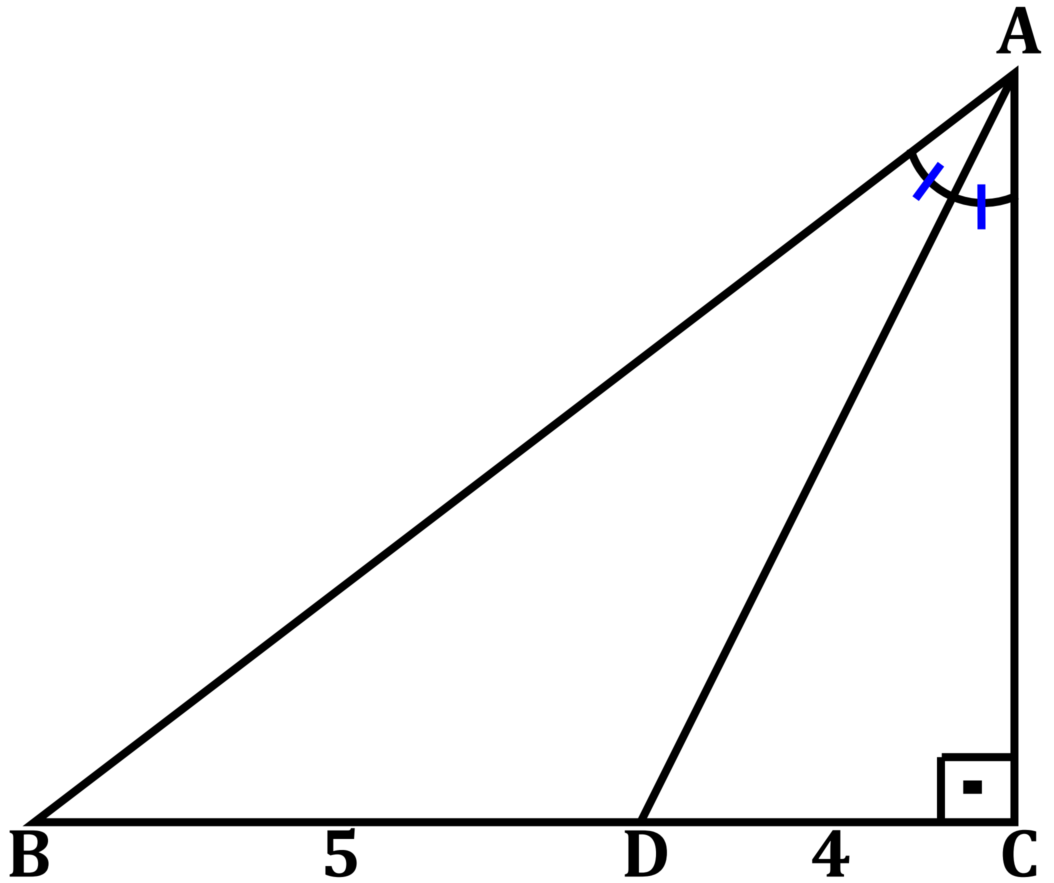
Soru : **Verilenlere göre $|AB| = ?$**



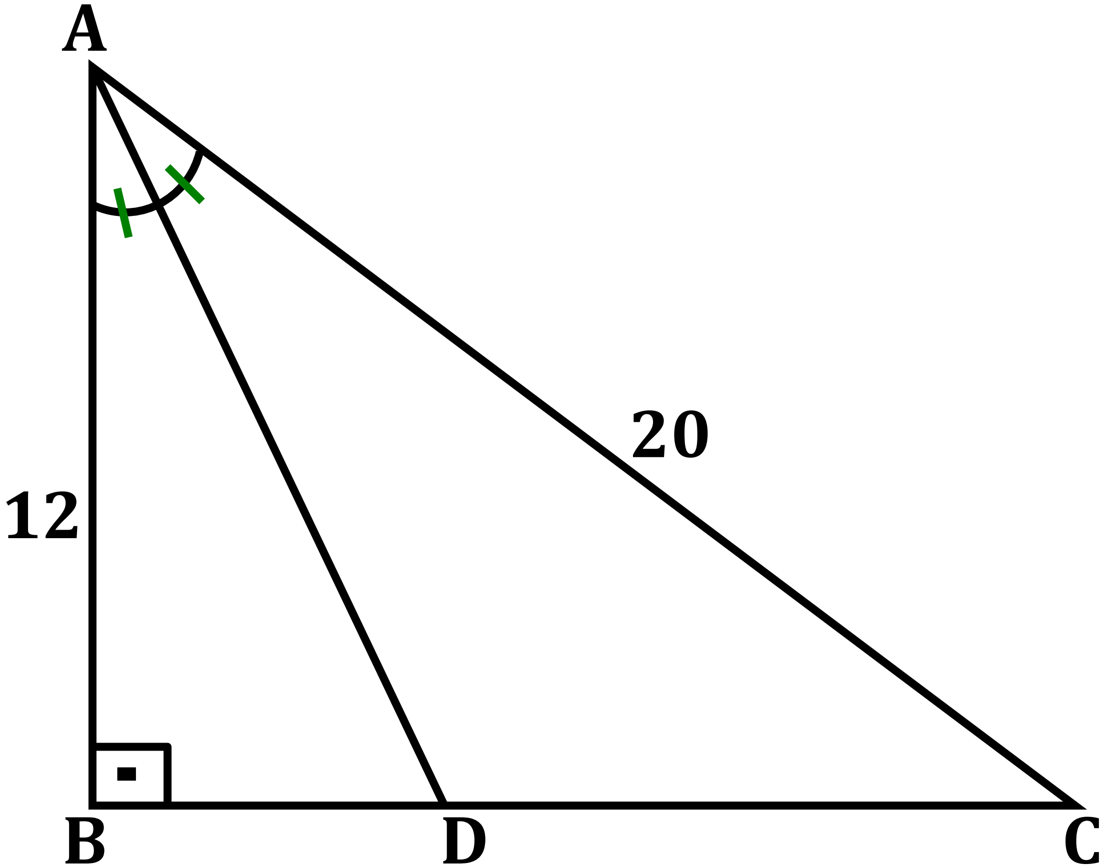
(İç açıortay 'da yan tabanlar alt tabanlarla orantılı idi.)

Soru :

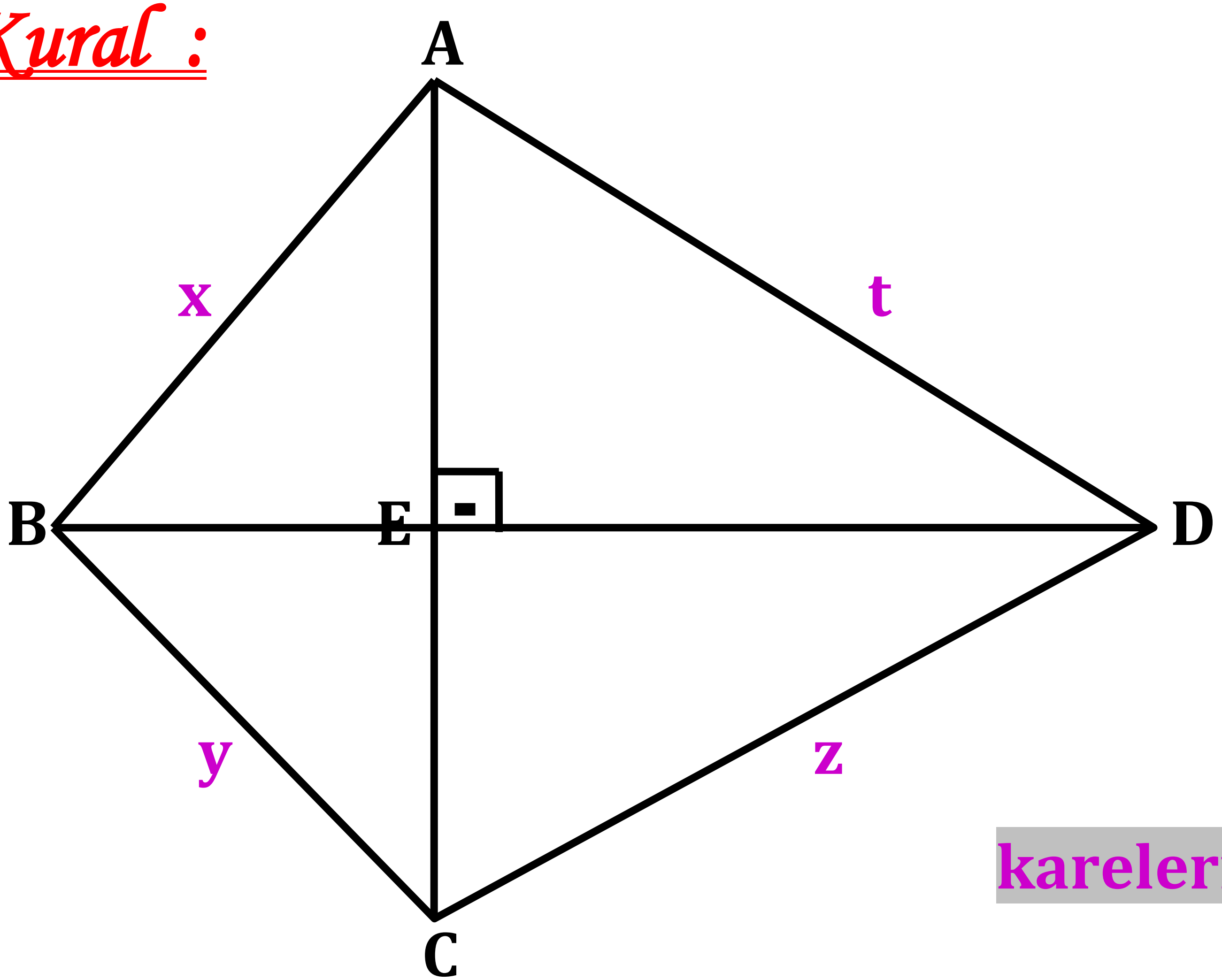
$Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



Soru : **Verilenlere göre |BD| = ?**



Kural :



ABCD dörtgeninde

köşegenler dik

kesişiyorsa,

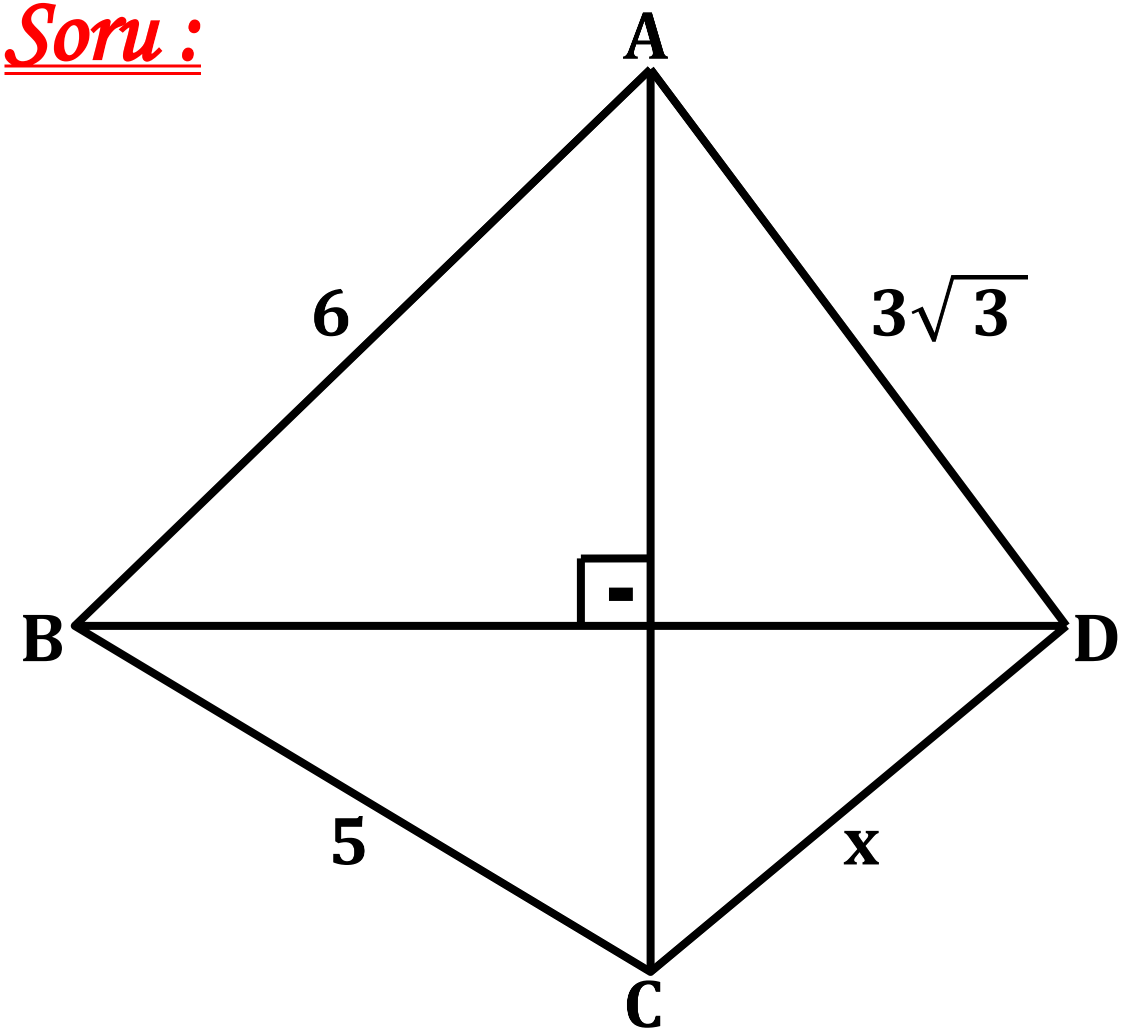
dörtgenin çapraz

kenar uzunluklarının

kareleri toplamı birbirine eşittir.

$x^2 + z^2 = t^2 + y^2$ **olarak alınır.**

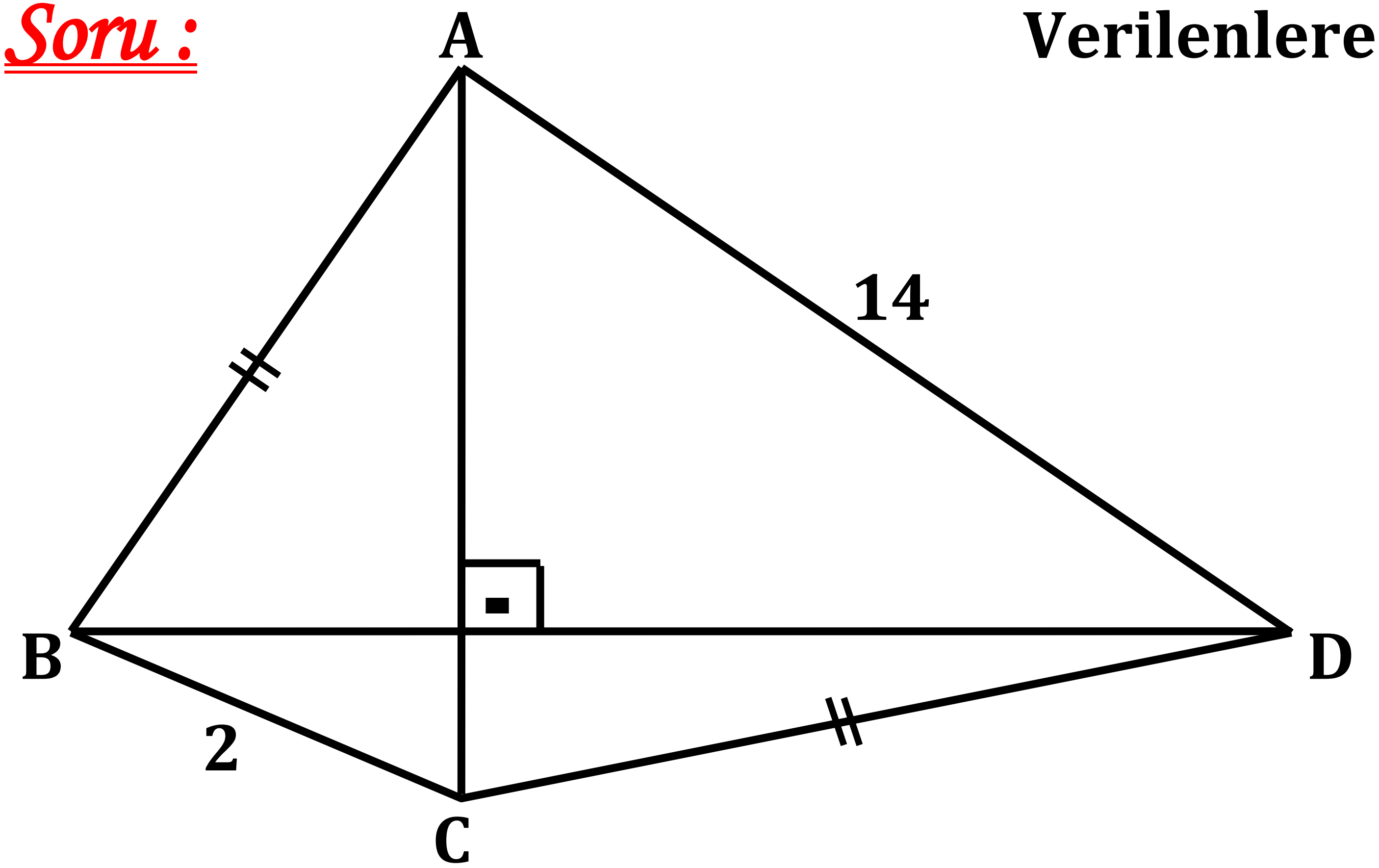
Soru :



Verilenlere göre $x = ?$

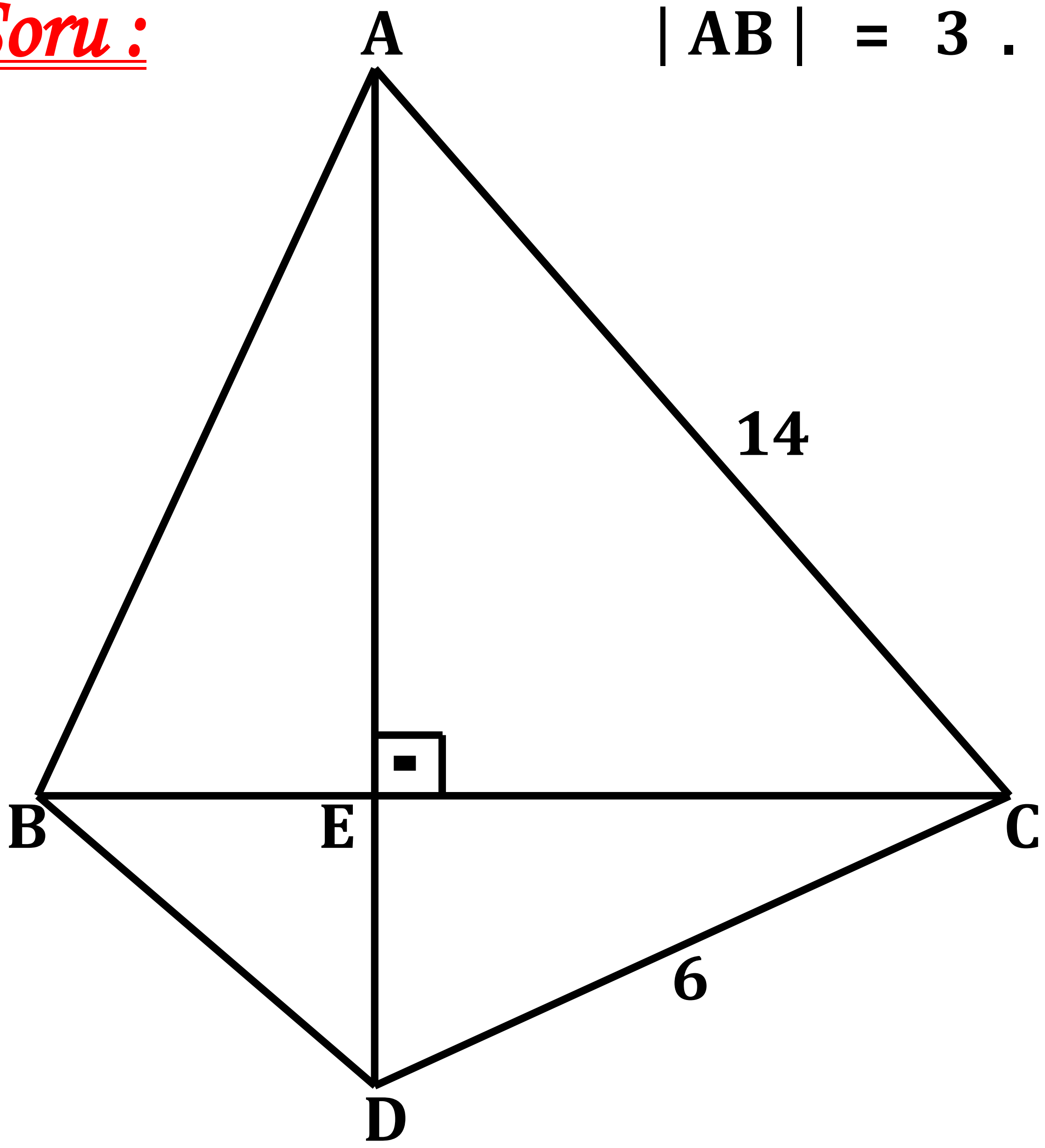
Soru :

Verilenlere göre Ç (ABCD) = ?

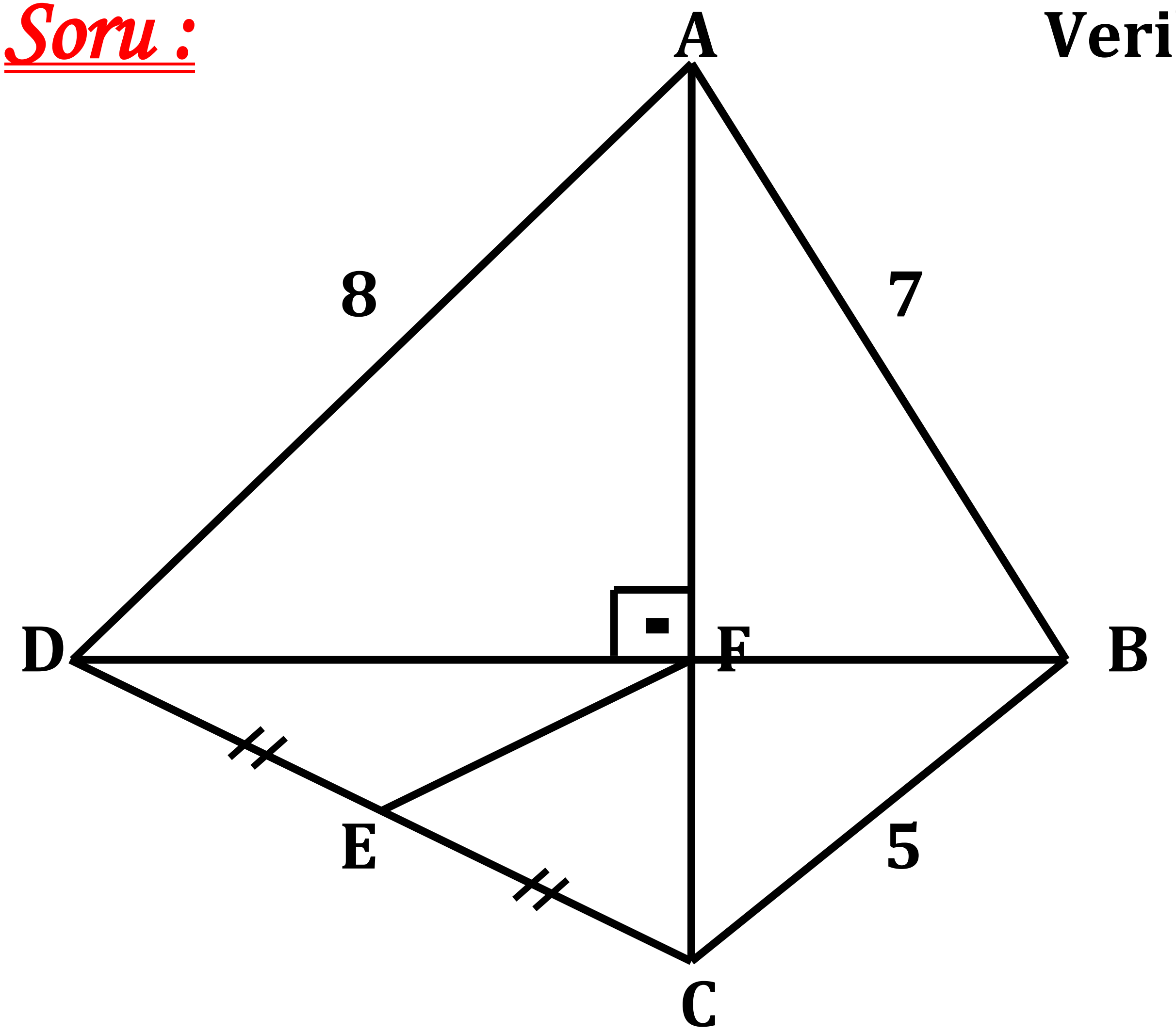


Soru :

$|AB| = 3 \cdot |BD|$ ise $|BD| = ?$

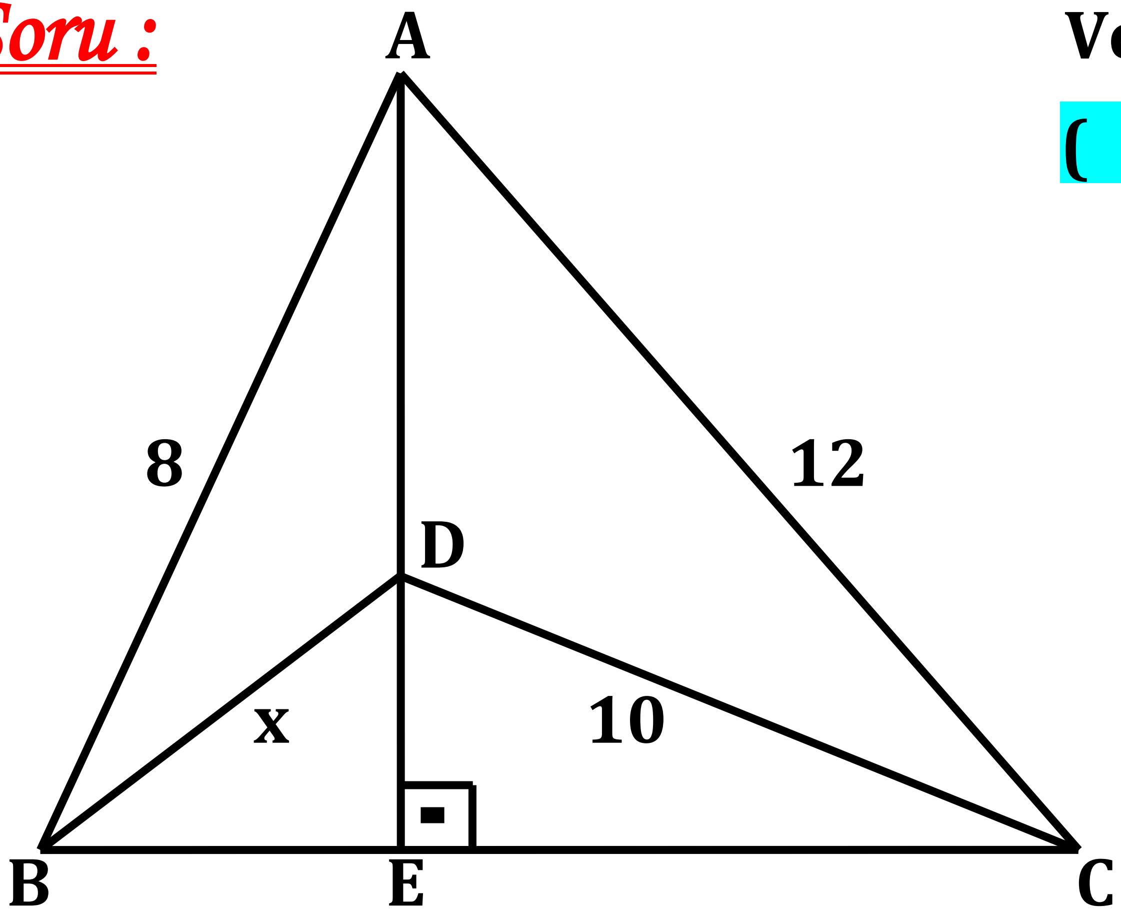


Soru :



Verilenlere göre |EF| = ?

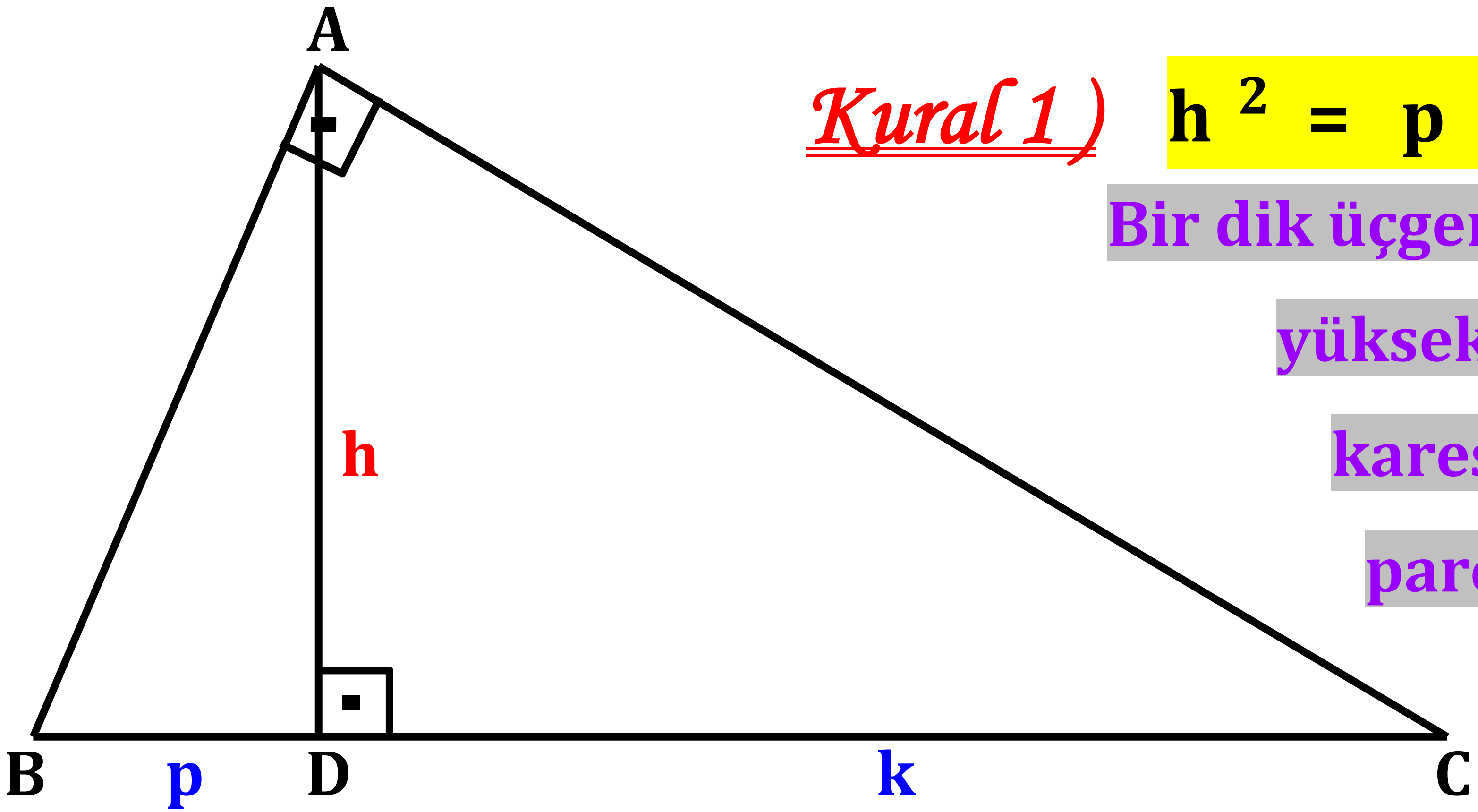
Soru :



Verilenlere göre x = ?

(BDC üçgeninin simetriği aşağı çizilir ve kural uygulanır.)

Öklit Bağıntısı

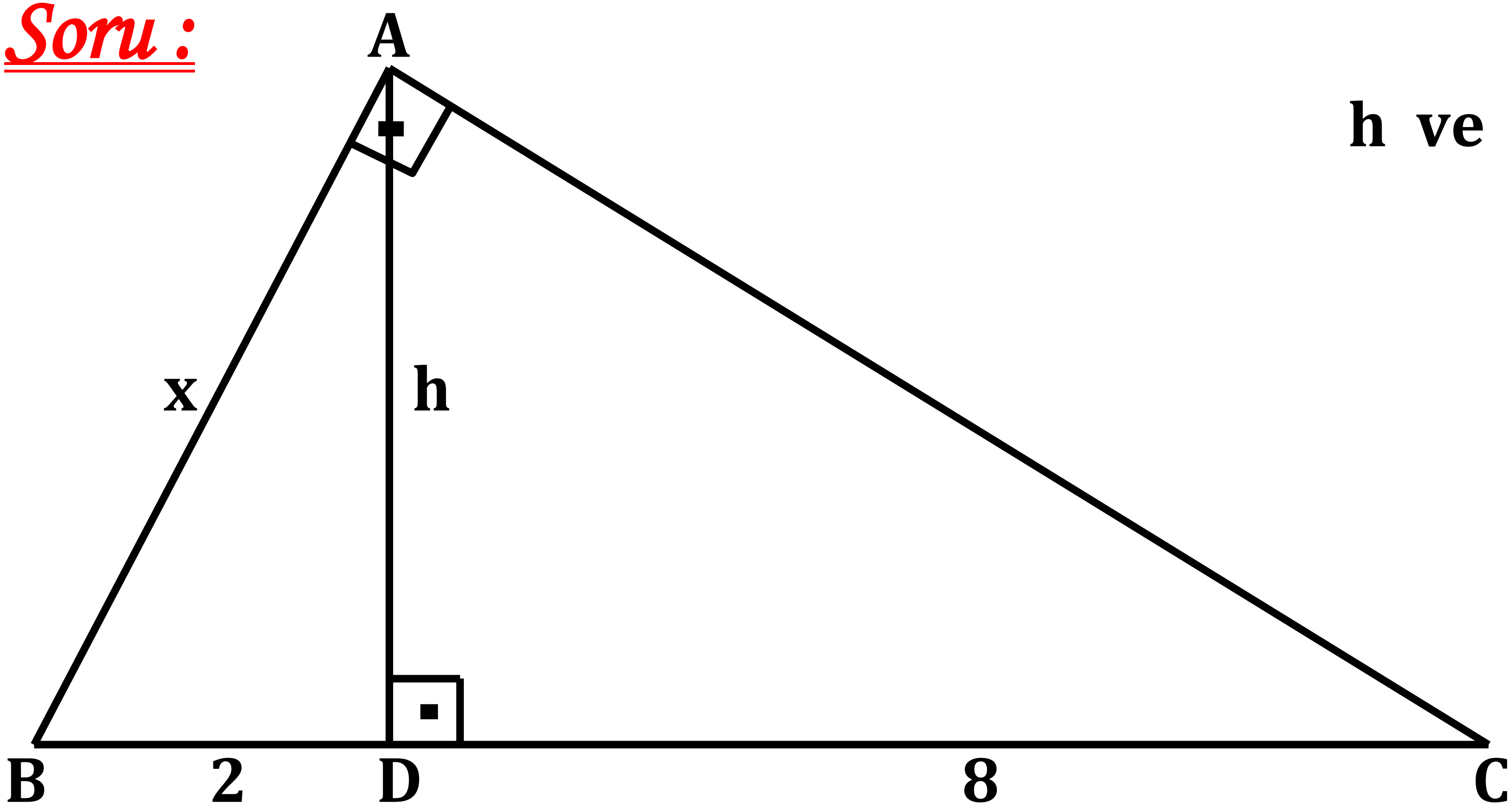


Kural 1)

$$h^2 = p \cdot k$$

Bir dik üçgende; hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun karesi, tabanda ayırdığı parçaların uzunlukları çarpımına eşittir.

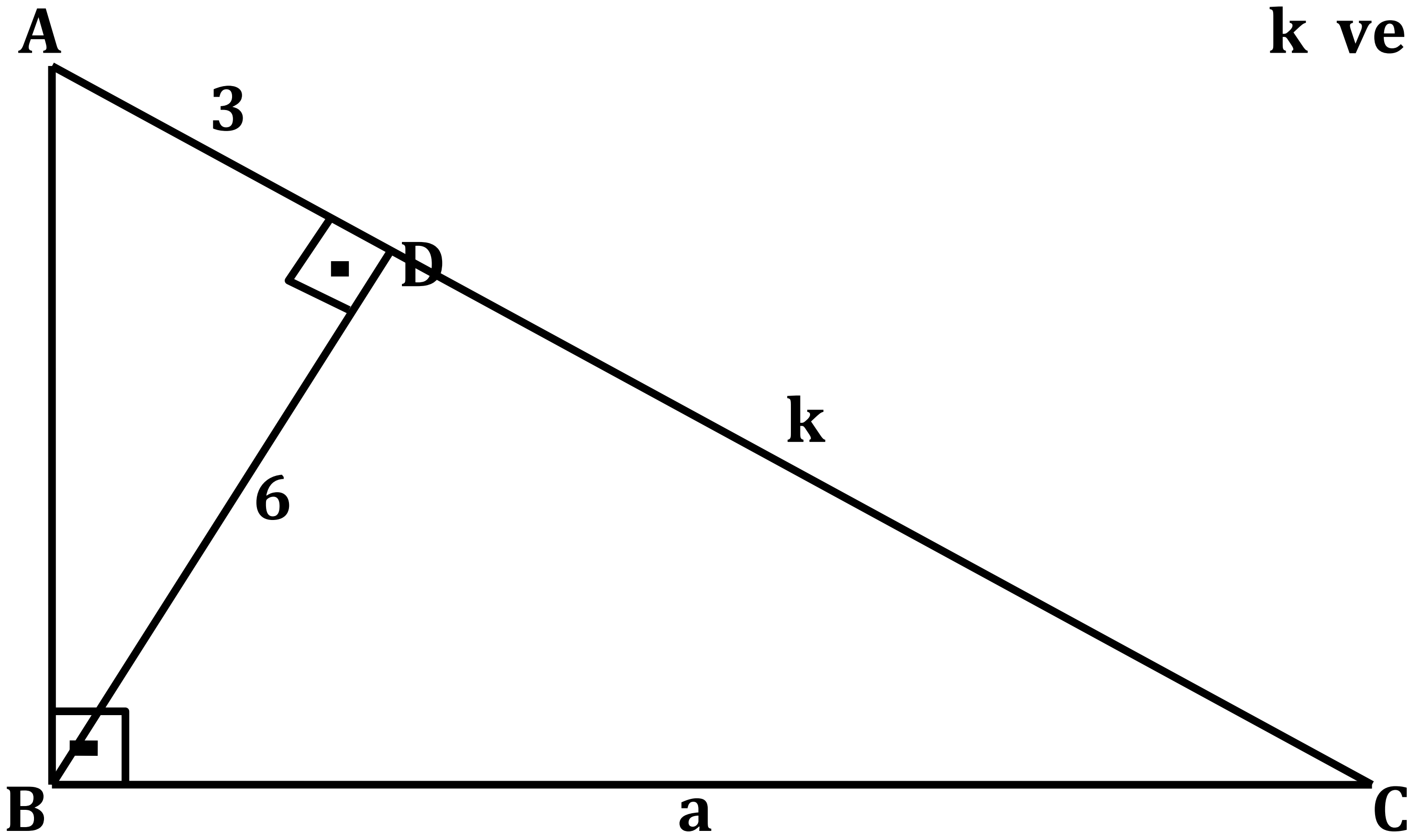
Soru :



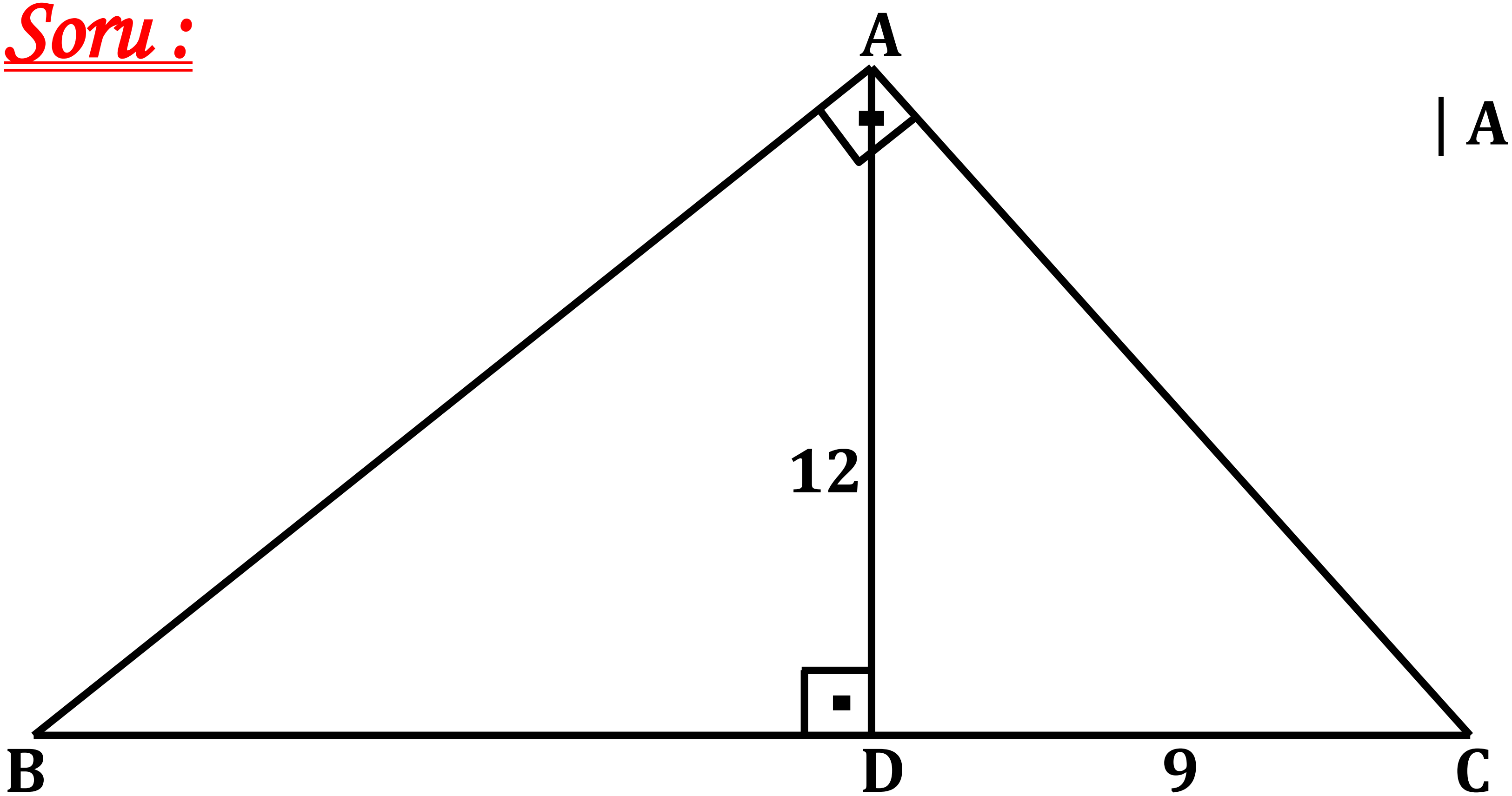
h ve x ’i bulunuz.

Soru :

k ve a ’yı bulunuz.



Soru :

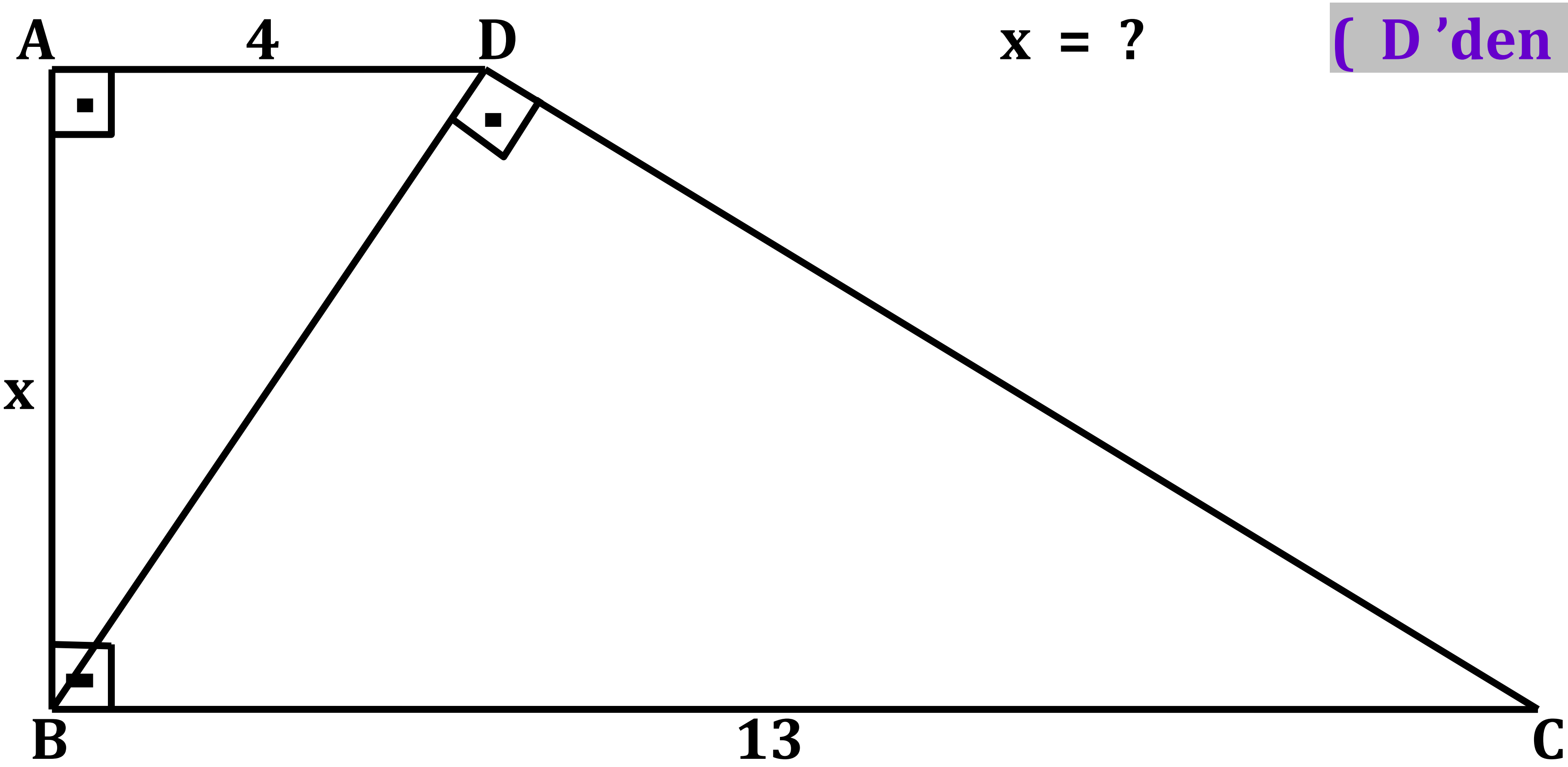


$|AB| + |BD| = ?$

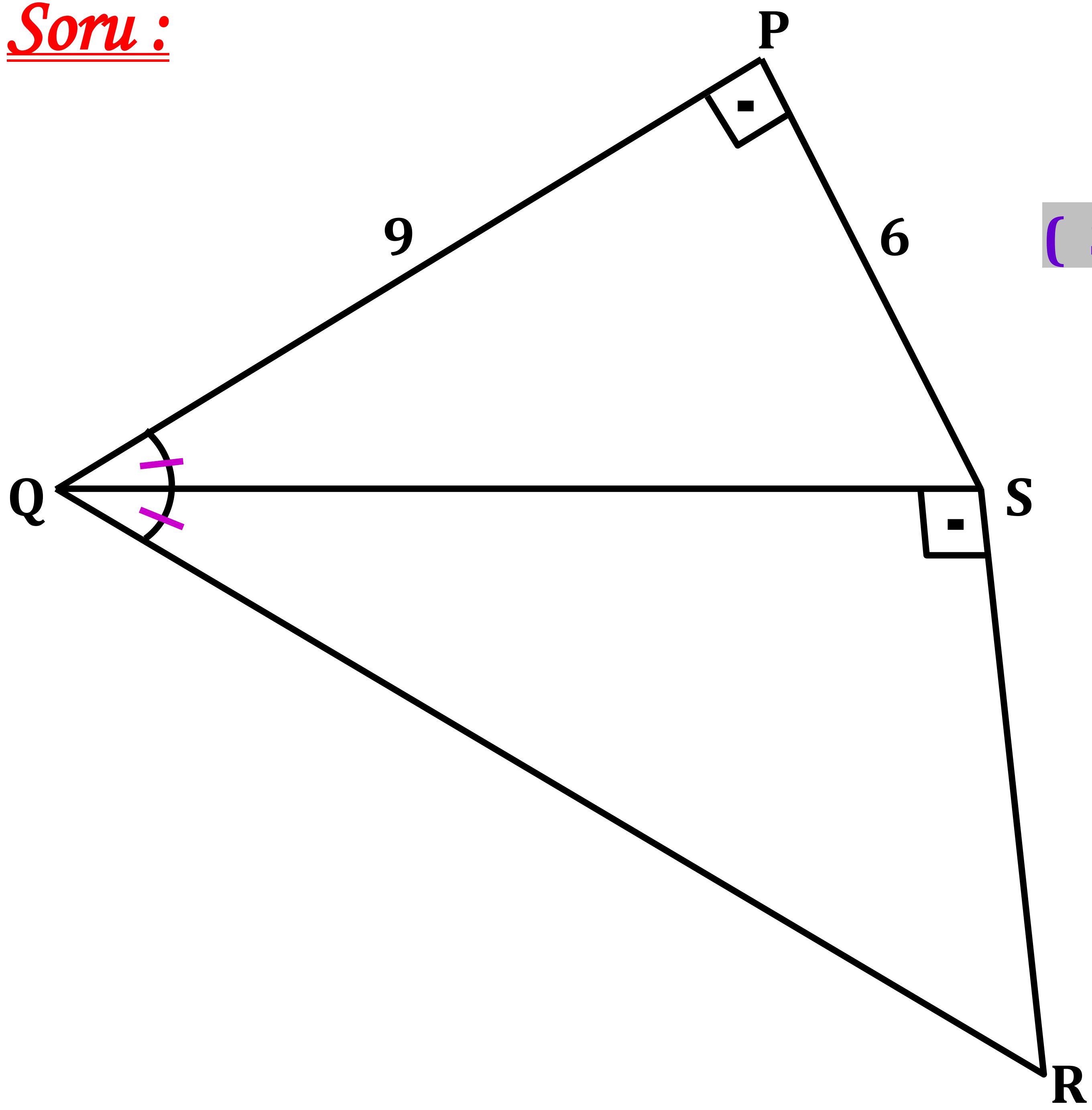
Soru :

$x = ?$

(D ’den dik indir.)



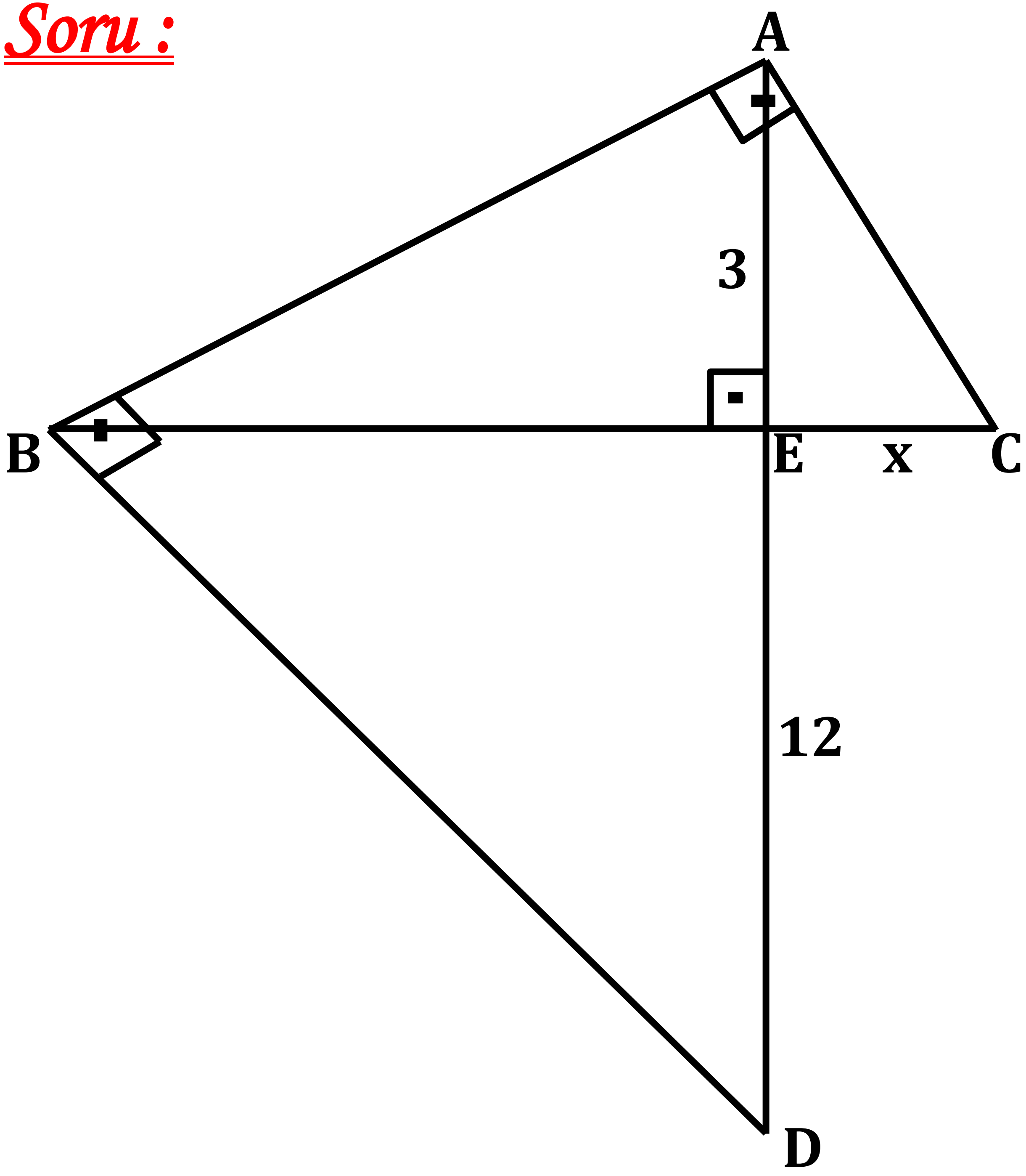
Soru :



| QR | = ?

(S 'den [QR] 'ye dik indir.
Açıortay ve Öklit'ten
istenen bulunur.)

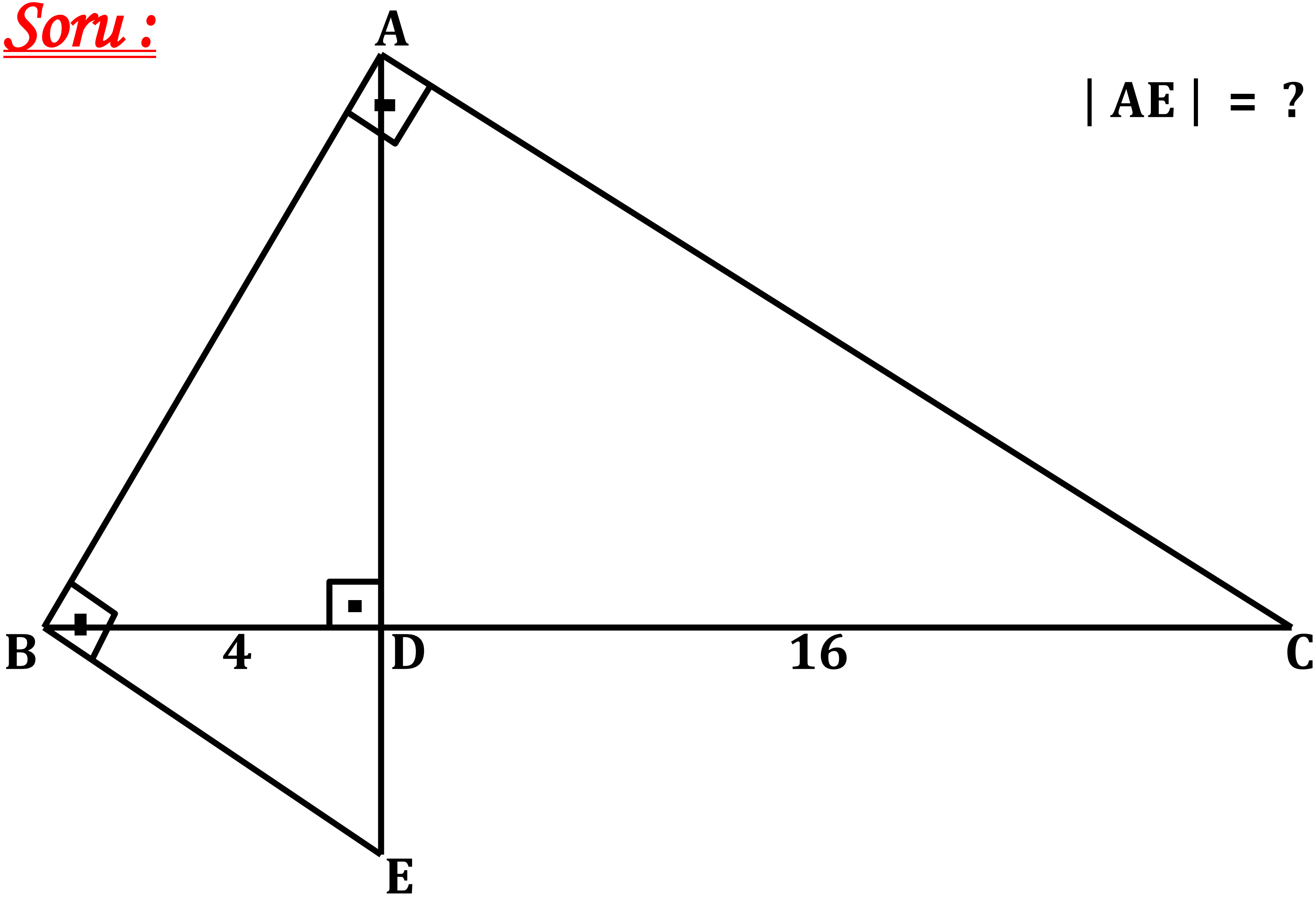
Soru :



$x = ?$

(Yapışık üçgenleri ayırıp iki üçgene de kuralı uygulayın.)

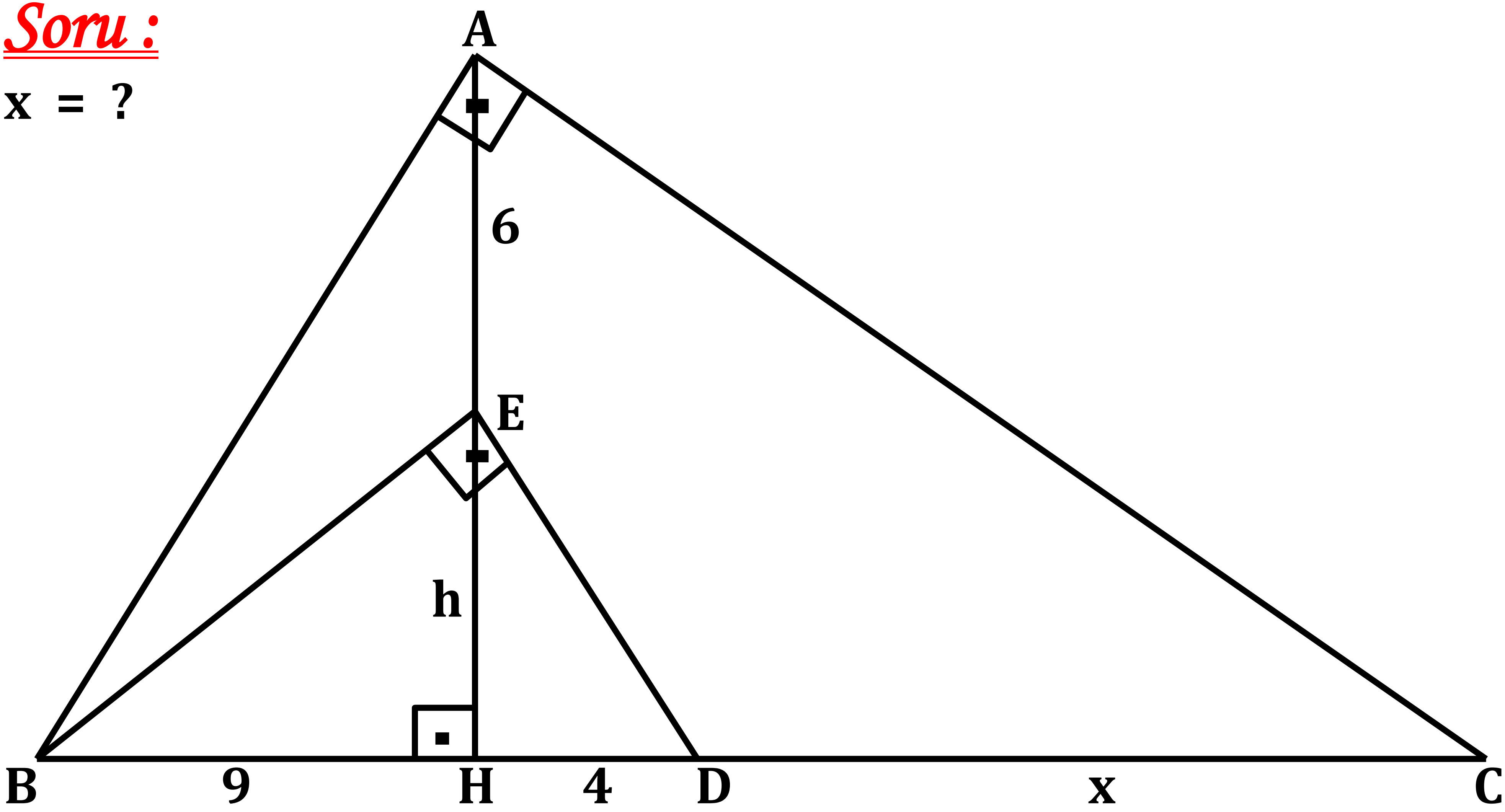
Soru :



|AE| = ?

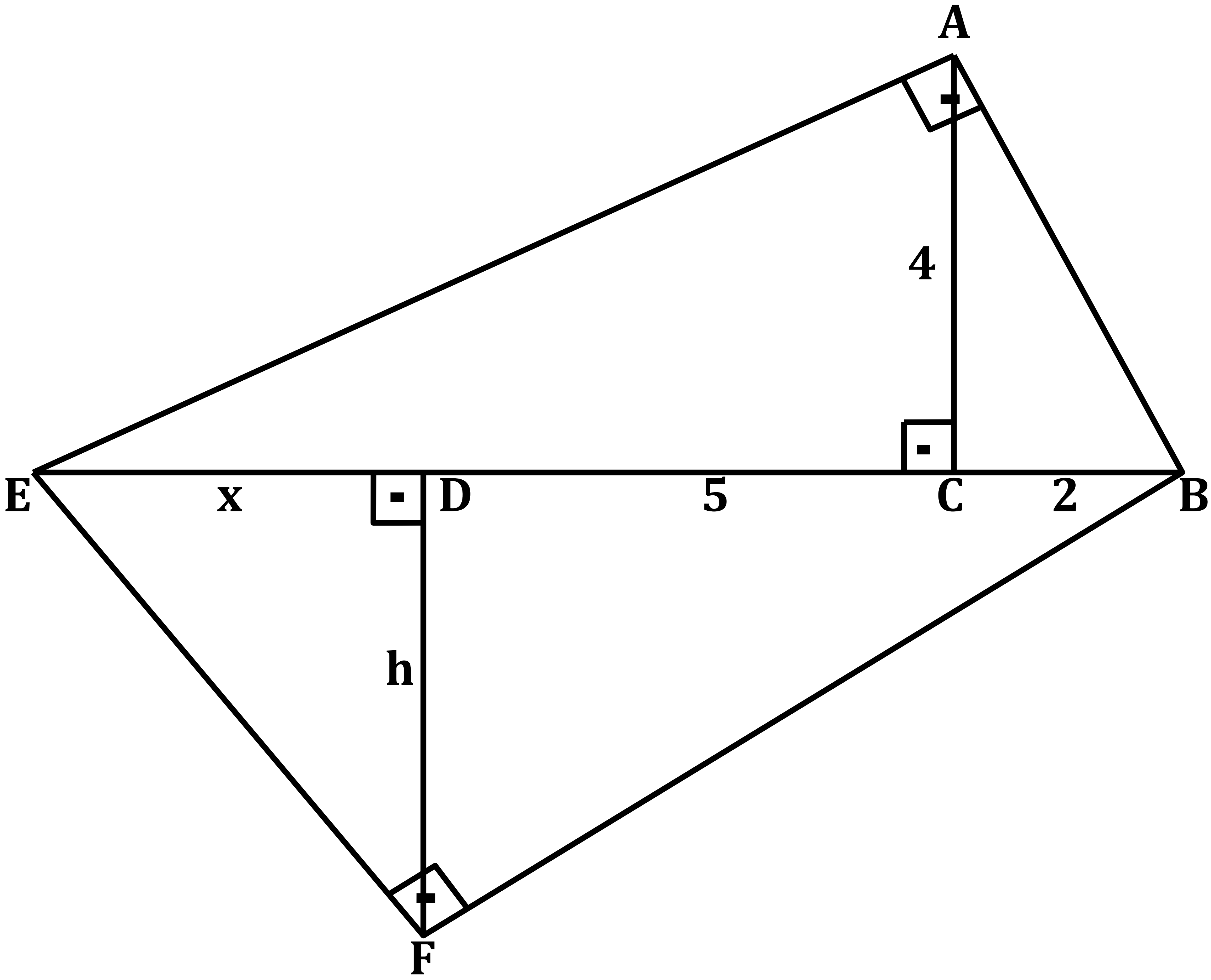
Soru :

$x = ?$

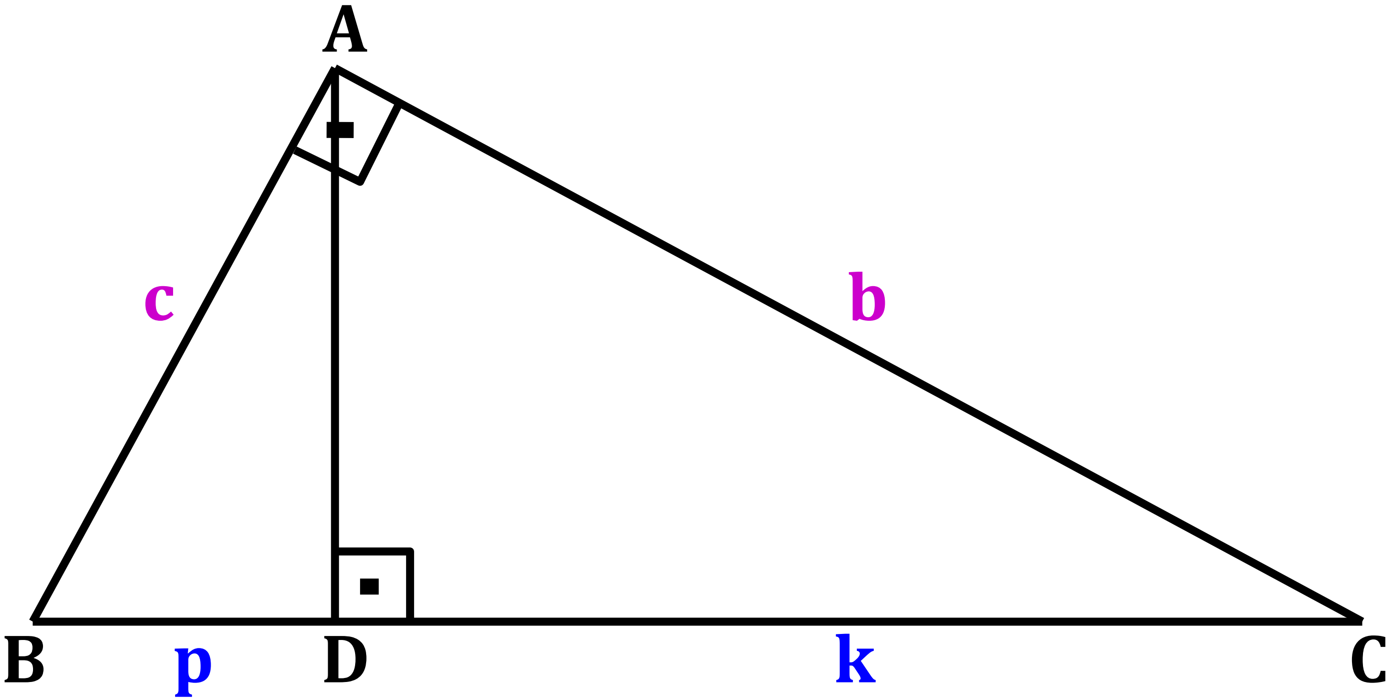


Soru :

h = ?



Kural 2 :

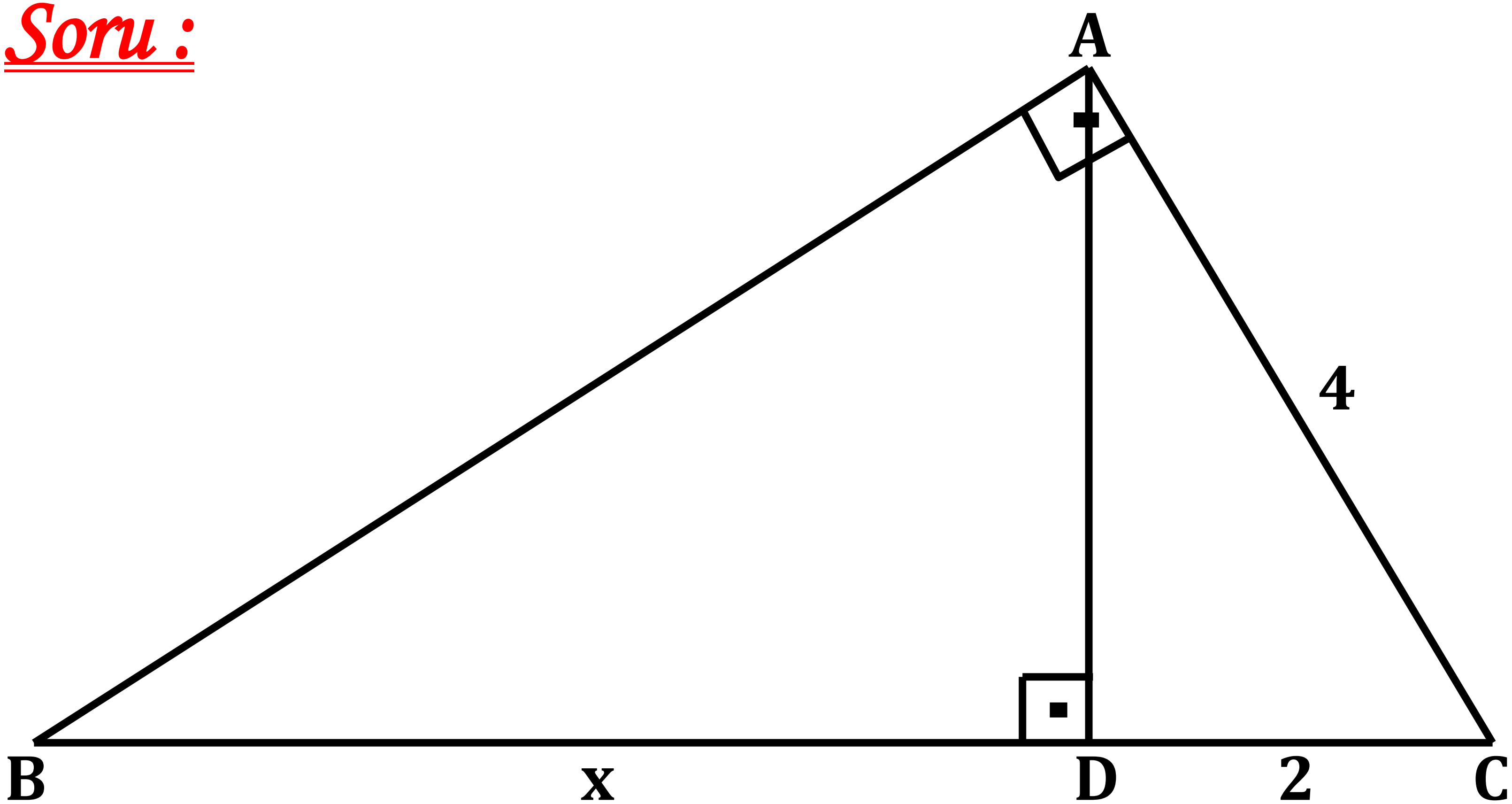


$$b^2 = k \cdot (k + p)$$

$$c^2 = p \cdot (p + k)$$

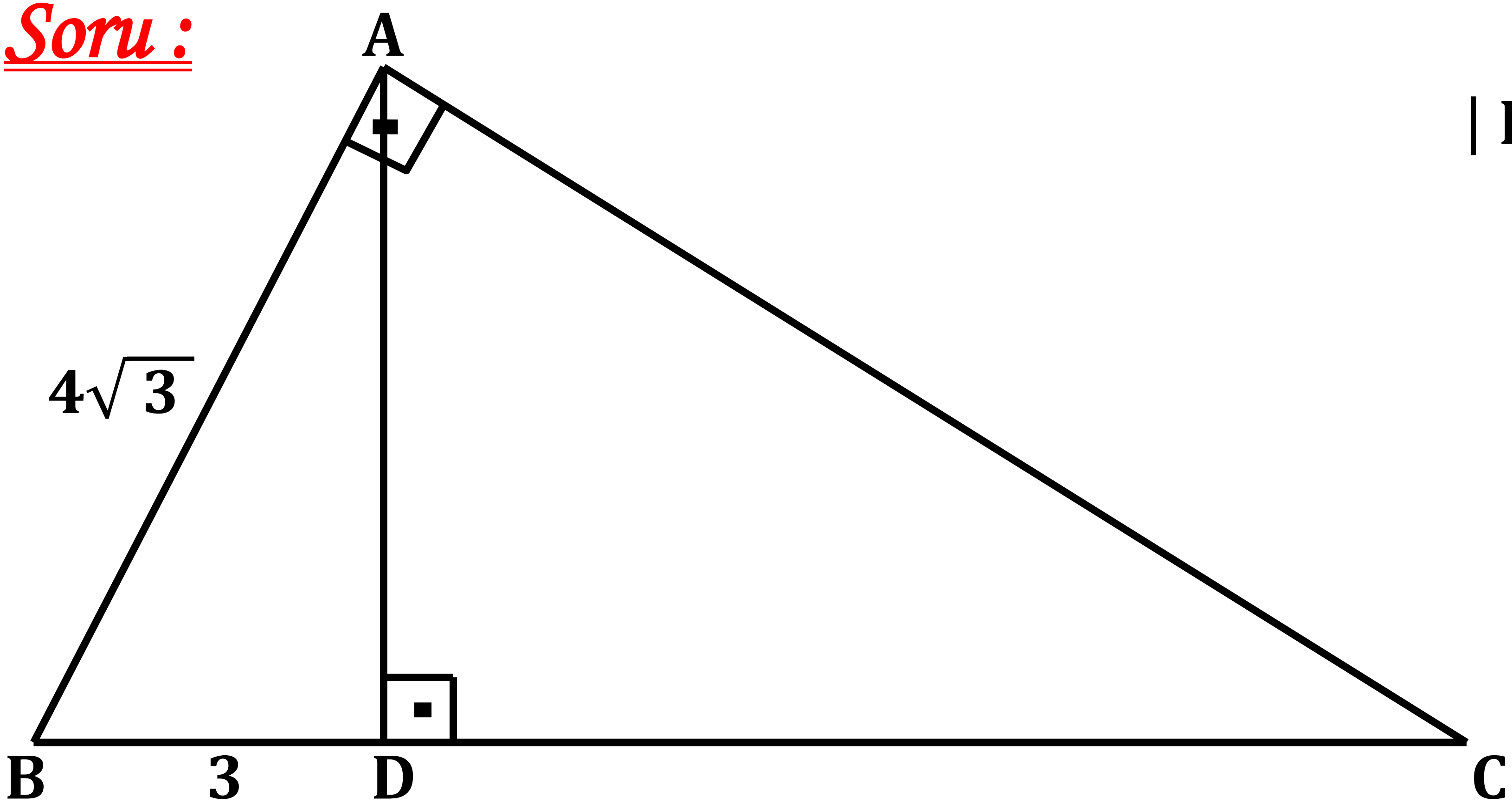
Bir dik üçgende; bir dik kenarın uzunluğunun karesi, hipotenüse ait yüksekliğin hipotenüs üzerinde ayırdığı parçalardan kendi tarafında olanının uzunluğu ile hipotenüsün uzunluğunun çarpımına eşittir.

Soru :



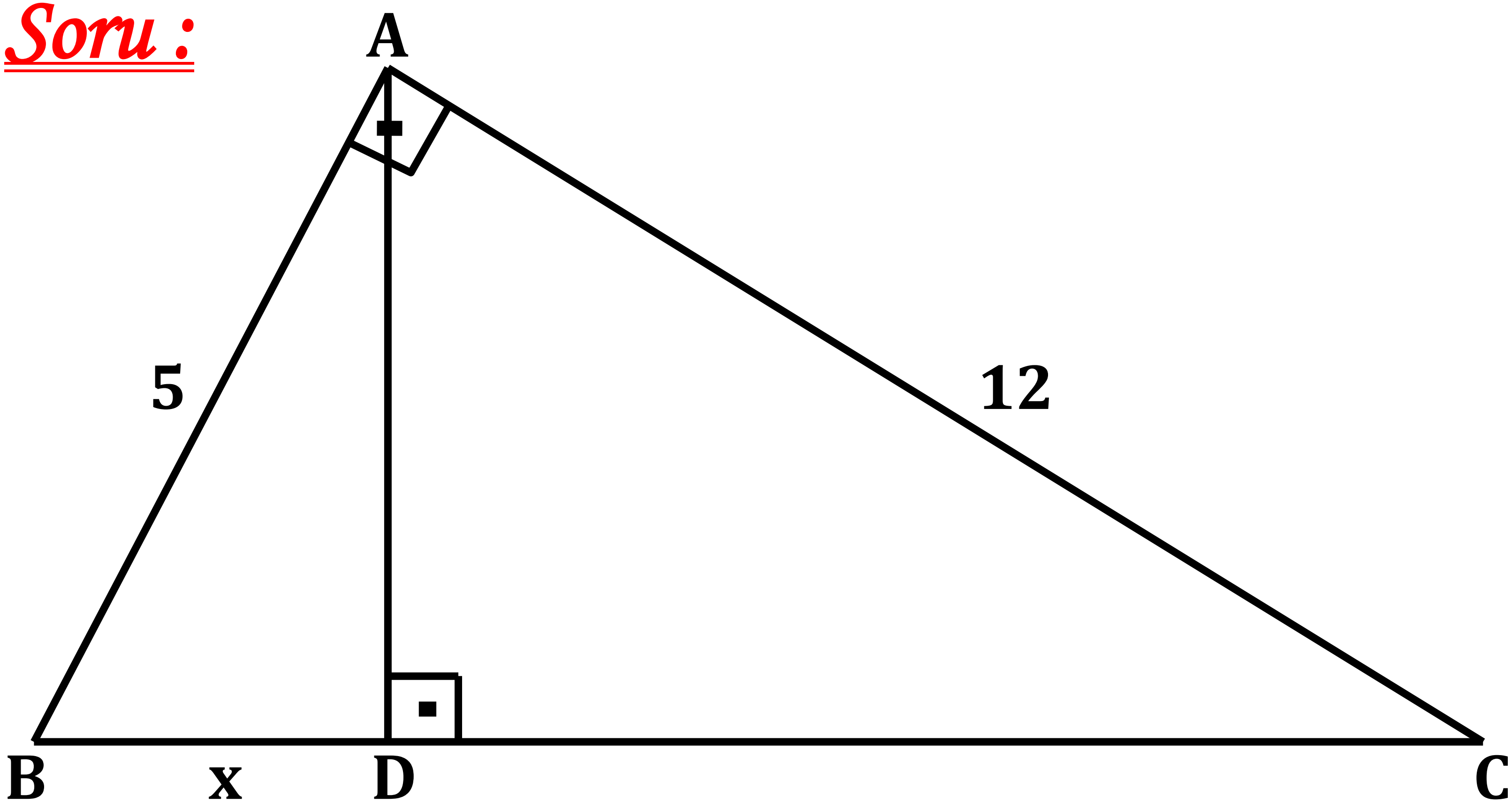
$x = ?$

Soru :



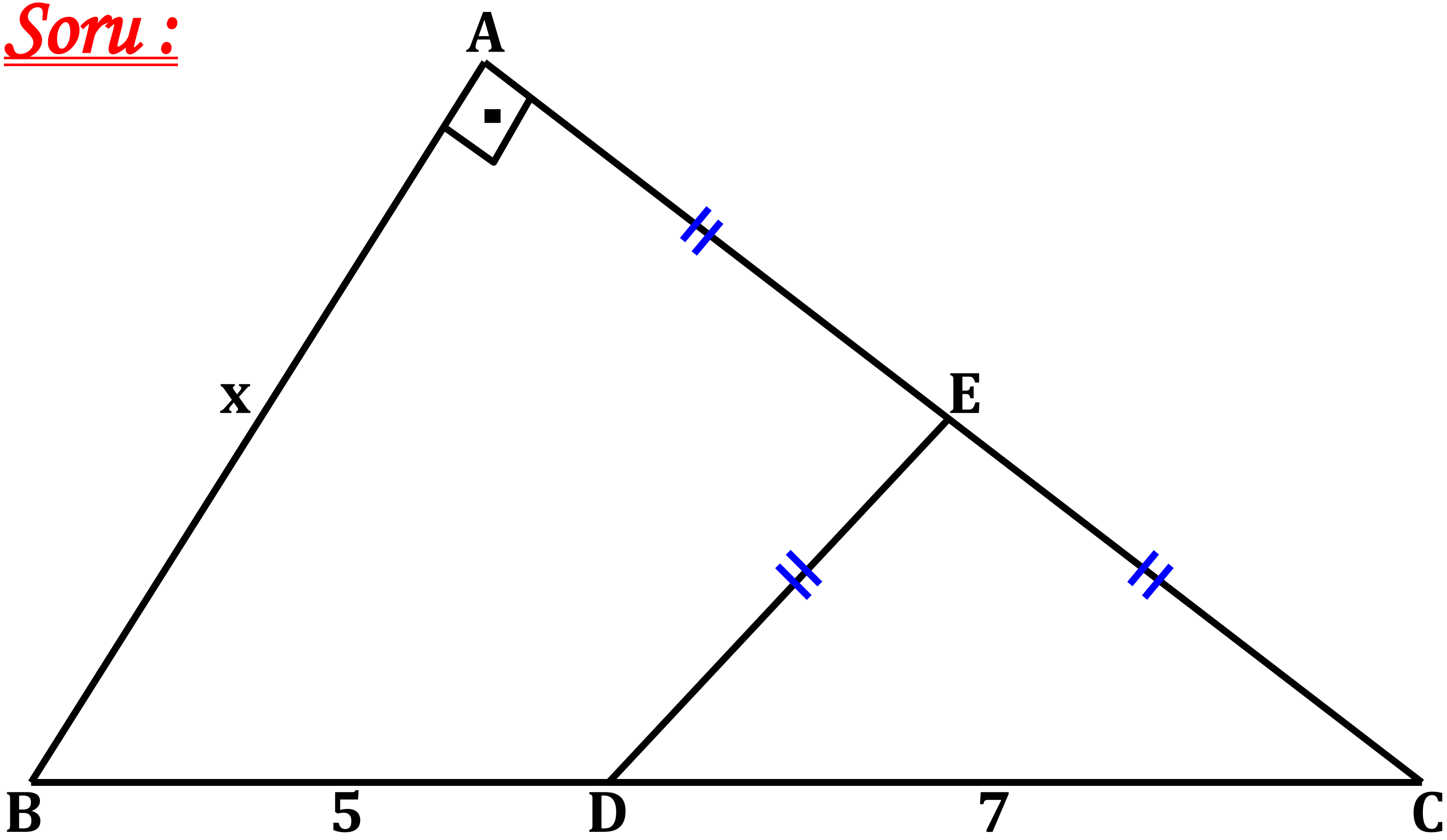
$|BC| = ?$

Soru :



x = ?

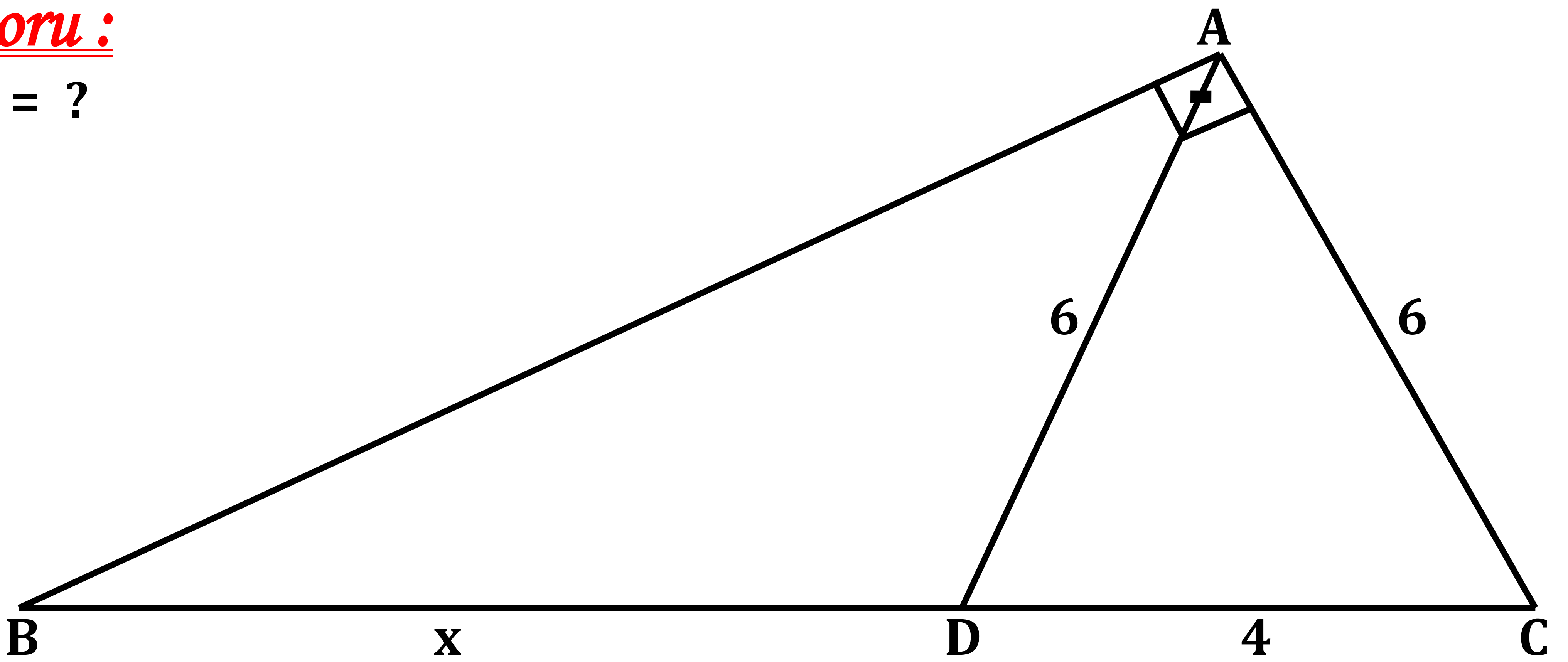
Soru :



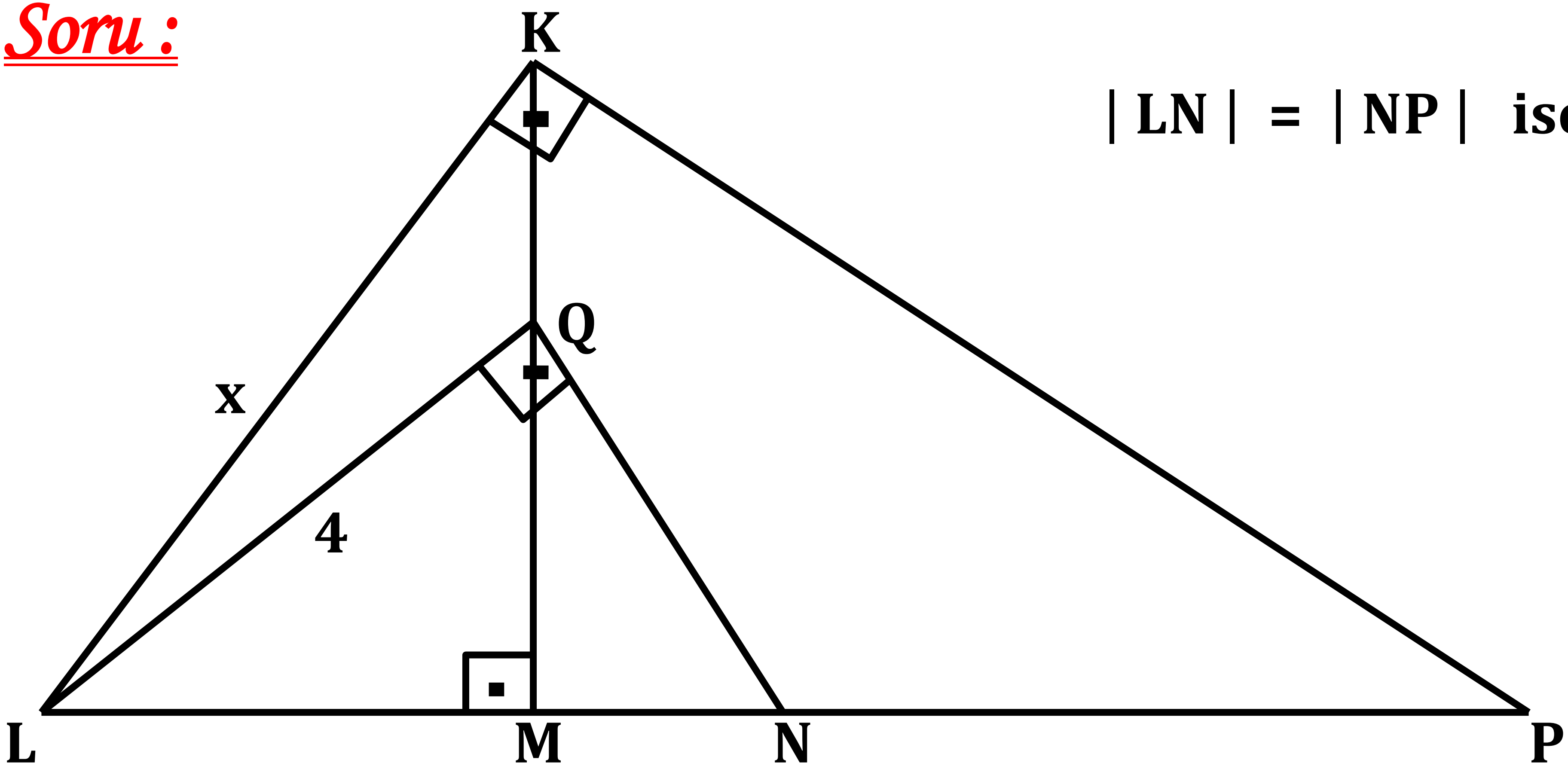
$x = ?$

Soru :

x = ?



Soru :



| LN | = | NP | ise x = ?

(Tabandaki parçalara harf ver.)

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 4. 4. 3. Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını hesaplar.

A) Bir açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant değerleri dik üçgen üzerinde tanımlanır.

B) Dik üçgende; 30 ° , 45 ° ve 60 ° 'nin trigonometrik değerleri özel üçgenler yardımıyla hesaplanır.

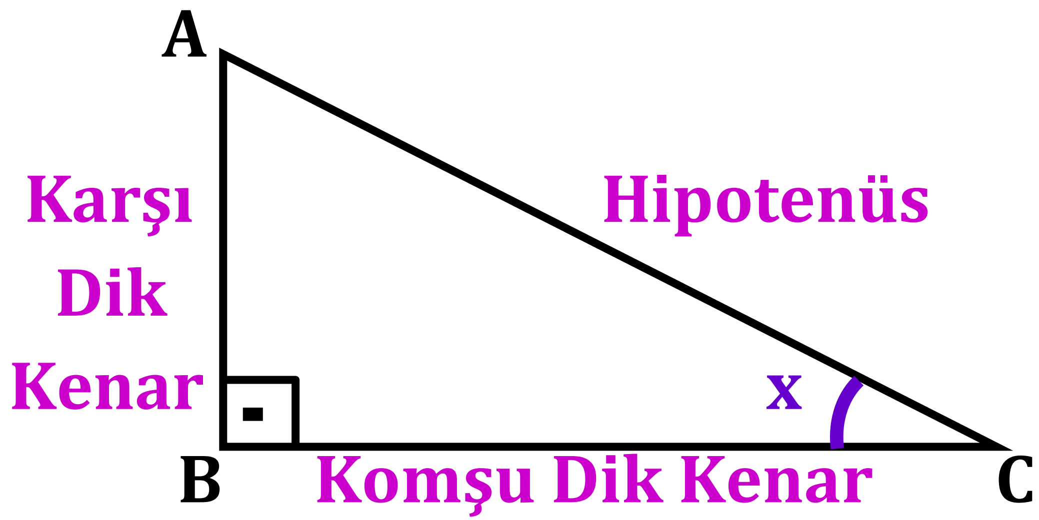
C) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

D) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

9. 4. 4. 4. Birim çemberi tanımlar ve trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirir.

Sadece 0° ve 180° arasındaki açıların trigonometrik oranları birim çember yardımıyla hesaplatılır.

Dik Üçgende Dar Açıların Trigonometrik Oranları



Dik üçgenin kenar uzunlukları arasında yer alan oranlara " trigonometrik oranlar " adı verilir.

Sinüs Trigonometrik Oranı

$$\sin x = \frac{\text{Karşı Dik Kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

Kosinüs Trigonometrik Oranı

$$\cos x = \frac{\text{Komşu Dik Kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

Tanjant Trigonometrik Oranı

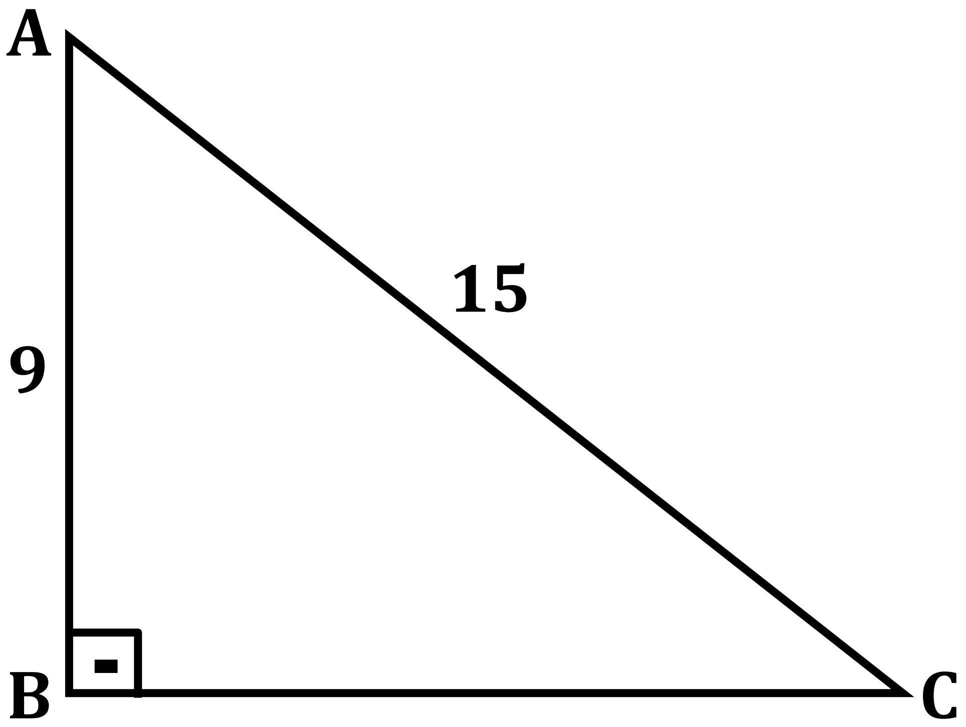
$$\tan x = \frac{\text{Karşı Dik Kenar}}{\text{Komşu Dik Kenar}}$$

Kotanjant Trigonometrik Oranı

$$\cot x = \frac{\text{Komşu Dik Kenar}}{\text{Karşı Dik Kenar}}$$

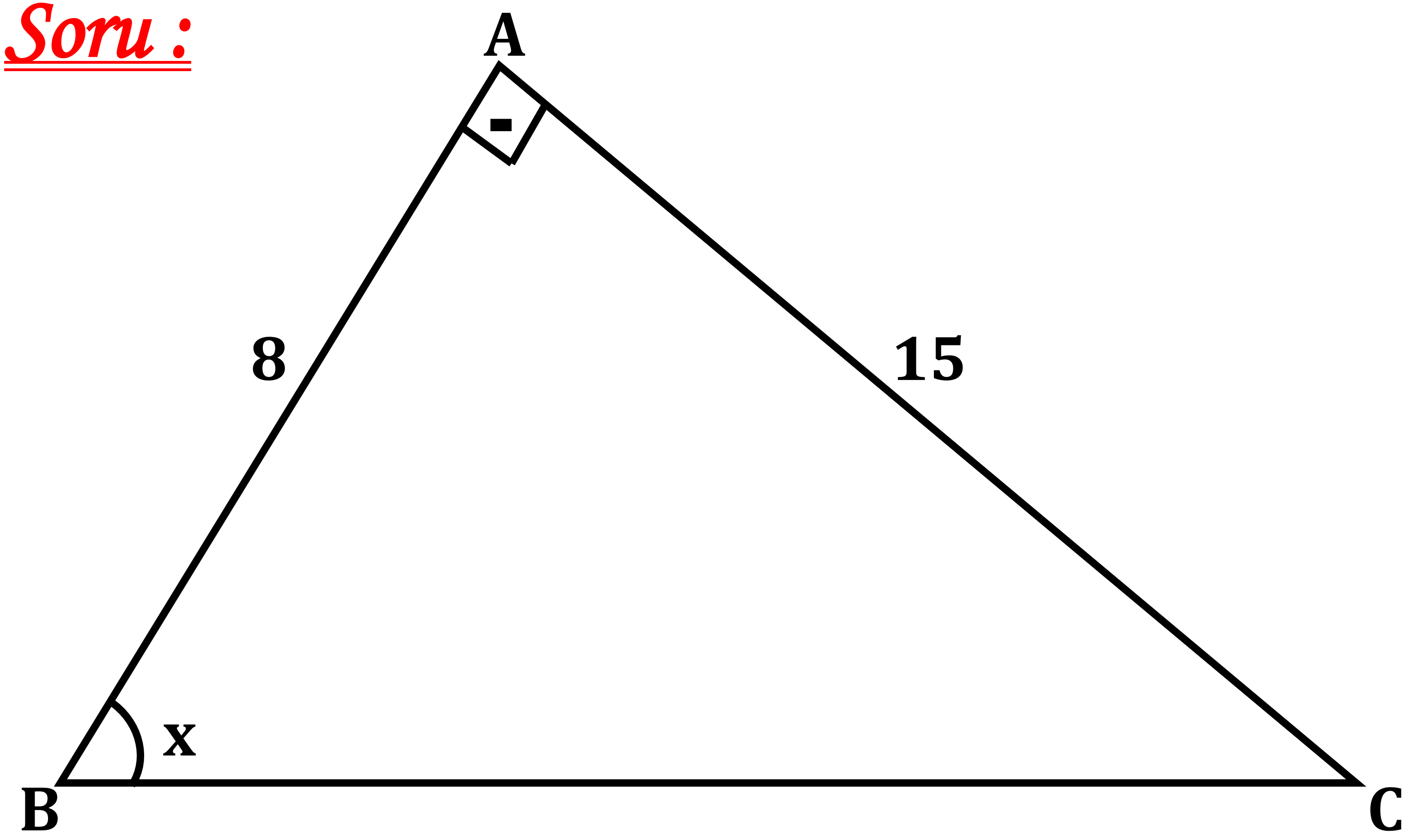
olarak alınır.

Soru :



$\sin \widehat{C} + \cos \widehat{C} = ?$

Soru :

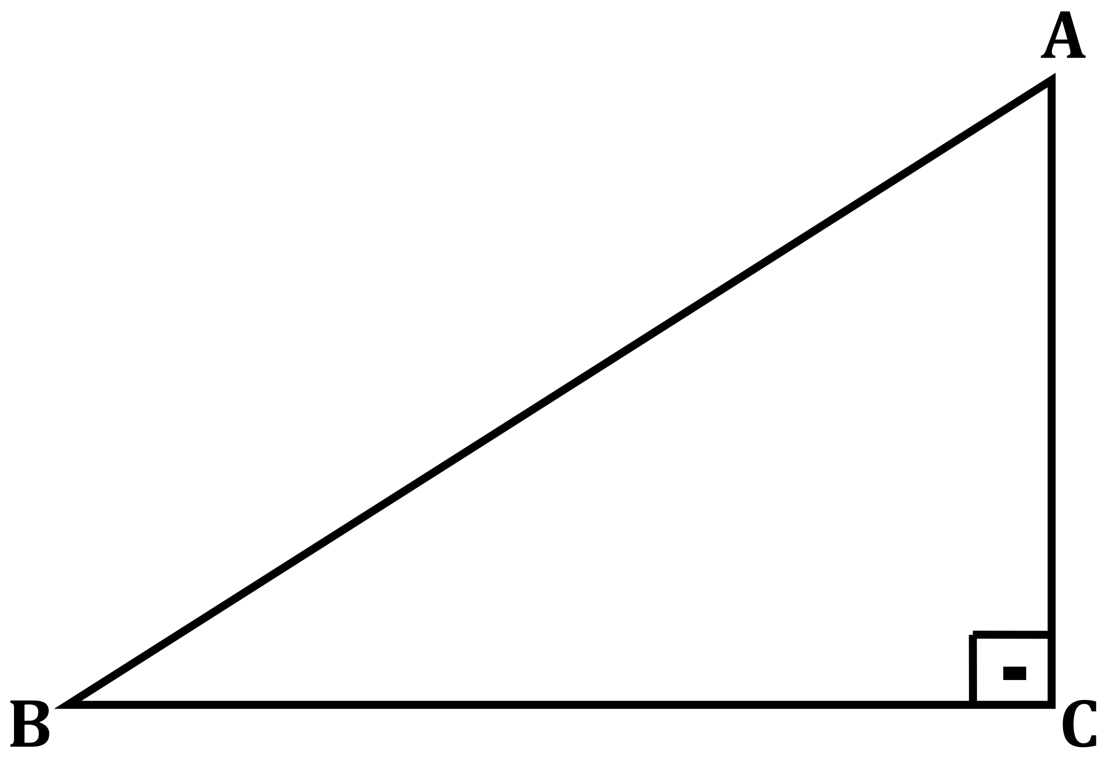


$\sin x \ . \ \cot x = ?$

Soru :

$$\cos \widehat{B} = \frac{12}{13} \text{ ise}$$

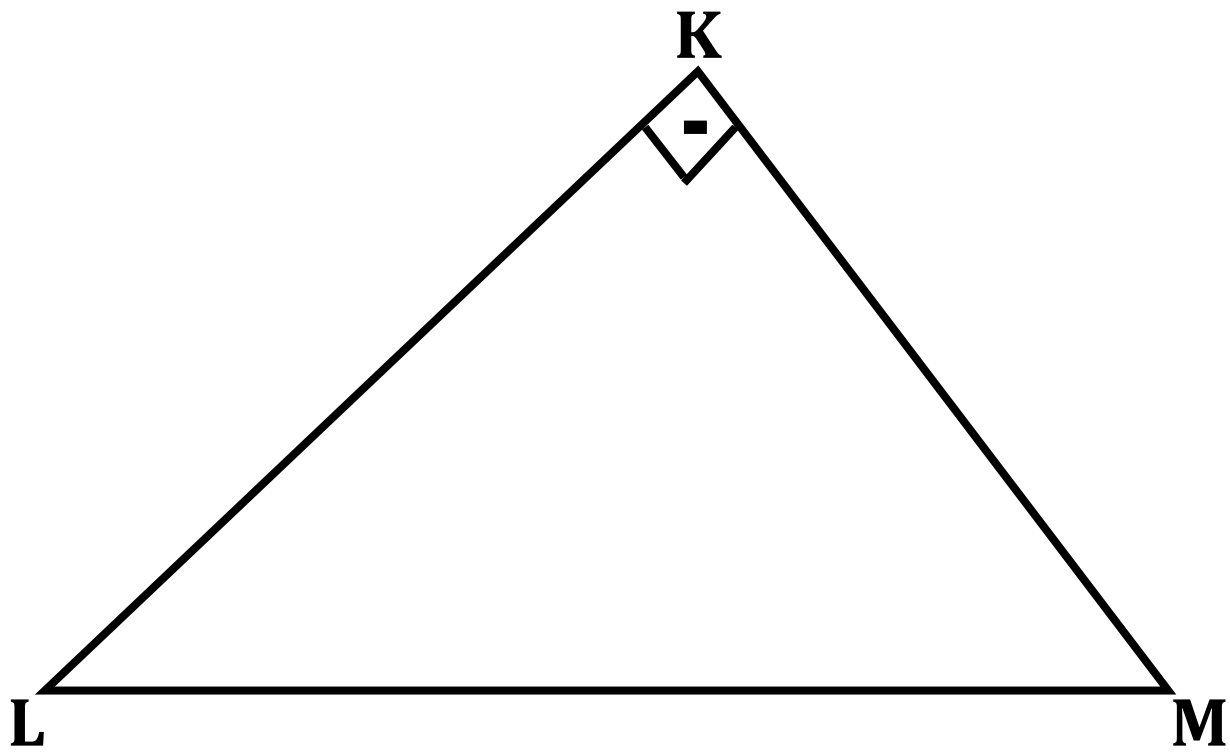
$$\tan \widehat{B} + \cot \widehat{A} = ?$$



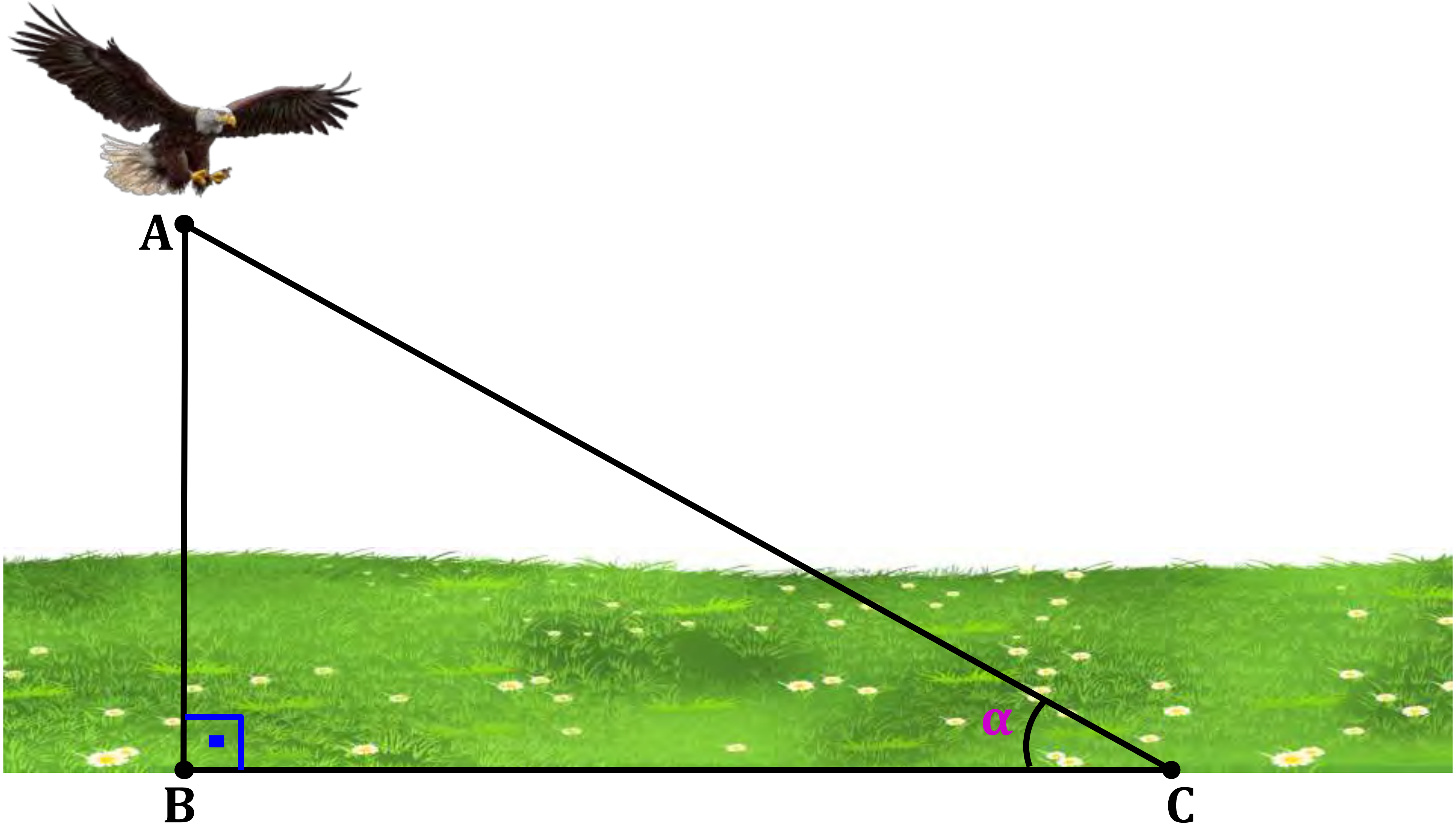
Soru :

$\tan \widehat{M} = \dfrac{7}{5}$ ise

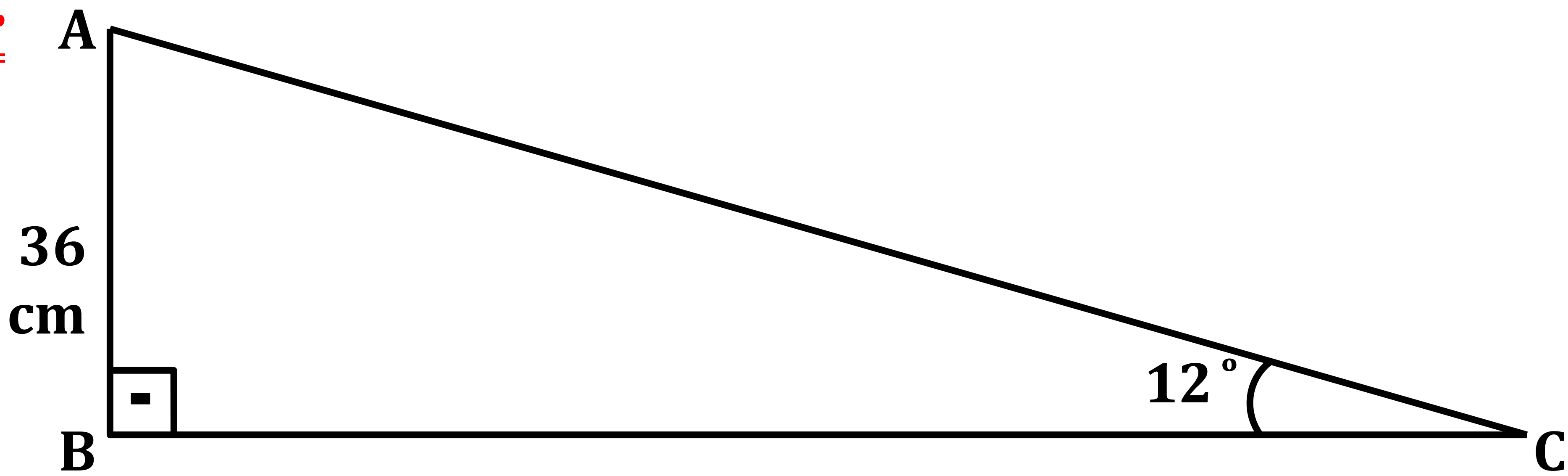
$\sin \widehat{M} \,.\, \cos \widehat{M} = ?$



Soru : Kartalın düz bir zeminde yerden yüksekliği $|AB| = 900$ m 'dir. Kartalın C noktasına olan uzaklığı 1500 m ise $\tan\alpha = ?$

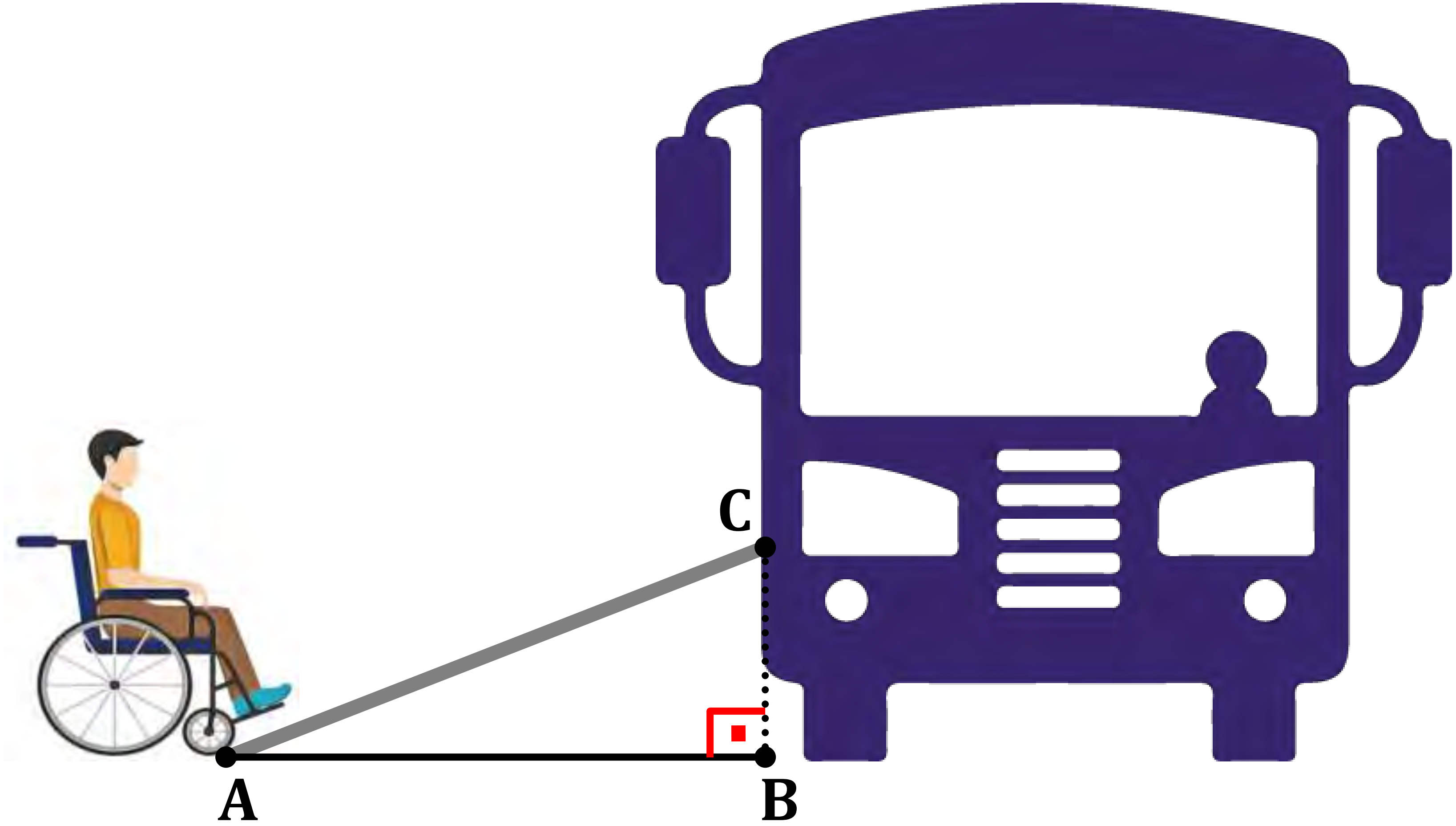


Soru :

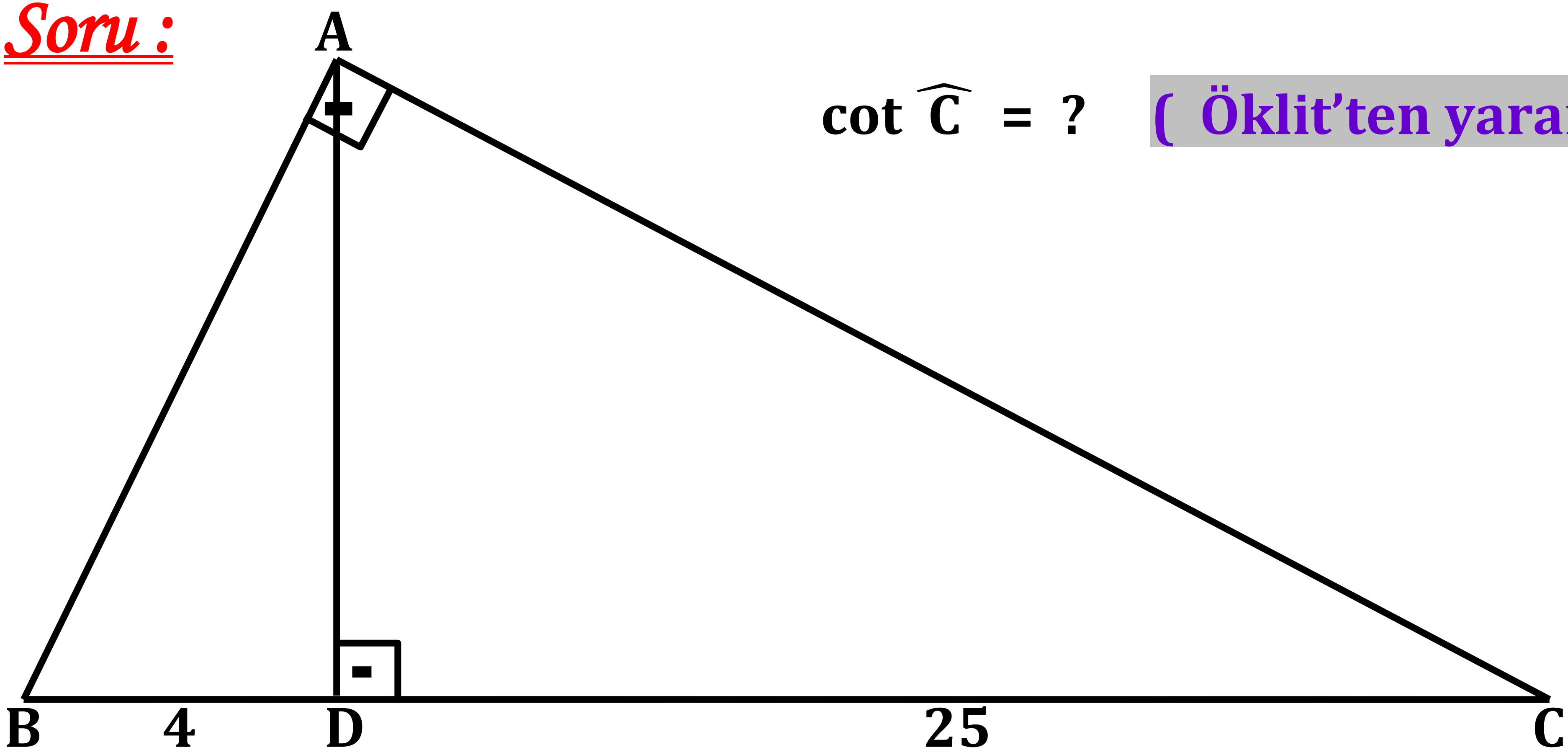


A ile C arası mesafeyi bulunuz. **(sin 12° ≅ 0,2 olarak alınız.)**

Soru : **Bir engelli otobüse binecektir. Otobüsün taşıyıcı merdiveni A noktasına kadar uzanmaktadır. $m(\widehat{ACB}) = 70^\circ$ olup merdivenin uzunluğu $|AC| = 2{,}85$ m ise merdivenin yerden yüksekliğini bulunuz. ($|BC| = ?$)** **($\cos 70^\circ \cong 0{,}34$ olarak alınız.)**



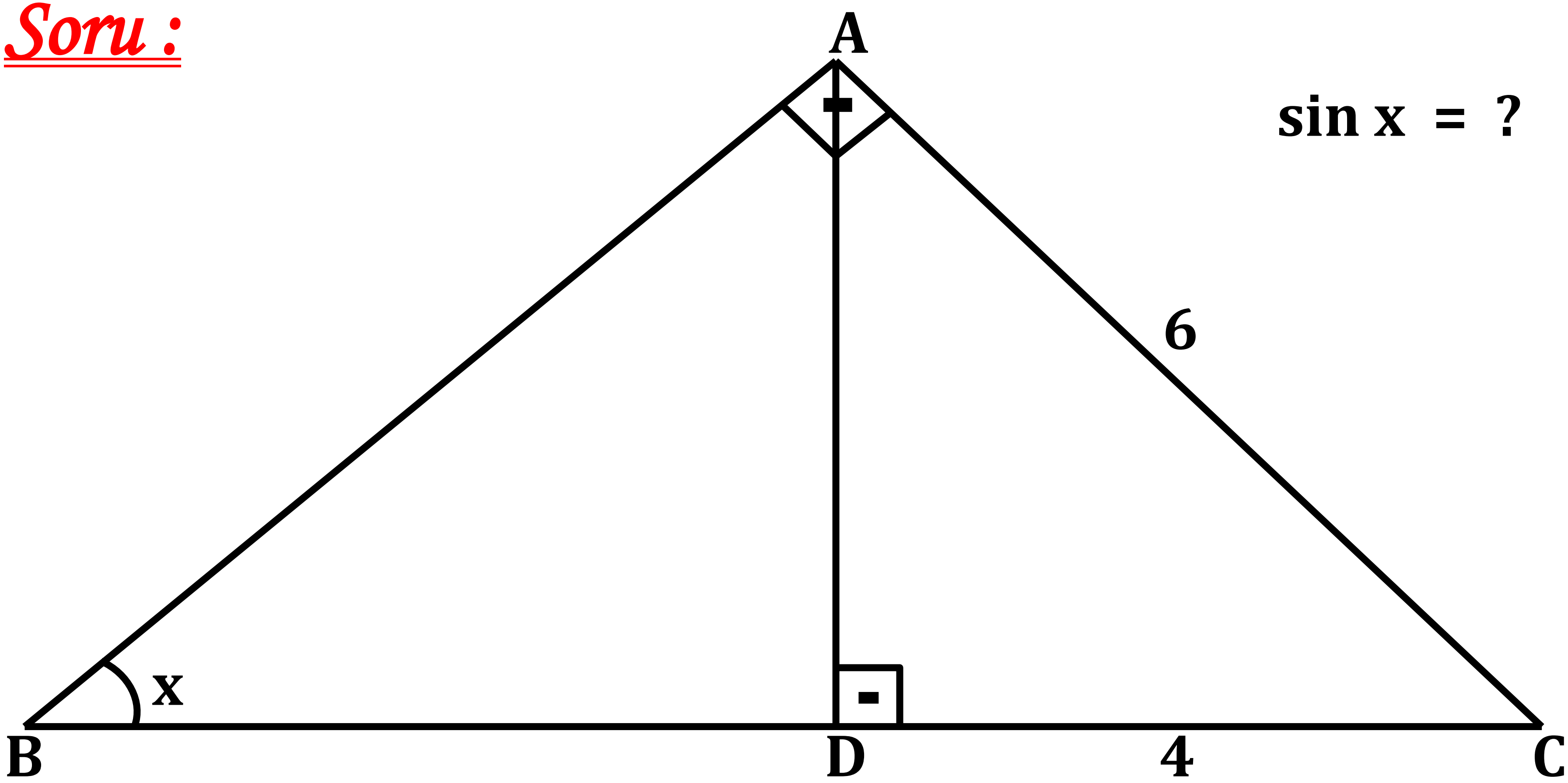
Soru :



$\cot \widehat{C} = ?$

(Öklit'ten yararlanılır.)

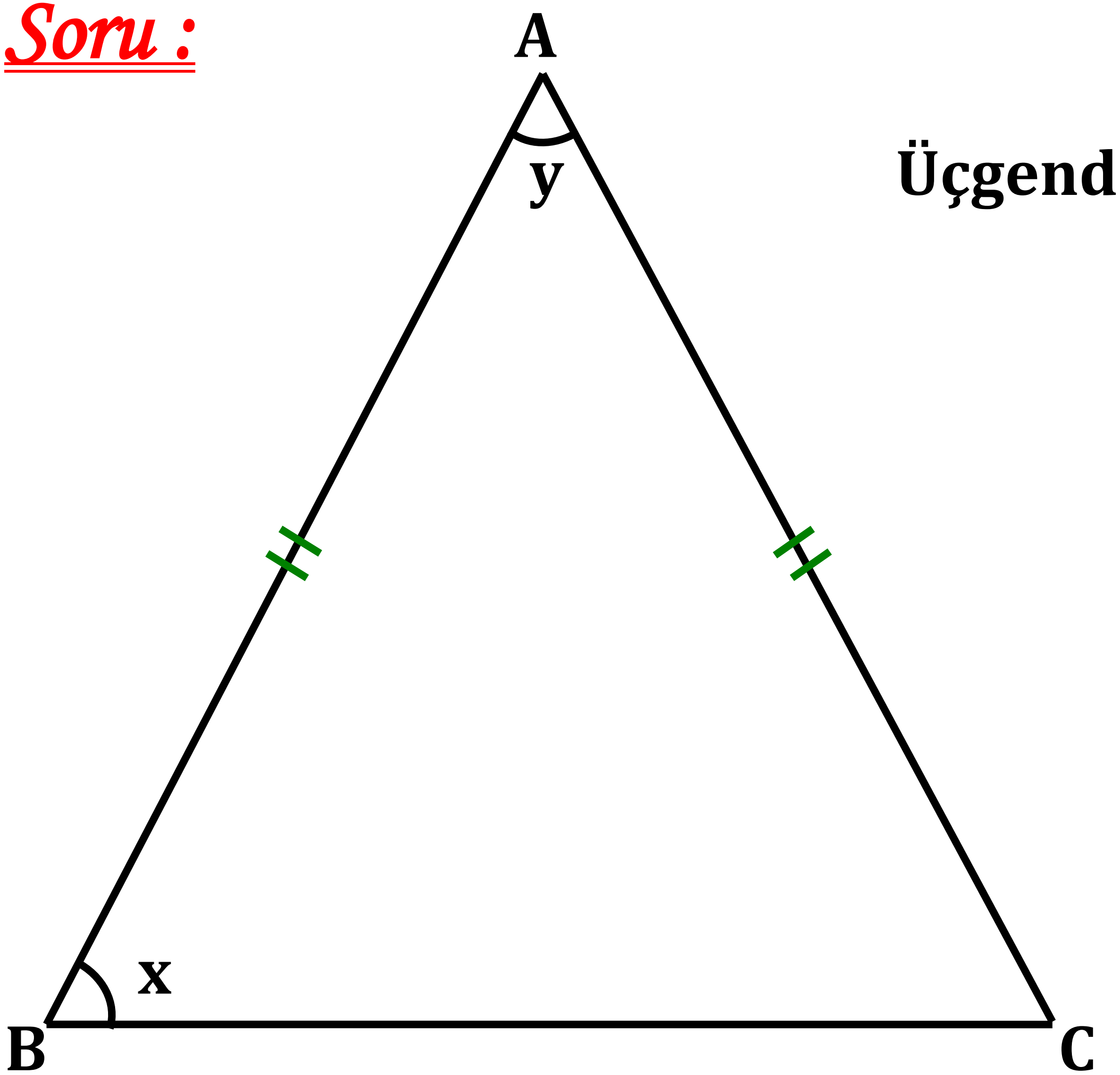
Soru :



$\sin x = ?$

(İki üçgendeki ortak açılardan sonuca gitmek işlemi çok daha kolaylaştırır.)

Soru :



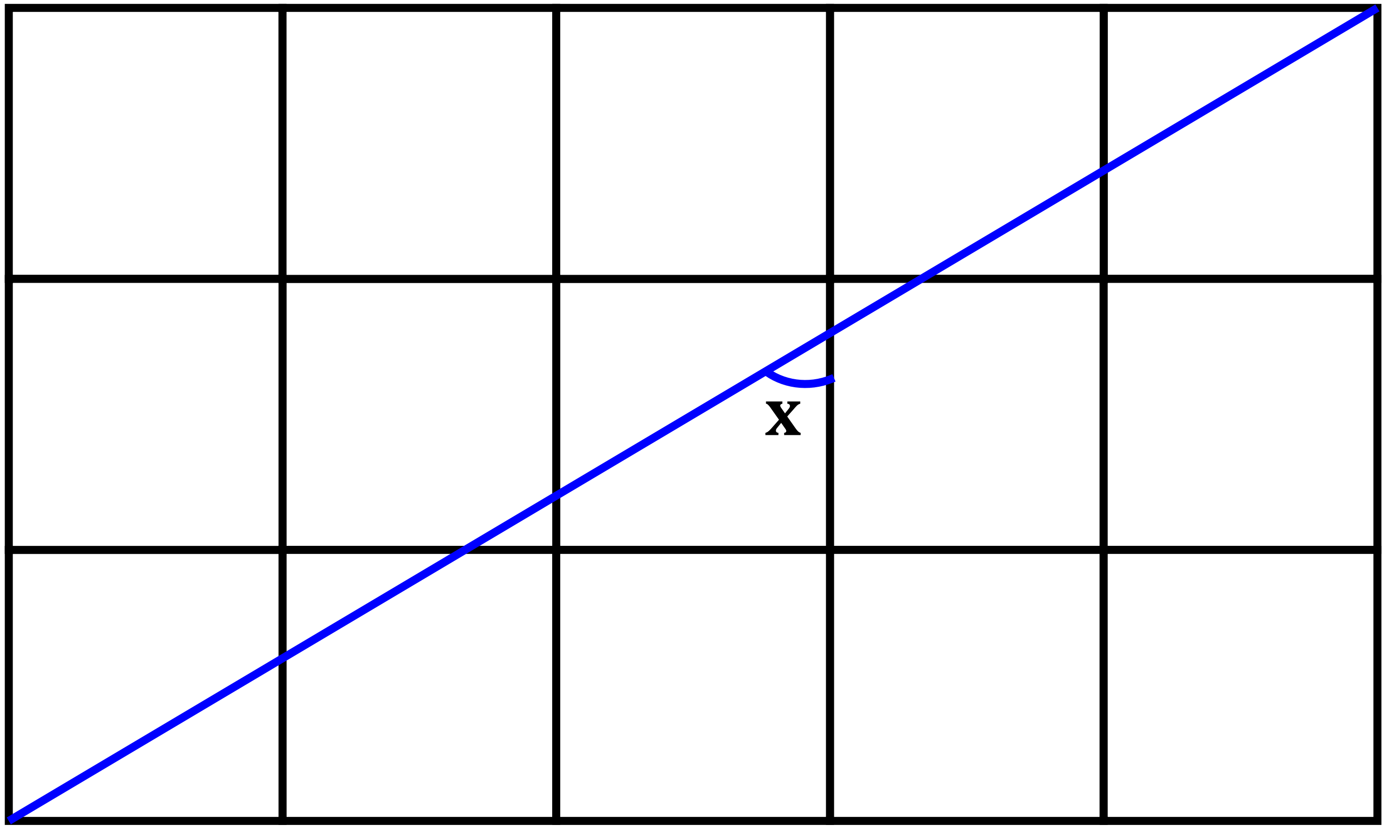
Üçgende $\cot y = \dfrac{3}{4}$ ise $\sin x = ?$

(C ’den [AB] tabanına dik indir.)

Soru : Şekildeki evde A , D , B ve A , E , C doğrusal noktalardır. [AB] ⊥ [AC] 'dir. | AD | = 4 . | DB | olup; [DE] // [BC] , | AC | = 7,5 m ve | DE | = 10 m ise cos ($\widehat{ACB}$) = ?

(Benzerlikten faydalanılır.)

Soru :

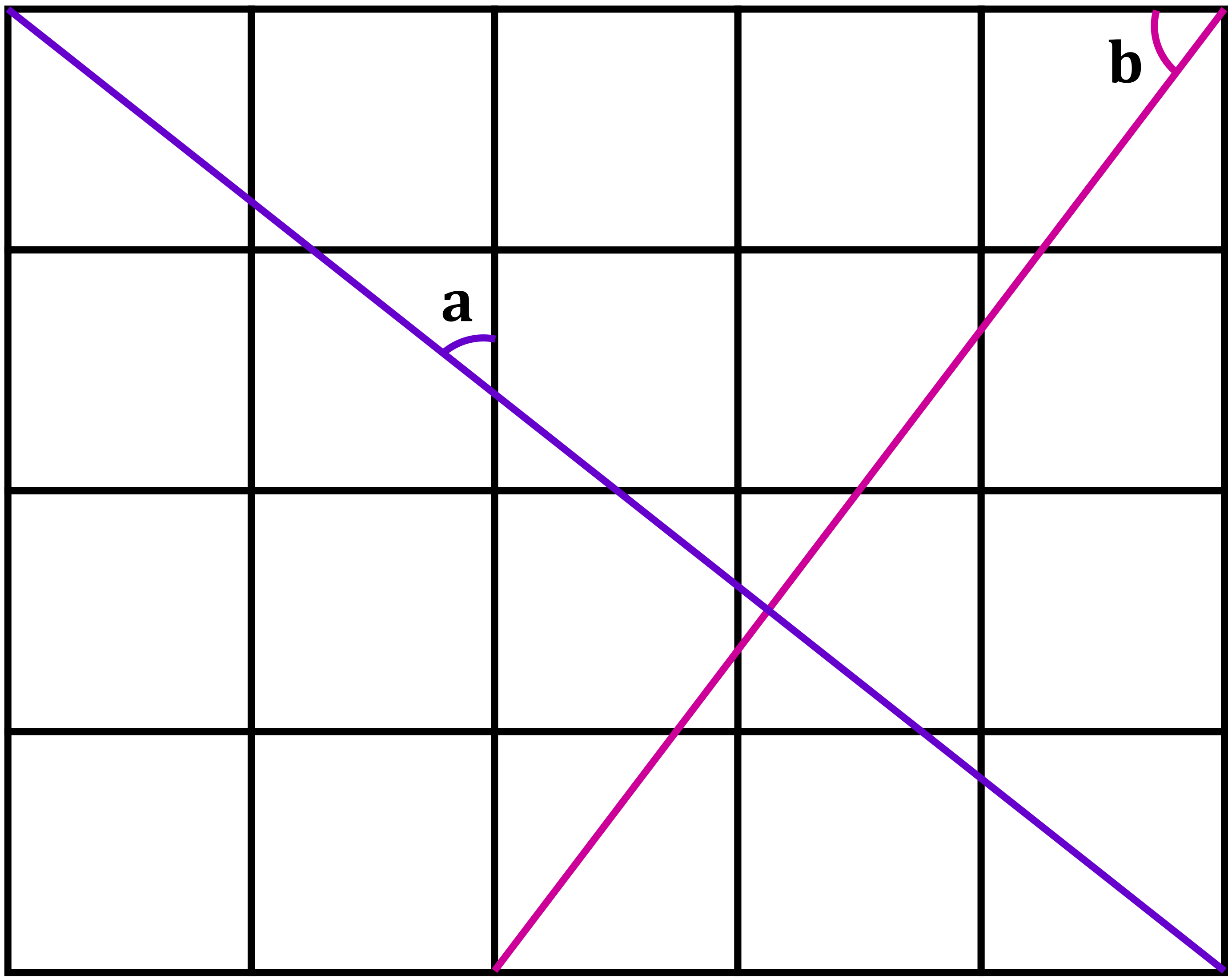


Birim karelerden (kenar uzunlukları 1 br) oluşan şekilde

tan x = ?

Not : **Açının bulunduğu dik üçgende kenar uzunlukları bilinmiyorsa, aynı açının olduğu (yöndeş veya ters açıdan) ve kenar uzunlukları bilinen dik üçgen kullanılır.**

Soru :



Birim karelerden oluşan şekilde cot a + sin b = ?

Bazı Açıların Trigonometrik Oranları

x	30°	45°	60°
$\sin x$	$1\ /\ 2$	$1 / \sqrt{2}$	$\sqrt{3}\ /\ 2$
$\cos x$	$\sqrt{3}\ /\ 2$	$1 / \sqrt{2}$	$1\ /\ 2$
$\tan x$	$1 / \sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot x$	$\sqrt{3}$	1	$1 / \sqrt{3}$

Not : **Tablodan da görüleceği üzere; birbirinin tümleri olan açılardan birinin sinüsü diğer açının kosinüsüne, birinin tanjantı diğerinin kotanjantına eşittir.**

$x + y = 90^\circ$ **ise;** $\sin x = \cos y$, $\sin y = \cos x$, $\tan x = \cot y$, $\cot x = \tan y$ **olarak alınır.**

Soru : $x + y = 90^\circ$ olup $\cos x = 3 / 7$ ise $\sin y \cdot \cos x = ?$

(Dik üçgenden de bulabiliriz.)

Not : **Tablodaki dar açıların değerlerini bu açıların bulunduğu <u>özel dik üçgenlerden</u> de bulabiliriz. Bu özel dik üçgenleri bir sonraki konuda işleyeceğiz.**

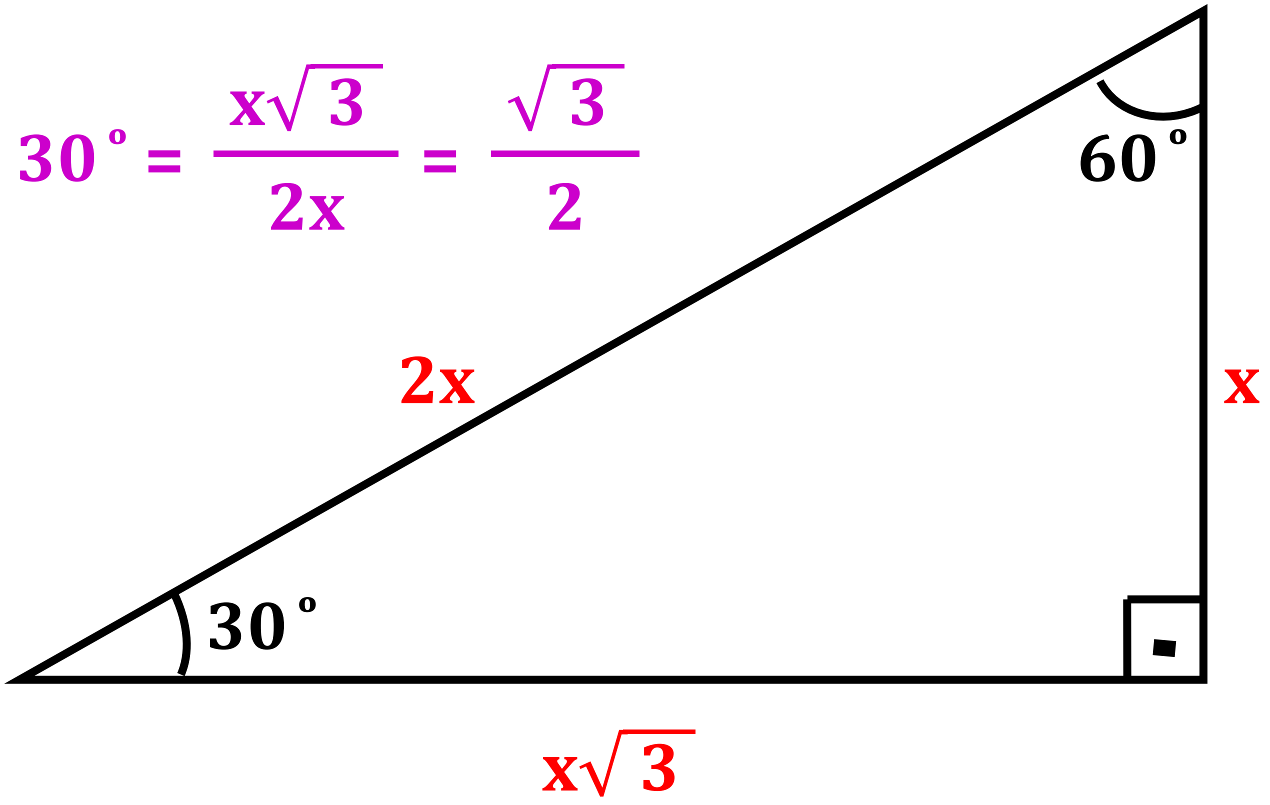
Örneğin;

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}\ ,\ \cos 30^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{x\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot 30^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{x} = \sqrt{3}$$

olduğu görülür.



Soru : **A)** $\sin 30^{\circ} + \tan 45^{\circ} + \cos^{2} 45^{\circ} = ?$

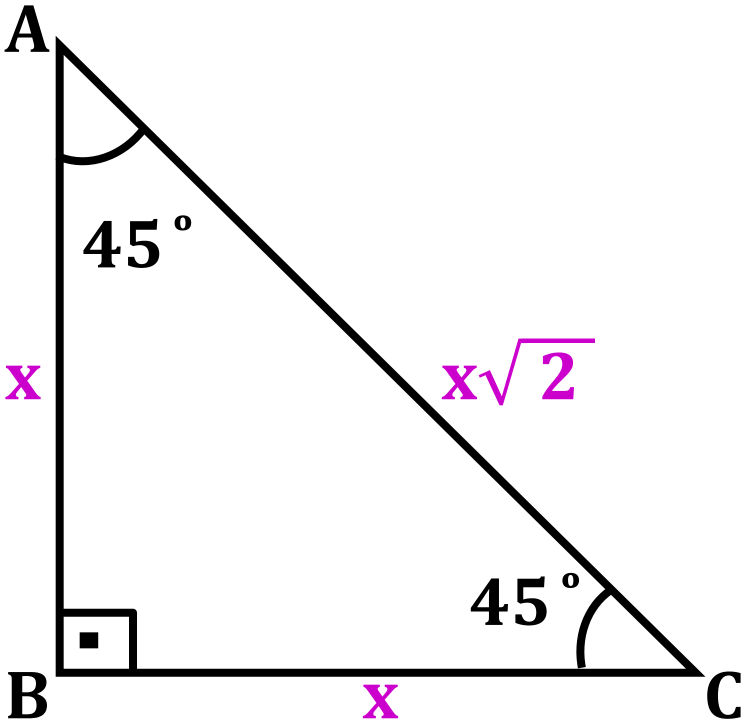
B) $\sqrt{3}\,.\tan 30^{\circ} - \cot 45^{\circ} = ?$

Soru : $\cot 60^{\circ} . \tan 30^{\circ} + 4 . \sin 45^{\circ} . \cos 45^{\circ} = ?$

Soru : $\cos^2 60^\circ + \sin 60^\circ . \tan 60^\circ = ?$

Özel Dik Üçgenler 2

A) 45° - 45° - 90° Üçgeni :



45° - 45° - 90° üçgeninde ;

90° 'yi gören kenar uzunluğu,

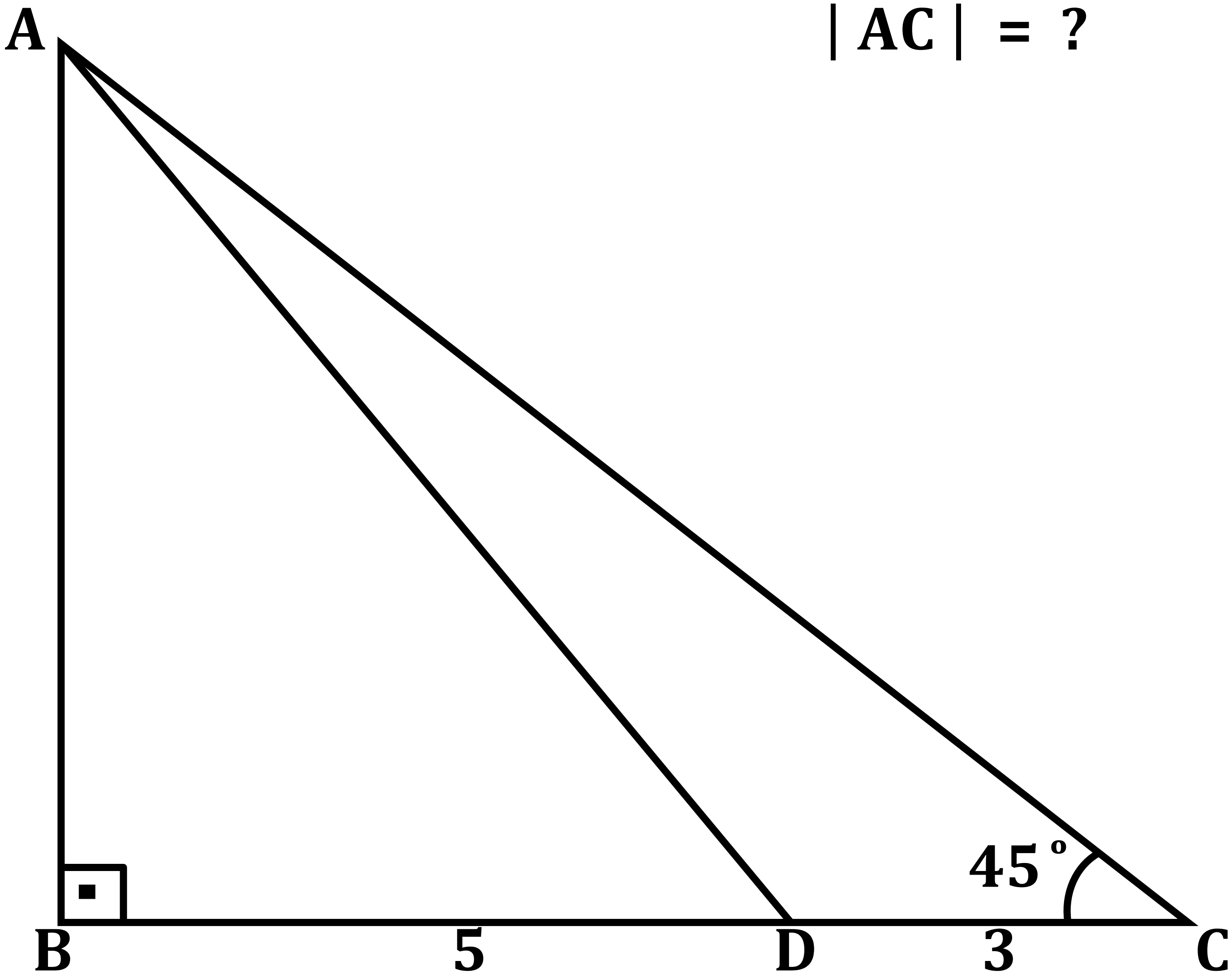
45° 'yi gören kenar

uzunluğunun $\sqrt{2}$ katıdır.

45° - 45° - 90° üçgeninde ; 45° 'yi gören kenar uzunluğu,

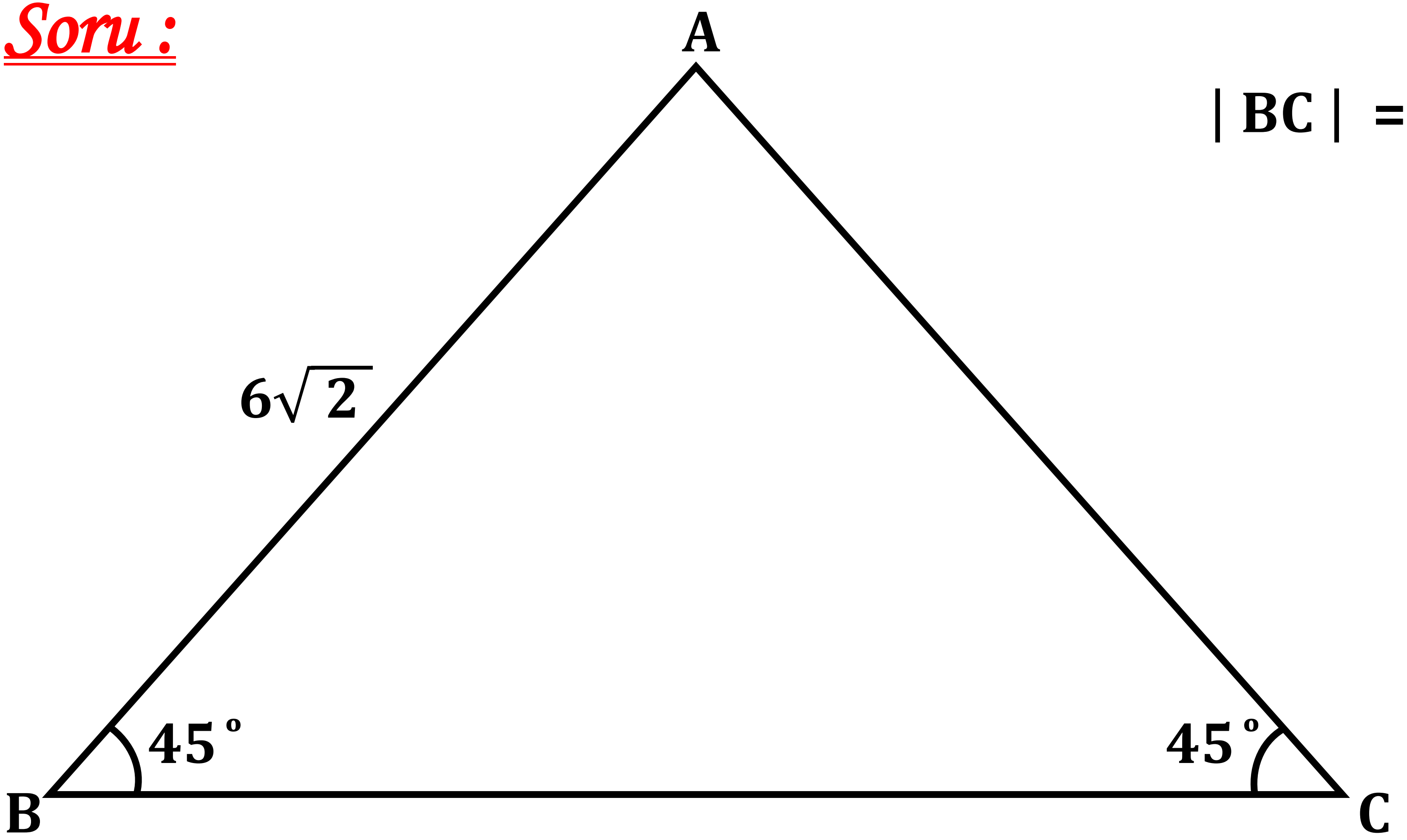
90° 'yi gören kenar uzunluğunun $\sqrt{2}$ ile bölümüne eşittir.

Soru :



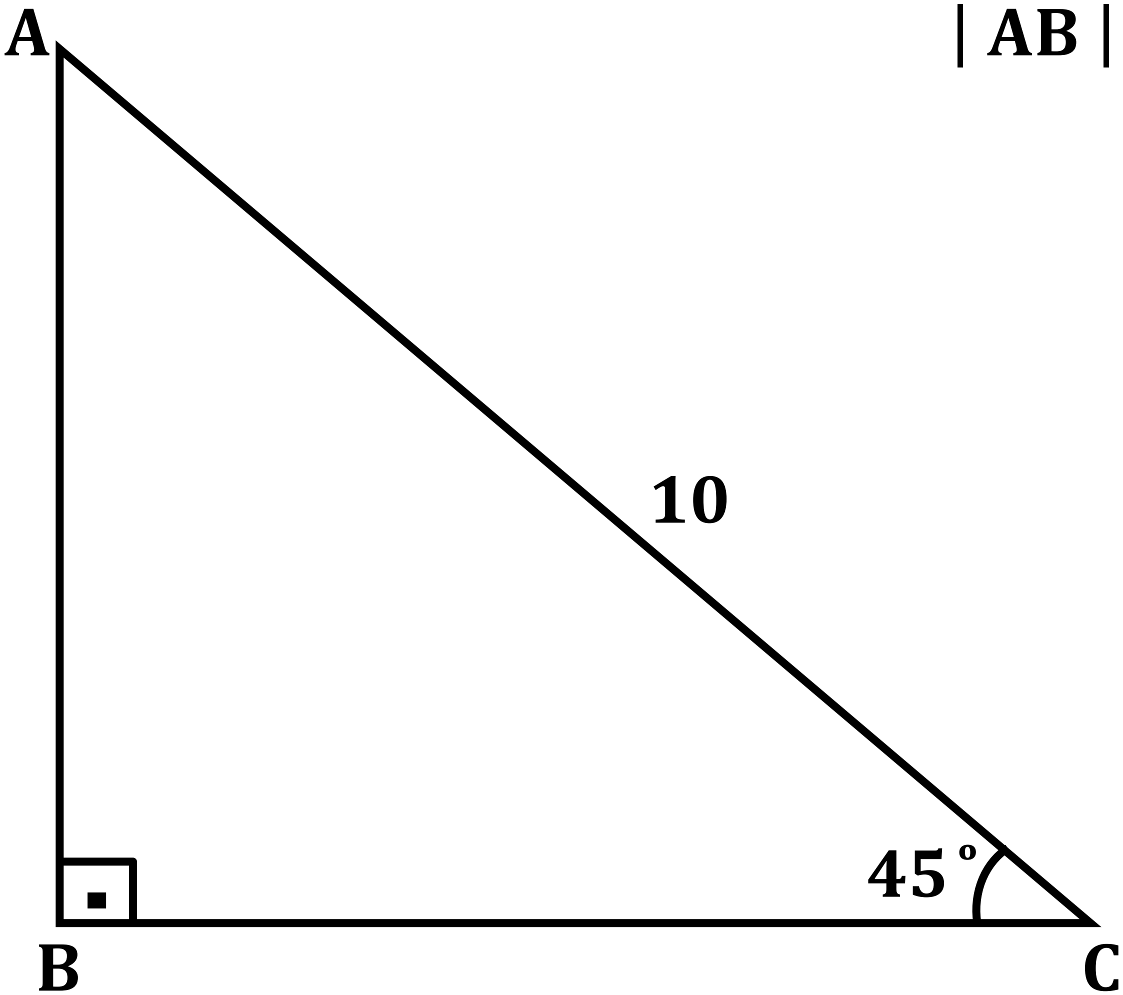
$|AC| = ?$

Soru :



$|BC| = ?$

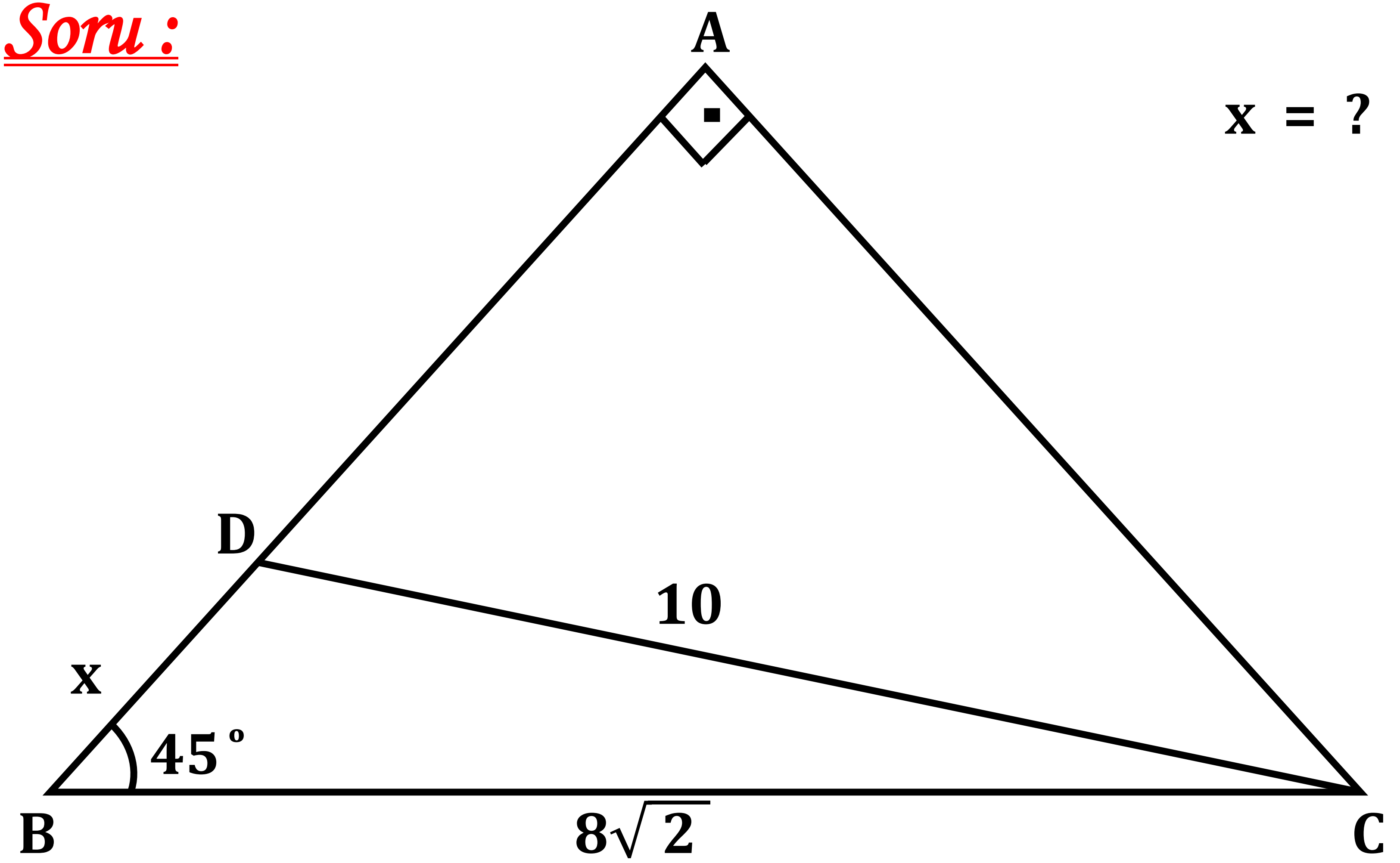
Soru :



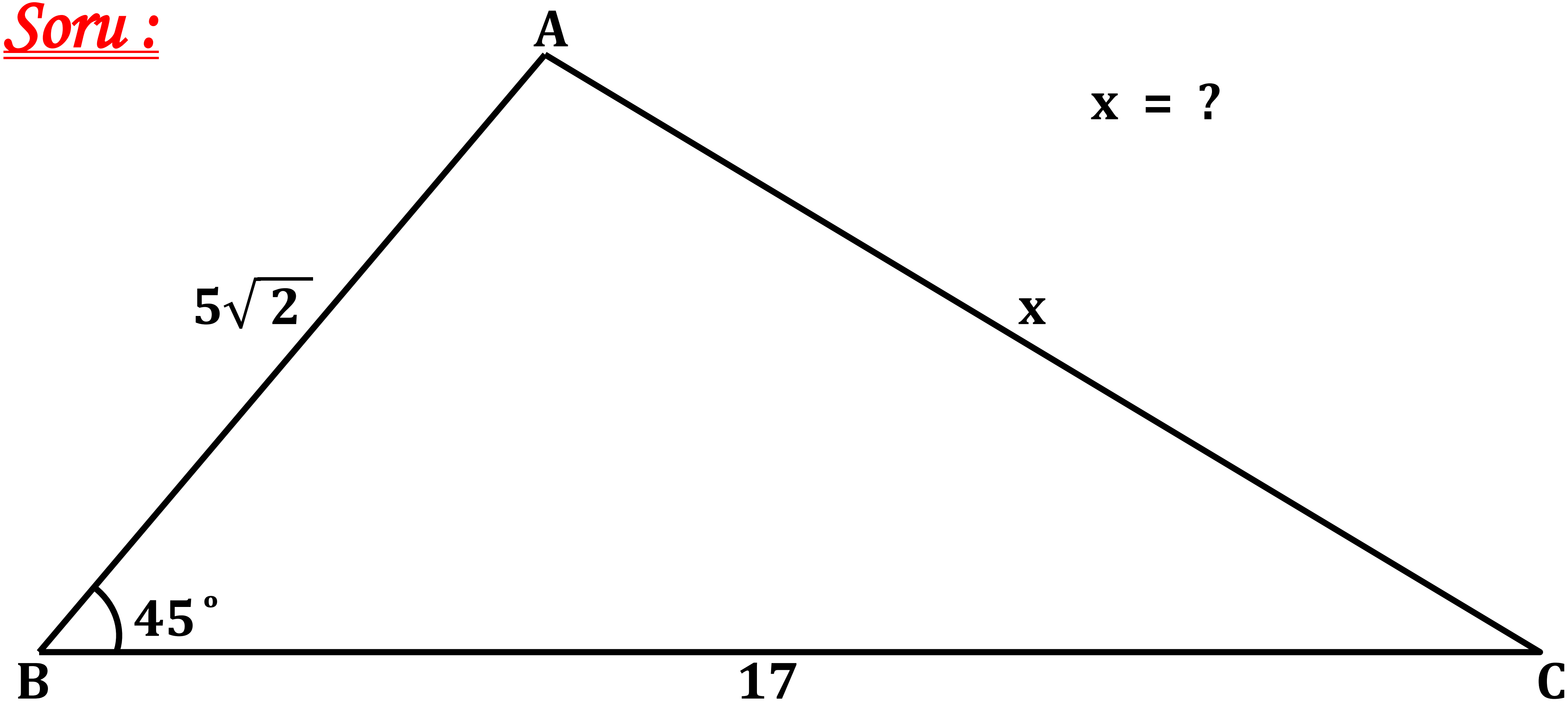
$|AB| + |BC| = ?$

Soru :

$x = ?$



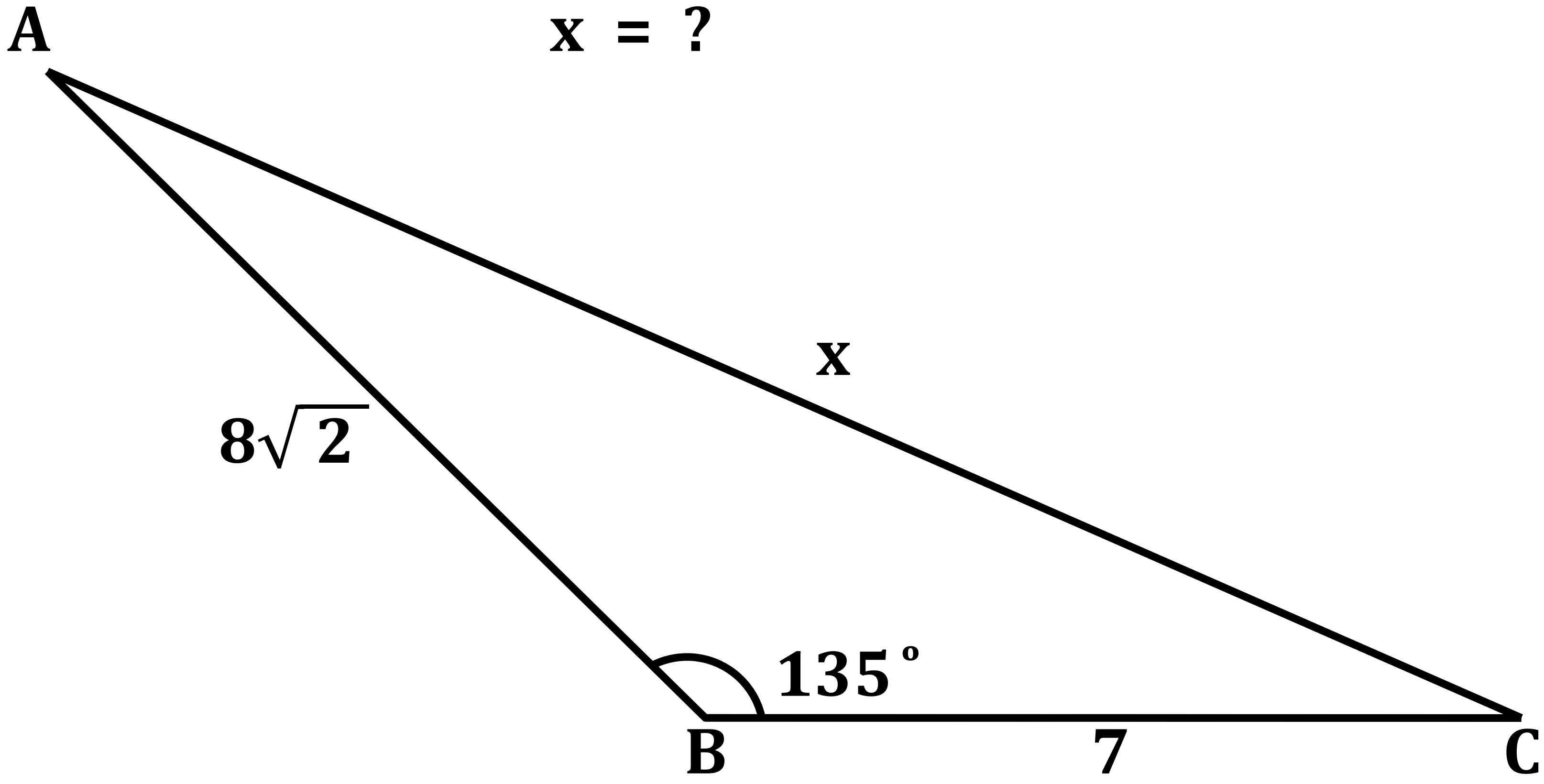
Soru :



(A'dan [BC] tabanına dik indirin.)

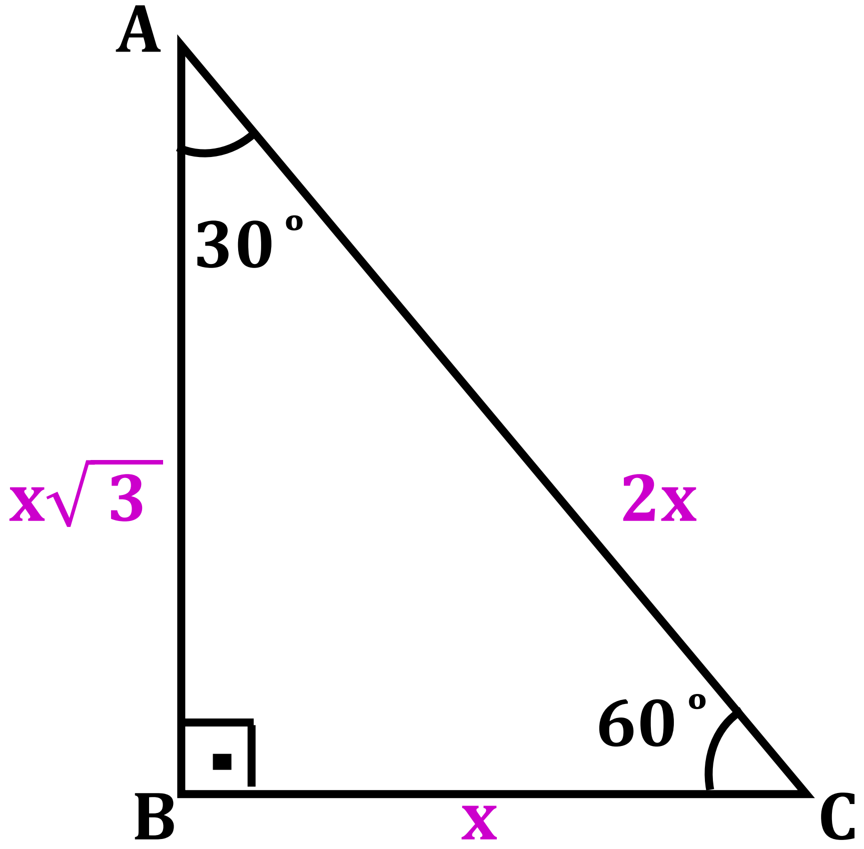
Soru :

$x = ?$



(B ’den sol tarafa doğru parçası uzat. A ’dan bu parçaya dik indir.)

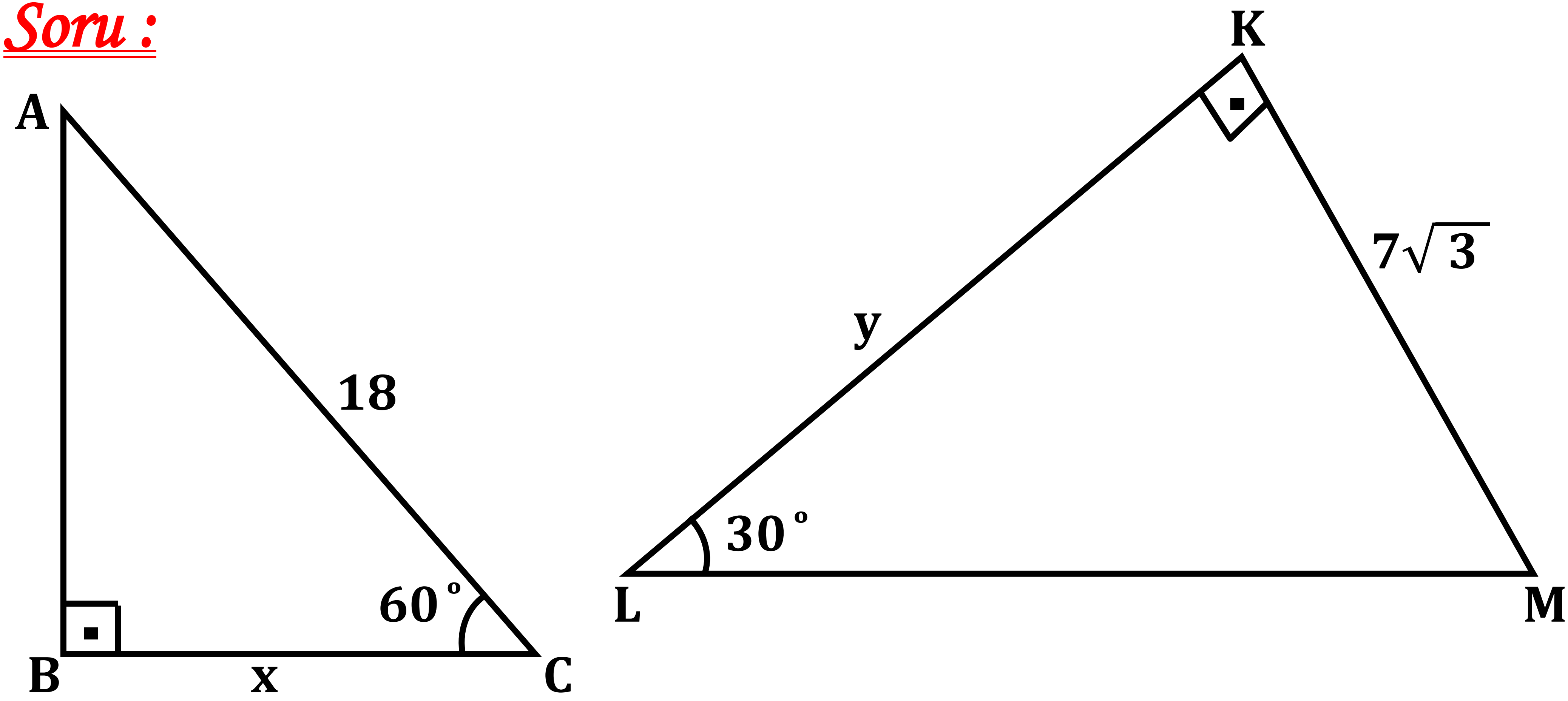
B) 30° - 60° - 90° Üçgeni :



30° - 60° - 90° üçgeninde ; 90° 'yi gören kenar uzunluğu 30° 'yi gören kenar uzunluğunun **2 katı**, 60° 'yi gören kenar uzunluğunu 30° 'yi gören kenar uzunluğunun **$\sqrt{3}$ katıdır.**

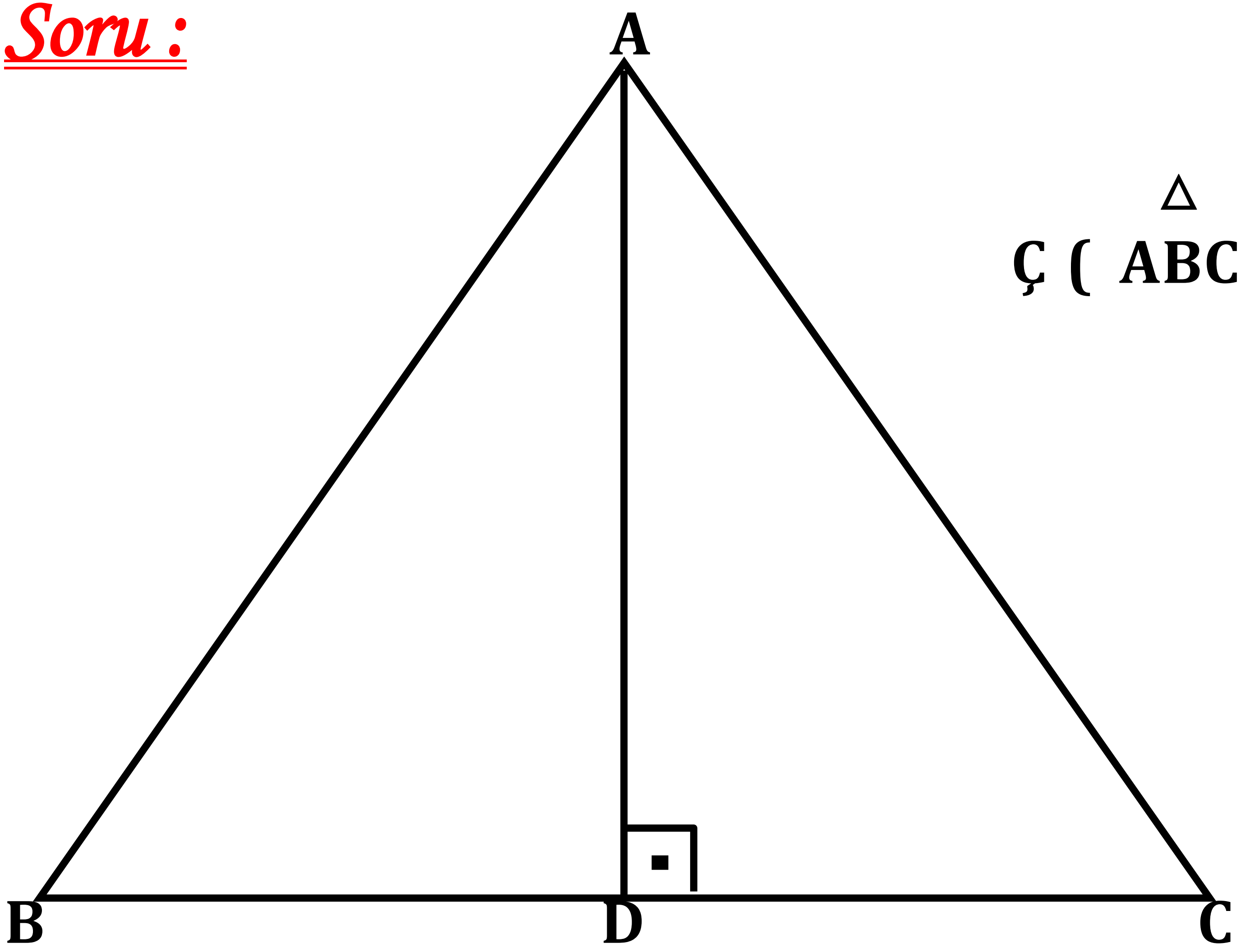
30° - 60° - 90° üçgeninde ; 30° 'yi gören kenar uzunluğu, 60° 'yi gören kenar uzunluğunun **$\sqrt{3}$ ile bölümüne eşittir.**

Soru :



x + y = ?

Soru :

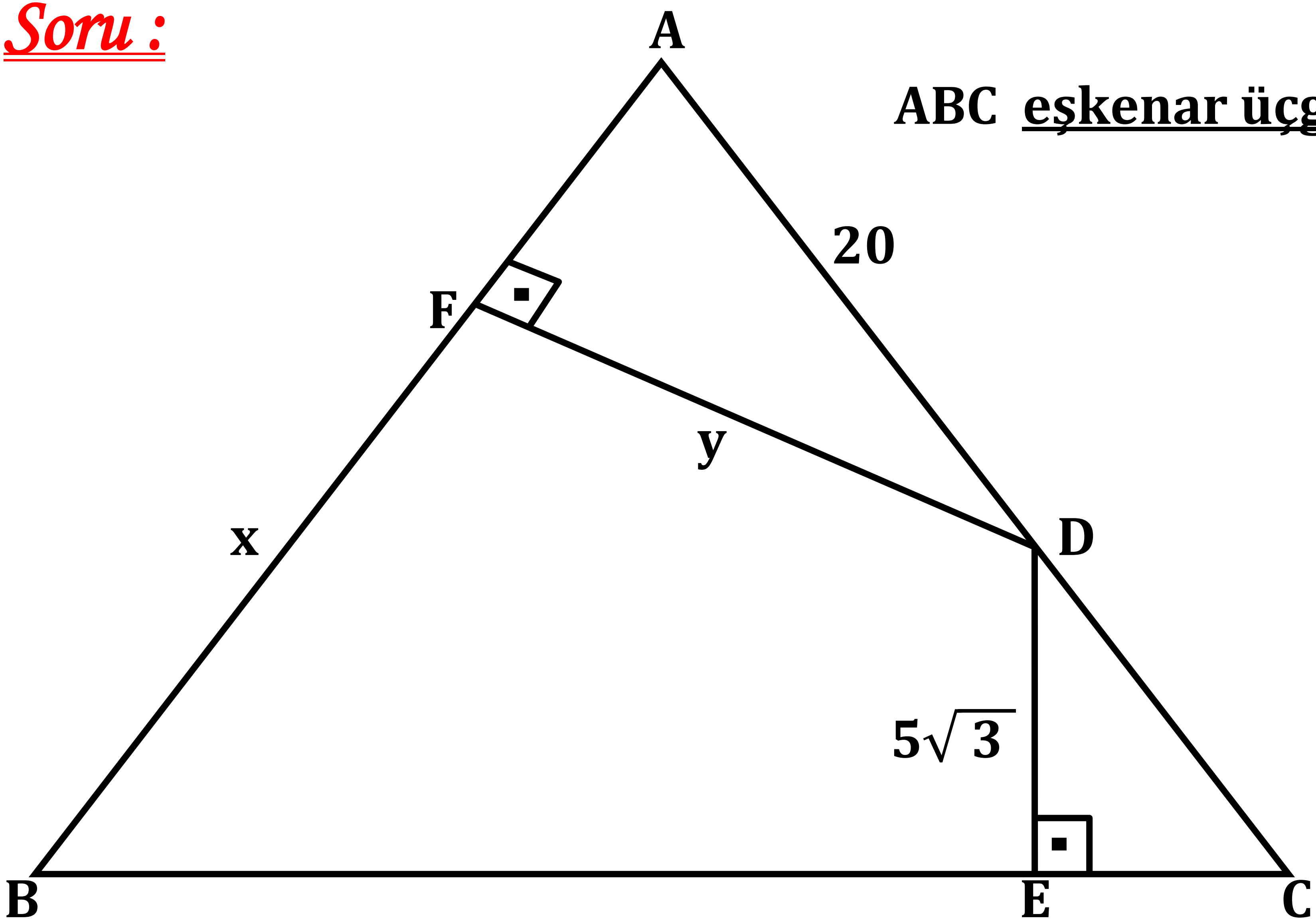


ABC **eşkenar üçgen** **olup**

$\mathring{C}(\overset{\triangle}{ABC}) = 24$ **br ise** $|AD| = ?$

Soru :

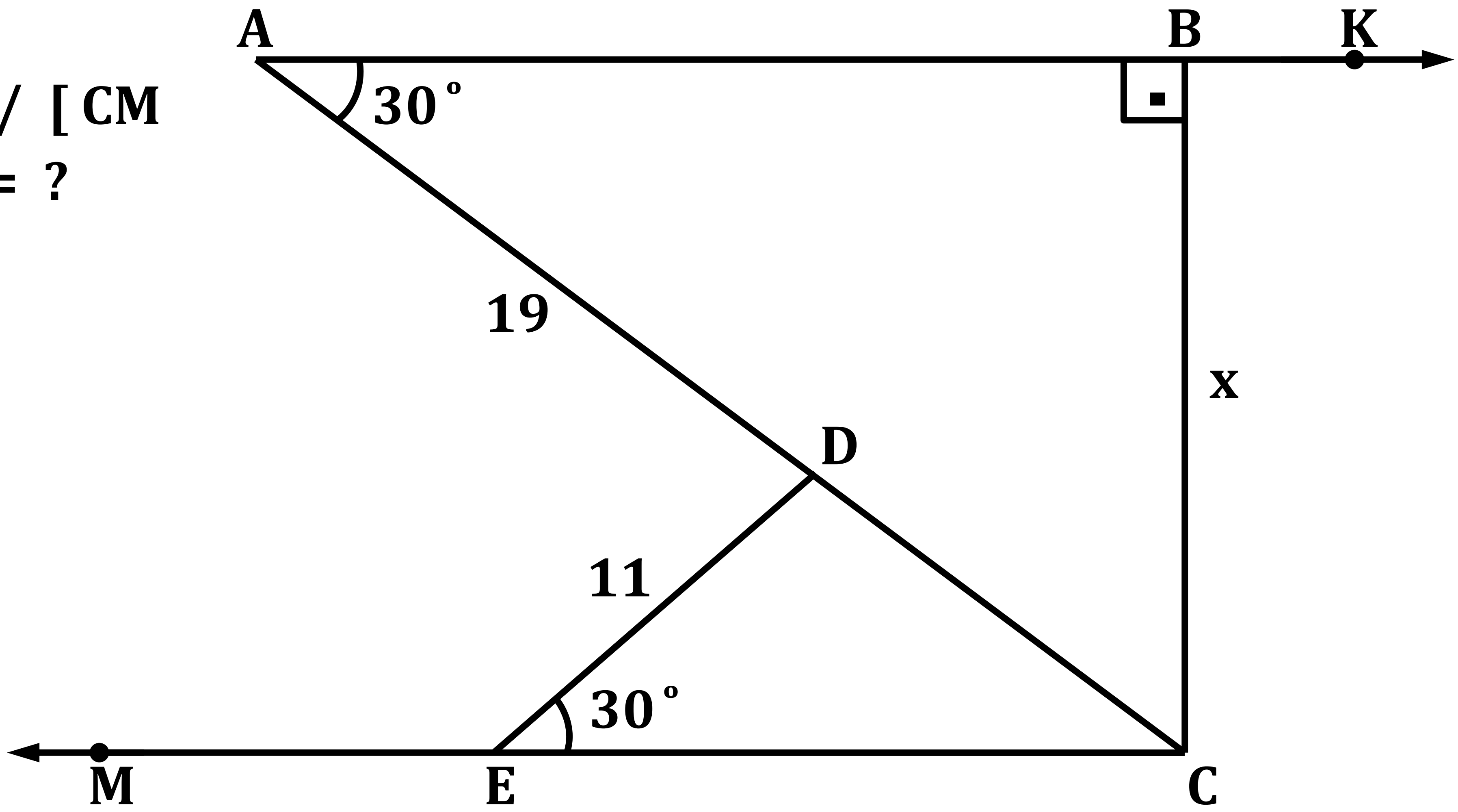
ABC <u>eşkenar üçgen</u> ise $x \cdot y = ?$



Soru :

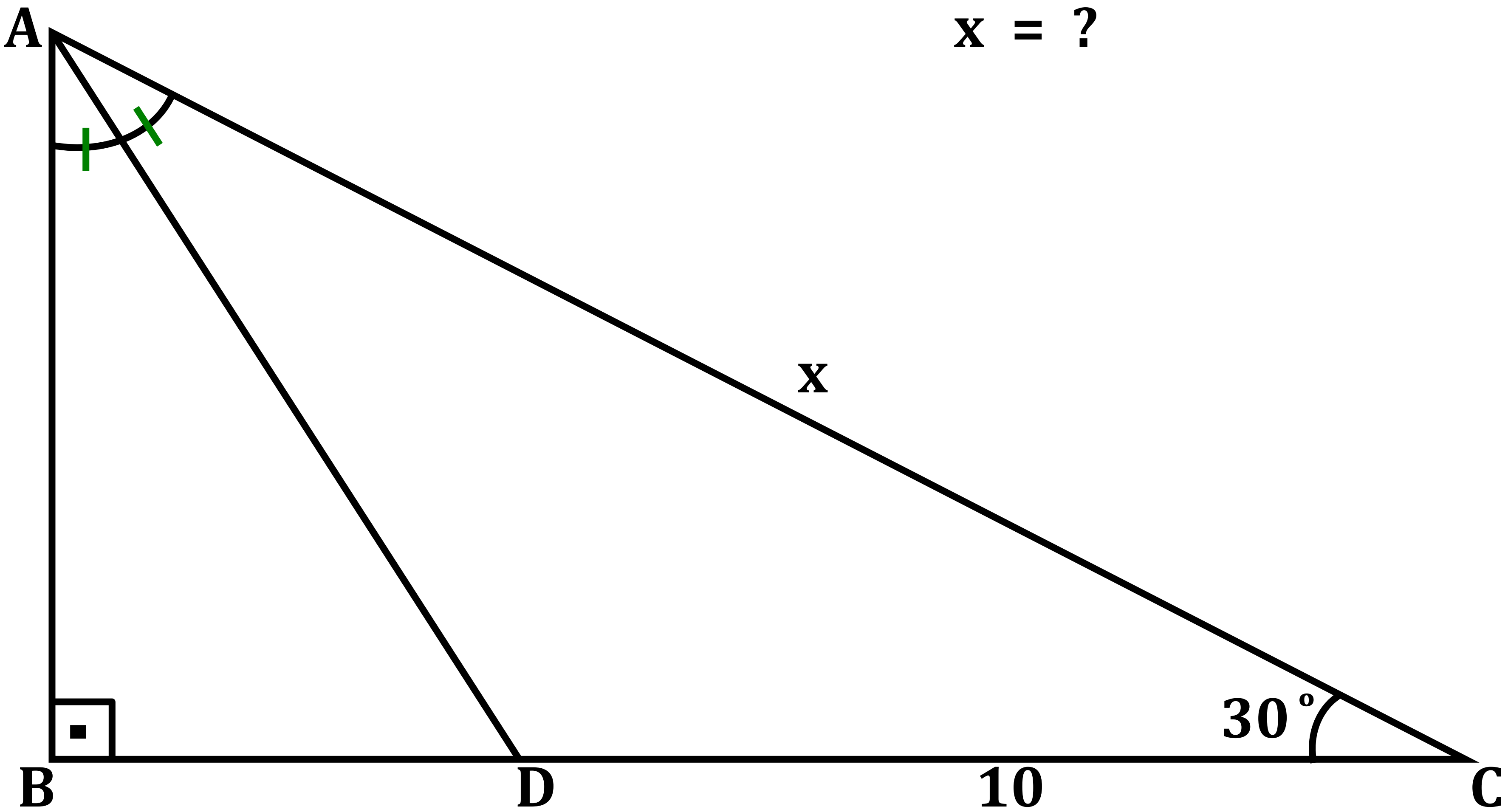
[AK // [CM

ise x = ?



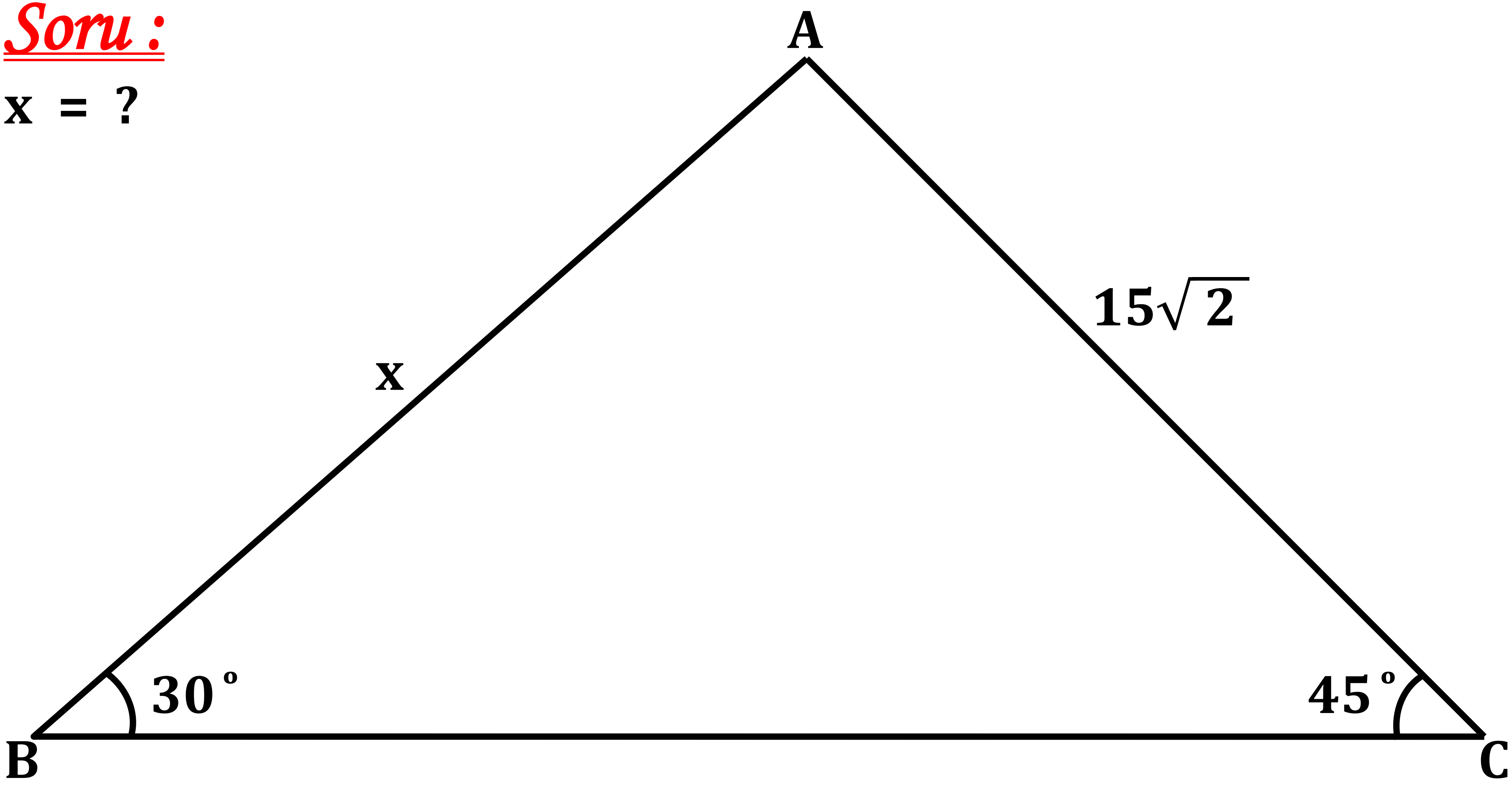
Soru :

$x = ?$



Soru :

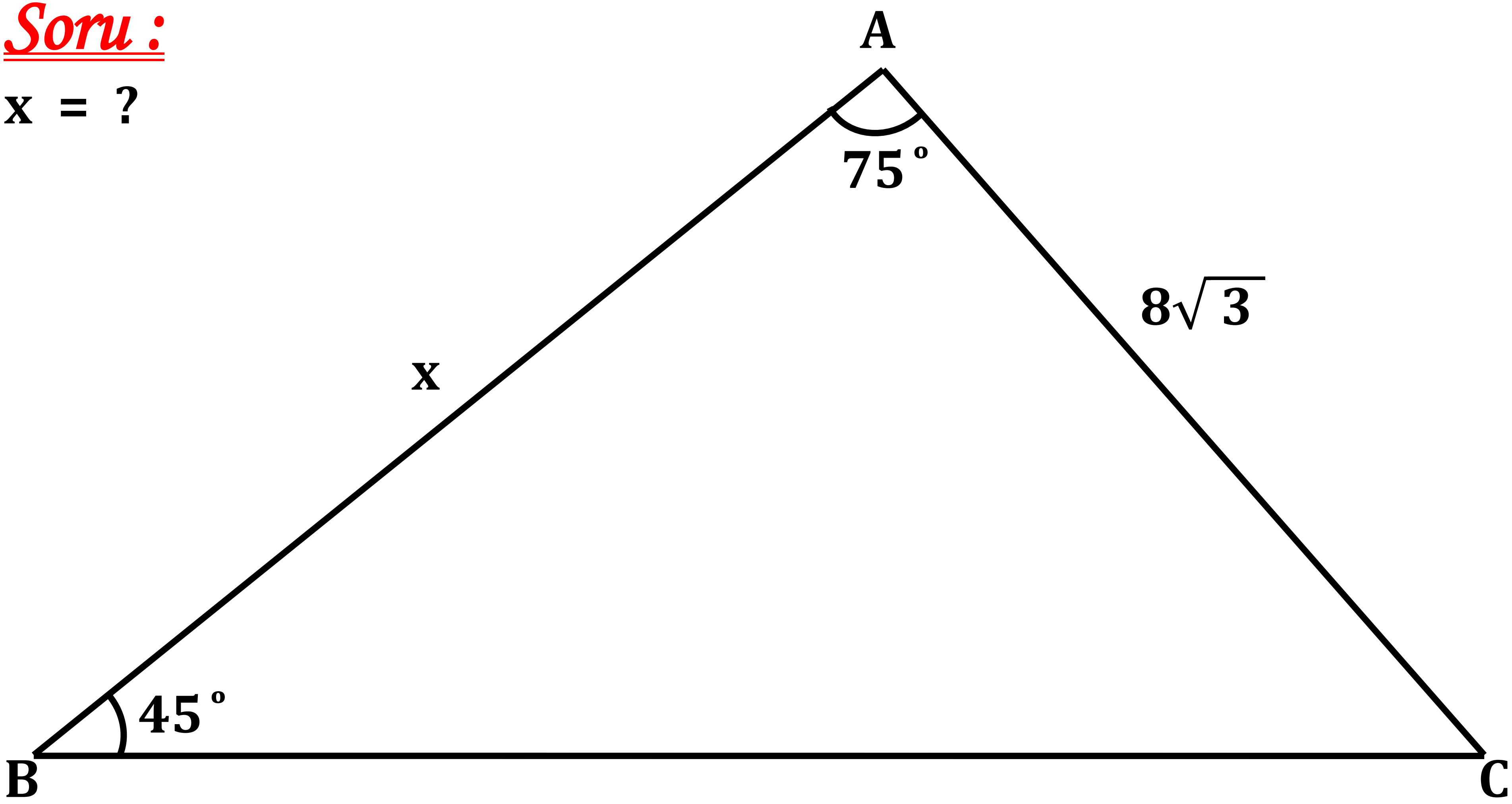
$x = ?$



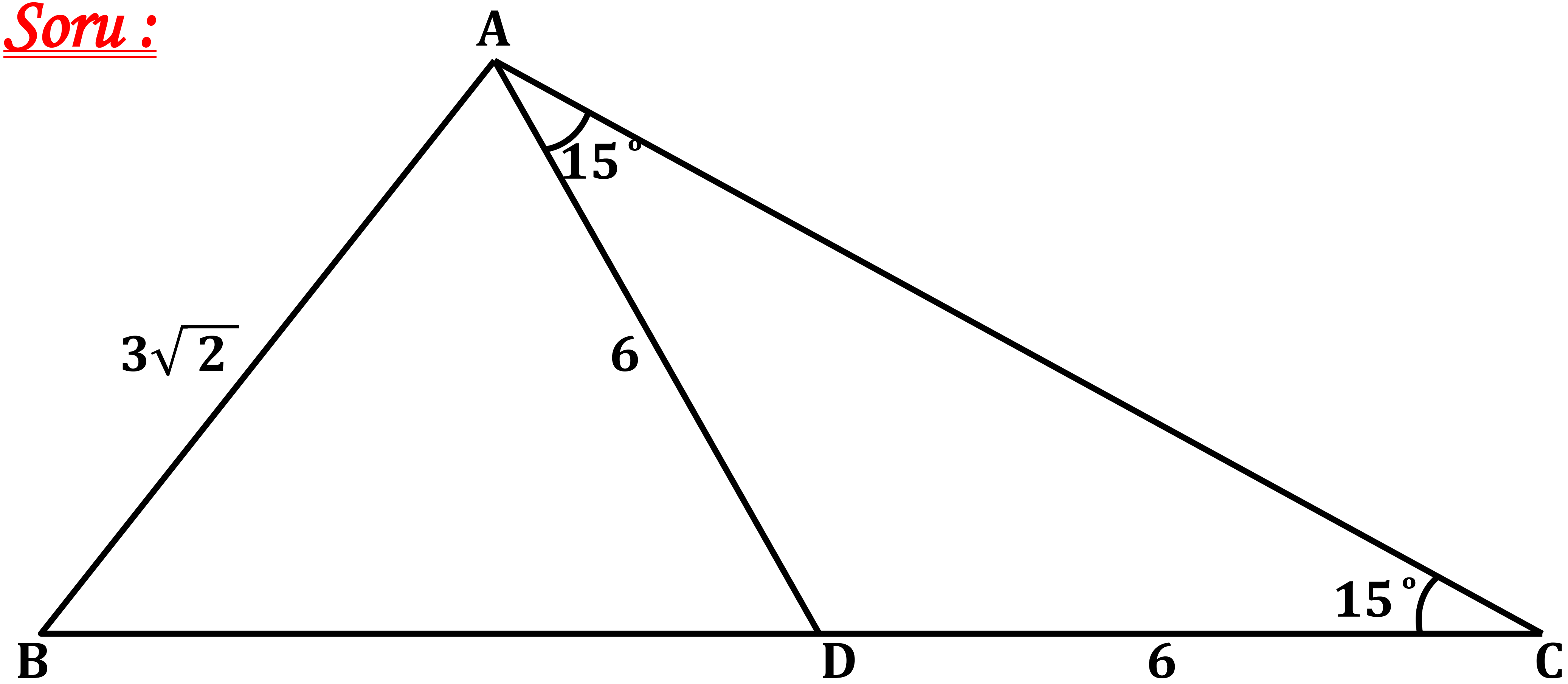
(A ’dan [BC] tabanına dik indirilir.)

Soru :

$x = ?$



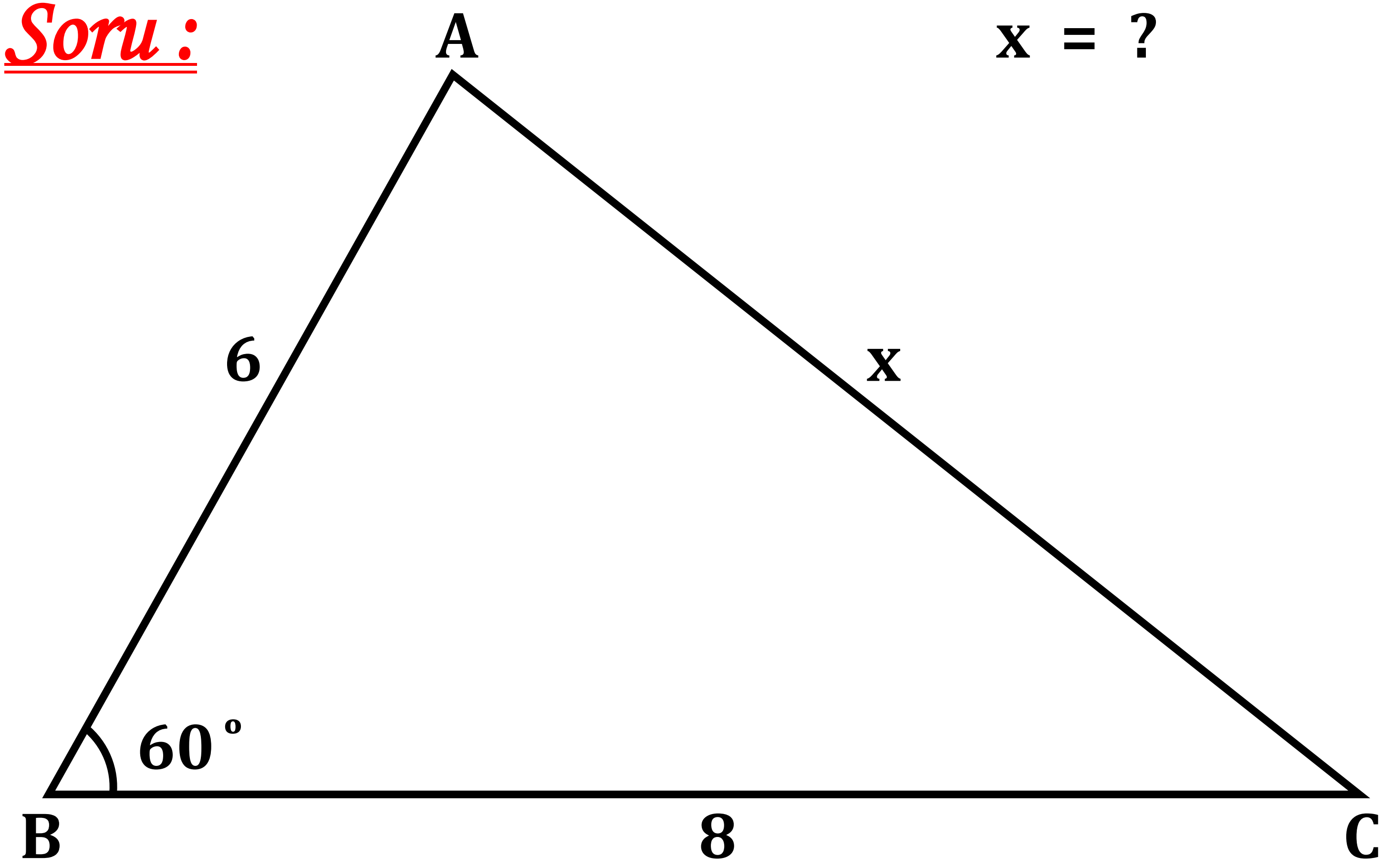
Soru :



$m(\widehat{BAC}) = ?$

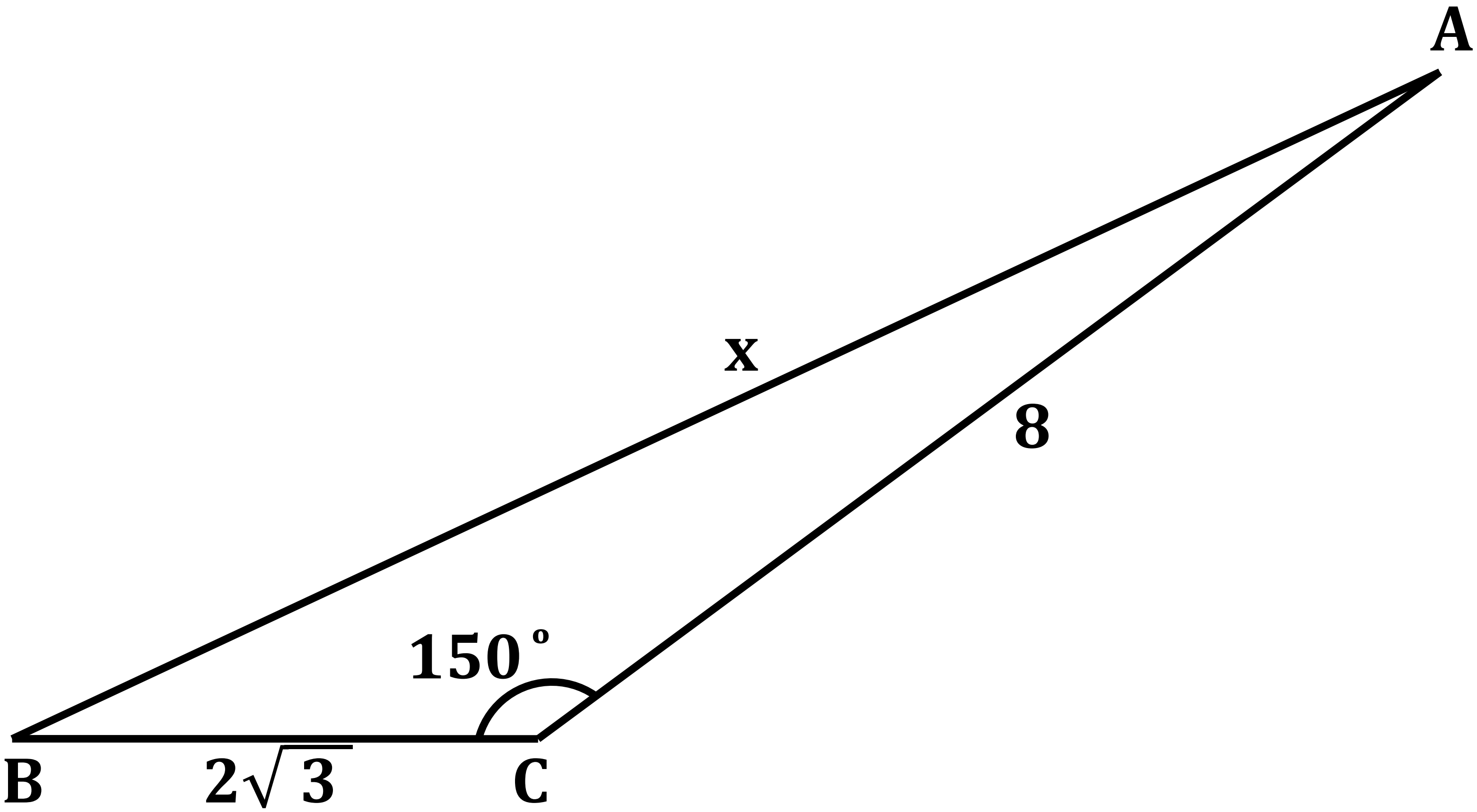
Soru :

$x = ?$



Soru :

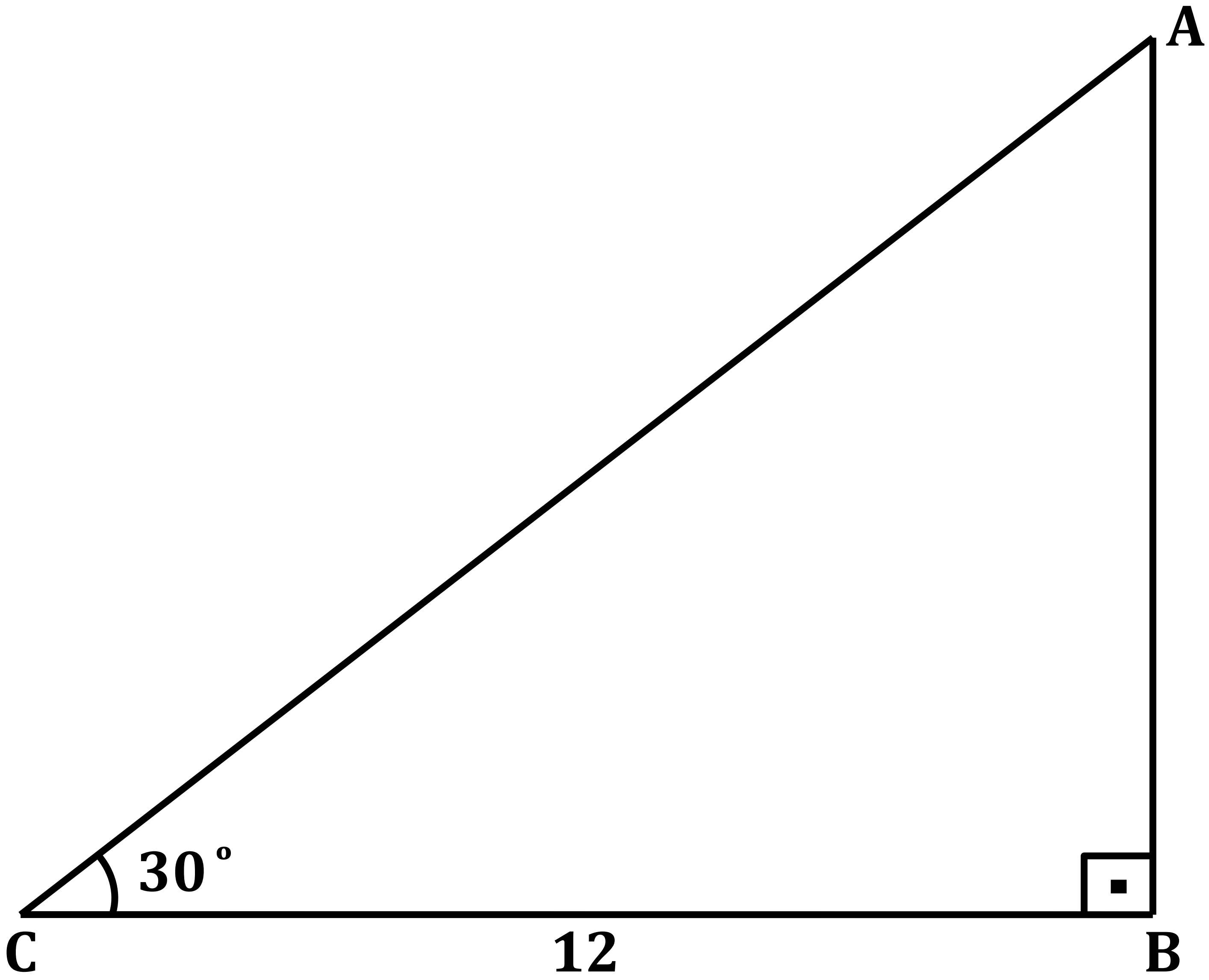
x = ?



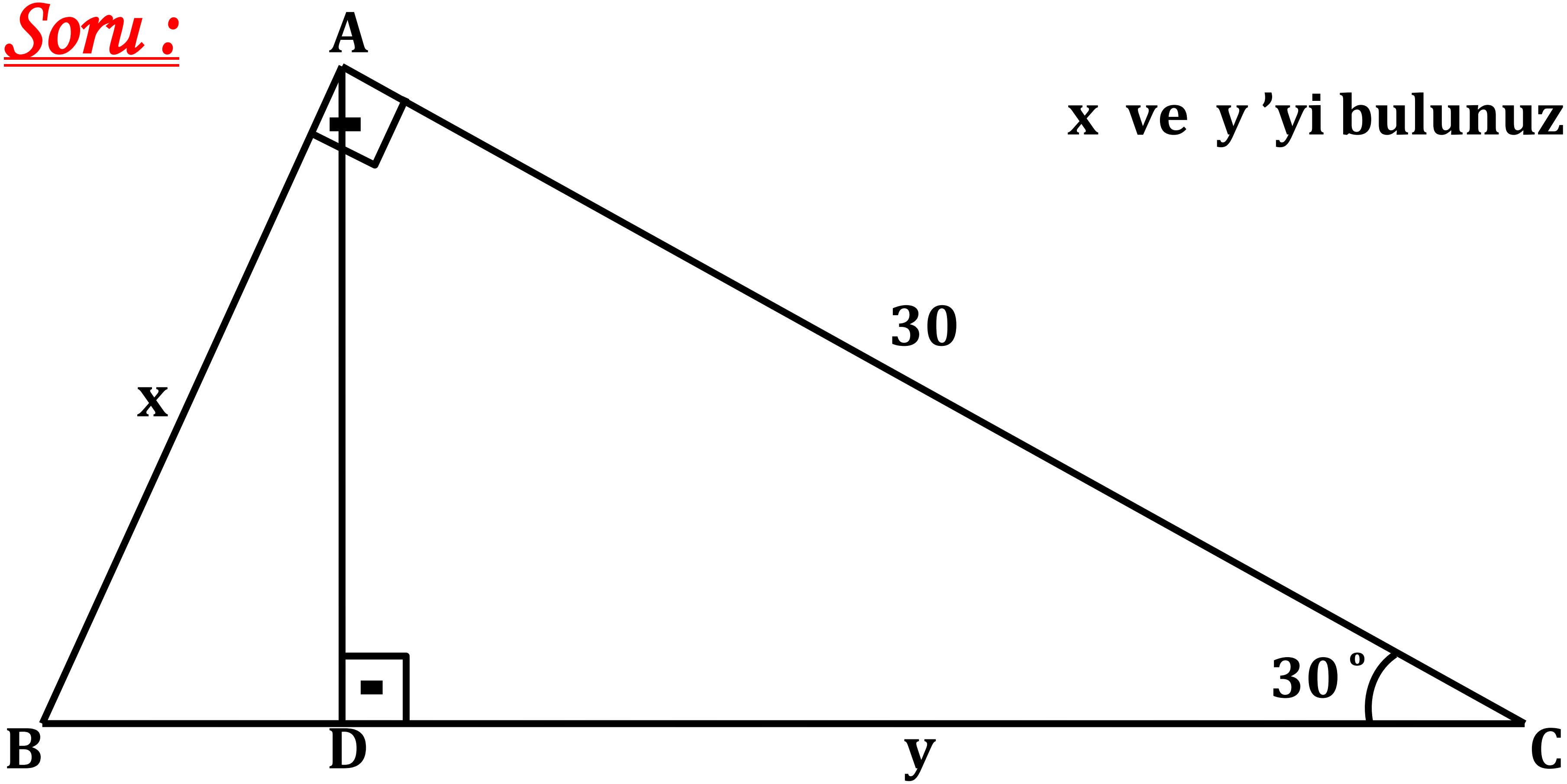
(C'den sağ tarafa doğru parçası uzat. A'dan bu parçaya dik indir.)

Soru :

$|AB| + |AC| = ?$



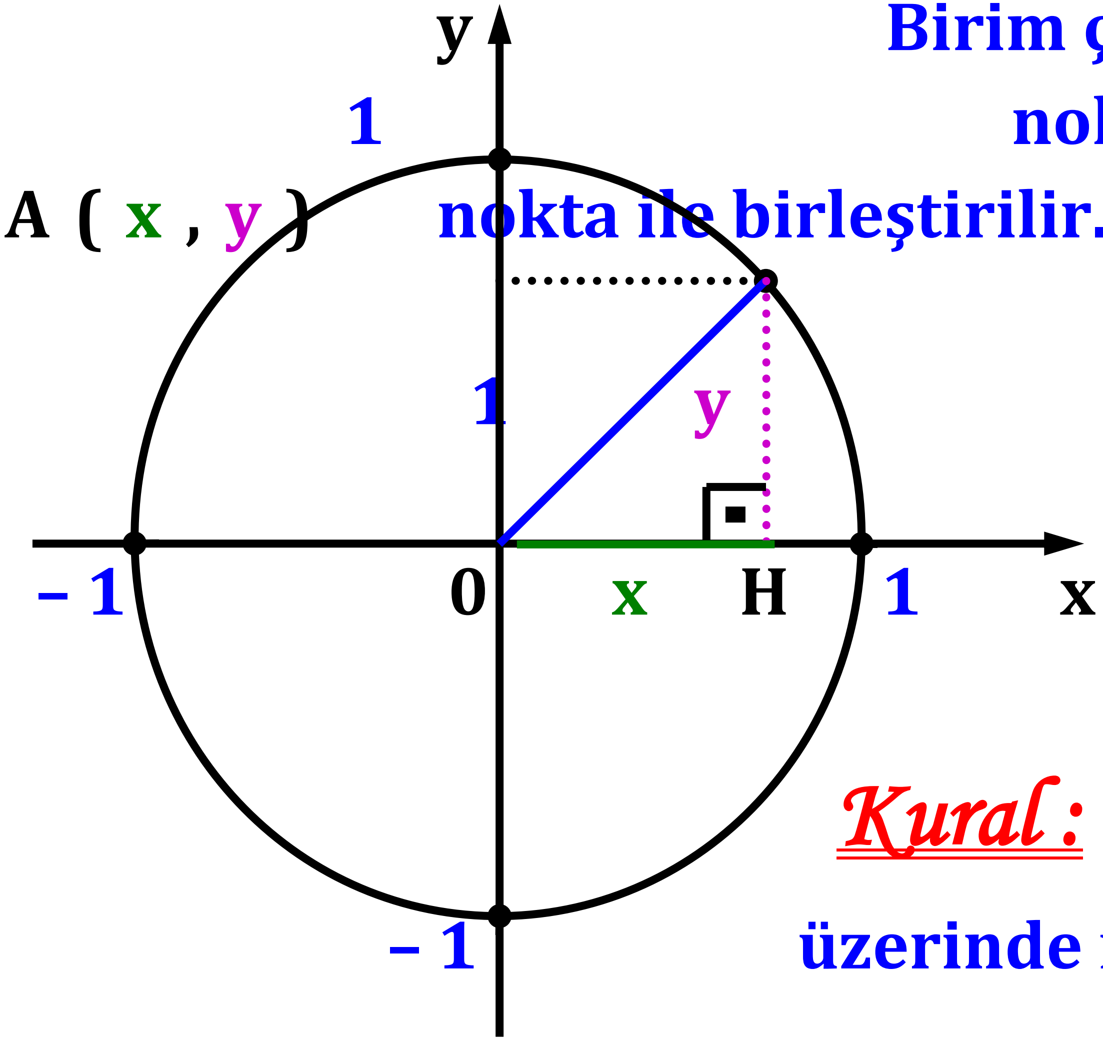
Soru :



x ve y 'yi bulunuz.

Birim Çember

Koordinat sisteminde yarıçapı 1 br olan çembere " birim çem-ber " adı verilir.



Birim çember üzerinde bir A (x , y) noktası alalım. A noktası merkez nokta ile birleştirilir. AHO dik üçgeninde Pisagor Bağıntısı uygulanırsa,

$x^2 + y^2 = 1^2$ olarak bulunur.

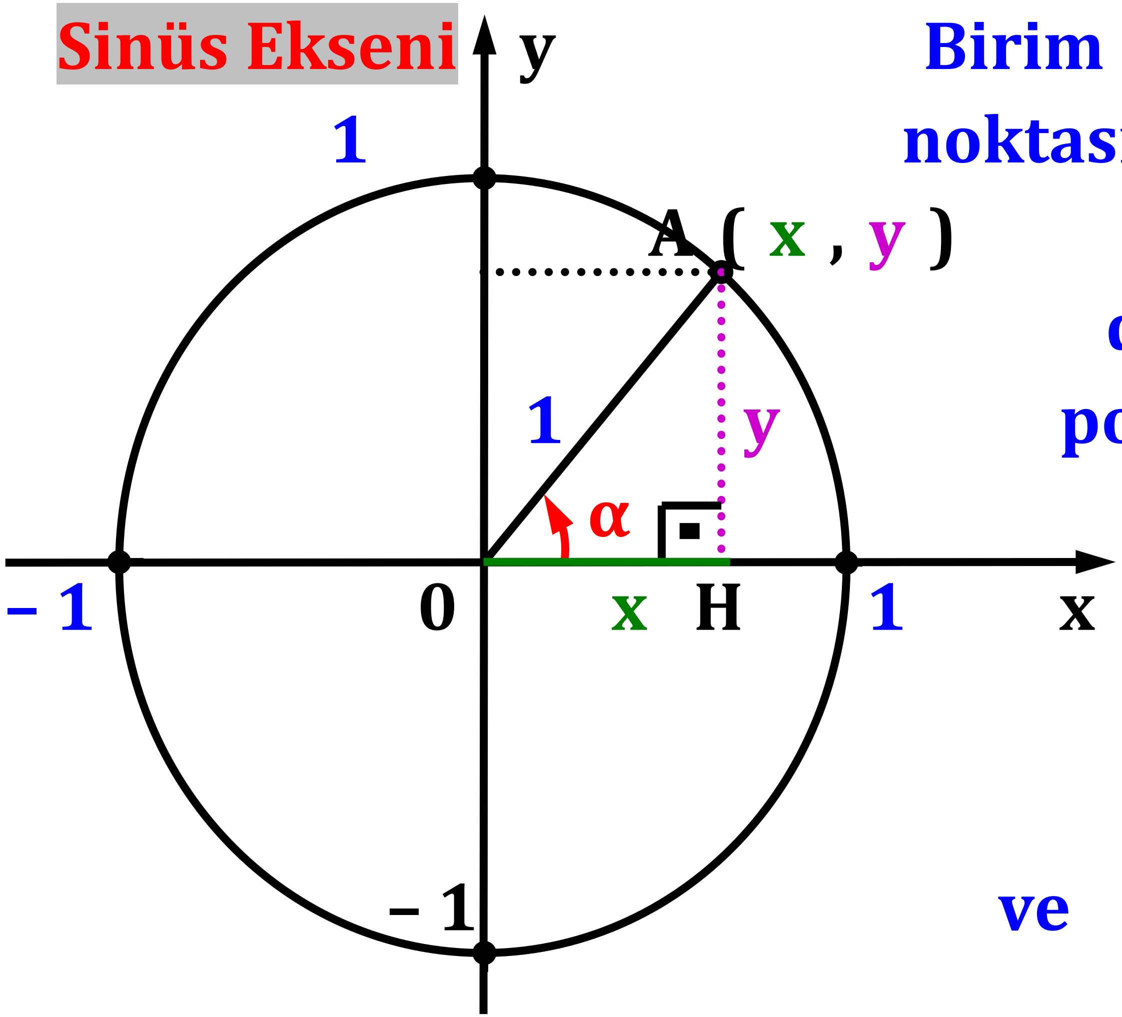
Kural : A (x , y) noktası birim çember üzerinde ise $x^2 + y^2 = 1$ olarak alınır.

Soru : **A (3 / 5 , m) noktası birim çember üzerinde ise m değeri ne olabilir ?**

Soru : **$k \in \mathbb{R}^+$ olup A (k , 3k) noktası <u>birim çember</u> üzerinde ise k = ?**

Soru : **$(p-4)x^2 + y^2 = q + 2$ <u>birim çember</u> denklemi belirtiyor ise $p \cdot q = ?$** **(Birim çember denklemi $x^2 + y^2 = 1$ idi. Denklem $1x^2 + 1y^2 = 1$ olarak düşünülür.)**

Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları



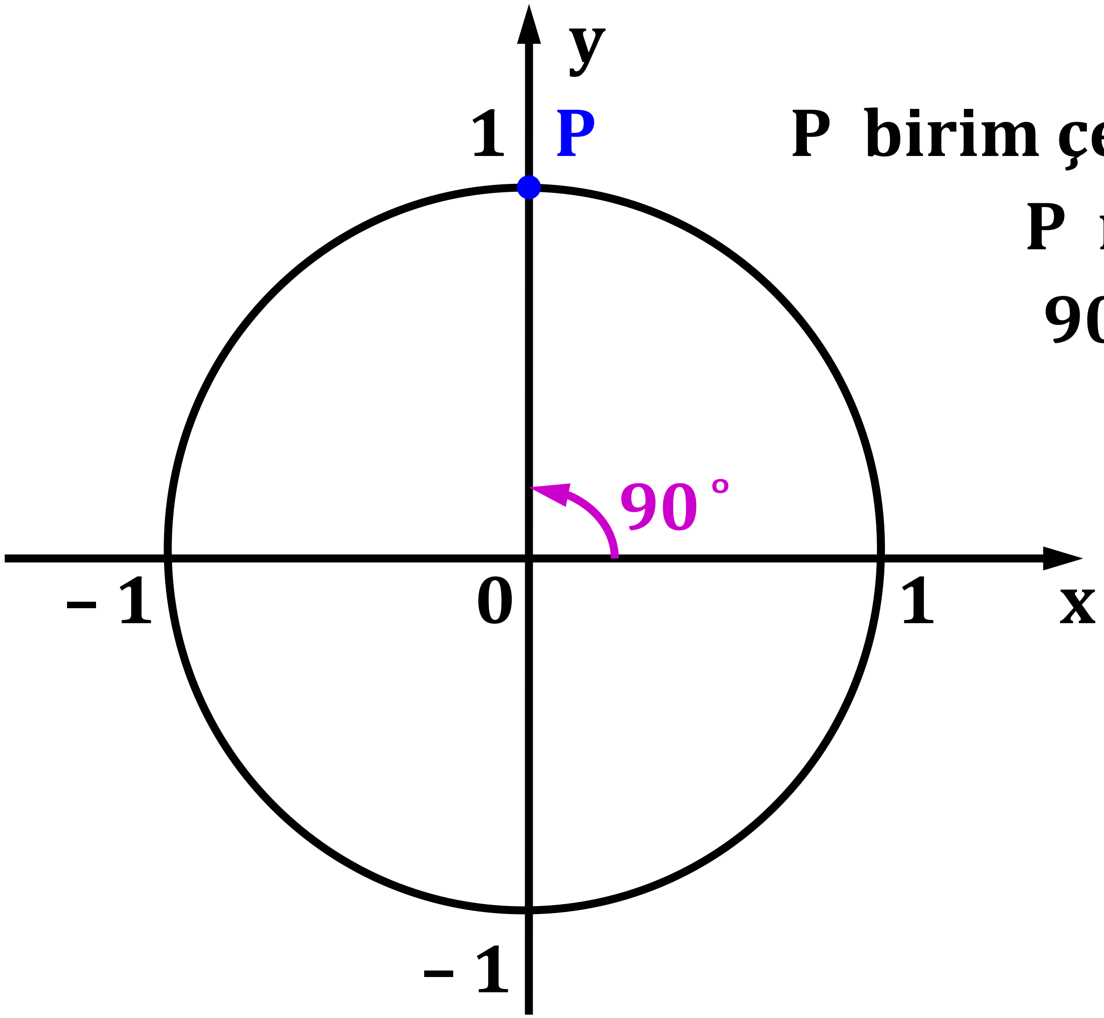
Birim çember üzerinde bir A (x , y) noktası alalım ve bu noktayı merkez nokta ile birleştirelim. [OA] doğru parçasının x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü α olsun. Daha önceki trigonometrik bilgilerimizden, $\sin \alpha = \dfrac{y}{1} = y$

ve $\cos \alpha = \dfrac{x}{1} = x$ olarak bulunur.

$x = \cos \alpha$ ve $y = \sin \alpha$ ise $A (x , y) = A (\cos \alpha , \sin \alpha)$ olarak yazılır. Buna göre x eksenine kosinüs ekseni, y eksenine de sinüs ekseni denir.

Not : **Birim çember üzerinde hareket eden hareketlinin merkez nokta ile pozitif yönde yaptığı açının sonucunda geldiği noktanın koordinatları çember üzerinden görülebilir.**

Örneğin;

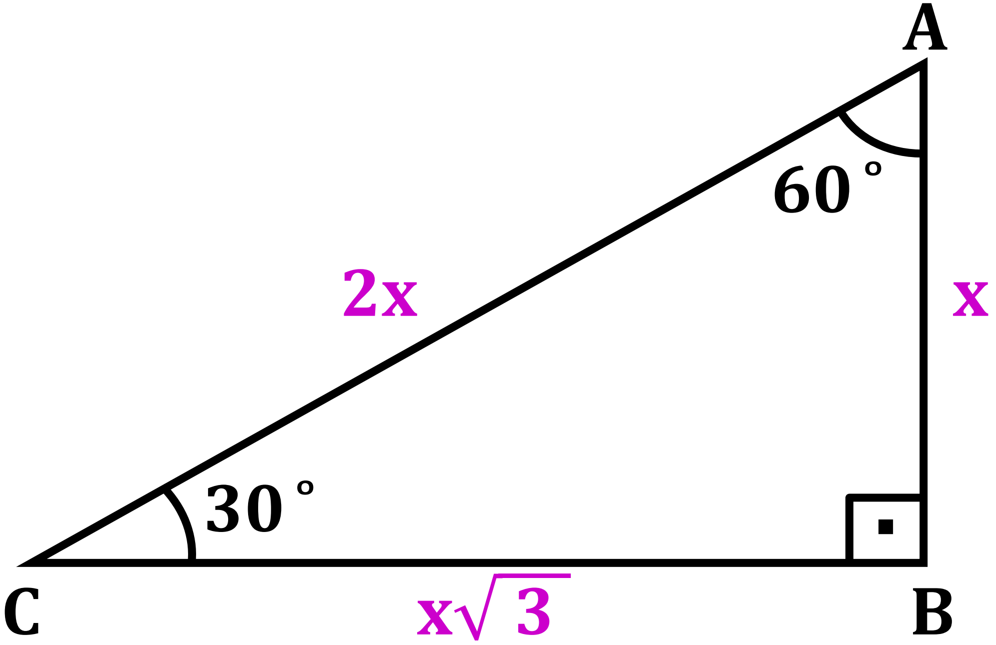


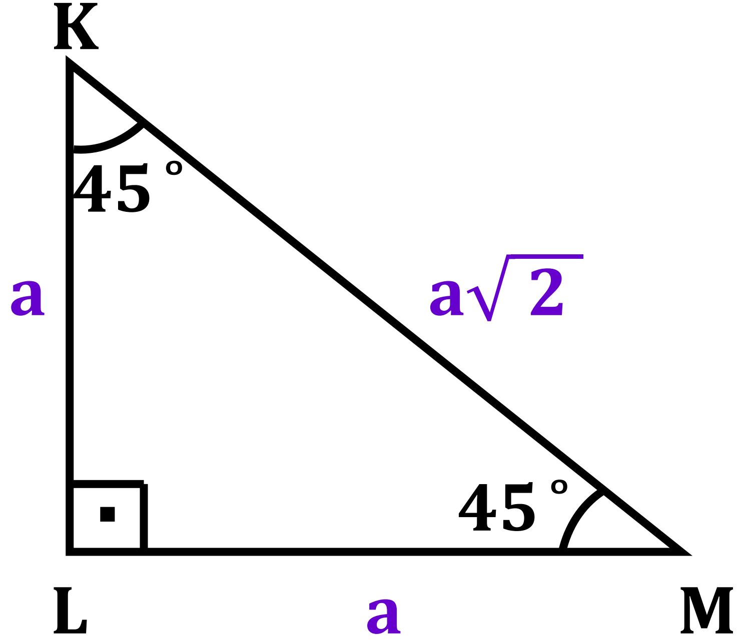
P birim çember üzerinde bir nokta olsun. P noktası merkez ile pozitif yönde 90°'lik açı oluştursun. Bu durumda P (x , y) noktasının koordinatları P (0 , 1) olur.

P (cos 90° , sin 90°) olduğundan dolayı

$\cos 90° = 0$ ve $\sin 90° = 1$ bulunur.

Not : Bazı açı ölçülerinin sinüs ve kosinüs değerlerini bulmak için $30°$- $60°$- $90°$ ve $45°$- $45°$- $90°$ dik üçgenlerinden yararlanılır. **Açıların geldiği noktada x eksenine bir diklik indirilir ve özel üçgenler yardımıyla noktanın elemanları bulunur. Bölge dikkate alınarak nokta elemanlarının işaretlerine dikkat edilir.**





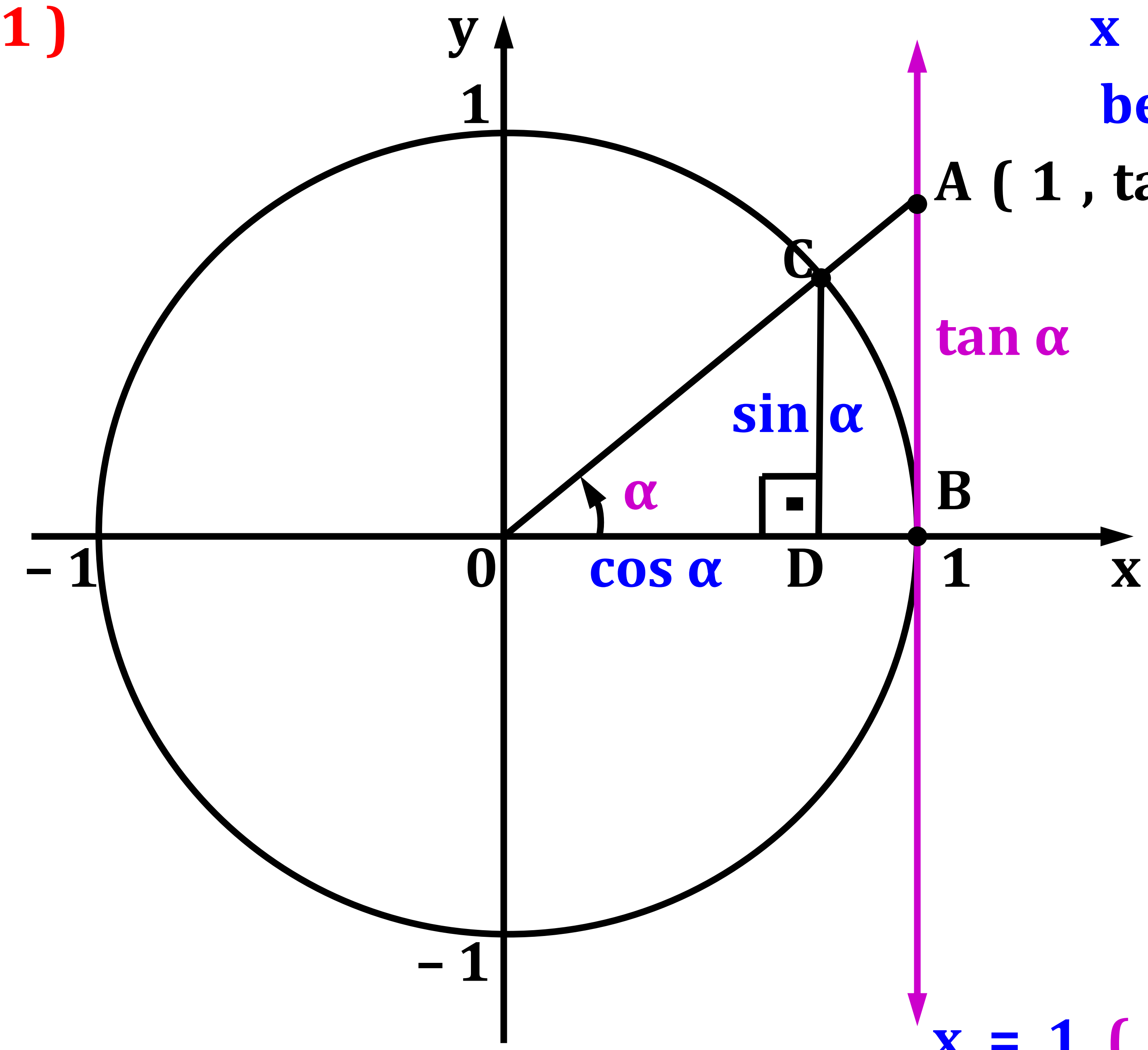
Soru : **Ölçüsü 60° olan açının sinüs ve kosinüs değerlerini birim çember yardımıyla bulunuz.**

Soru : **Ölçüsü 135° olan açının sinüs ve kosinüs değerlerini birim çember yardımıyla bulunuz.**

Soru : **Ölçüsü $360°$ olan açının sinüs ve kosinüs değerlerini birim çember yardımıyla bulunuz.**

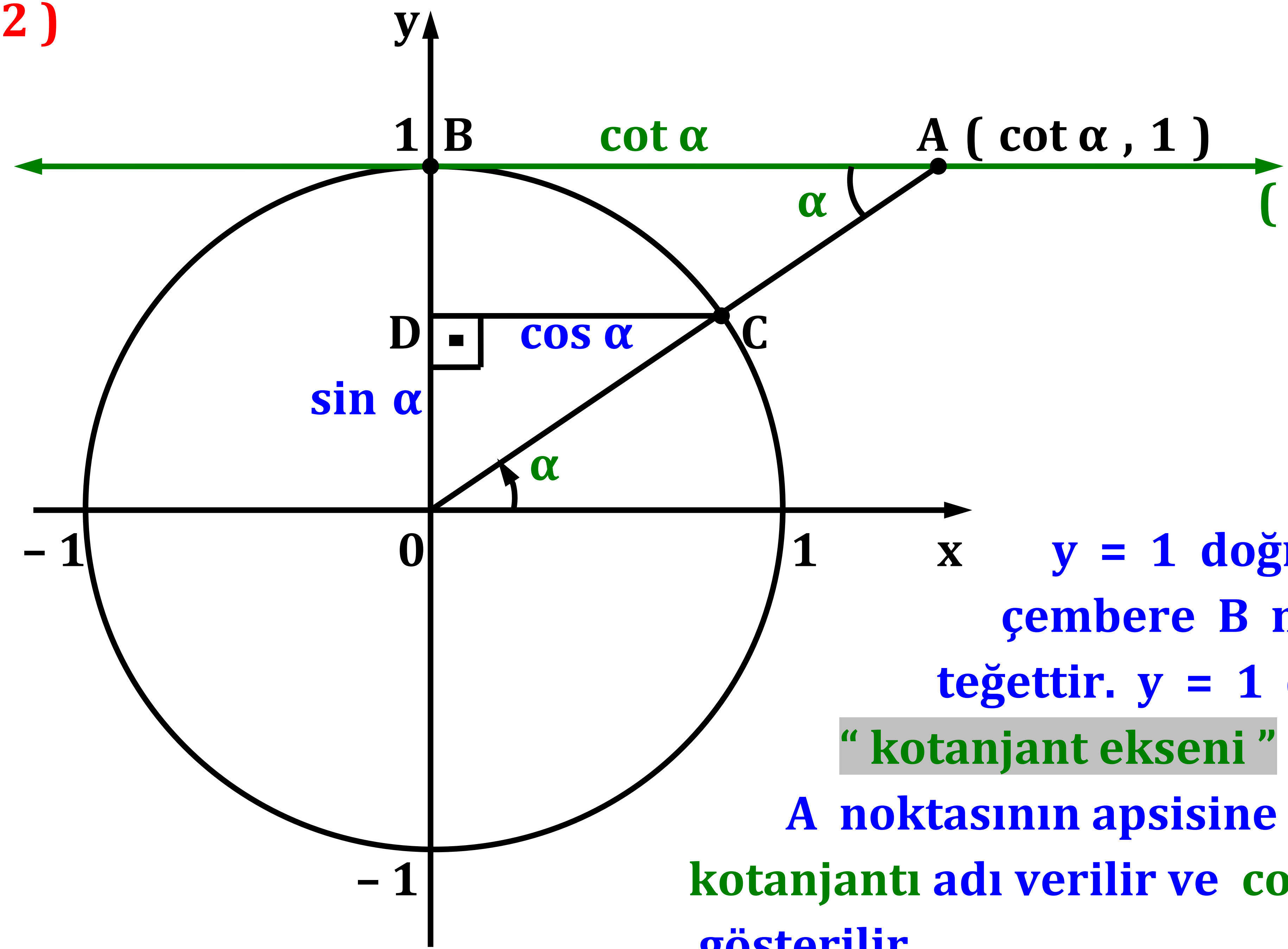
Tanjant ve Kotanjant Fonksiyonları

1)



x = 1 doğrusu birim çember B noktasında teğettir. x = 1 doğrusuna " tanjant ekseni " adı verilir. A noktasının ordinatına α açısının tanjantı adı verilir ve tan α olarak gösterilir.

2)



$y = 1$ doğrusu birim çembere B noktasında teğettir. $y = 1$ doğrusuna " kotanjant ekseni " adı verilir. A noktasının apsisine α açısının kotanjantı adı verilir ve cot α olarak gösterilir.

Soru : **Ölçüsü 90° olan açının tanjant ve kotanjant değerlerini birim çember yardımıyla bulunuz.**

Soru : **Ölçüsü 45° olan açının tanjant ve kotanjant değerlerini birim çember yardımıyla bulunuz.**

9. 4. 5. Üçgenin Alanı

Terimler ve Kavramlar: **Taban , yükseklik , alan**

Semboller : $A(\overset{\triangle}{ABC})$

9. 5. 5. 1. Üçgenin alanı ile ilgili problemler çözer.

A) Üçgenin alanı, bir kenarı ile bu kenara ait yükseklik kullanılarak hesaplatılır, diğer alan bağıntılarına girilmez.

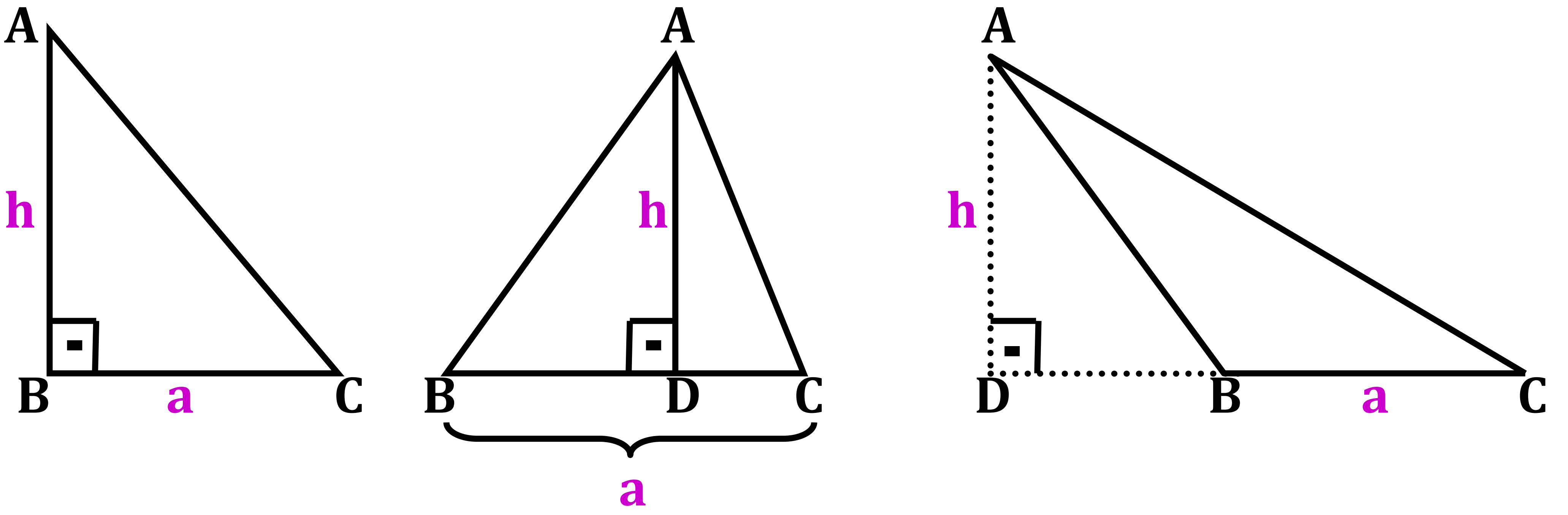
B) Aynı yüksekliğe sahip üçgenlerin alanlarıyla tabanları; aynı tabana sahip üçgenlerin alanlarıyla yükseklikleri arasındaki ilişki vurgulanır.

C) Benzer üçgenlerin alanları ile benzerlik oranları arasındaki ilişki belirtilir.

D) İki kenarının uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının ölçüsü verilen üçgenin alanını hesaplar.

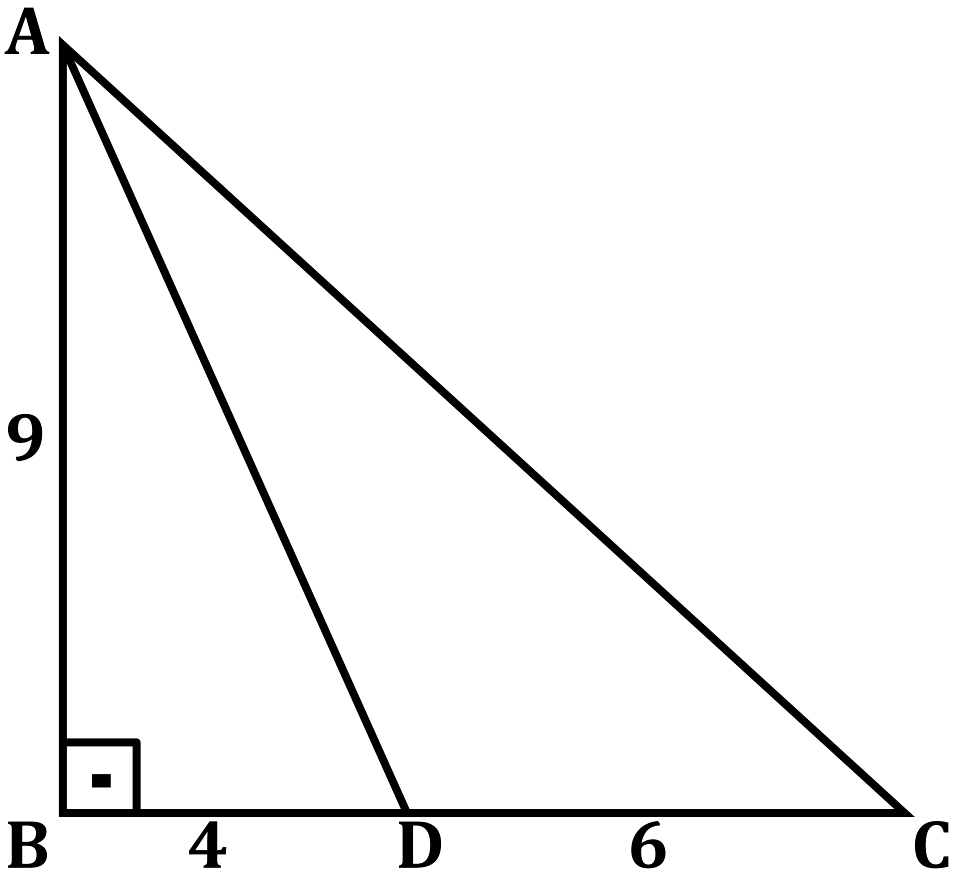
ÜÇGENİN ALANI

Kural 1: **Taban ile tabana ait yüksekliğin çarpımının yarısı üçgenin alanını verir.**

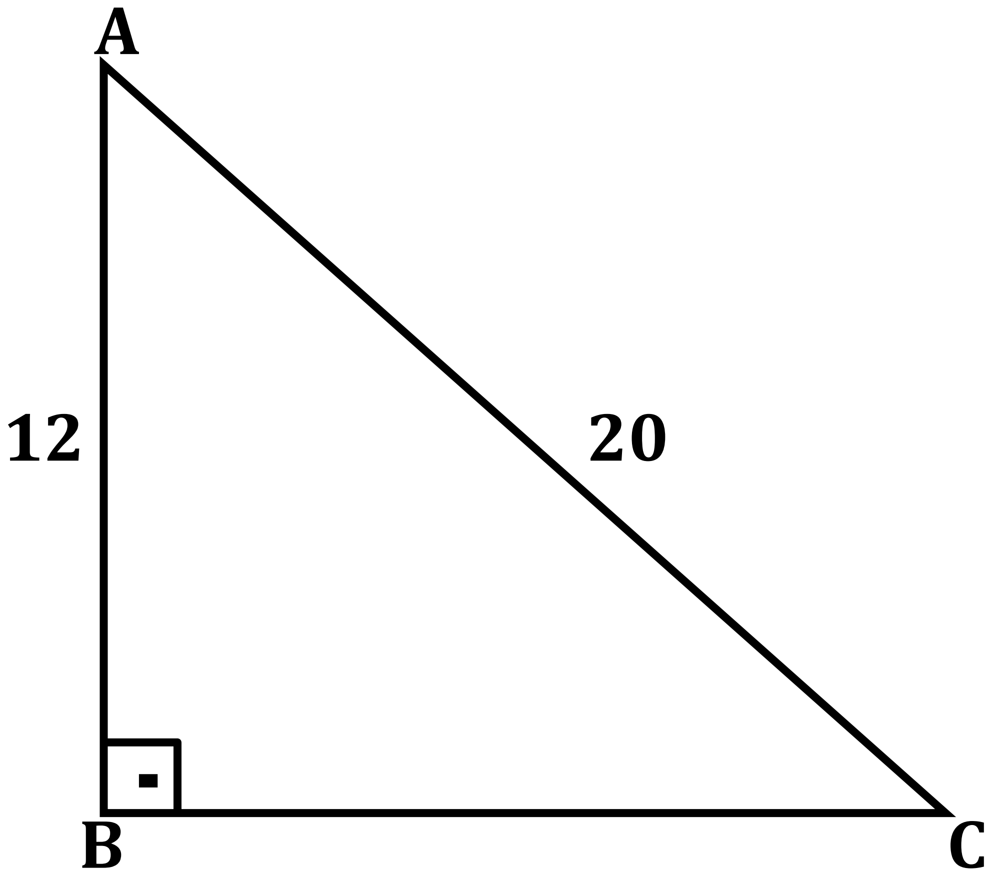


$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \, . \, h}{2}$$ **olarak bulunur.**

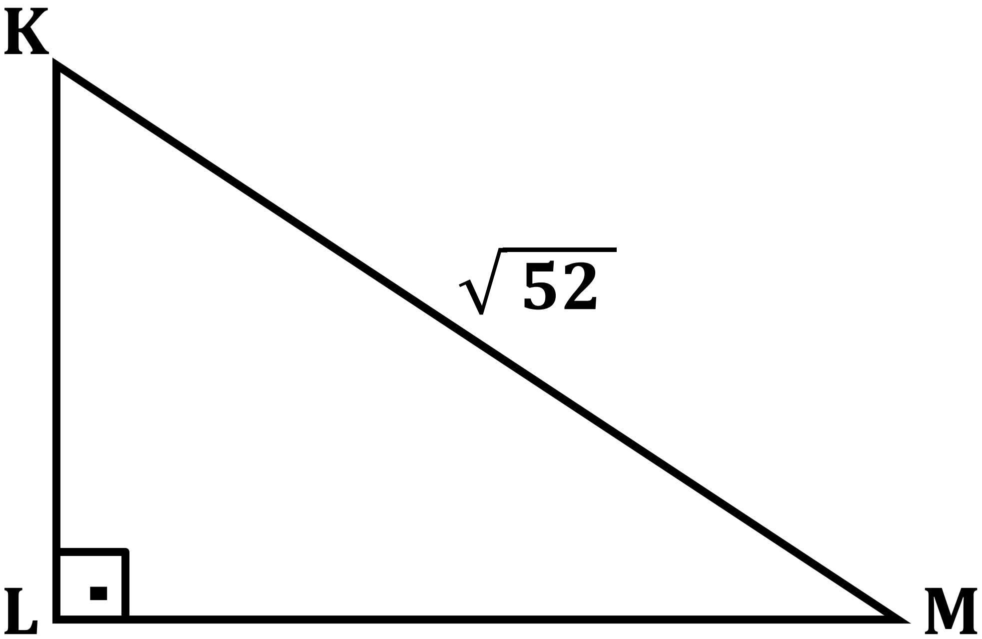
Soru : $A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\triangle}{ADC}) = ?$



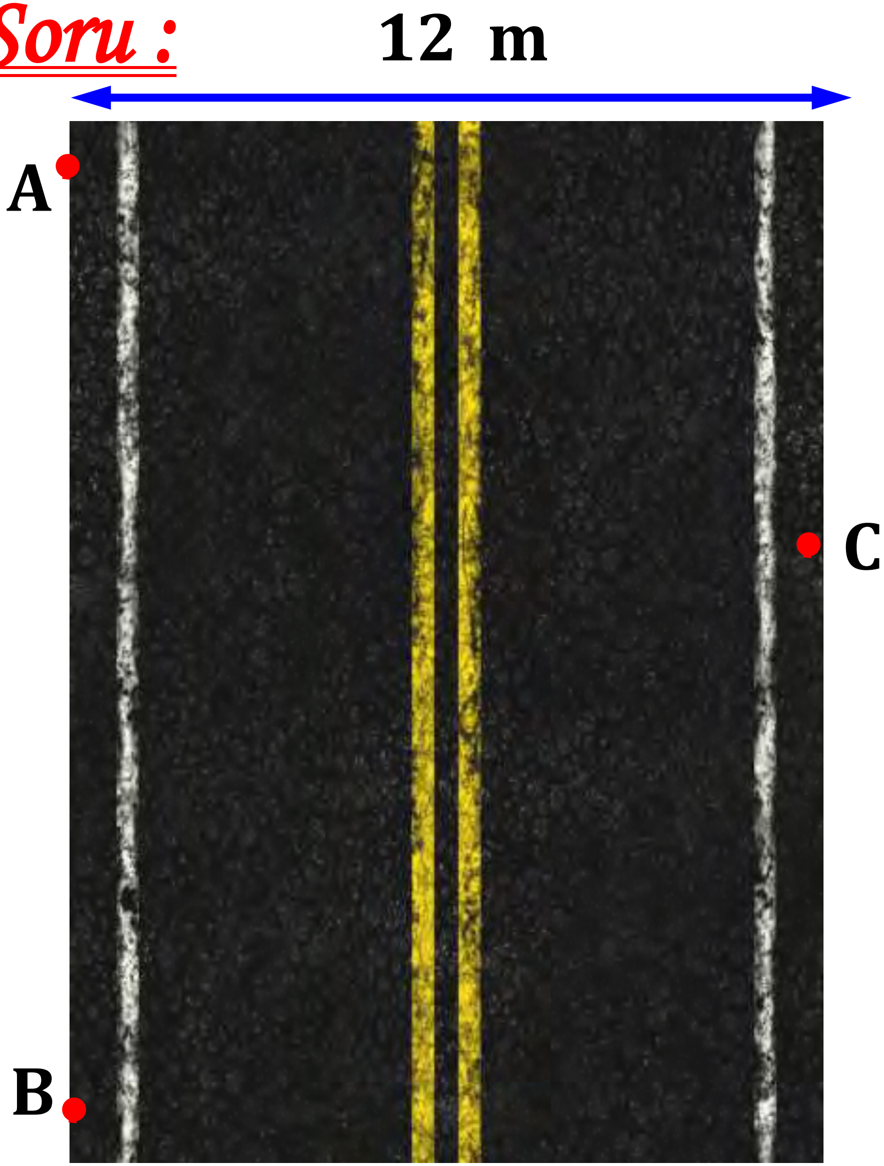
Soru : $A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



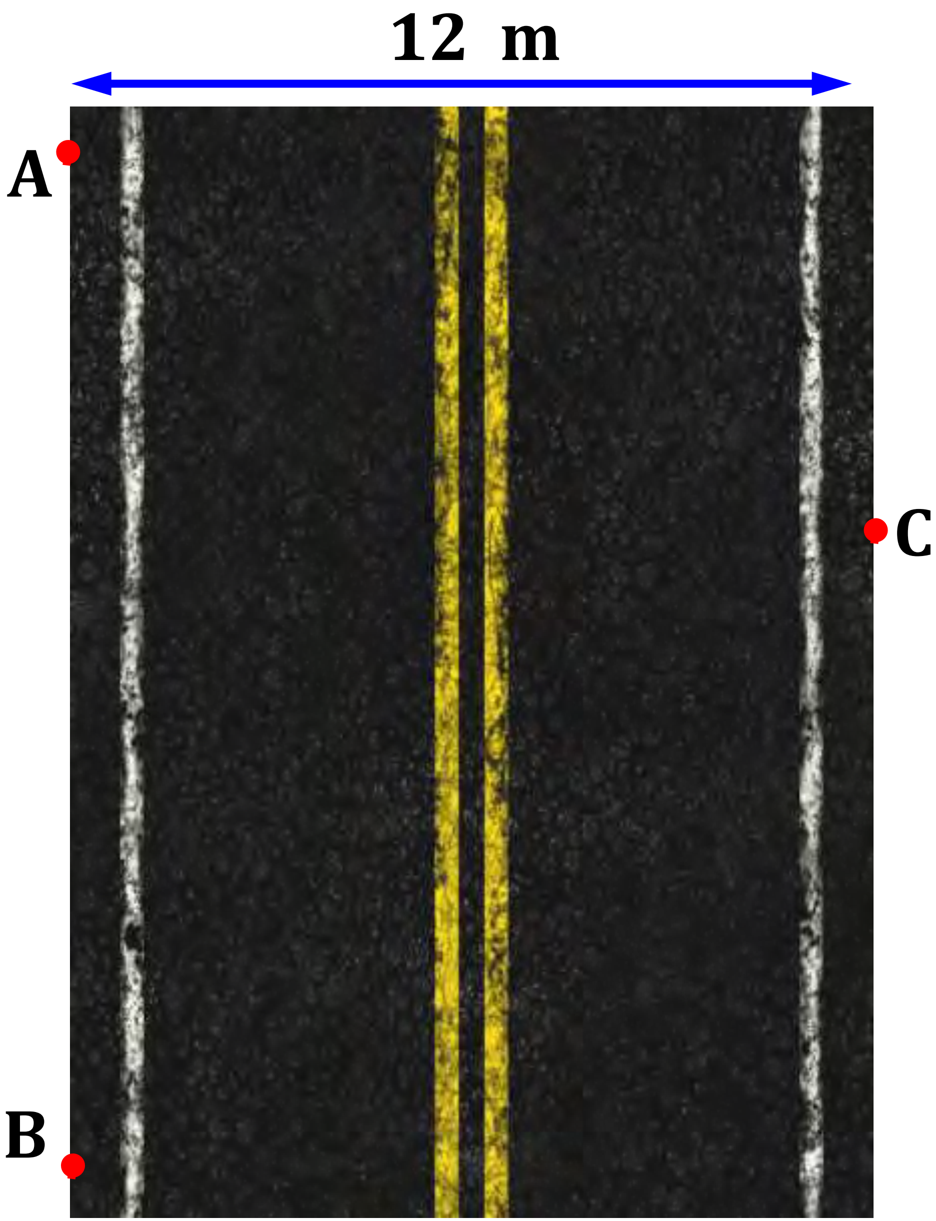
Soru : $3 \cdot |KL| = 2 \cdot |LM|$ ise $A(\overset{\triangle}{KLM}) = ?$



Soru :



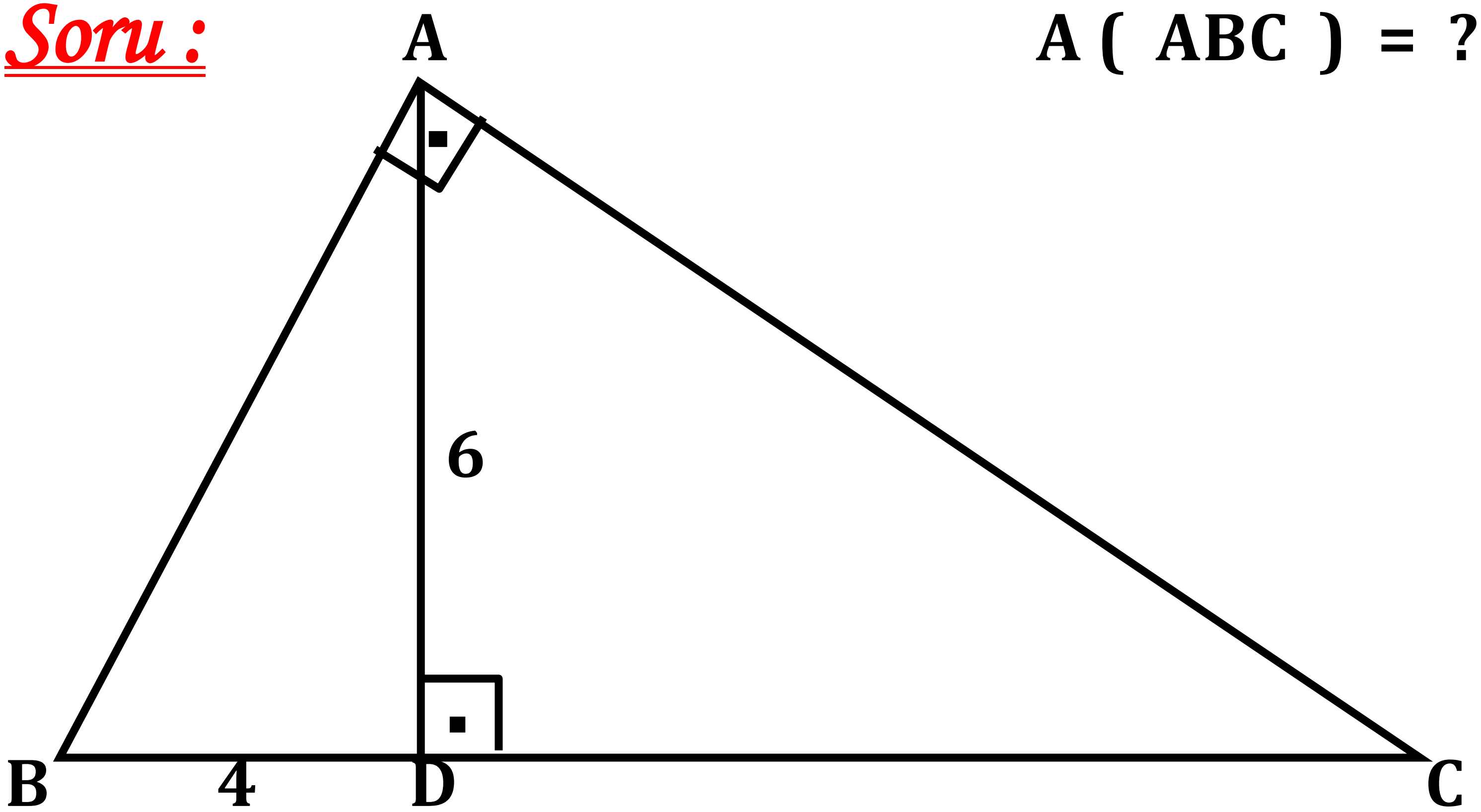
Genişliği sabit ve düz bir asfalt yolda bir kişi A noktasından önce B noktasına, B noktasından C noktasına yürüyor. | BC | = 15 m ve | AC | = 13 m ise; **A)** ABC üçgeninin alanını bulunuz.



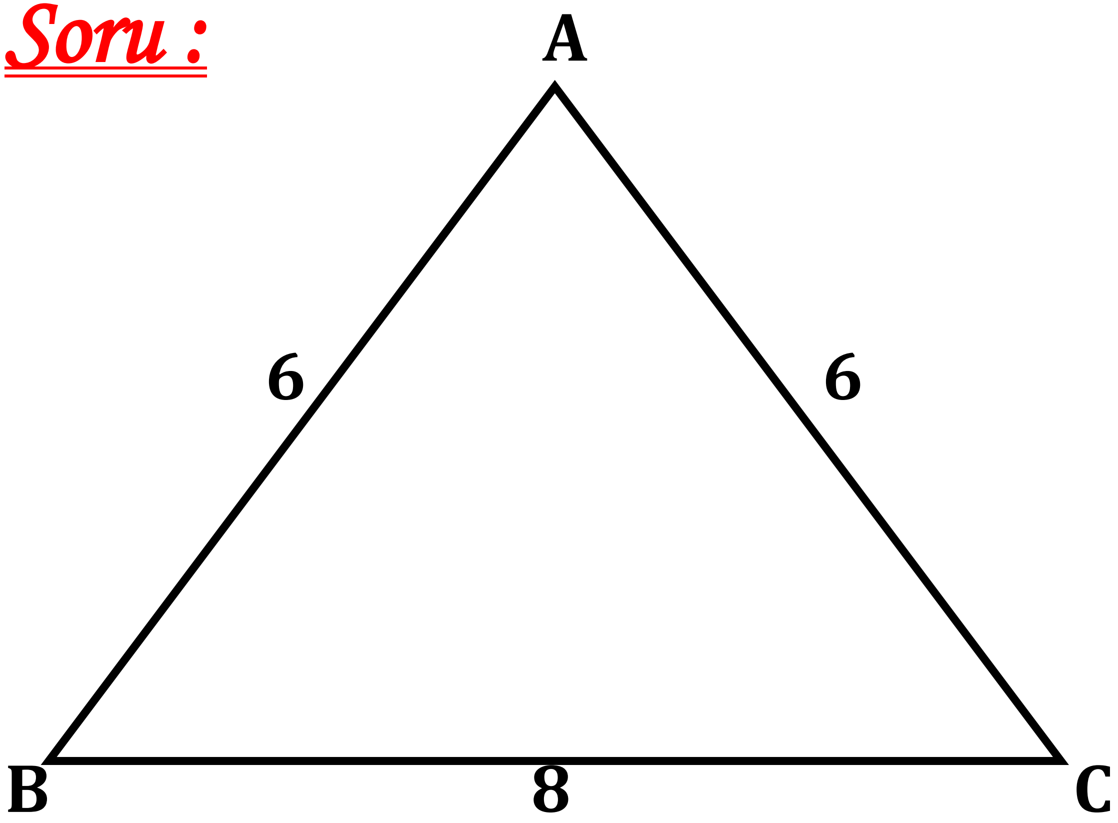
B) **C noktasının [AB] 'nin <u>orta noktasına olan uzaklığını</u> bulunuz.**

Soru :

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$$



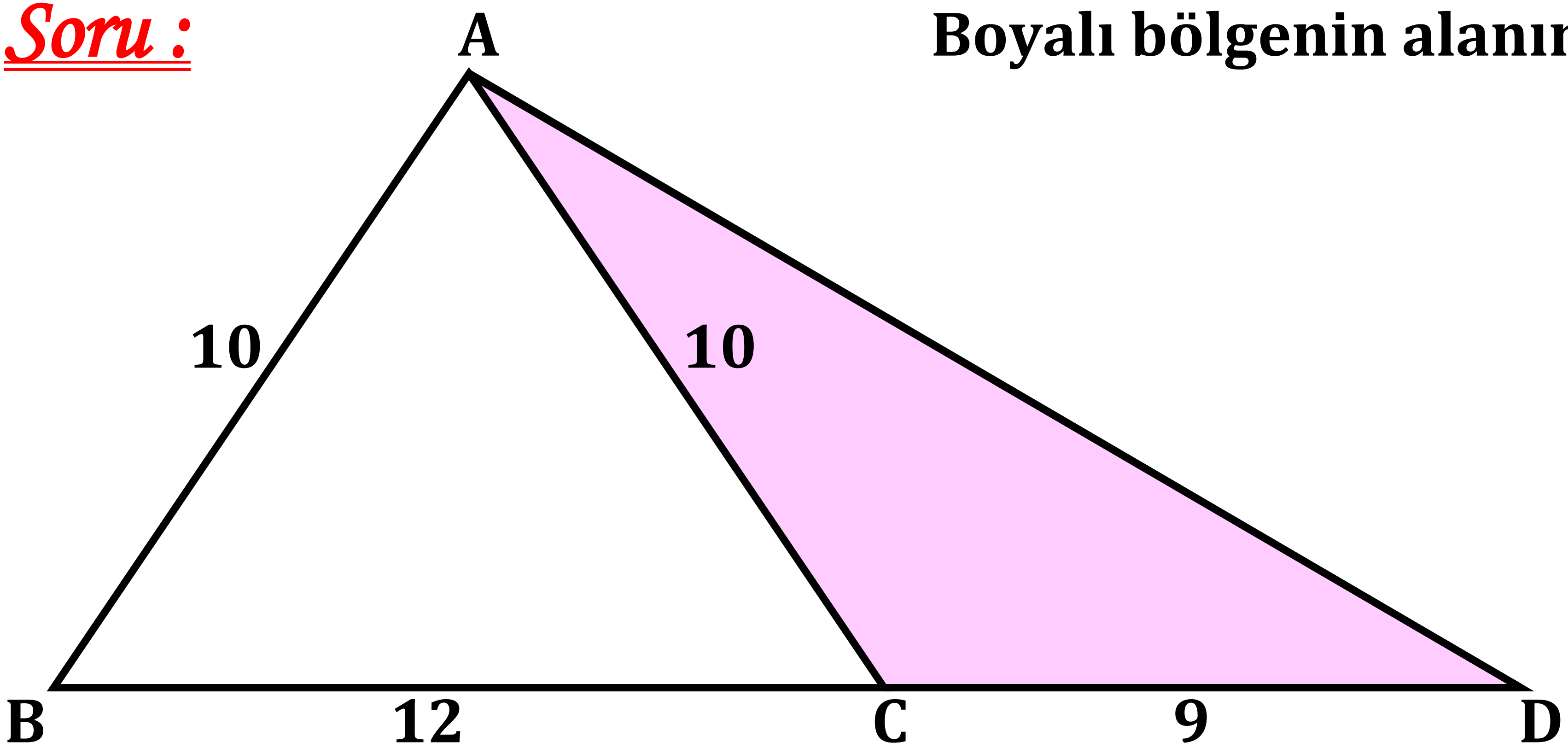
Soru :



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

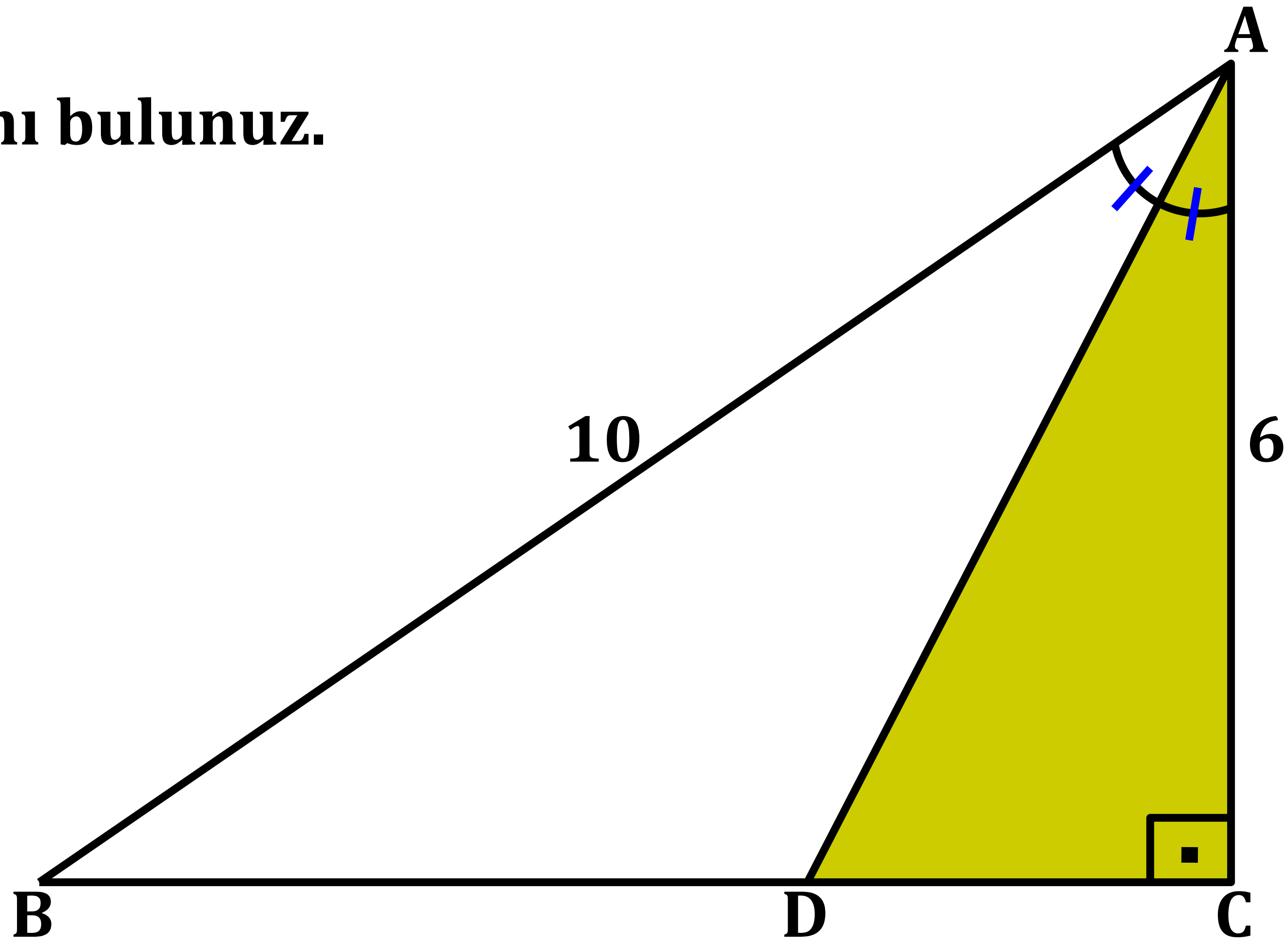
Soru :

Boyalı bölgenin alanını bulunuz.



Soru :

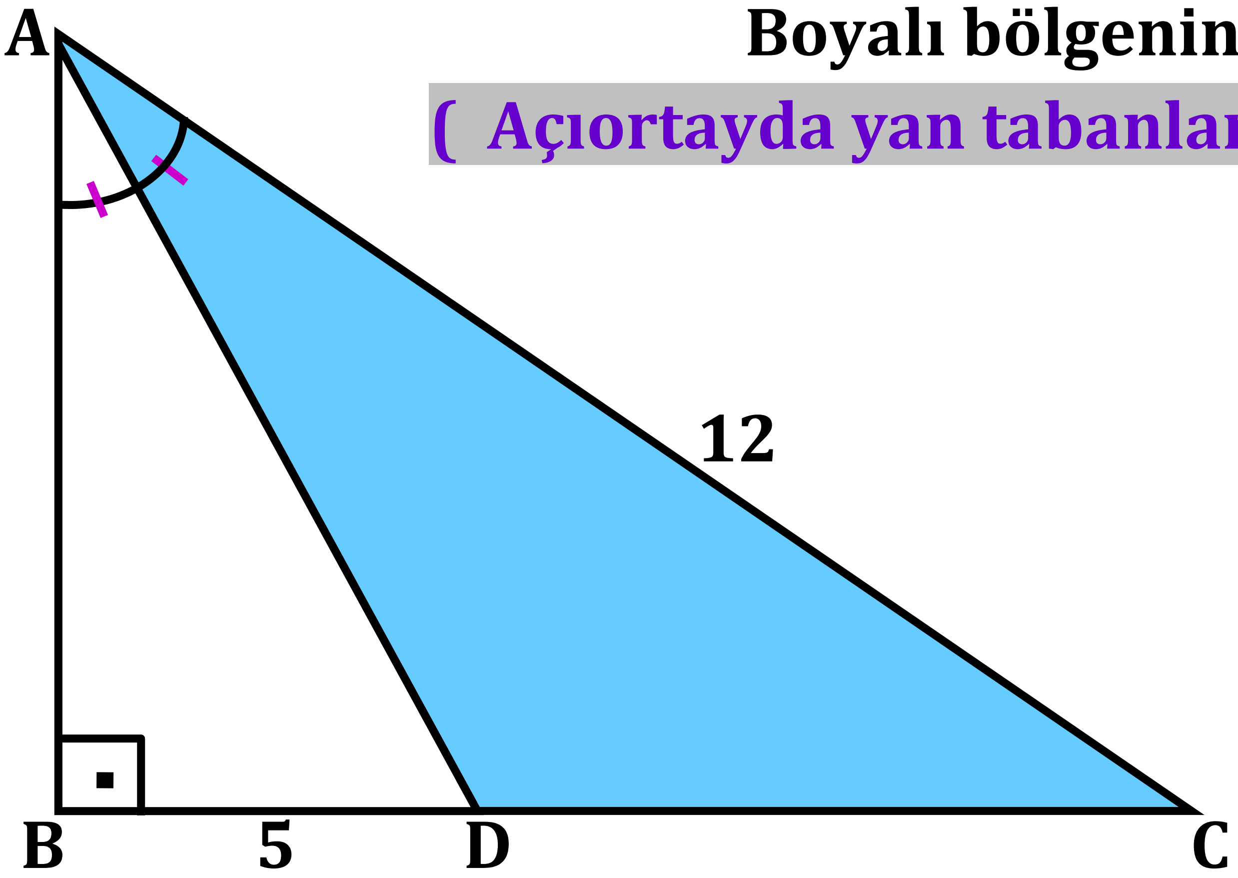
Boyalı bölgenin alanını bulunuz.



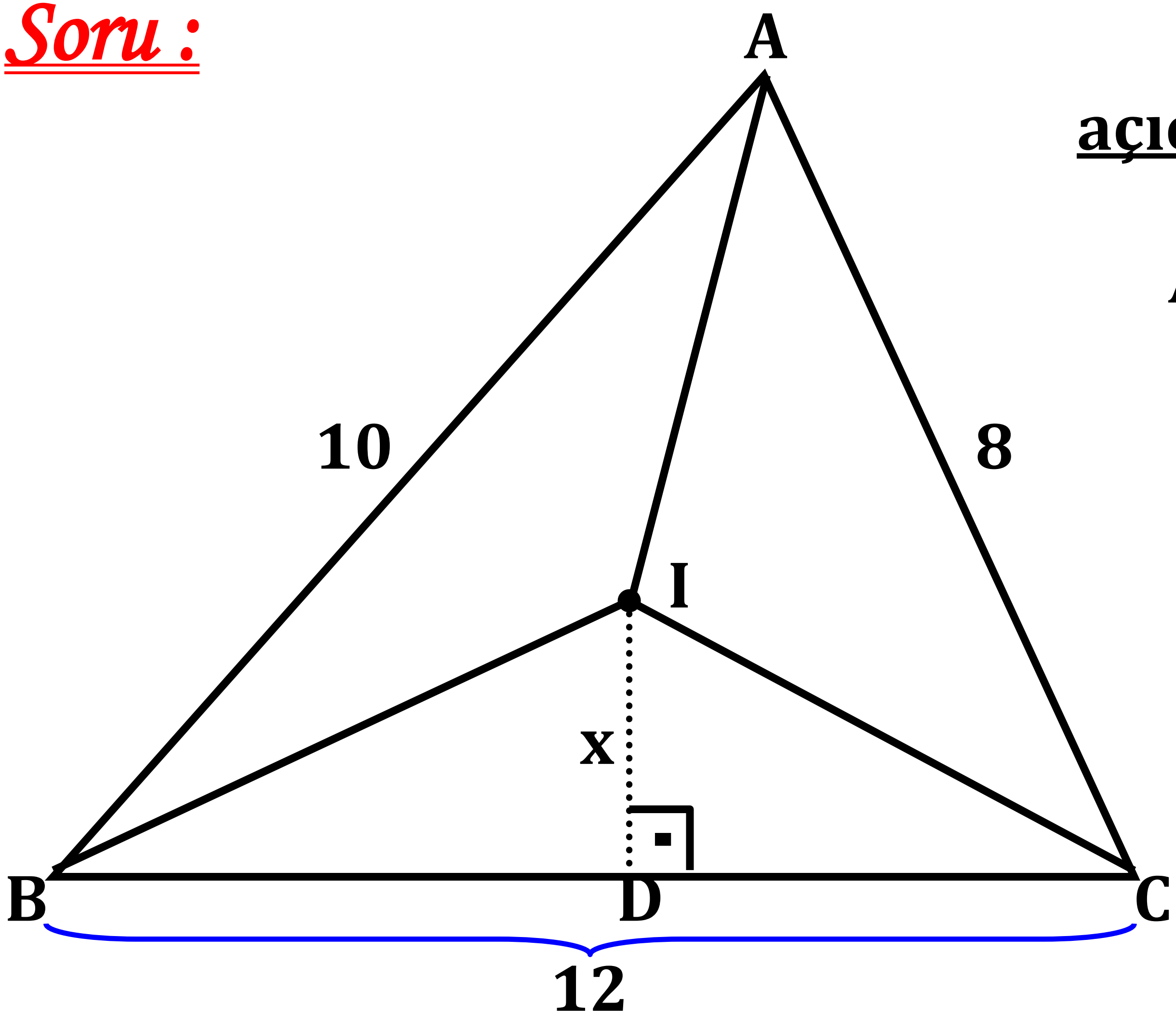
Soru :

Boyalı bölgenin alanını bulunuz.

(Açıortayda yan tabanlara indirilen dikmeler eşitti.)



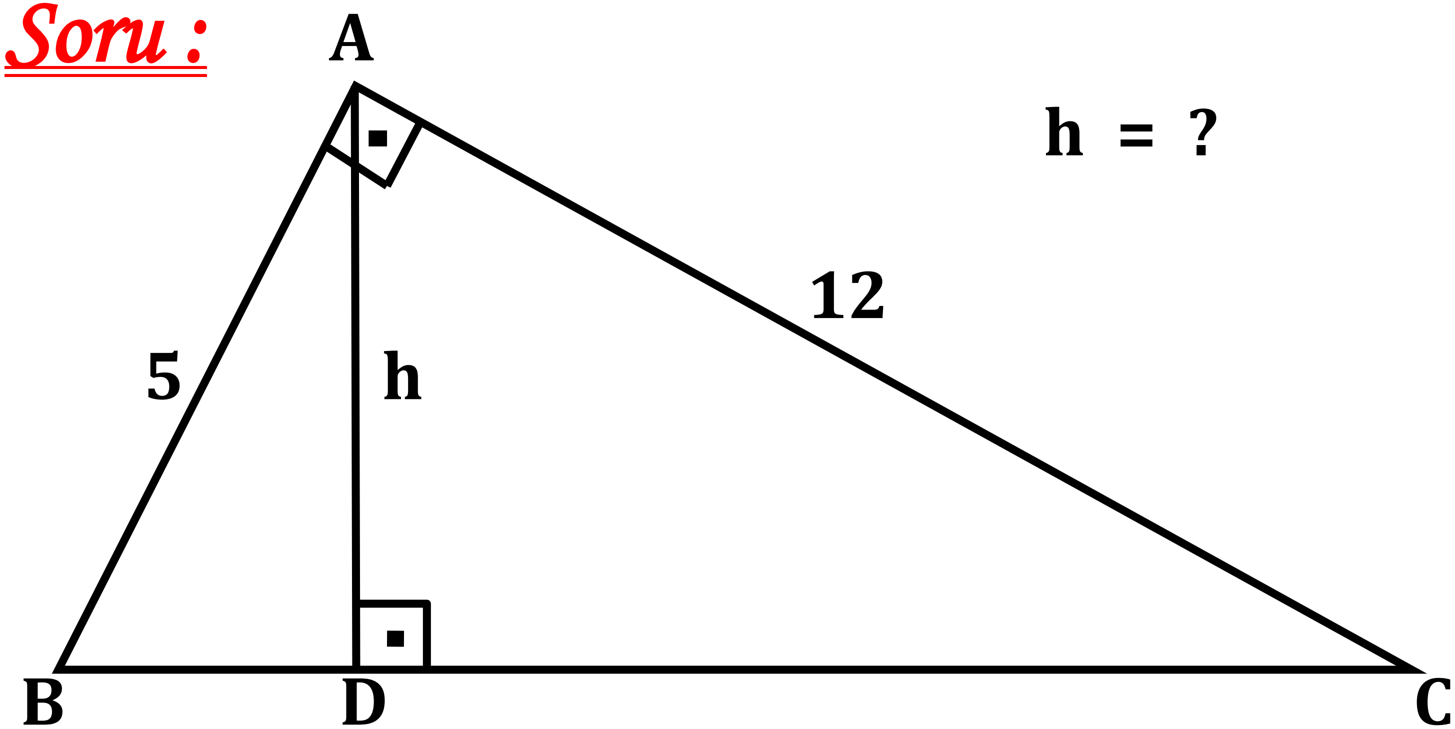
Soru :



I noktası ABC üçgeninin <u>açıortaylarının kesim noktasıdır</u>.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 90 \text{ br}^2$ ise $x = ?$

Soru :

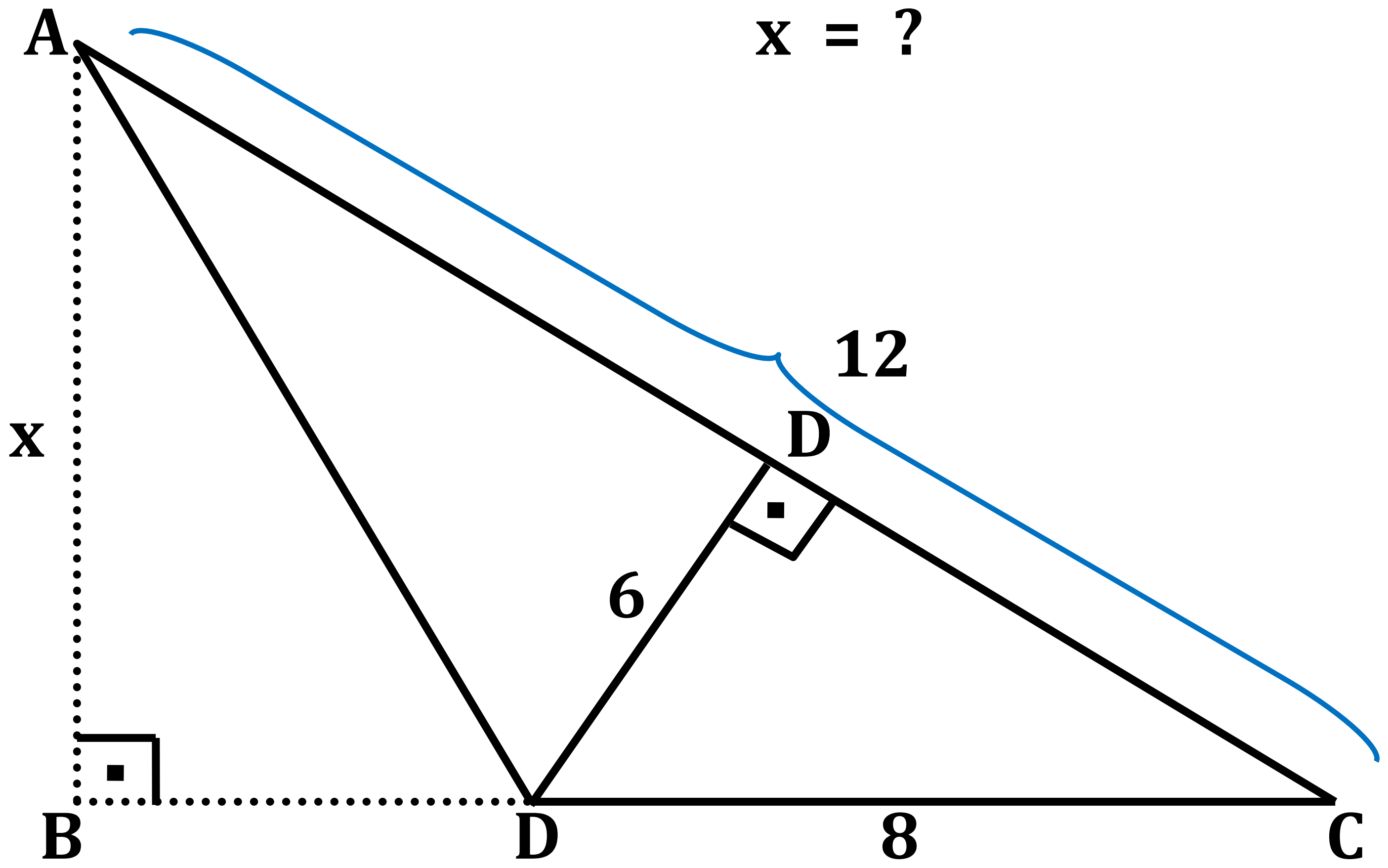


h = ?

(Üçgenin alanı iki farklı yolla bulunabilir. İki alan sonucunu birbirine eşitlenir ve istenen bulunur.)

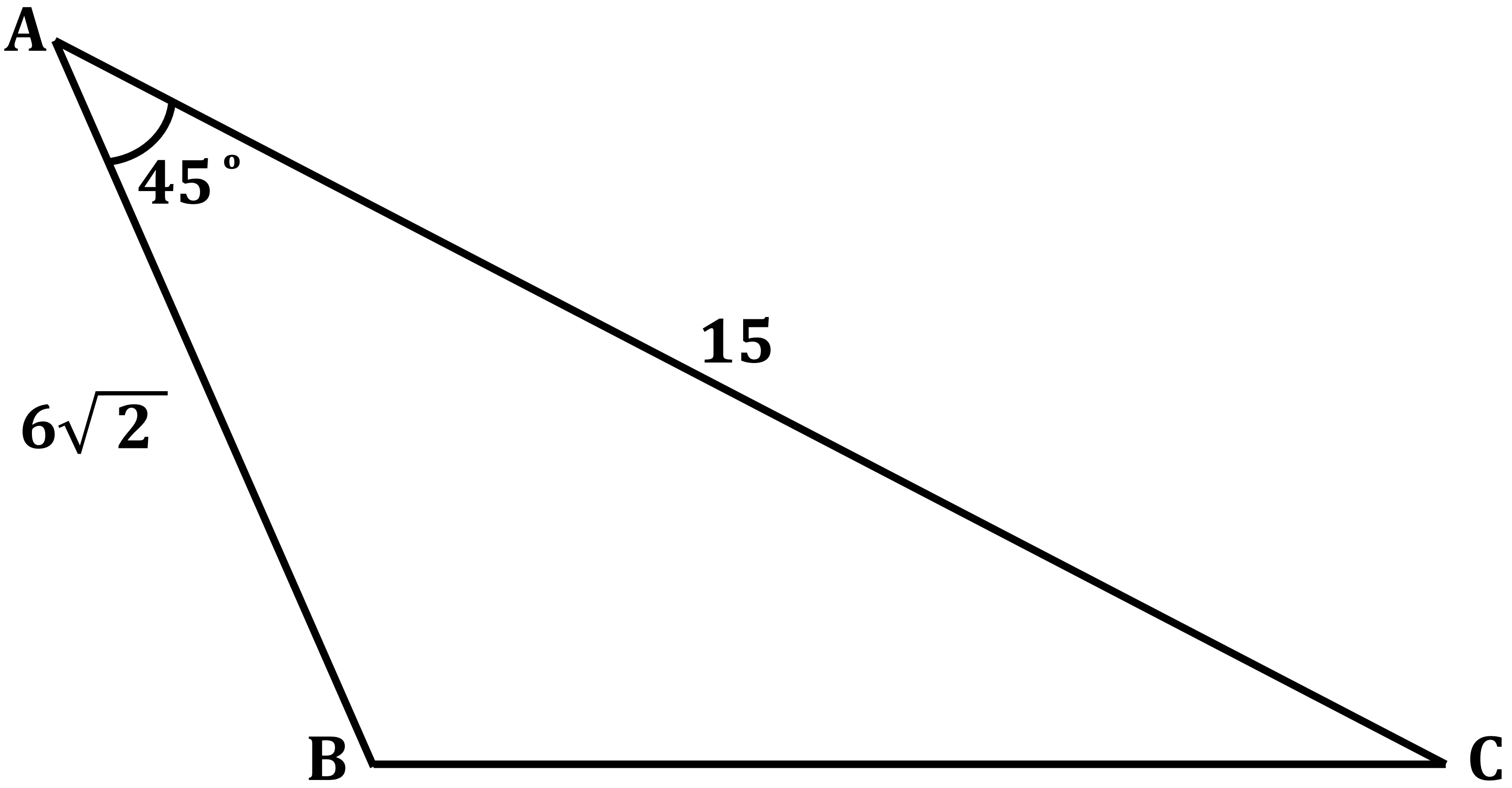
Soru :

$x = ?$



Soru :

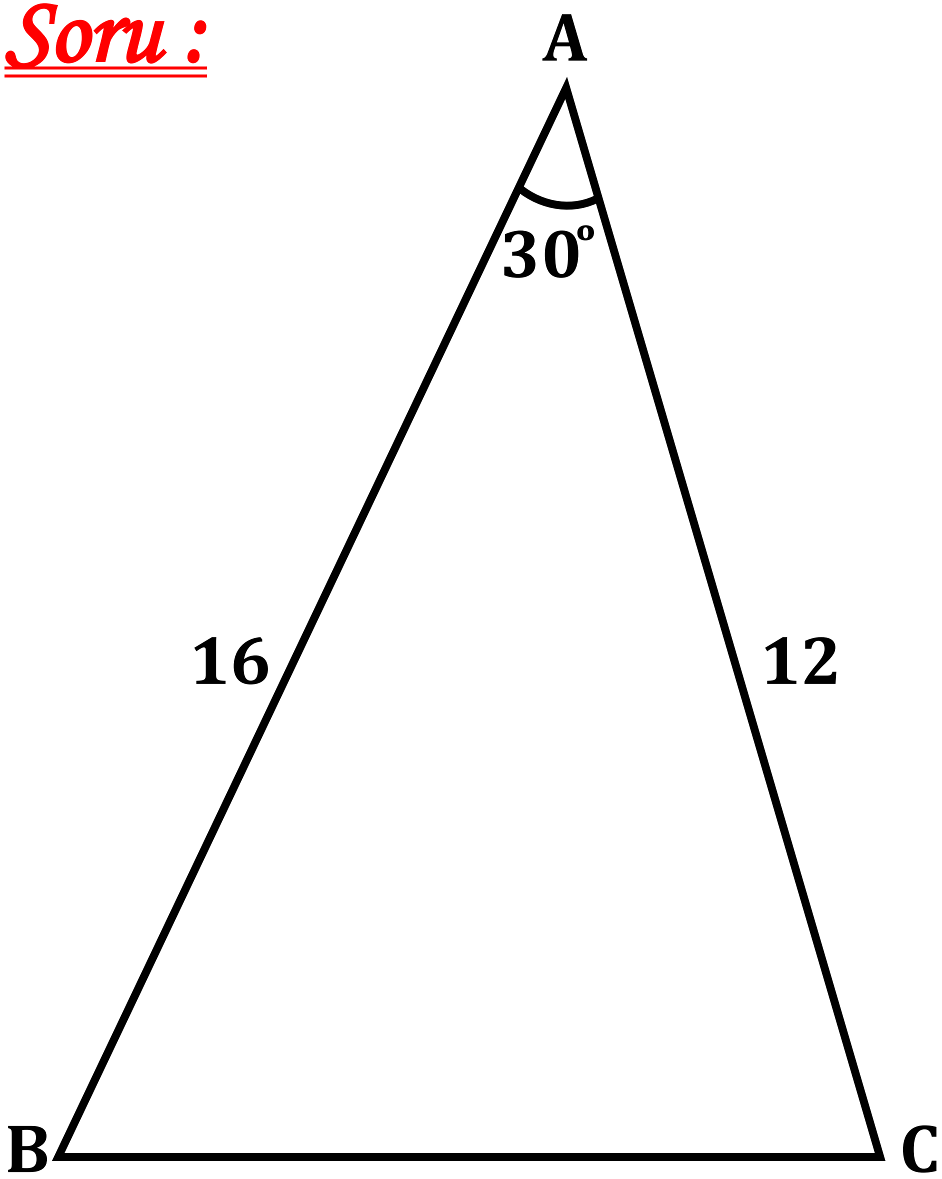
$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$$



(B 'den [AC] 'ye dikme indirilerek alan bulunur.)

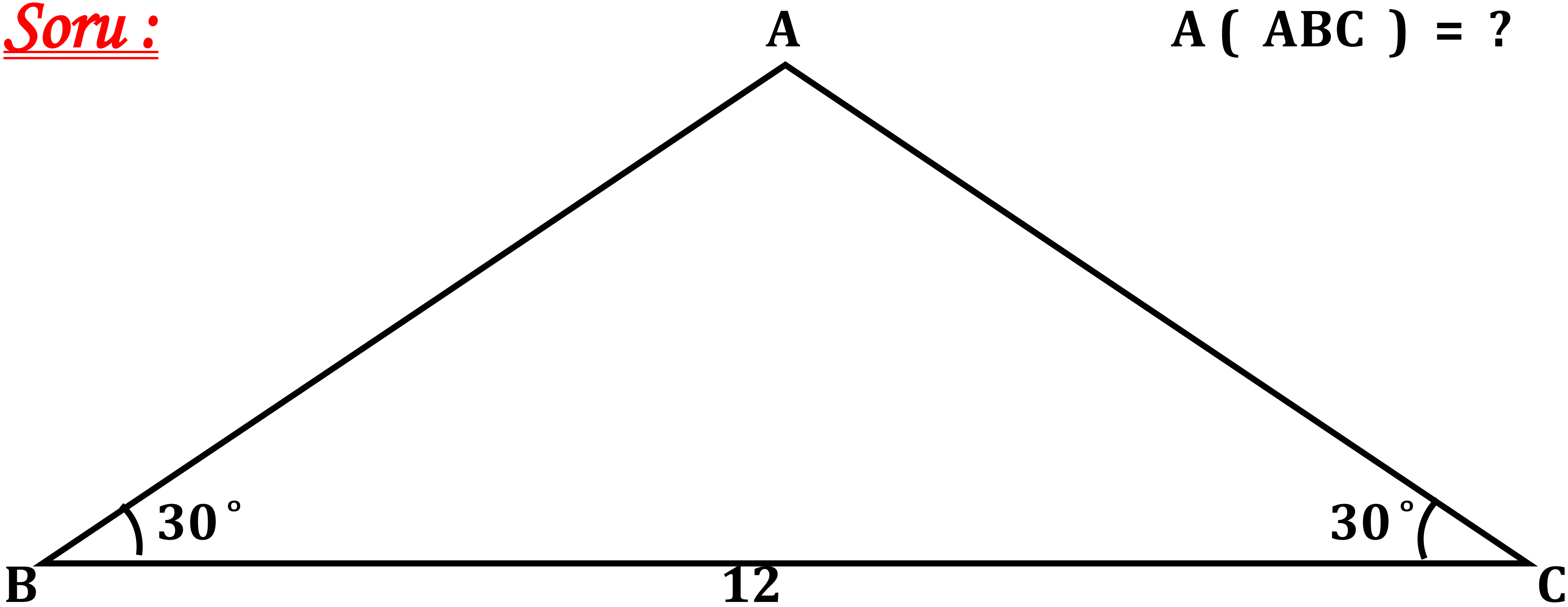
Soru :

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$$



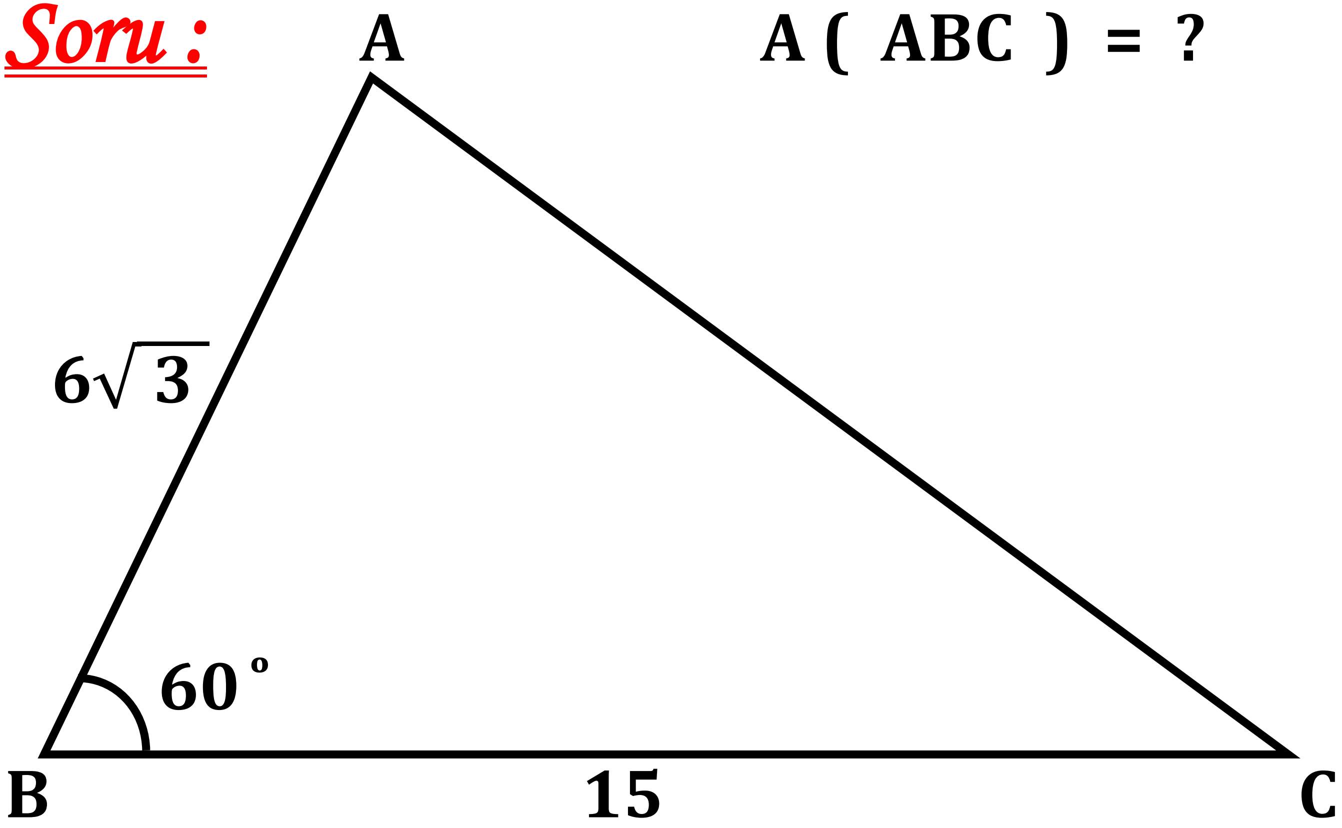
Soru :

$\overset{\triangle}{A(ABC)} = ?$



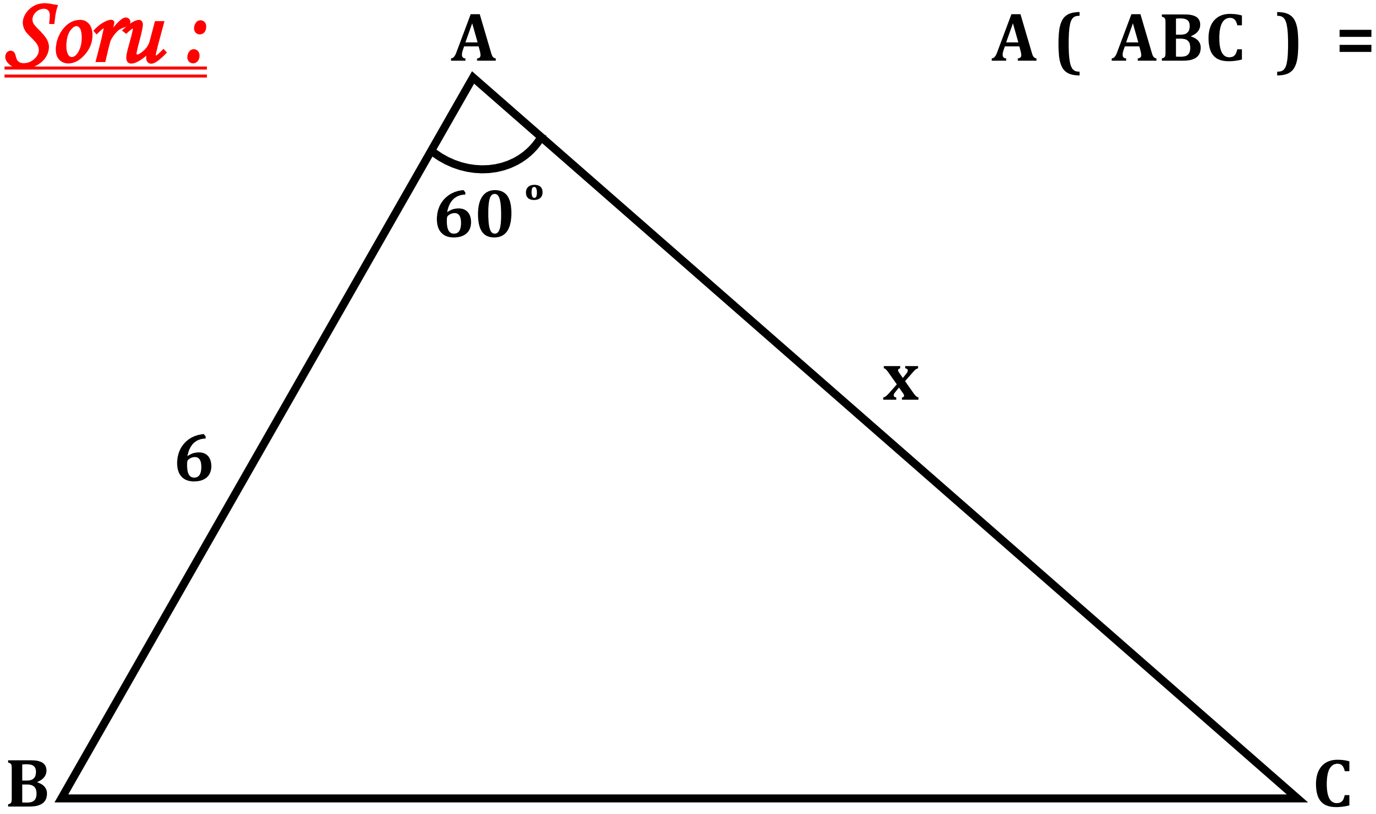
Soru :

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$$

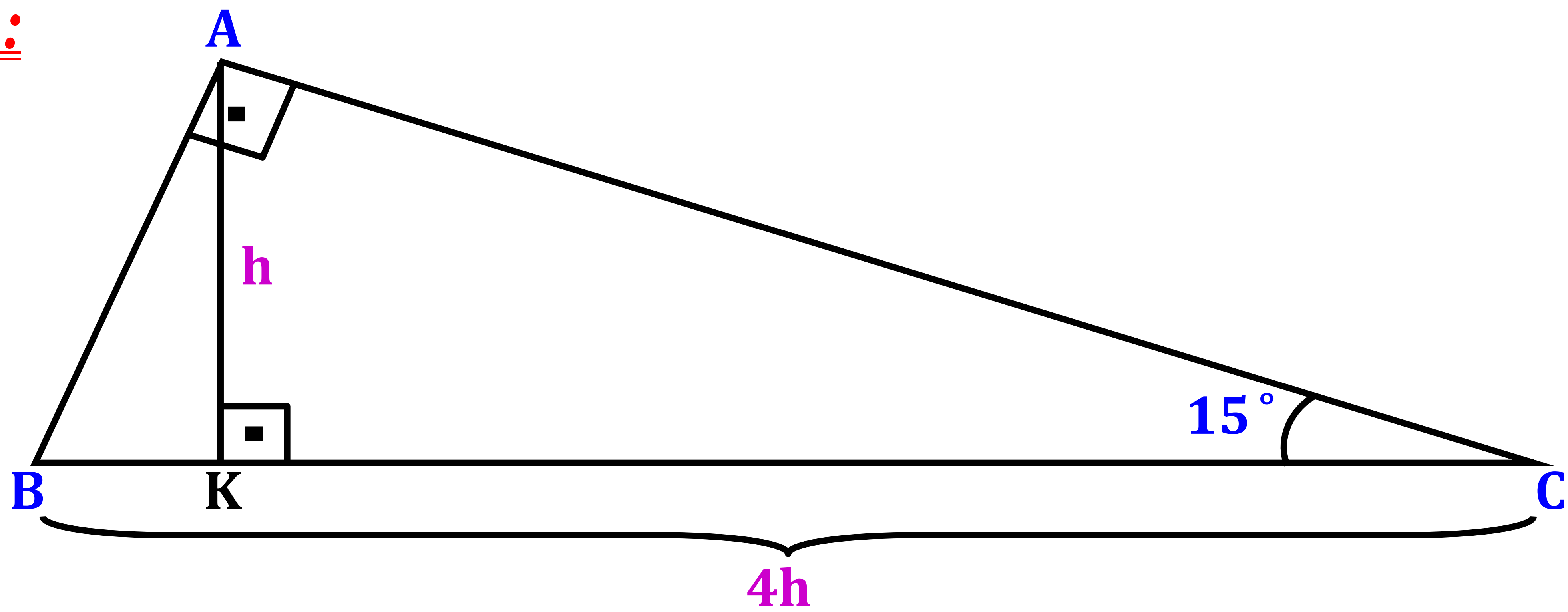


Soru :

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 12\sqrt{3}\ br^2$ ise $x = ?$



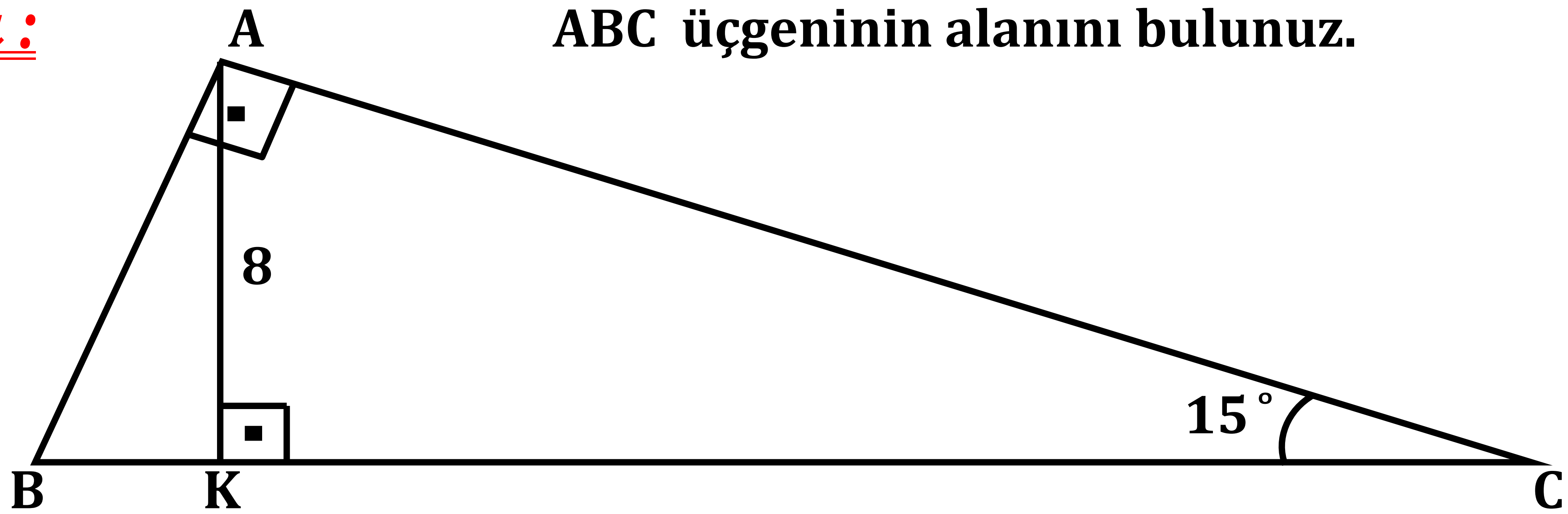
Not :



90° - 75° - 15° dik üçgeninde; büyük üçgenin hipotenüsü, tepeden indirilen dikmenin uzunluğunun 4 katıdır.

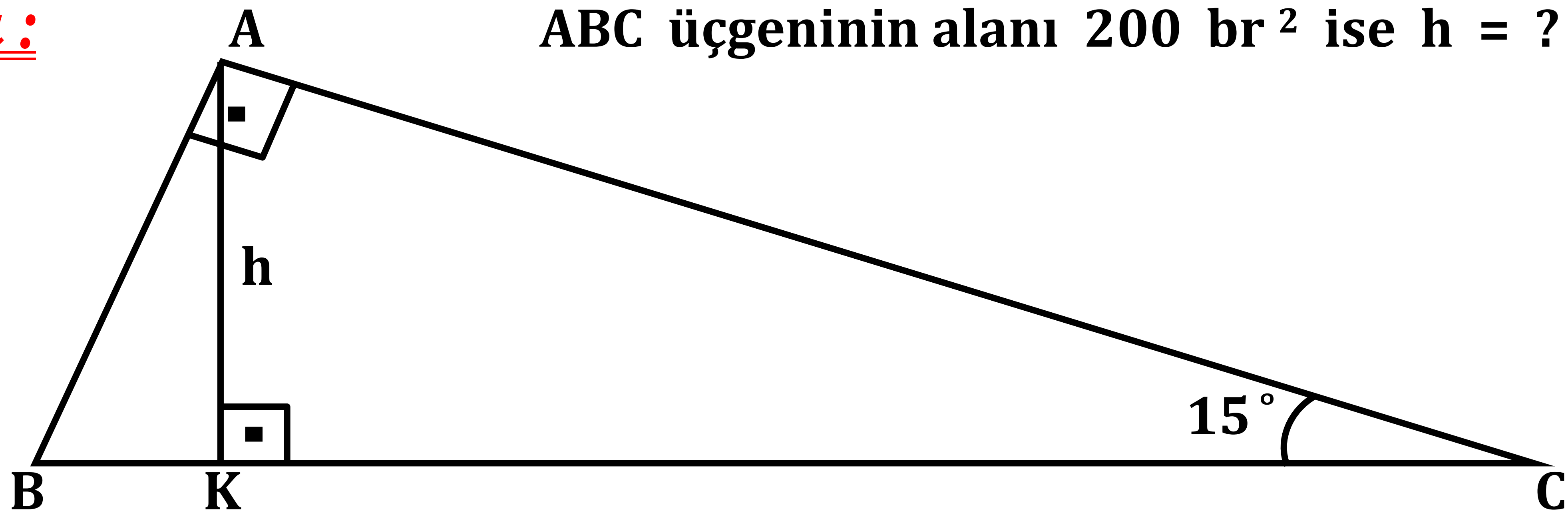
Soru :

ABC üçgeninin alanını bulunuz.

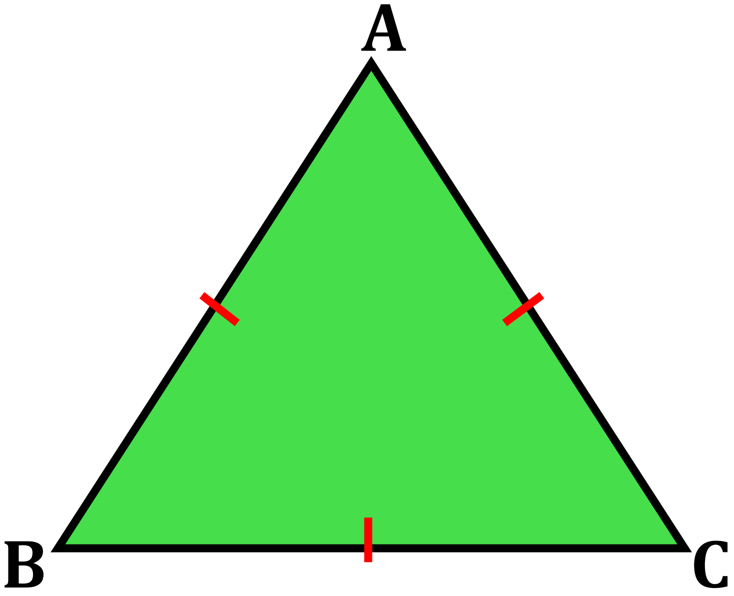


Soru :

ABC üçgeninin alanı 200 br^2 ise h = ?



Kural 2: A) (Eşkenar Üçgenin Alanı)



1) Kenar uzunluğu a br olan eşkenar üçgenin alanı

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

eşitliği ile bulunur.

2) Yüksekliği h br olan eşkenar üçgenin alanı ise

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = h^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$ eşitliği ile bulunur.

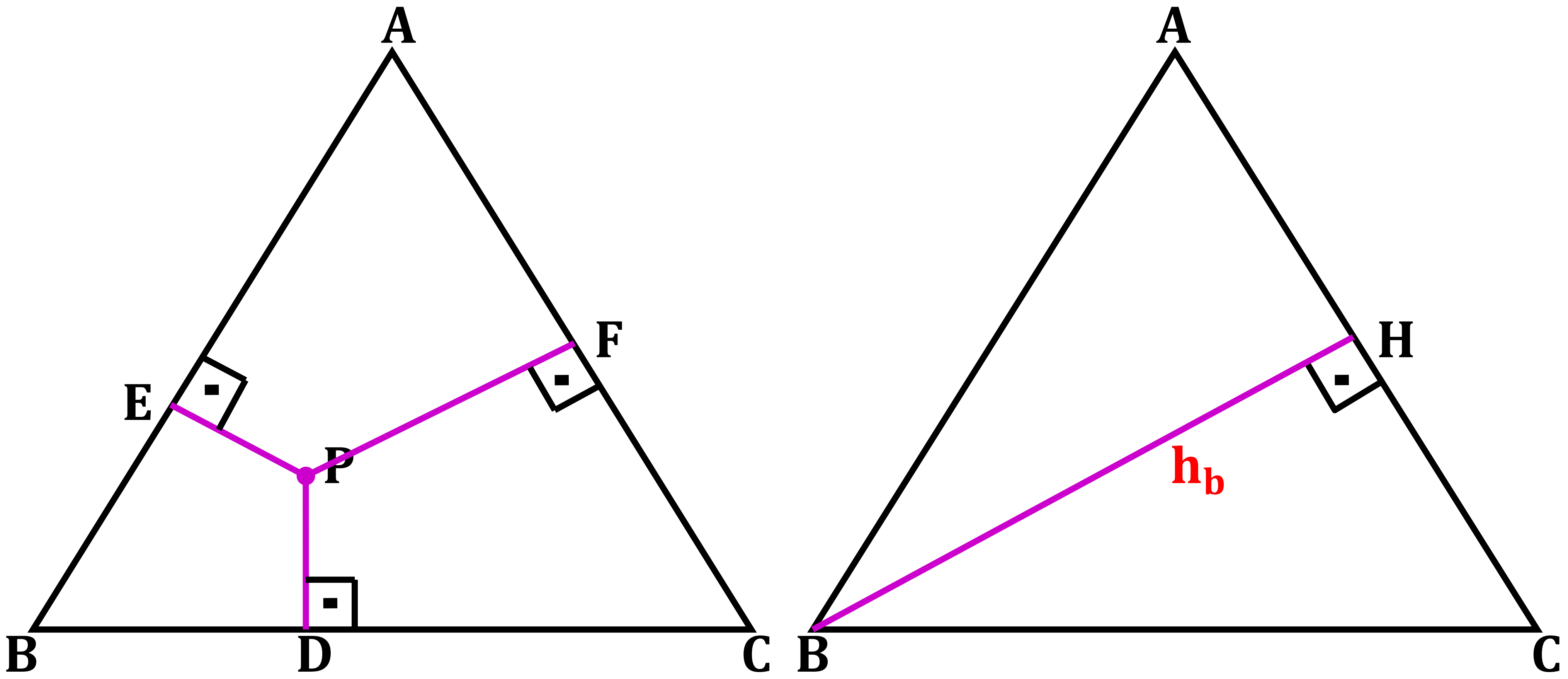
2.yol : Tepeden tabana dik indirilerek kural 1 'den de çözüm yapılabilir.

Soru : **Çevre uzunluğu 30 br olan eşkenar üçgenin alanını bulunuz.**

Soru : **Alanı $9\sqrt{3}$ br^2 olan <u>eşkenar üçgenin</u> bir kenar uzunluğunu bulunuz.**

Soru : **Yüksekliği 12 br olan <u>eşkenar üçgenin</u> alanını bulunuz.**

Kural 2: B)

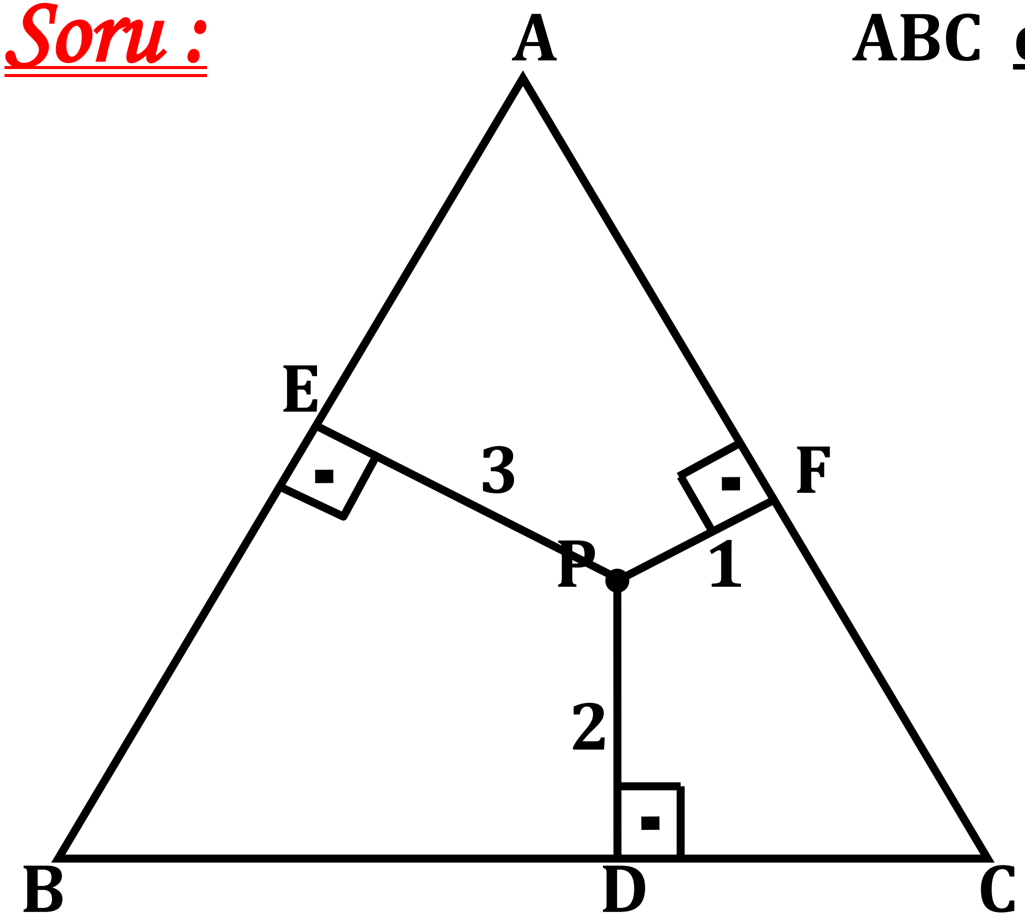


Eşkenar üçgenin iç bölgesinde alınan bir P noktasından kenarlara indirilen dikme uzunluklarının toplamı, eşkenar üçgenin yüksekliğini verir.

$|PD| + |PE| + |PF| = h_a = h_b = h_c$ olarak alınır.

Soru :

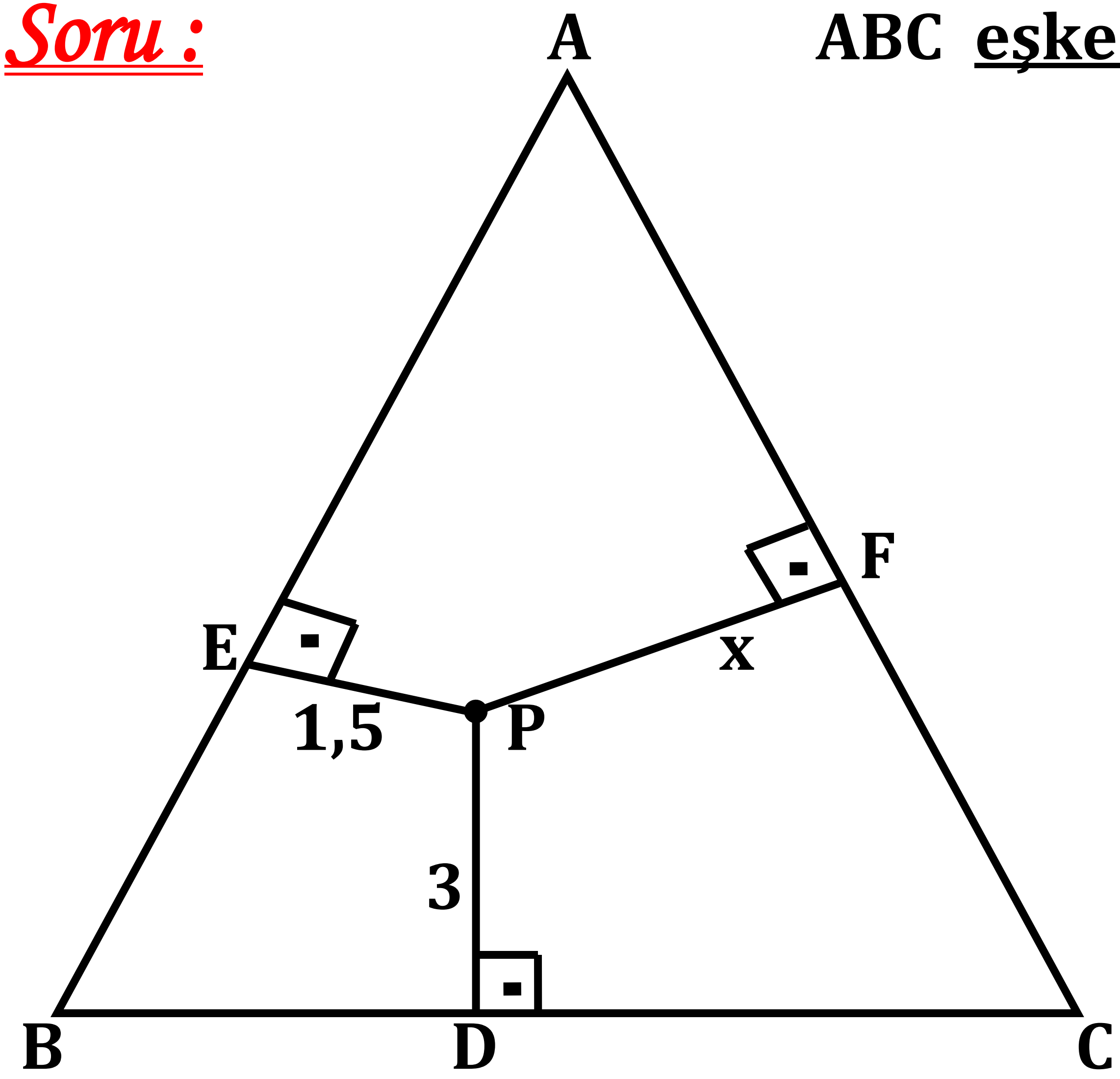
ABC <u>eşkenar üçgeninin</u> alanını bulunuz.



Soru :

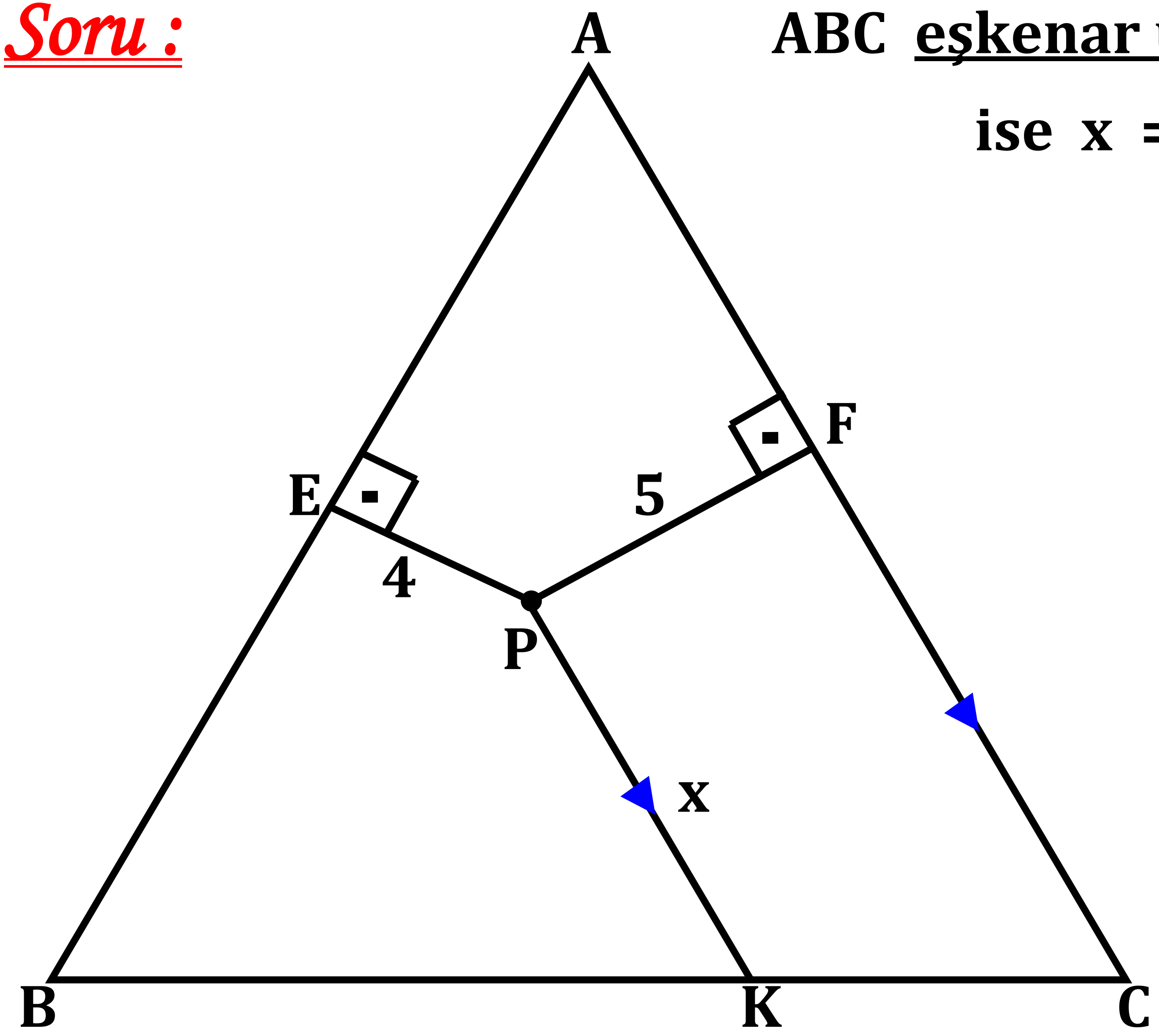
ABC **eşkenar üçgeninin** alanı $27\sqrt{3}$ br^2

ise $x = ?$



Soru :

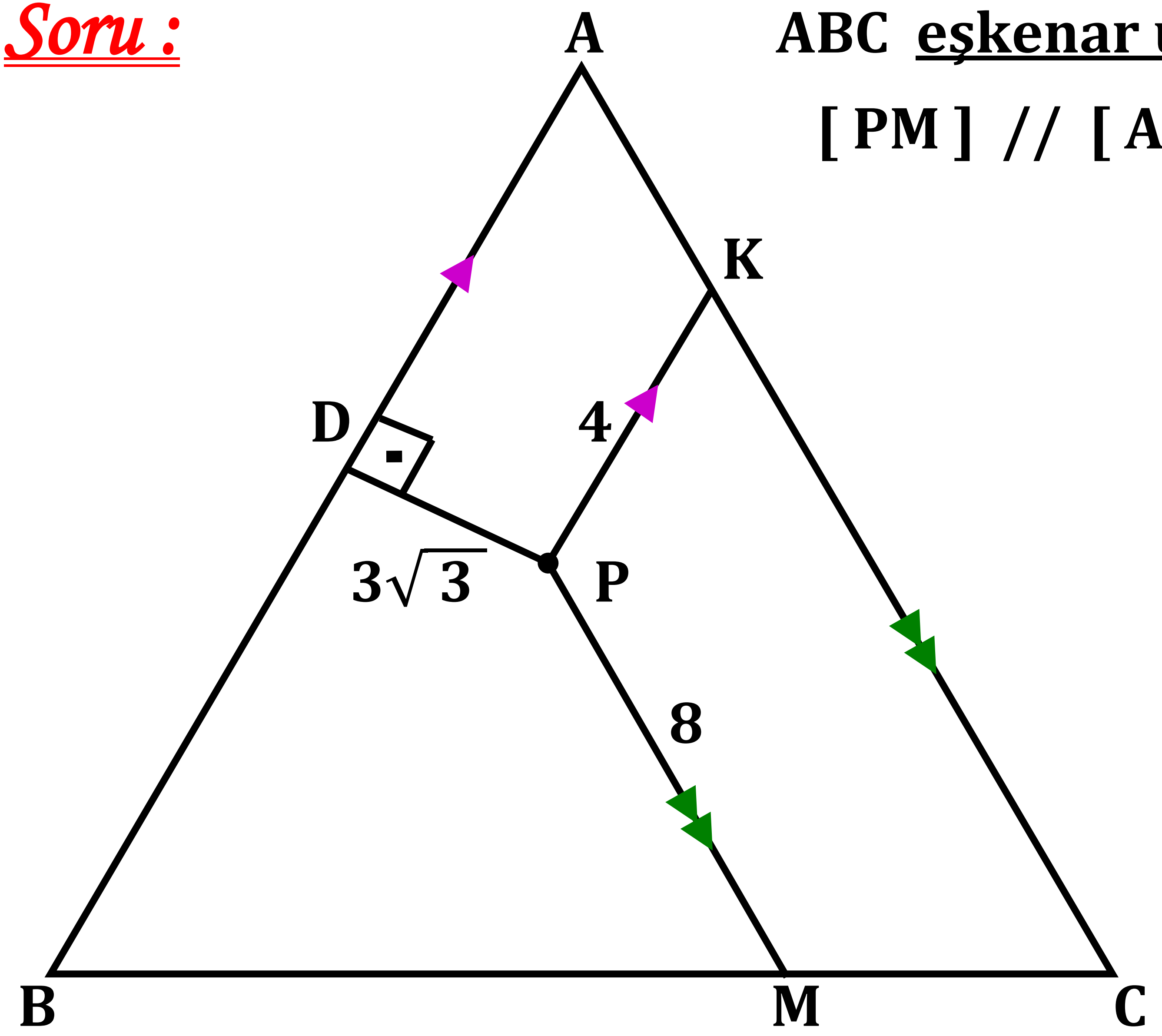
ABC eşkenar üçgeninin alanı $75\sqrt{3}$ br^2 ise $x = ?$ ([PK] // [AC]'dir.)



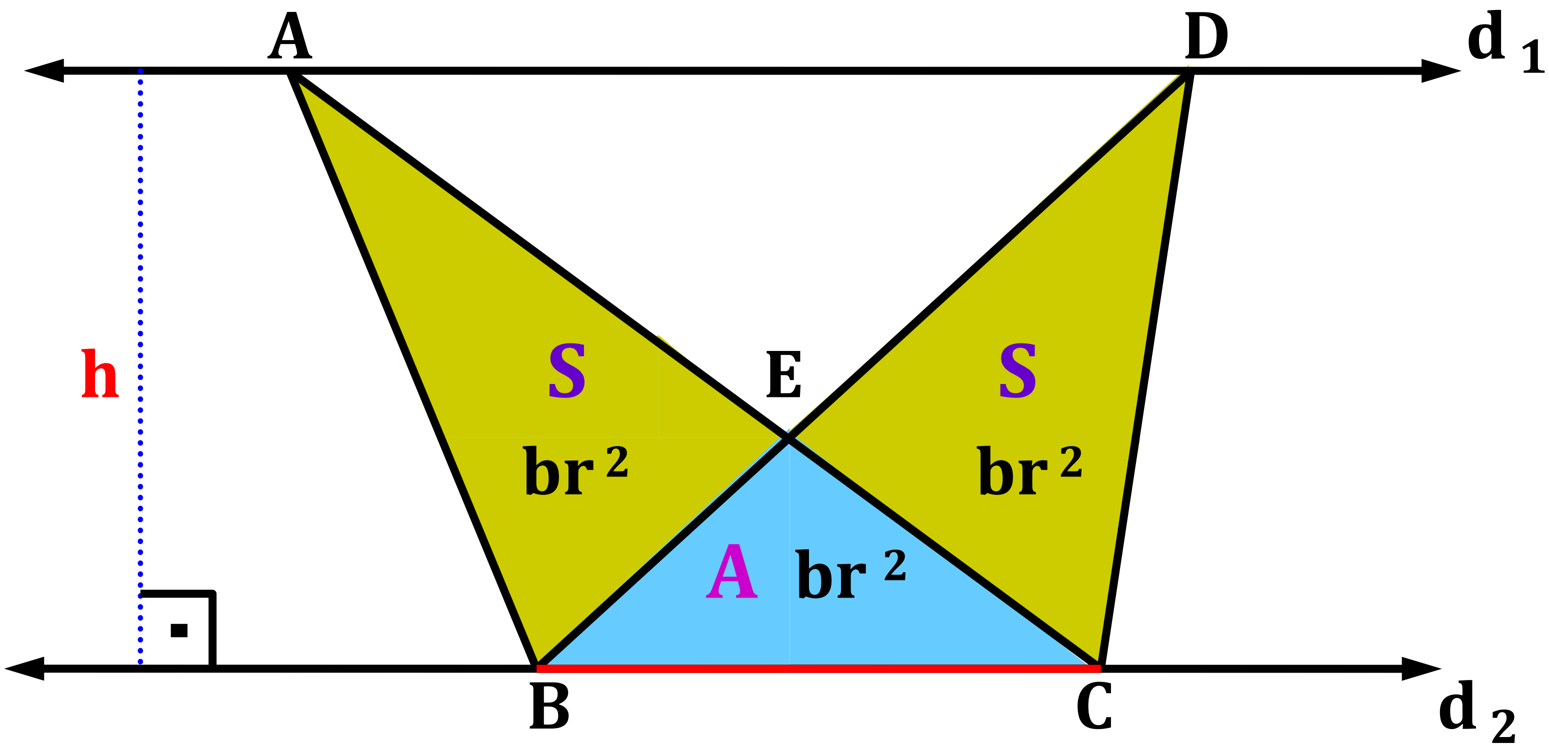
Soru :

ABC <u>eşkenar üçgeninin</u> alanını bulunuz.

[PM] // [AC] ve [PK] // [AB]'dir.



Kural 3:



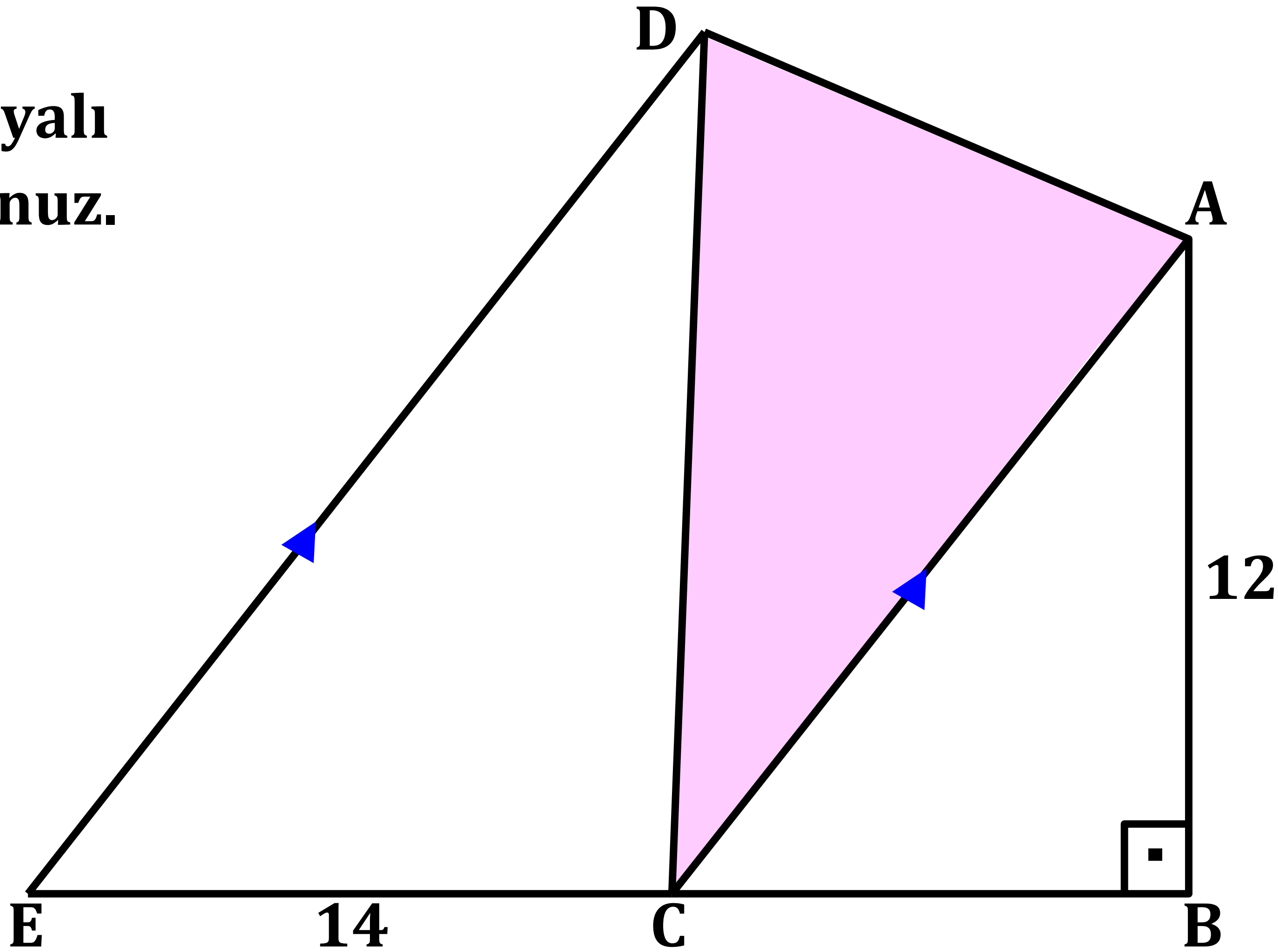
$d_1 \,//\, d_2$ ise; tabanları ortak ve bu tabana ait olan yüksekliğin eşit olduğu iki üçgenin alanı birbirine eşittir. Yani,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{BCD})$ olur. $(S + A = A + S)$

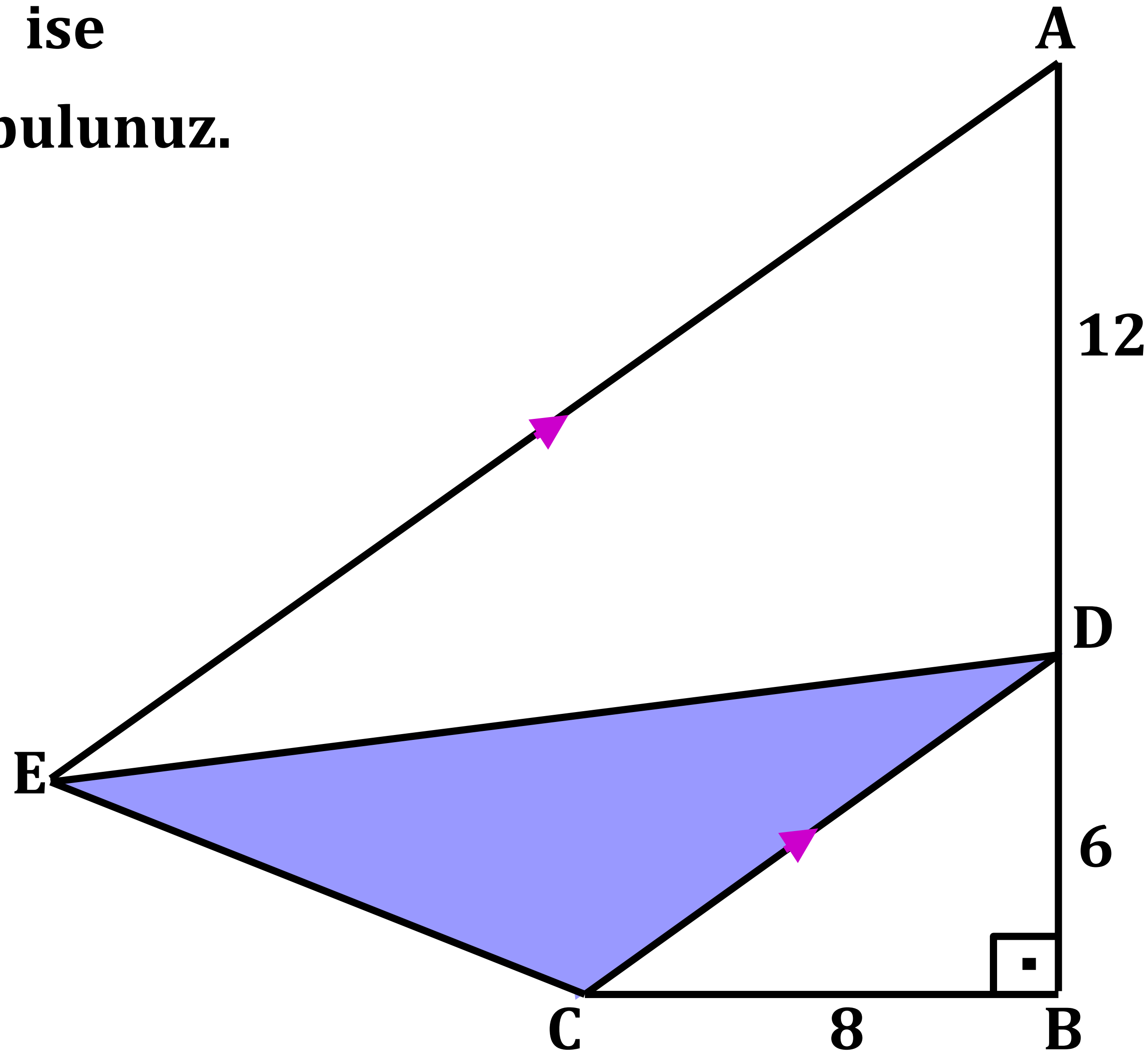
Not : *** İki paralel kol arasında kalan iki <u>yan alan</u> birbirine eşit olmalıdır. Sorularda paralel kollar arasında kalan <u>eksik köşegen çizilmelidir.</u>

Soru :

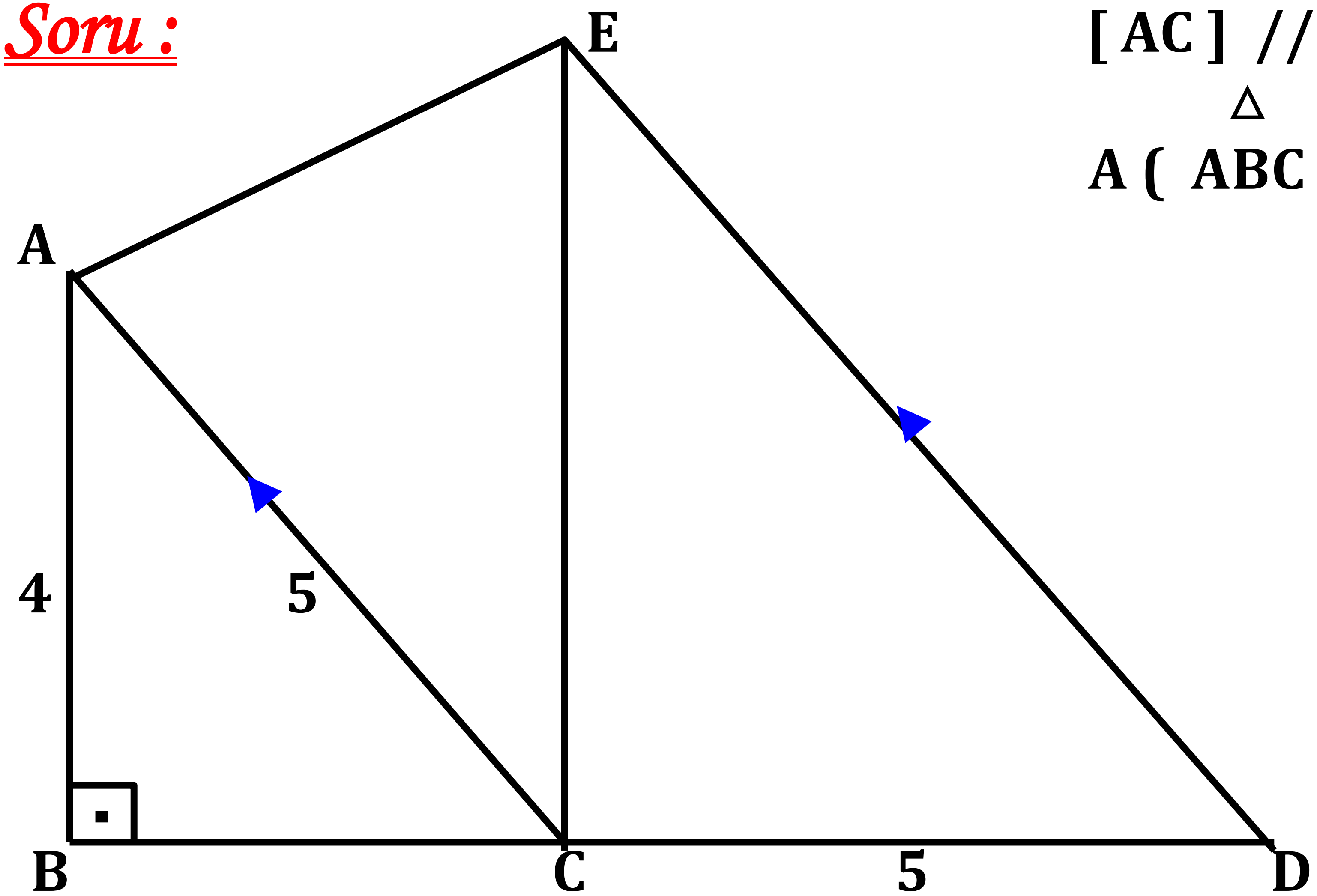
[DE] // [AC] ise boyalı bölgenin alanını bulunuz.



Soru : **[DC] // [AE] ise boyalı bölgenin alanını bulunuz.**



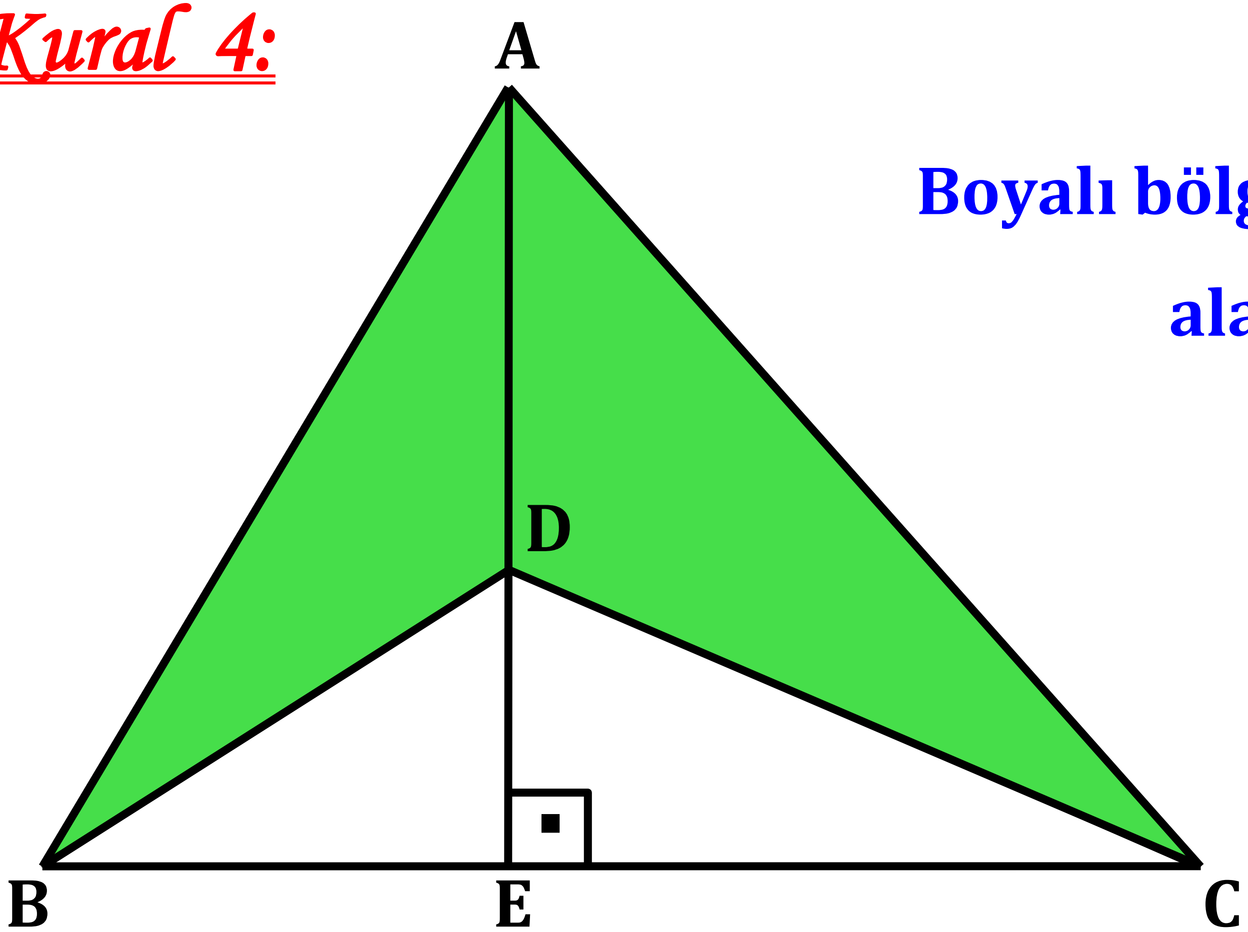
Soru :



$[AC] \parallel [ED]$ ise

$A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\triangle}{ACE}) = ?$

Kural 4:



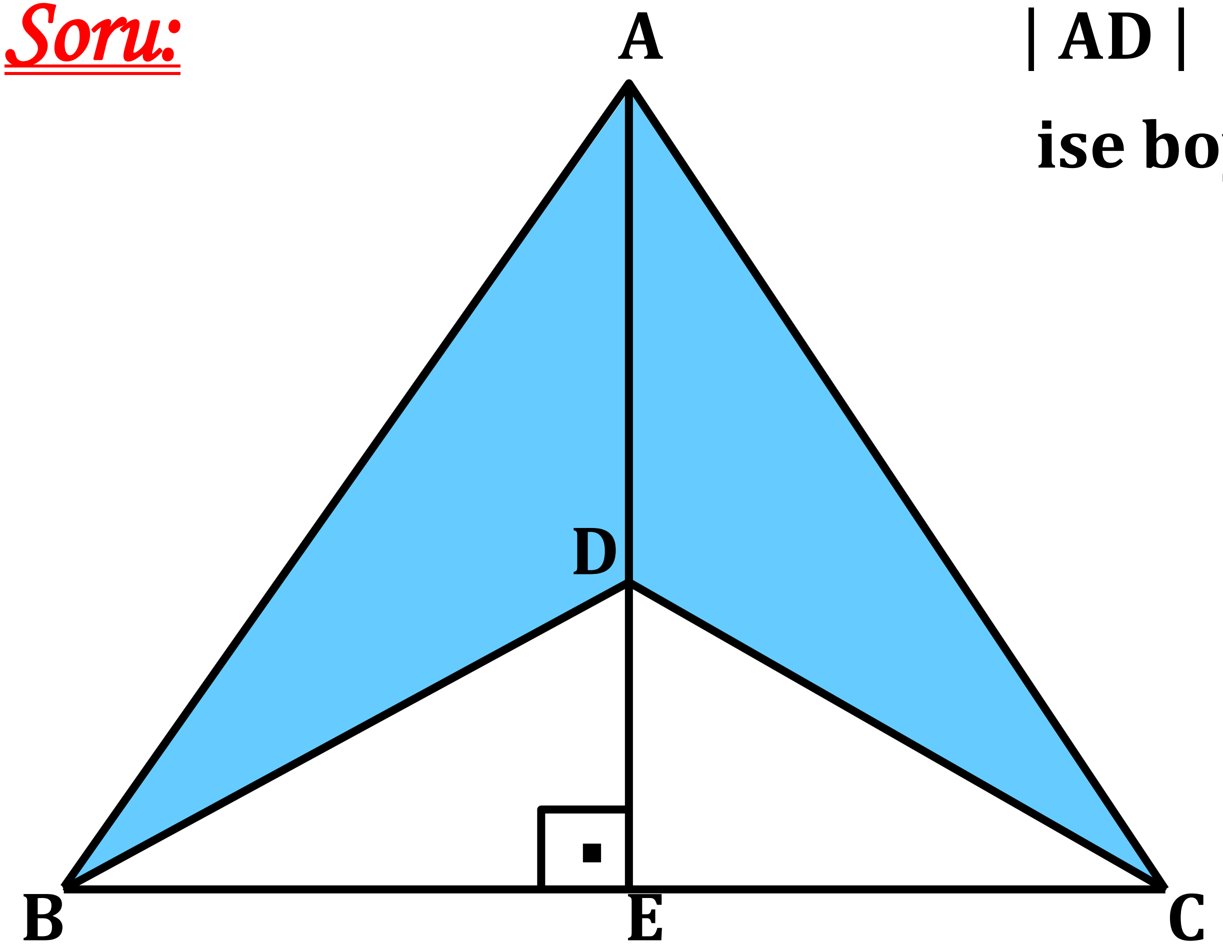
Boyalı bölgenin (ABDC dörtgeninin) alanı aşağıdaki eşitlik yardımı ile bulunur.

$$A(ABDC) = \frac{|AD| \cdot |BC|}{2}$$ **olarak bulunur.**

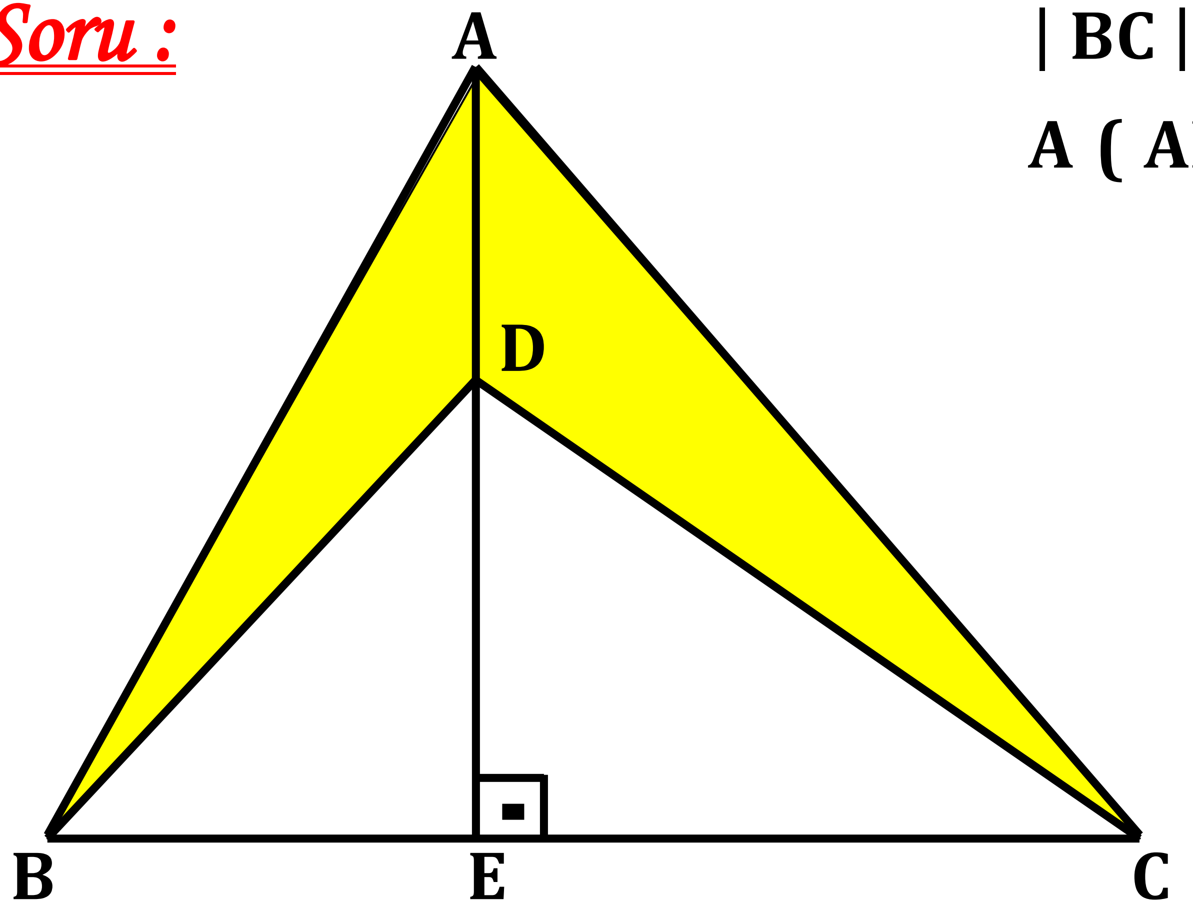
(ABC üçgeninin alanından BDC üçgeninin alanı çıkartılarak bulunur.)

Soru:

$|AD| = 3\sqrt{5}$ ve $|BC| = 8\sqrt{5}$ br ise boyalı bölgenin alanını bulunuz.



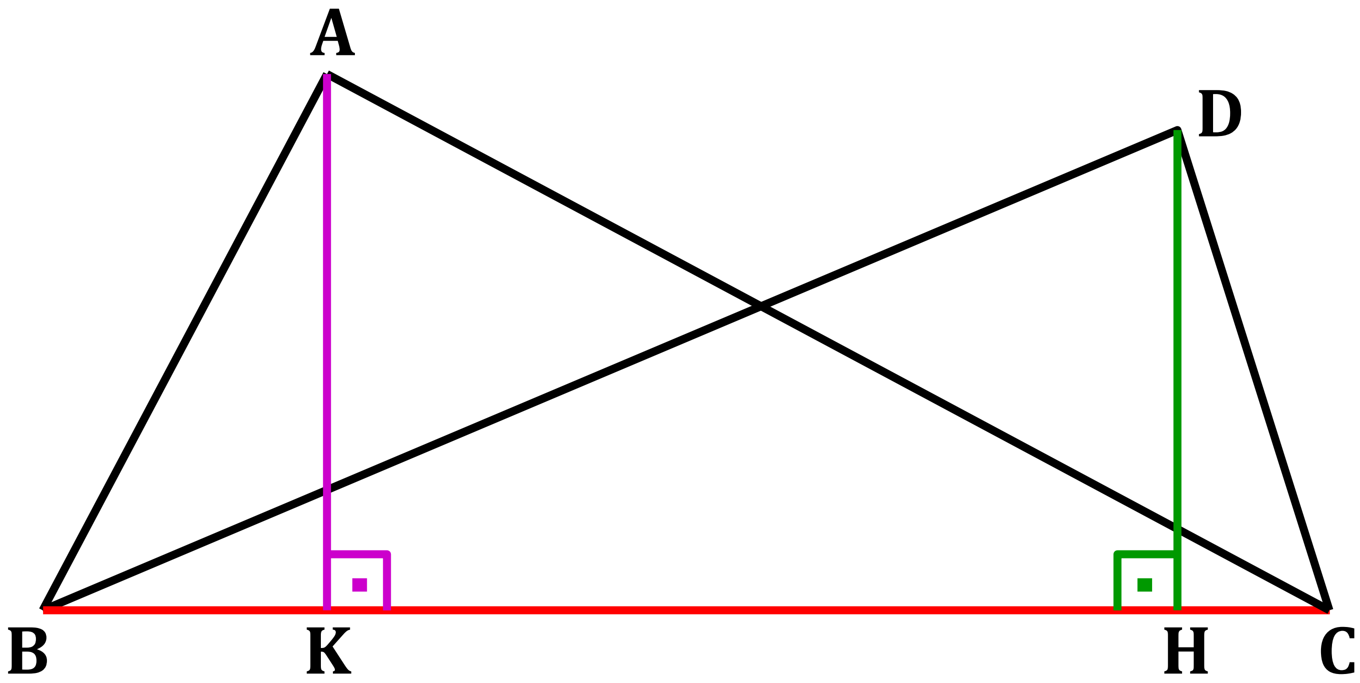
Soru :



$|BC| = 3 \cdot |AD|$ ve

$A(ABDC) = 54\ br^2$ ise $|BC| = ?$

Kural 5: A) Alan – Yükseklik İlişkisi



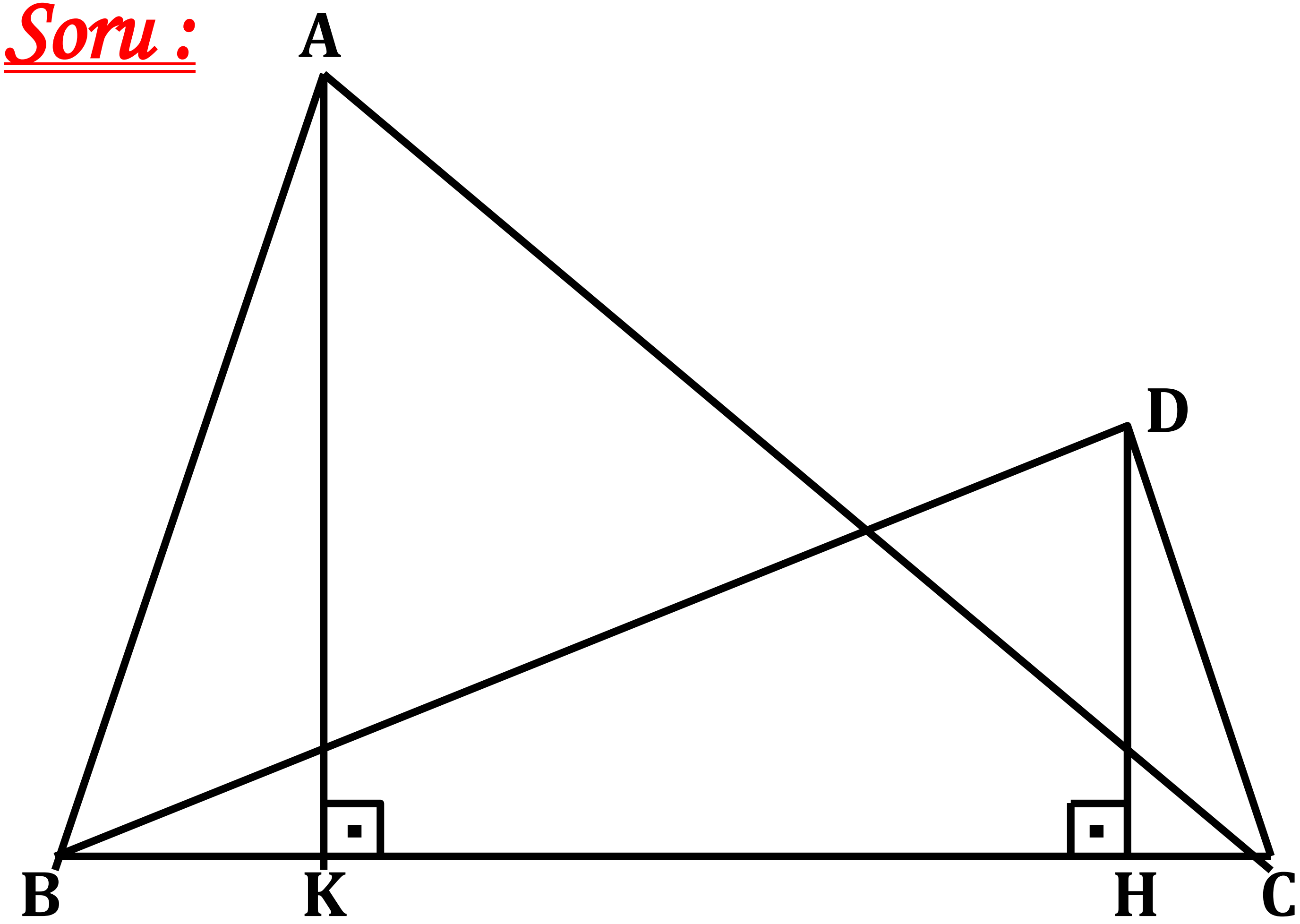
ABC ile BCD üçgenlerinin **ortak tabanı** | BC | 'dir.

Tabanları aynı olan iki üçgenin alanlarının oranı, yüksekliklerin oranına eşittir.

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{BCD})} = \frac{|AK|}{|DH|}$$

olarak alınır.

Soru :

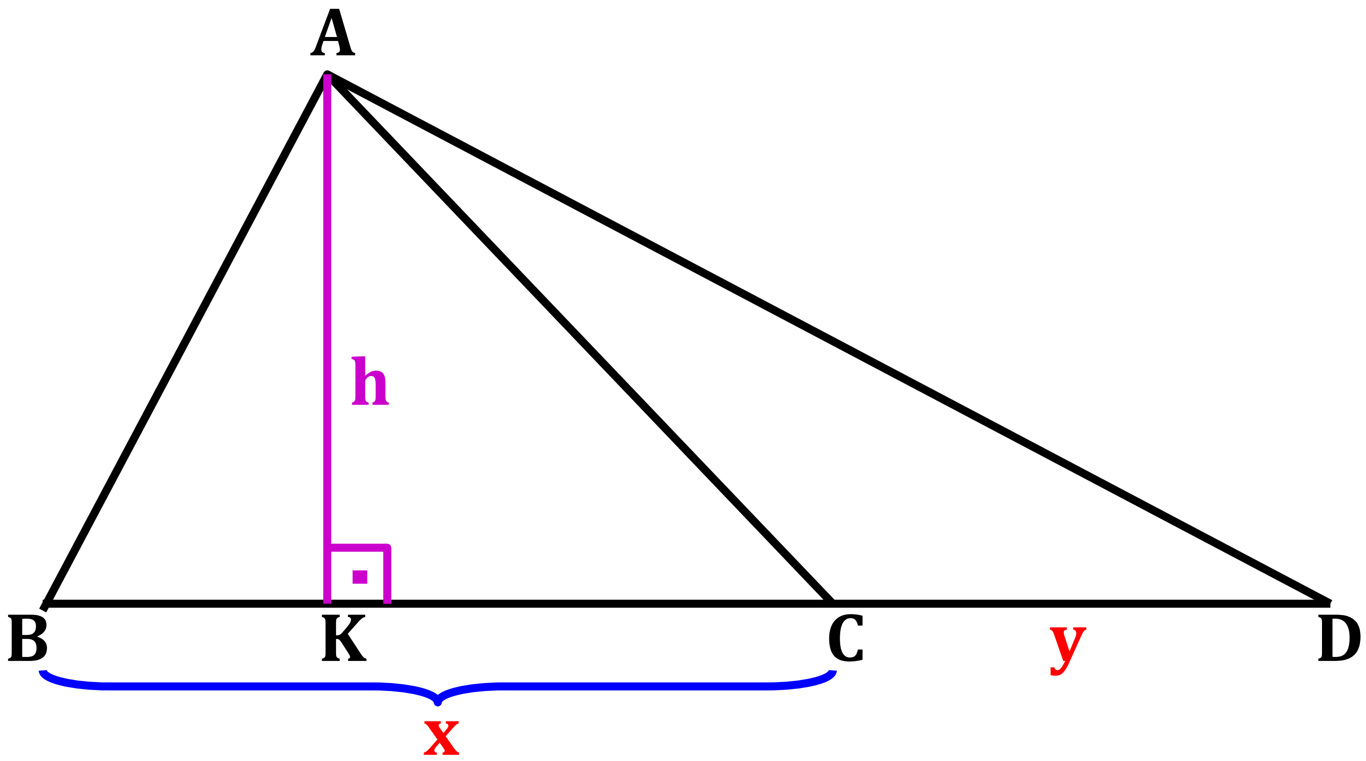


$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{BCD})} = \frac{5}{3}$$

ve $|AK| = 20$ br

ise $|DH| = ?$

Kural 5: B) Alan – Taban İlişkisi



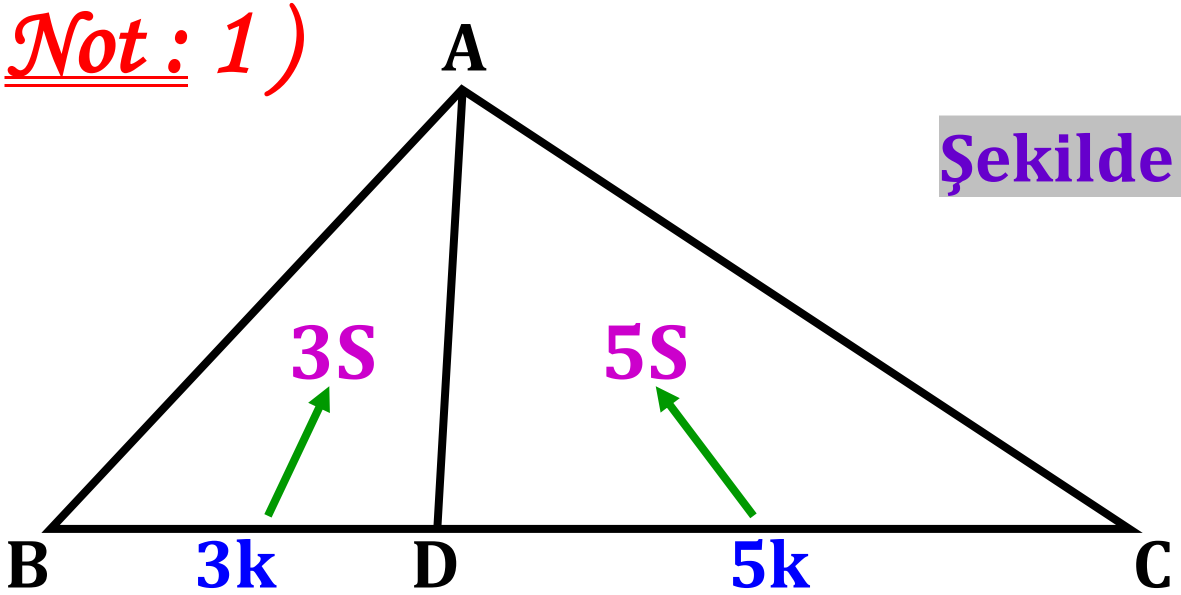
ABC ile ACD üçgenlerinin yükseklikleri h 'dır. Aynıdır.

Yükseklikleri aynı olan iki üçgenin alanlarının oranı, tabanlarının oranına eşittir.

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{ACD})} = \frac{x}{y}$$

olarak alınır.

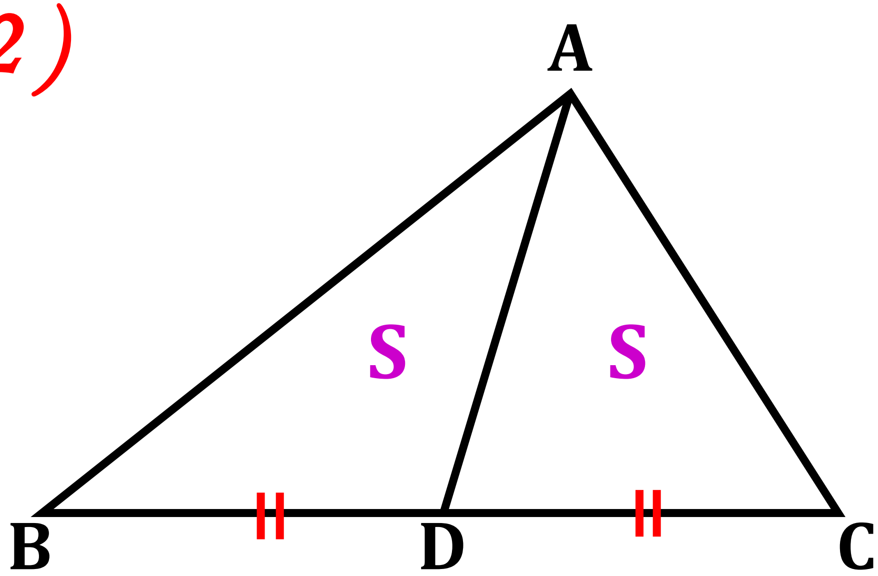
Not : 1)



Şekilde görüldüğü gibi alan bulunduğu üçgenin tabanı ile orantılıdır.

(S bulunduğu bölgenin alanını göstermektedir.)

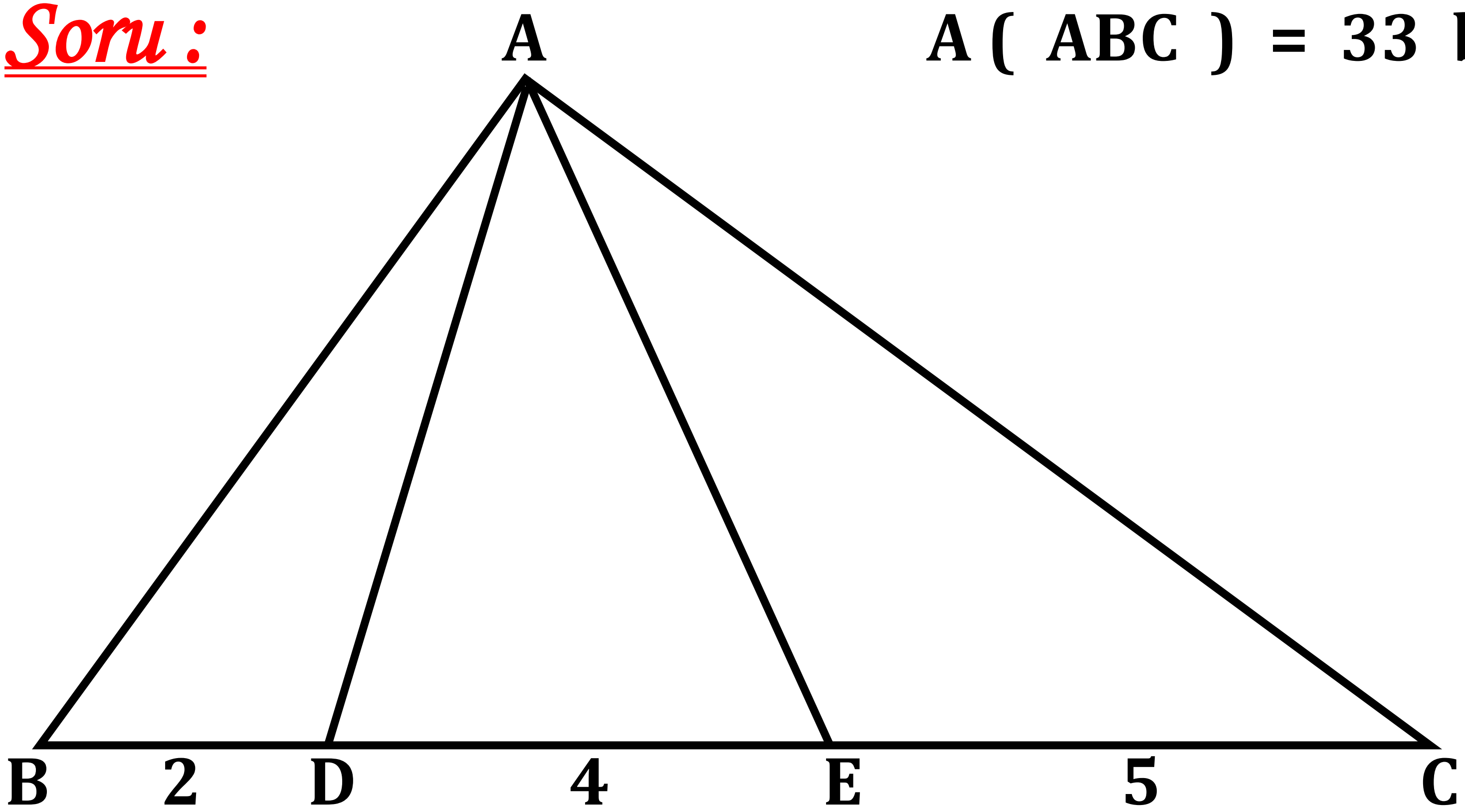
2)



Şekilde görüldüğü gibi tabanları eşit olan iki üçgenin alanları da birbirine eşittir.

Soru :

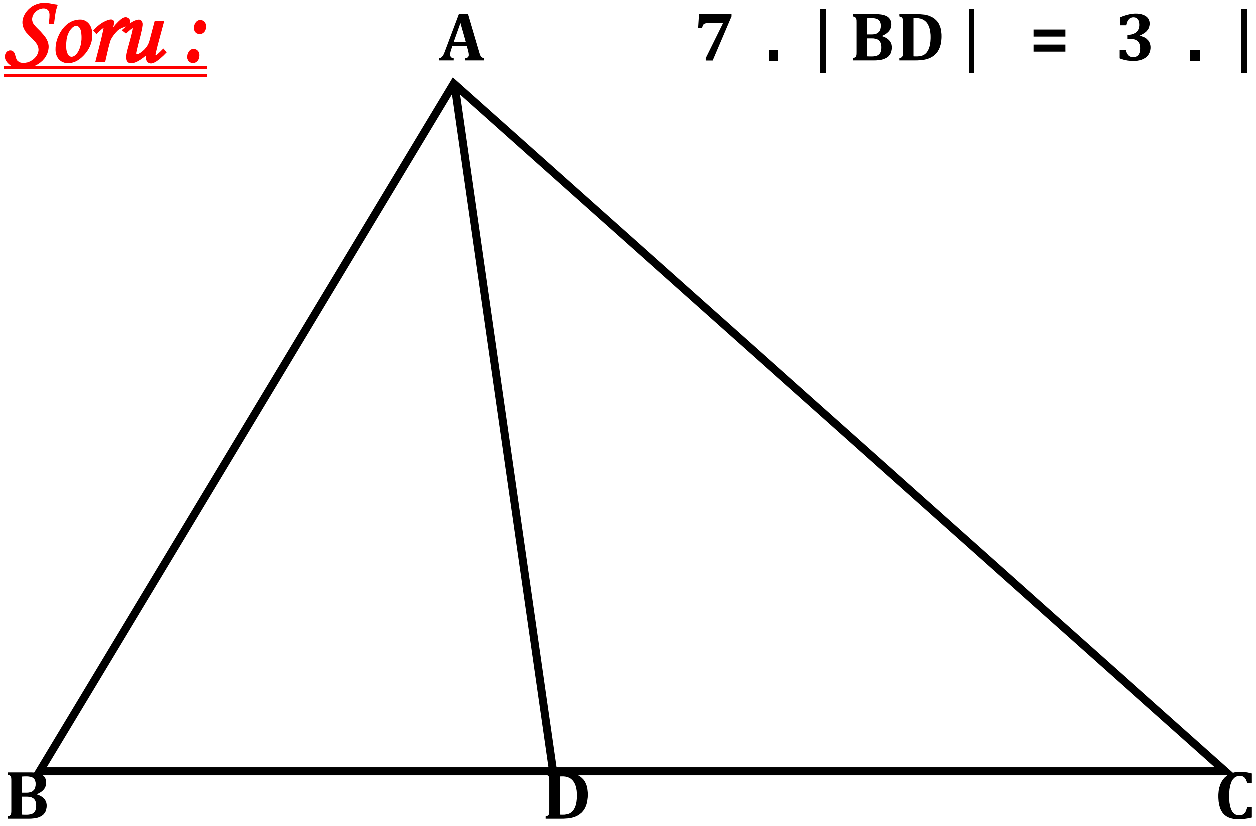
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 33 \text{ br}^2$ ise $A(\overset{\triangle}{ADE}) = ?$



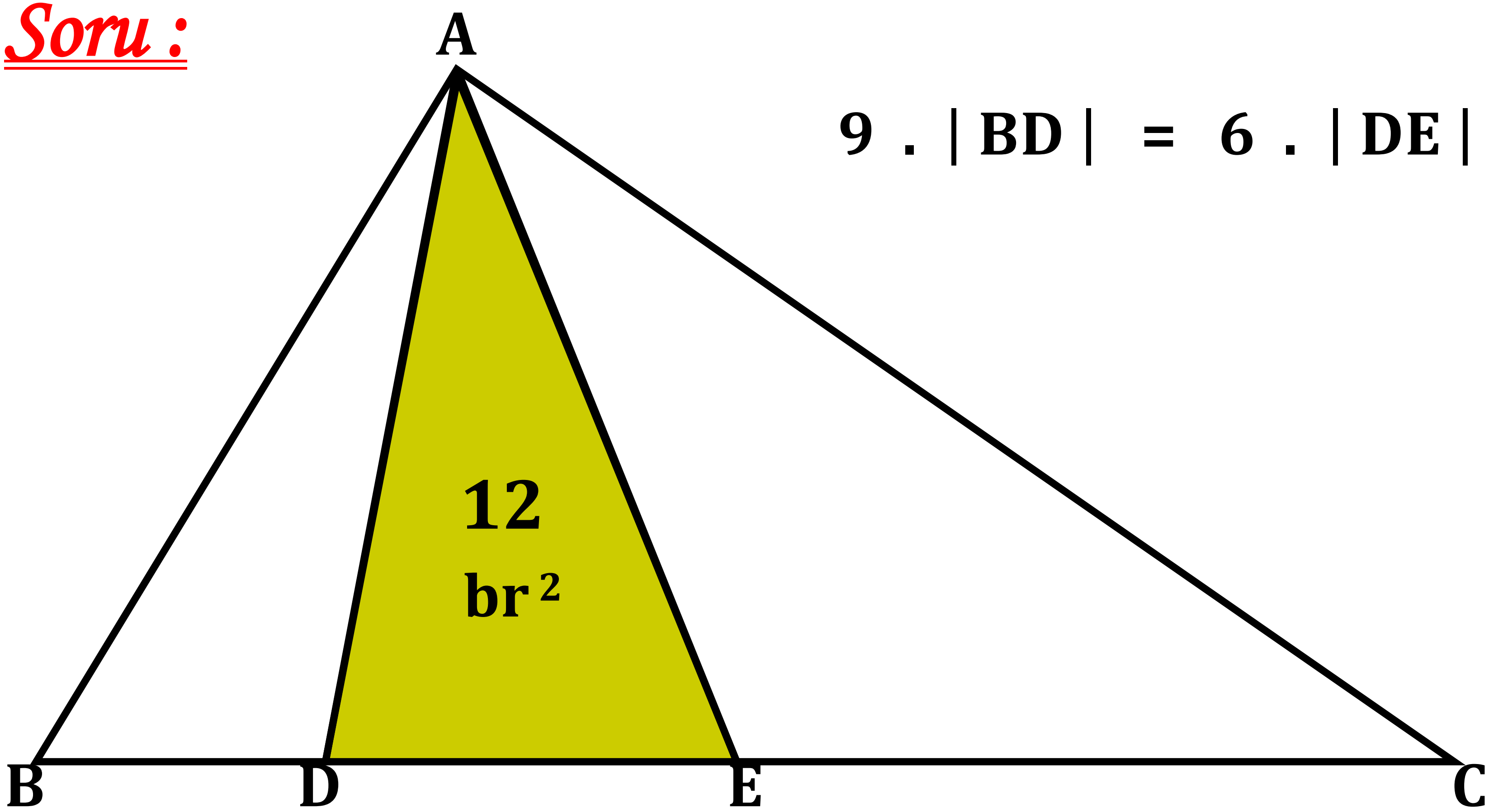
Soru :

$7 \cdot |BD| = 3 \cdot |BC|$ ve $A(\overset{\triangle}{ADC}) = 36 \text{ br}^2$

ise $A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



Soru :

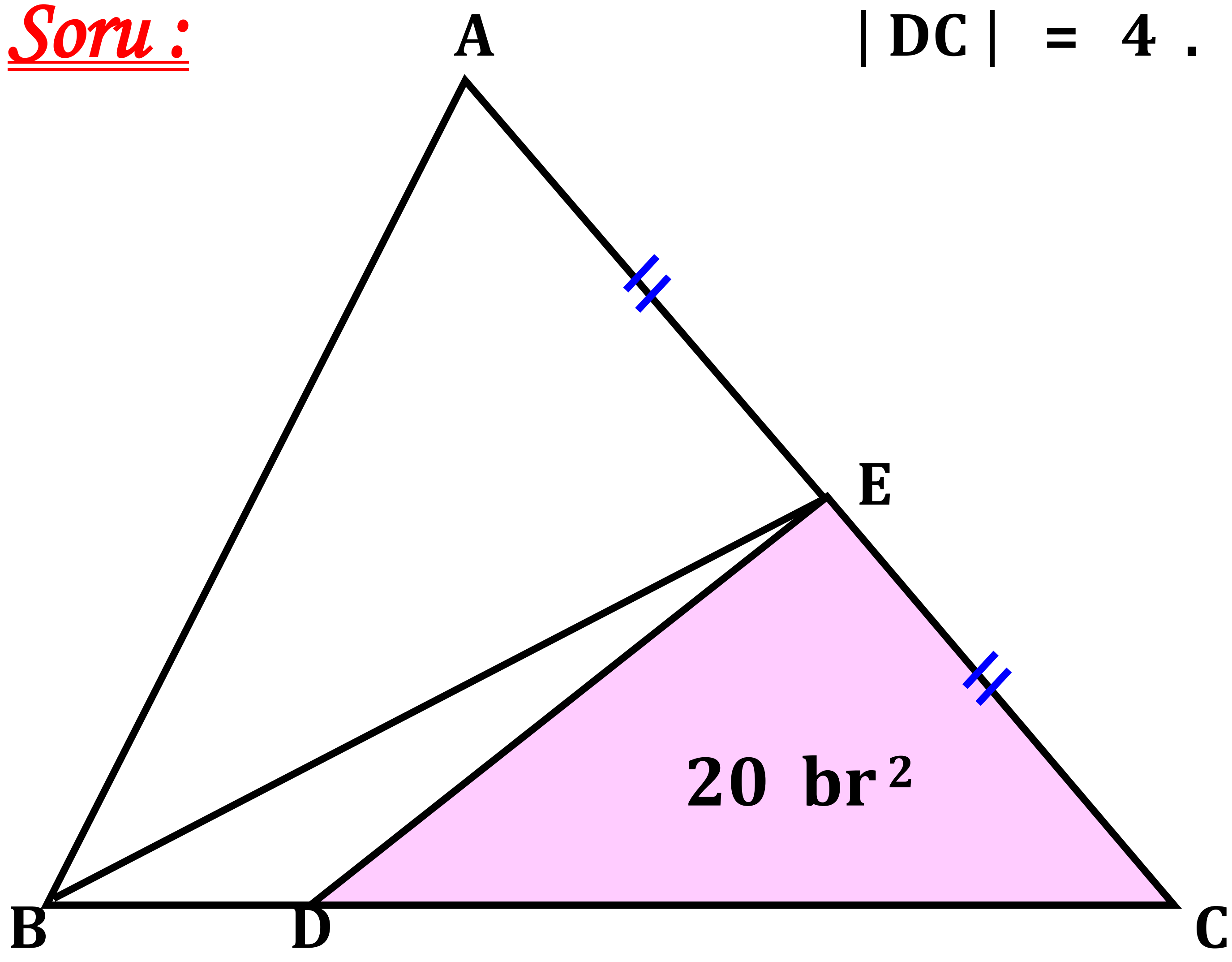


$9 \cdot |BD| = 6 \cdot |DE| = 3 \cdot |EC|$ ise

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

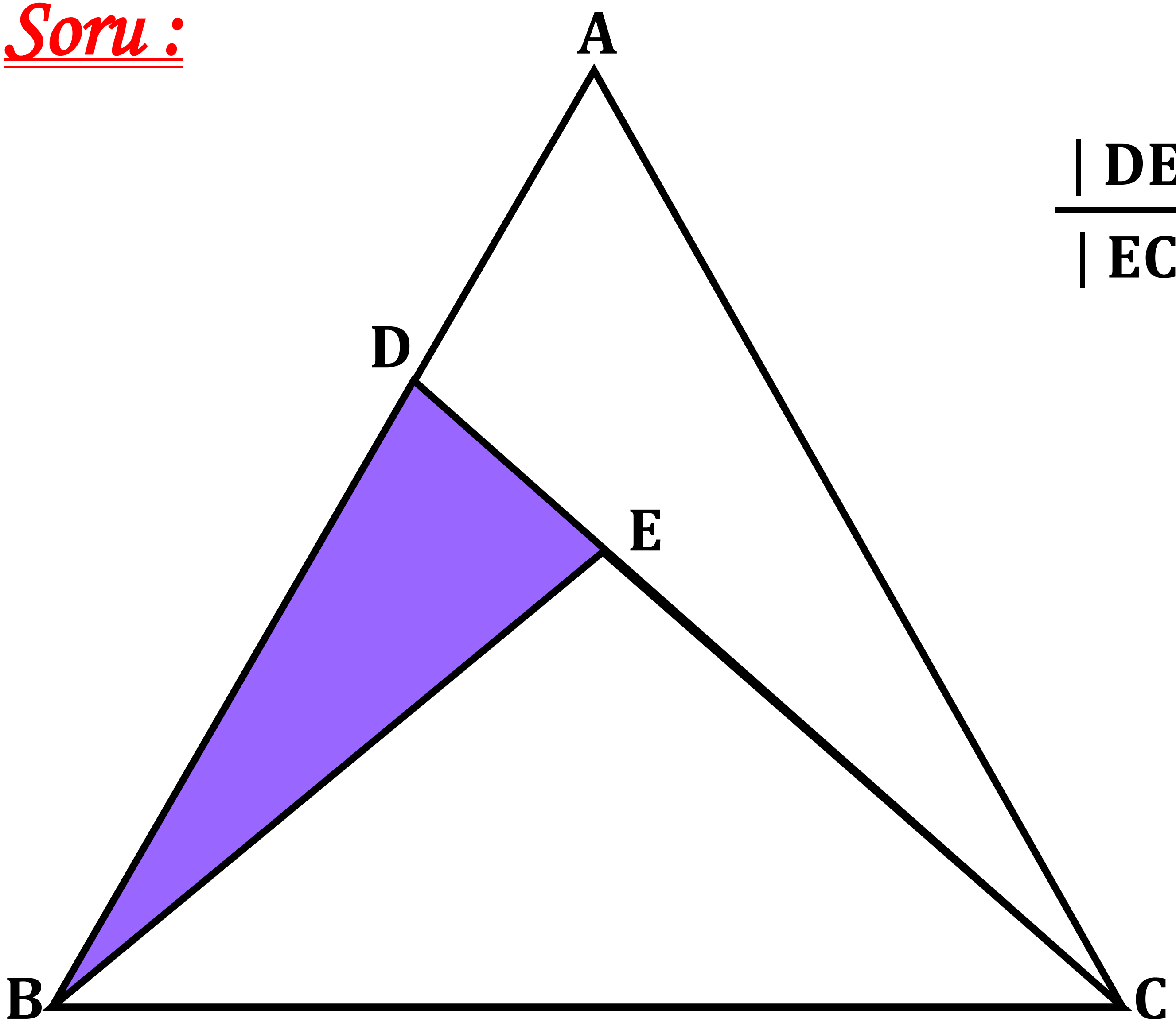
Soru :

$|DC| = 4 \cdot |BD|$ ise $A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



(İlk önce alt üçgenler daha sonra ise üst üçgen göz önüne alınır.)

Soru :

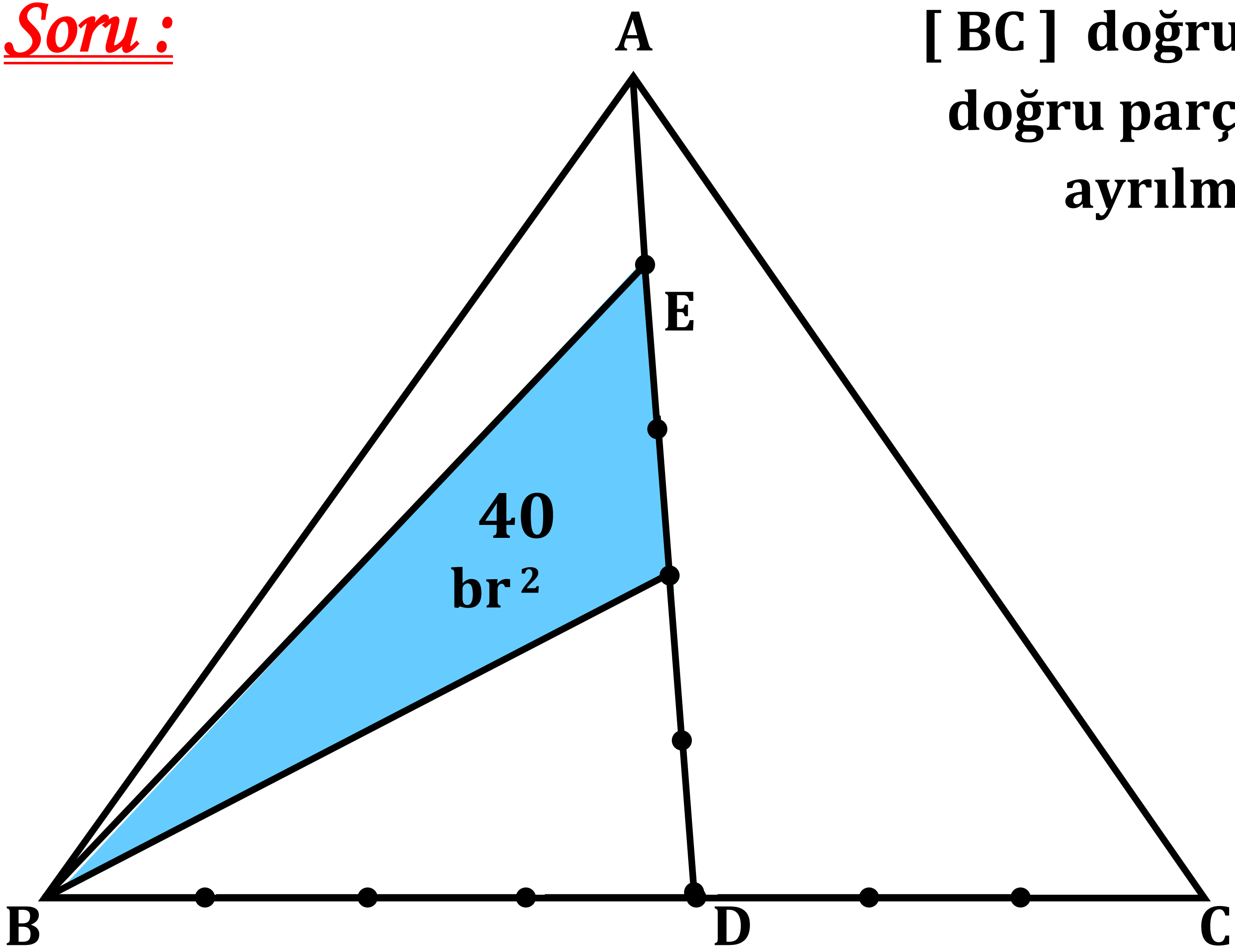


$2 \cdot |BD| = 5 \cdot |AD|$ ve

$\dfrac{|DE|}{|EC|} = \dfrac{1}{3}$ olup boyalı bölge

10 br^2 ise $A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

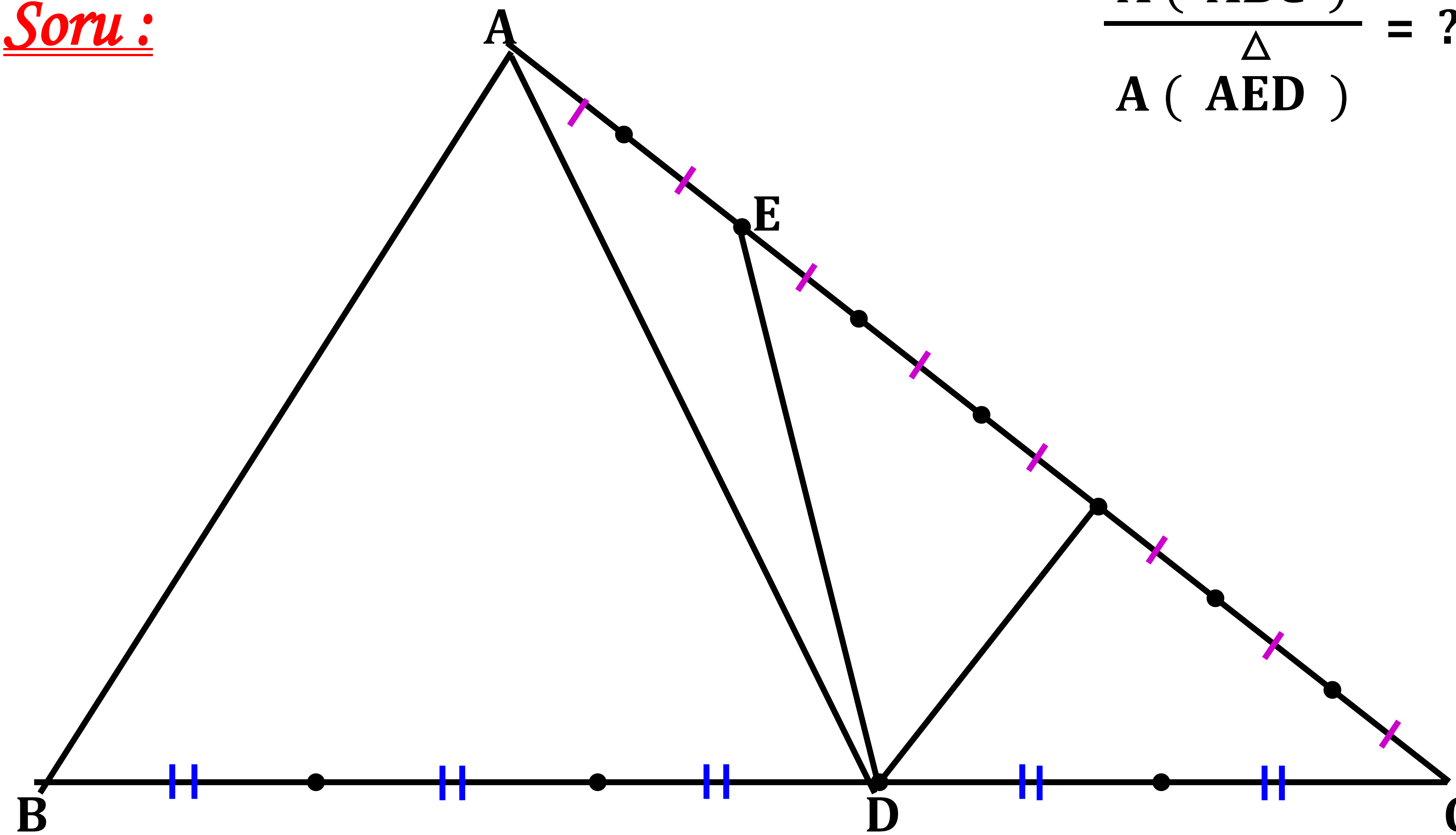
Soru :



[BC] doğru parçası 7 eşit, [AD] doğru parçası ise 5 eşit parçaya ayrılmıştır. Verilenlere göre

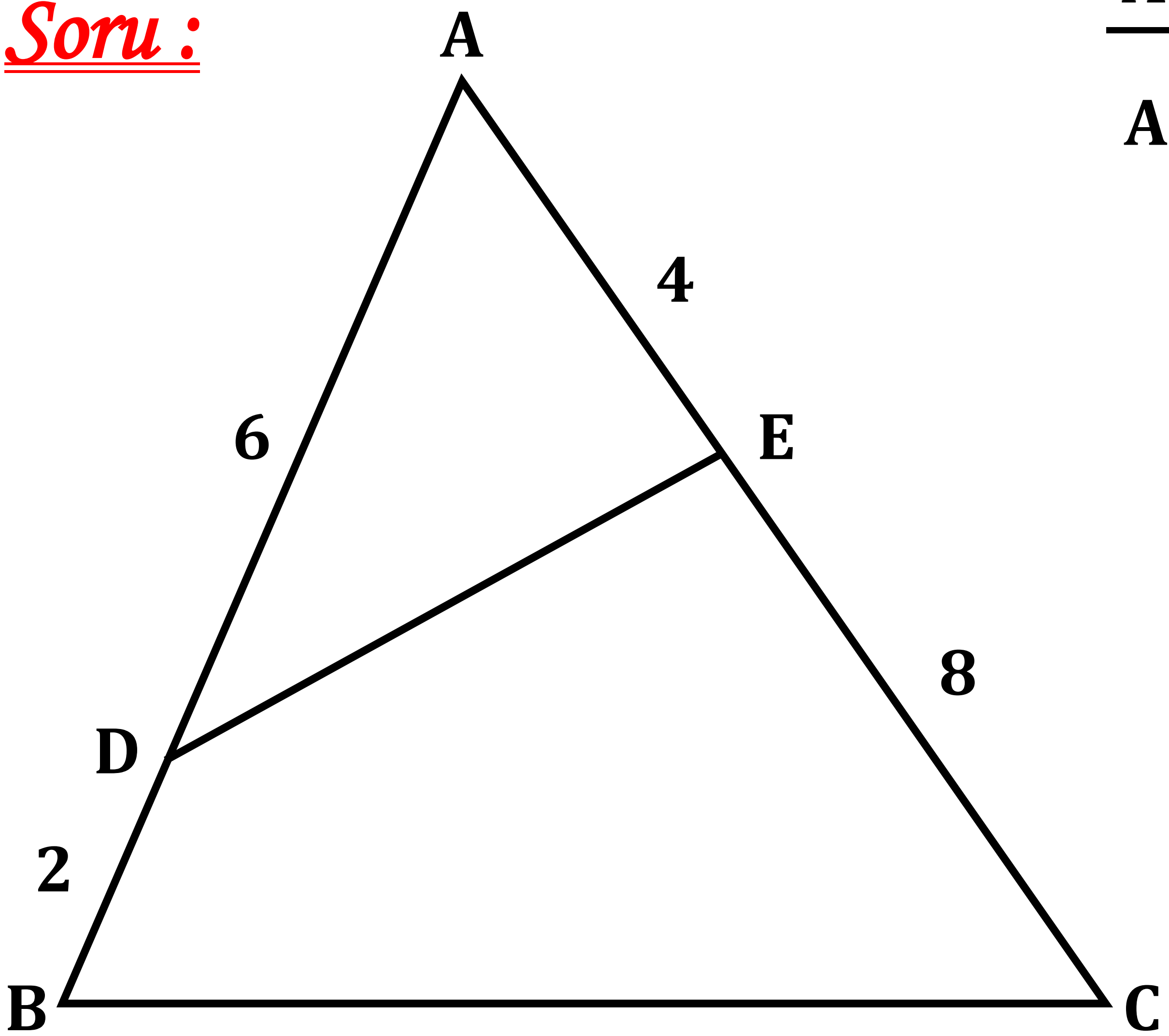
$A(\overset{\triangle}{ADC}) = ?$

Soru :



$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{AED})} = ?$$

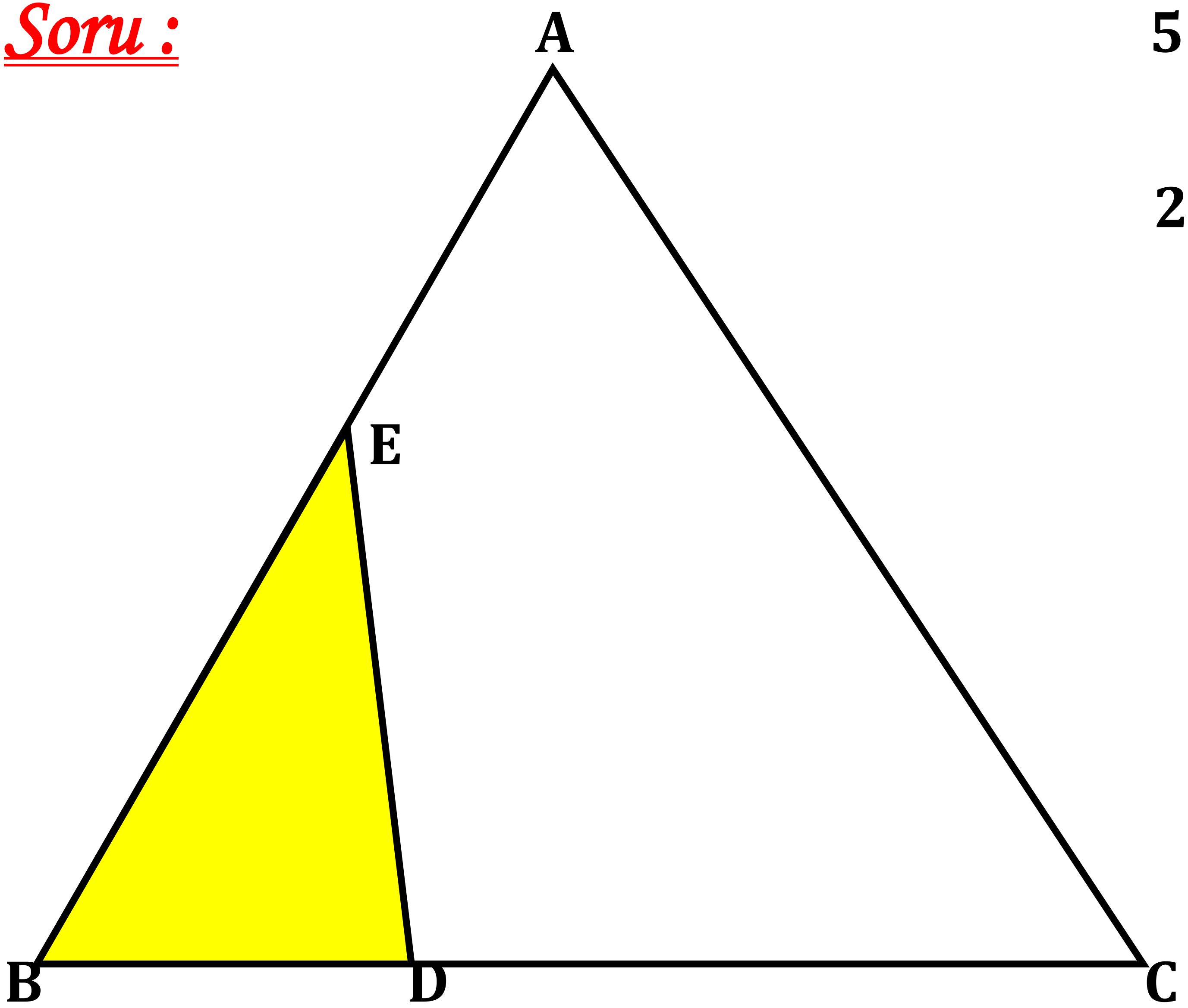
Soru :



$$\frac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = ?$$

(B ile E veya D ile C birleştirilir. Kural uygulanır.)

Soru :



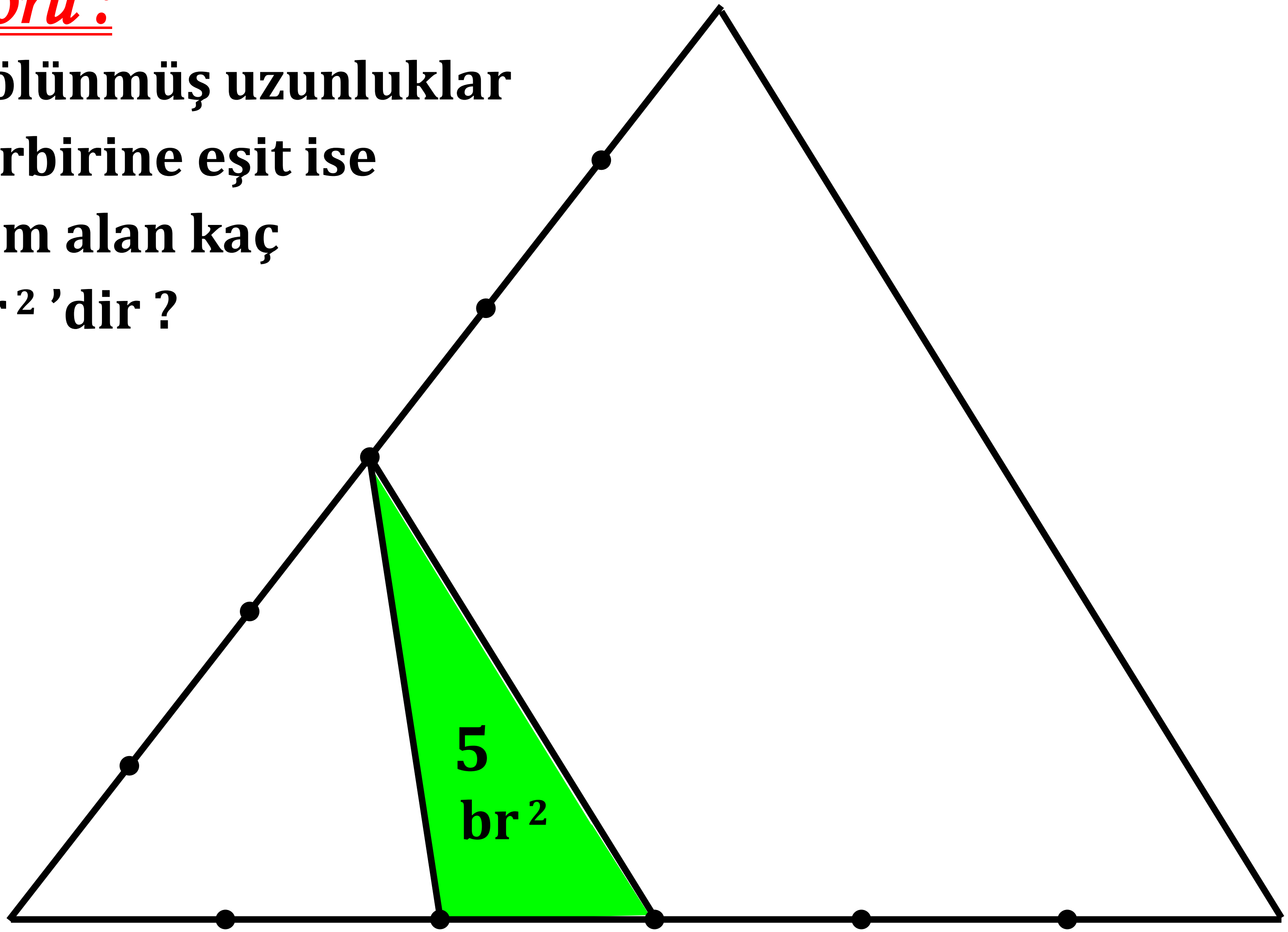
$5 \cdot |AE| = 3 \cdot |EB|$ ve

$2 \cdot |DC| = 7 \cdot |BD|$ ise

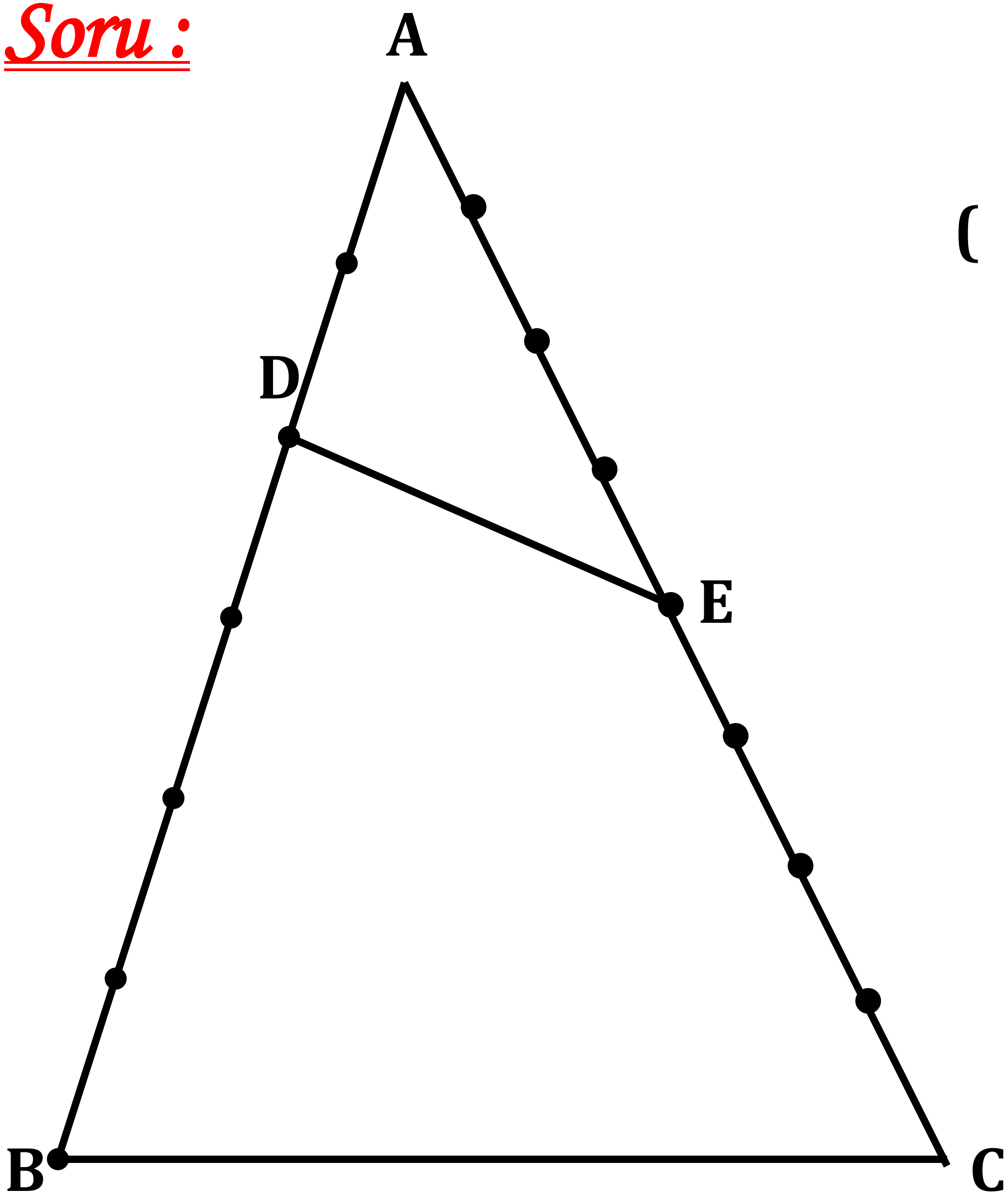
$$\frac{A(\overset{\triangle}{BDE})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = ?$$

Soru :

Bölünmüş uzunluklar birbirine eşit ise tüm alan kaç br ^{2} 'dir ?



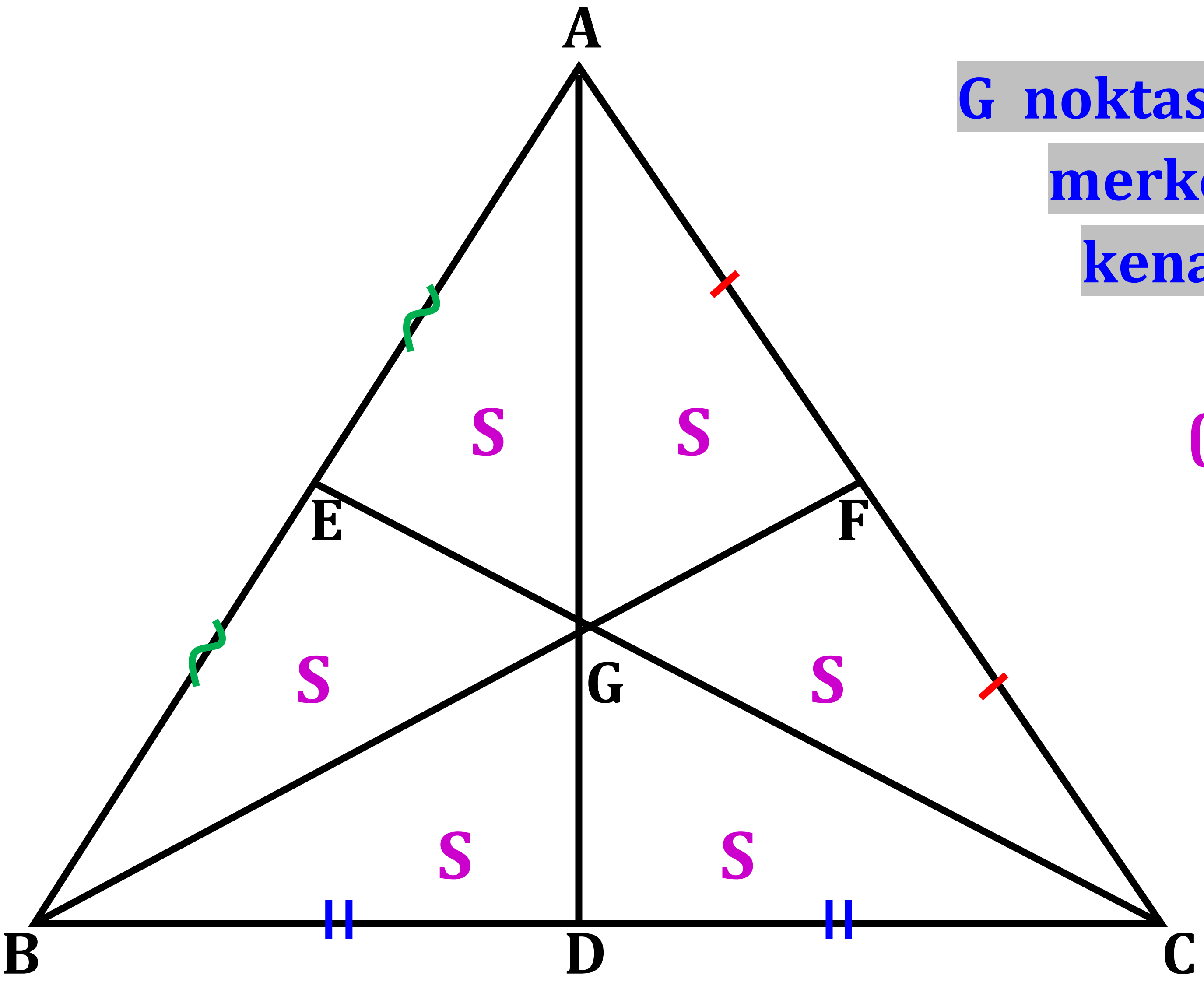
Soru :



$$\frac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(DECB)} = ?$$

(Kenar uzunlukları kendi içinde eş parçalara ayrılmışlardır.)

Kural 6: A) (Ağırlık Merkezi -Alan)

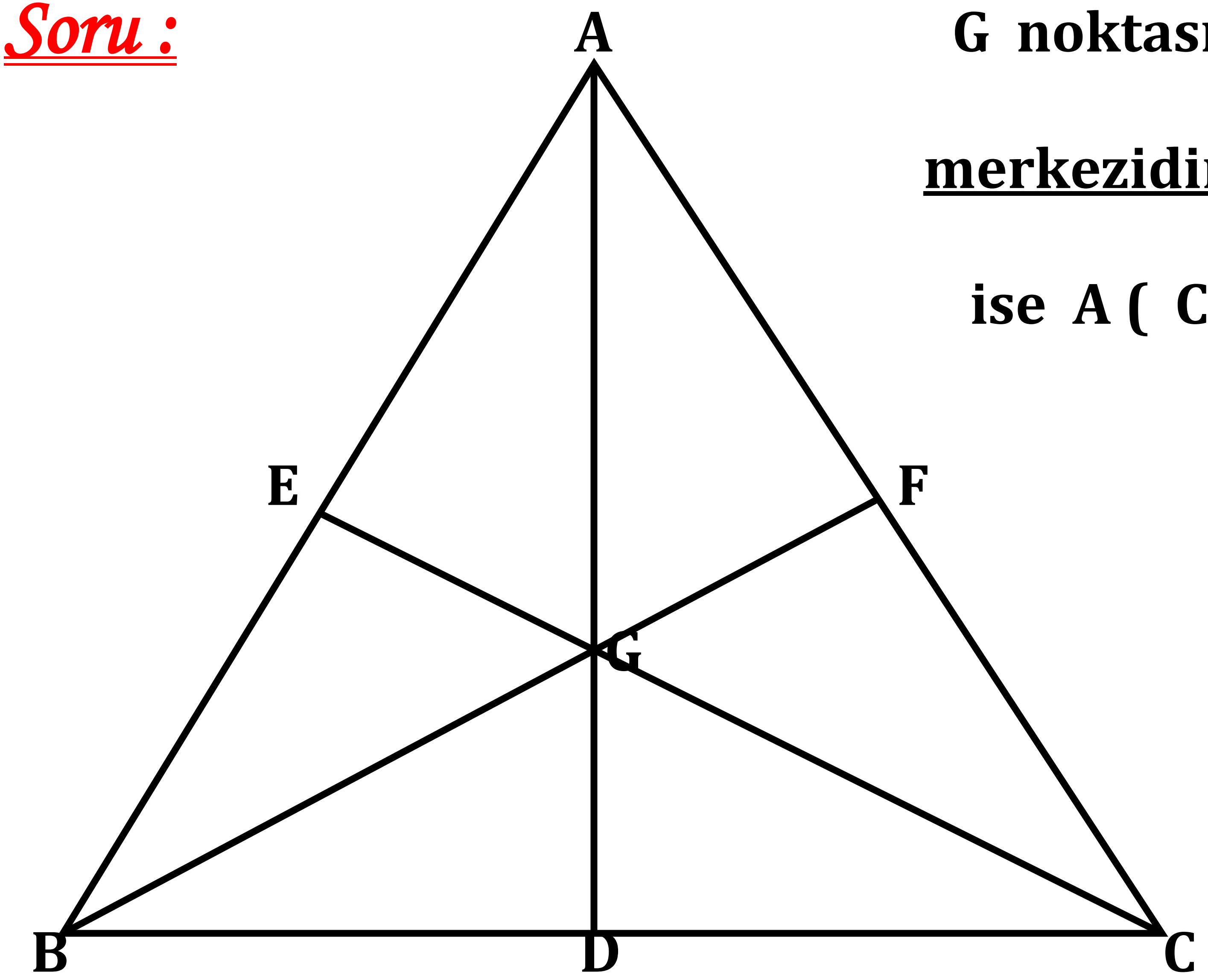


G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olsun. Bir üçgenin üç kenarortayı, üçgenin alanını 6 eşit bölgeye ayırır.

(S bölgelerin alanlarını göstermektedir.)

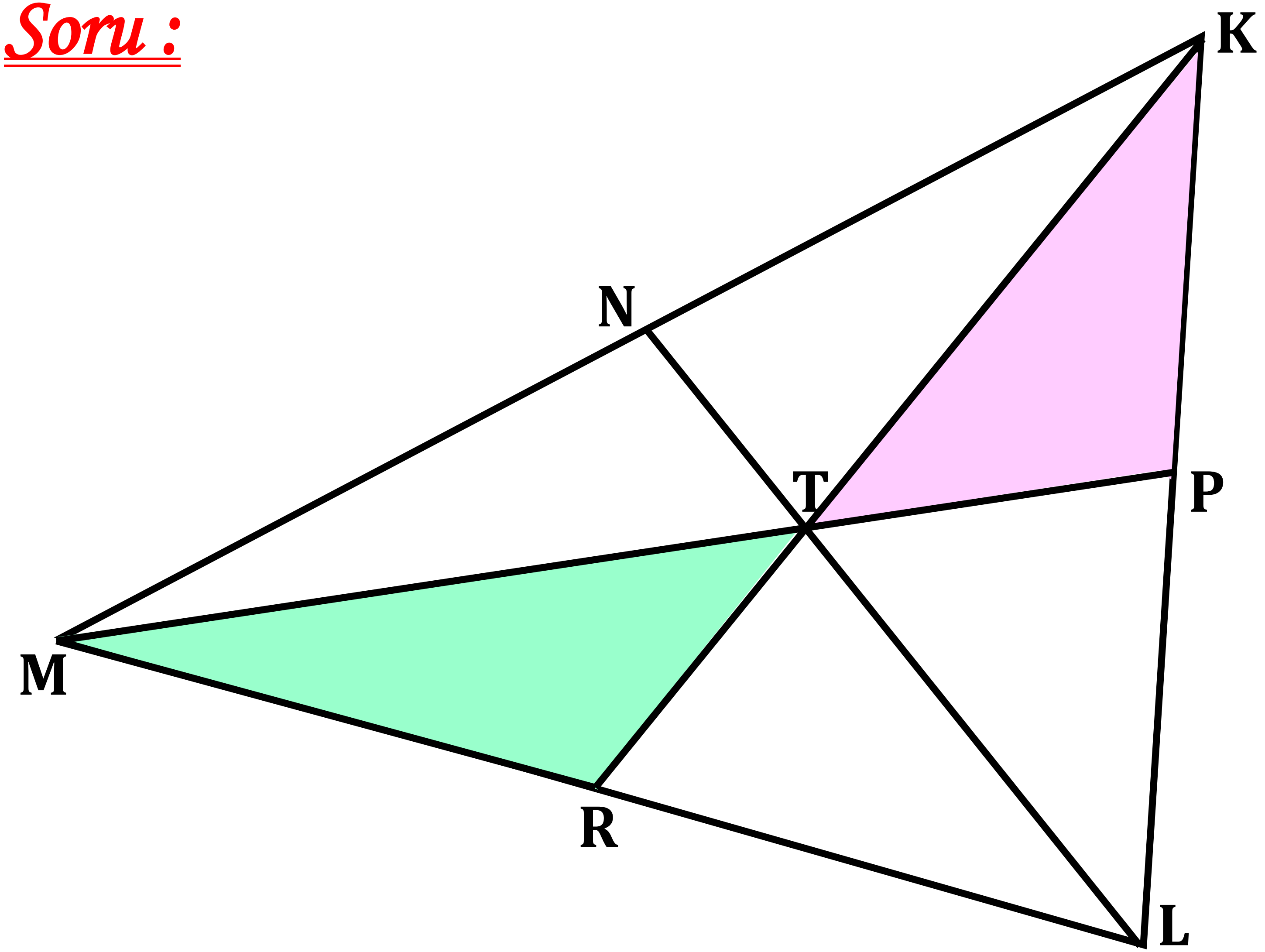
2. Yol : **Alan – taban ilişkisinden de istenen sonuç bulunabilir.**

Soru :



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 108$ br^2 ise $A(\overset{\triangle}{CGD}) + A(AEGF) = ?$

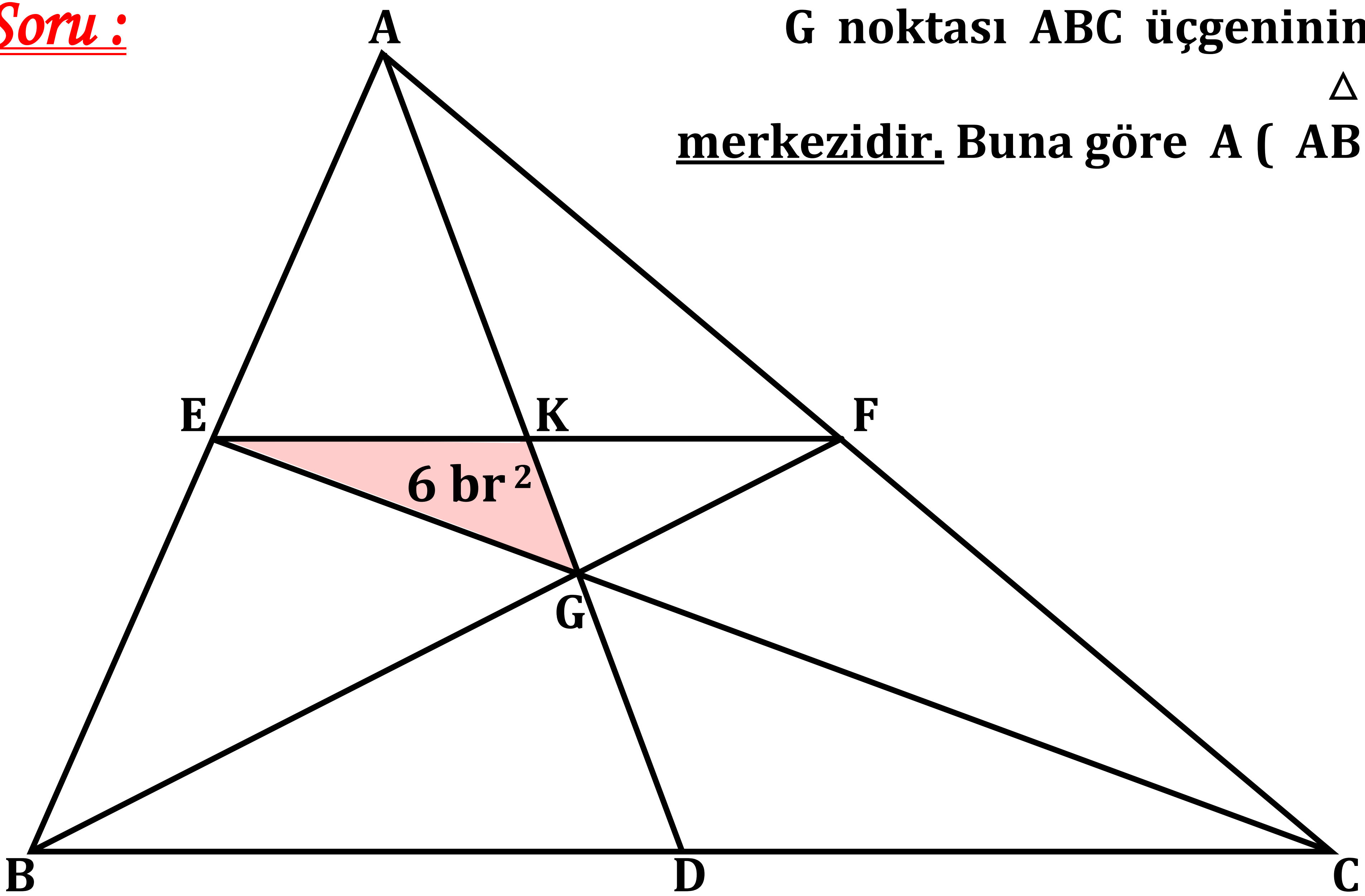
Soru :



A($\overset{\triangle}{KTP}$) = 4S – 12 br^2 ve A($\overset{\triangle}{TMR}$) = S + 3 br^2'dir. K, L ve M noktalarından yola çıkan üç kişi T noktasından geçerek karşı kenarın <u>orta noktalarına</u> ulaşıyor. Buna göre KLM üçgeninin alanını bulunuz.

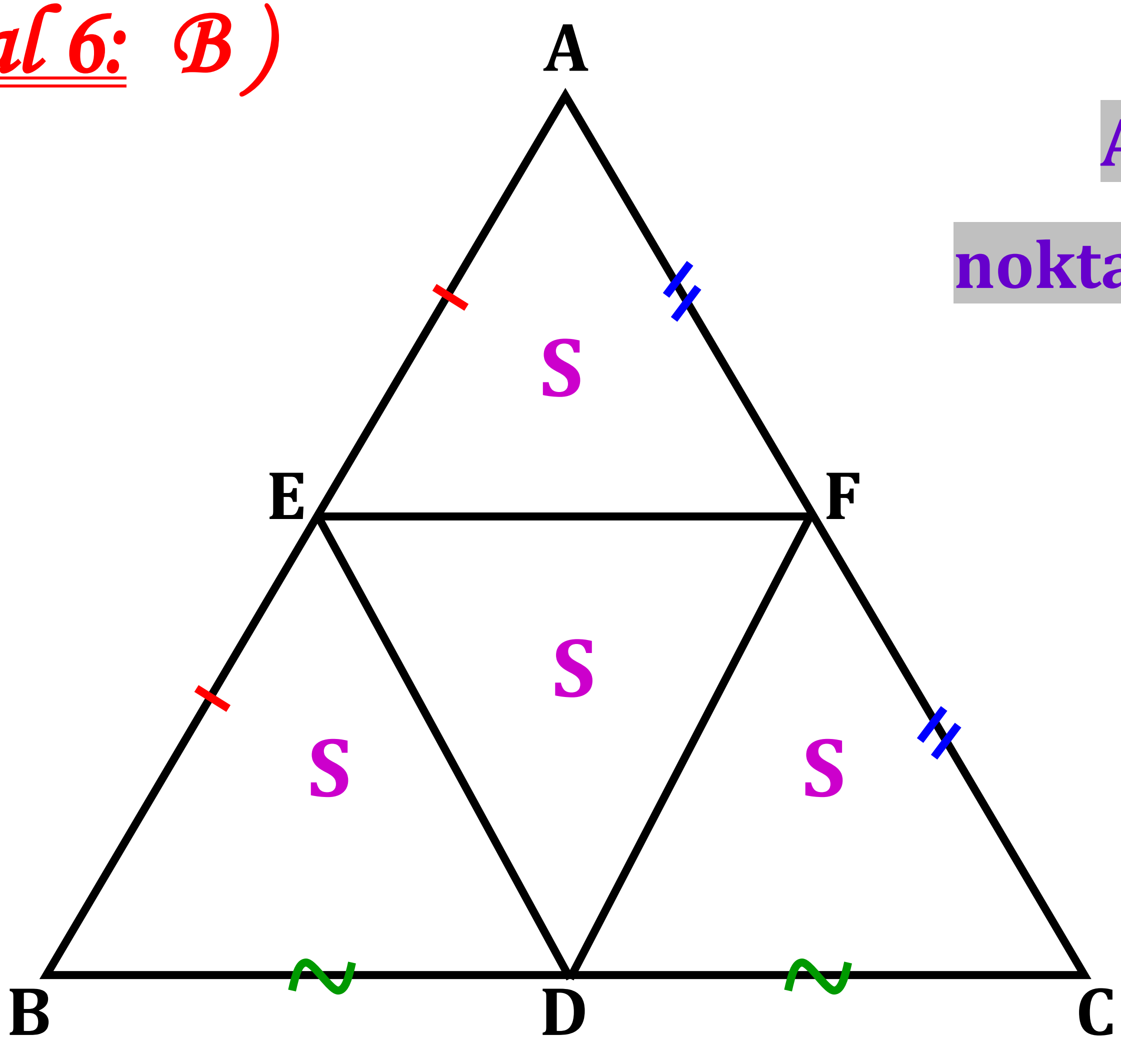
Soru :

G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. Buna göre $A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



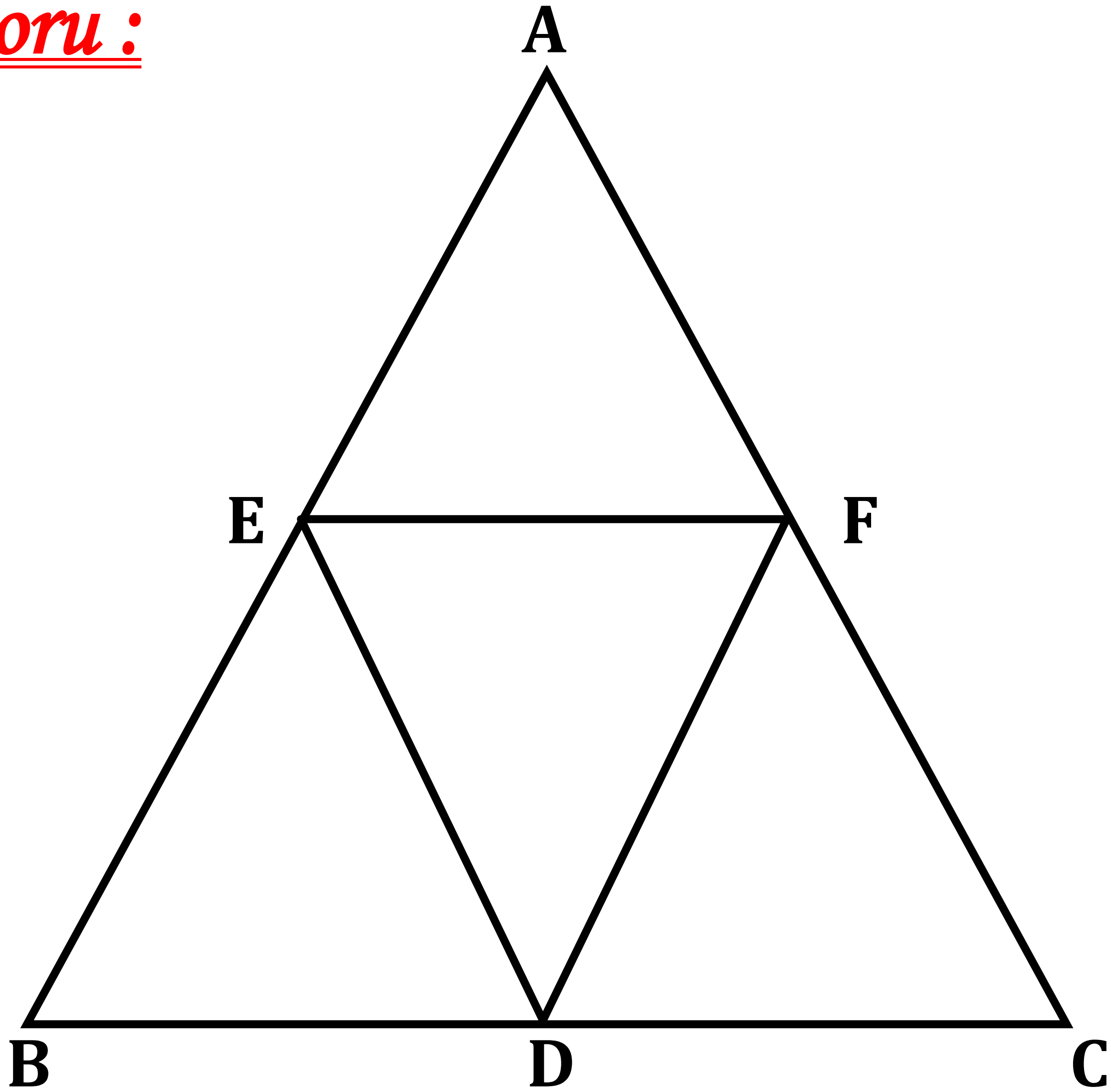
(Ağırlık merkezi ve 312 kuralından tüm alan bulunur.)

Kural 6: B)



ABC üçgeninde D , E , F orta noktalar ise şekildeki üçgenlerin alanları birbirine eşittir.

Soru :



D , E , F orta noktalar olup

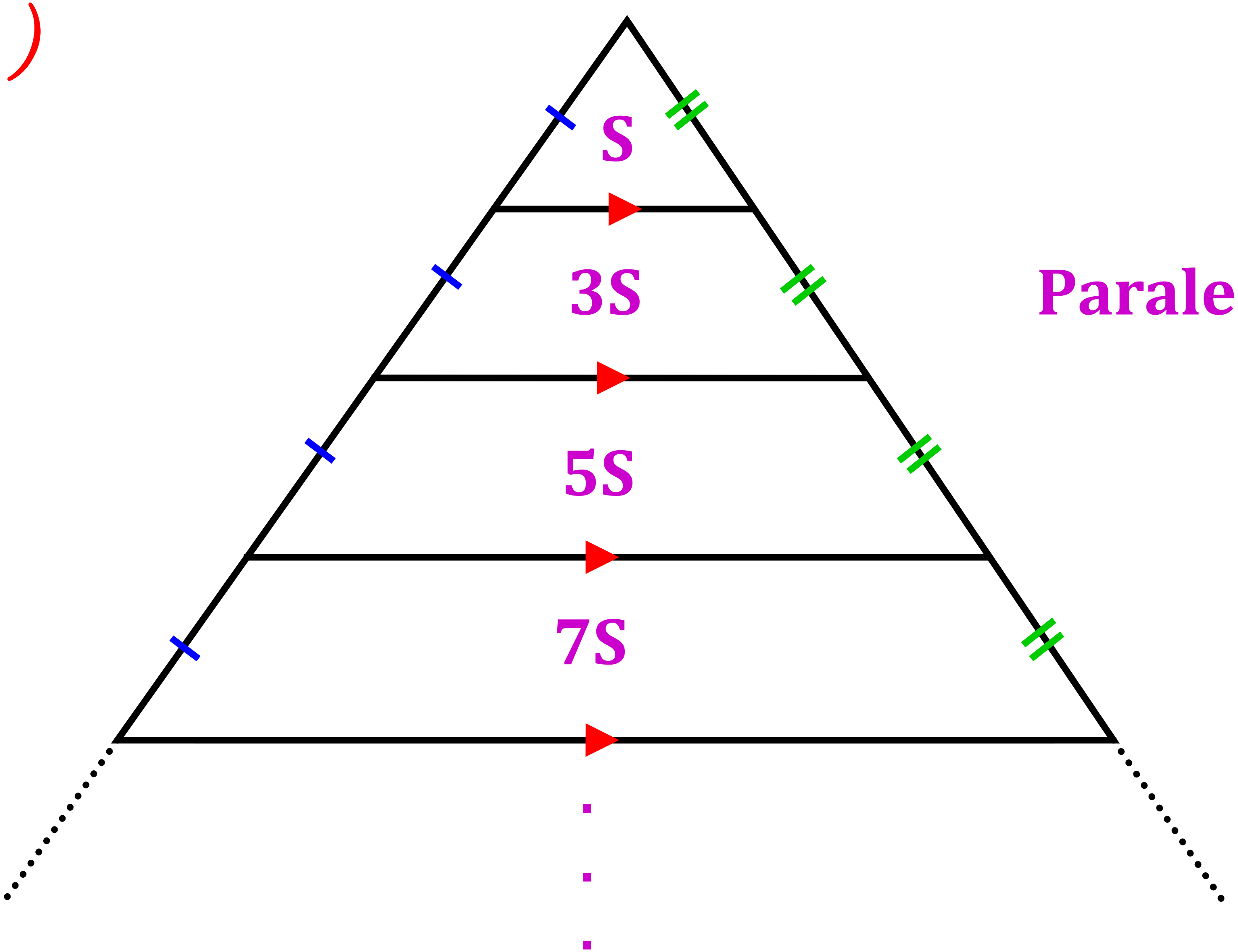
$A(\overset{\triangle}{BDE}) = A + 15\ br^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 5A - 4\ br^2$ ise

$A(\overset{\triangle}{DEF}) = ?$

Kural 7: (Alan – Benzerlik İlişkisi)

A)



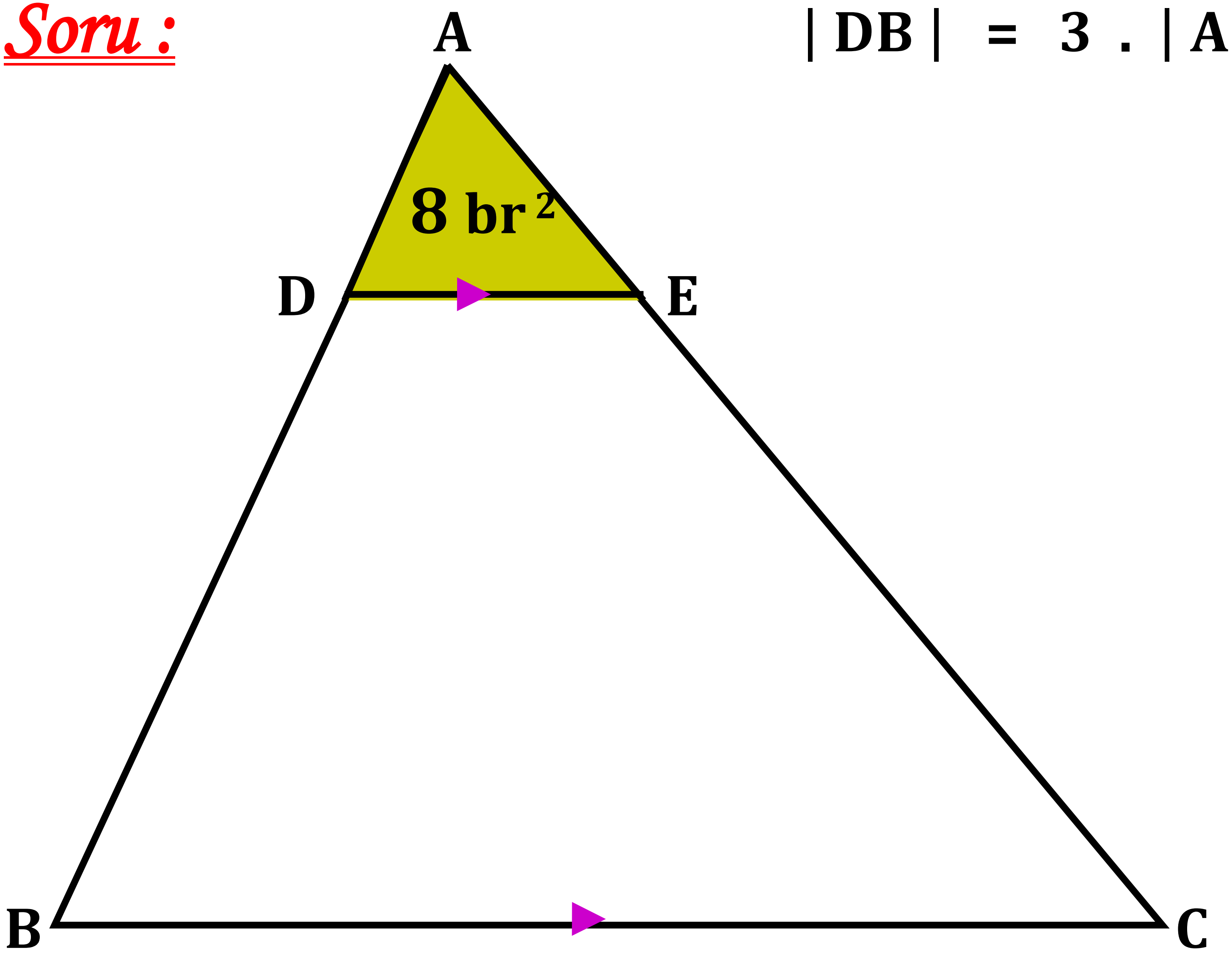
Paralellik varsa alanlar şekildeki gibi olmalıdır.

2. Yol : Bir sonraki B kuralından da istenen bulunabilir.

Soru :

$|DB| = 3 . |AD|$ ise $A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$[DE] // [BC]$'dir.

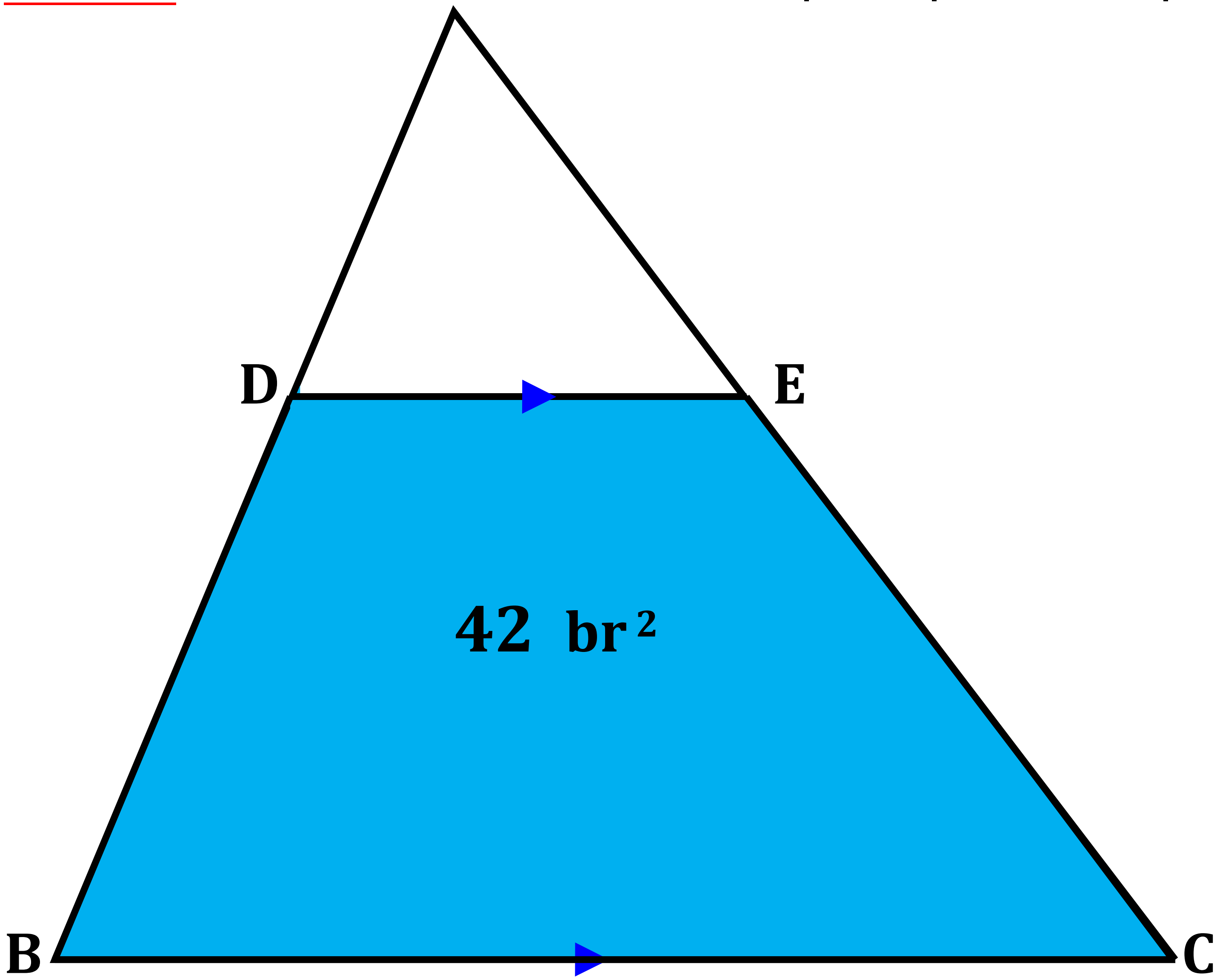


(Fazla olan uzunlukları parçala ve kurala benzet.)

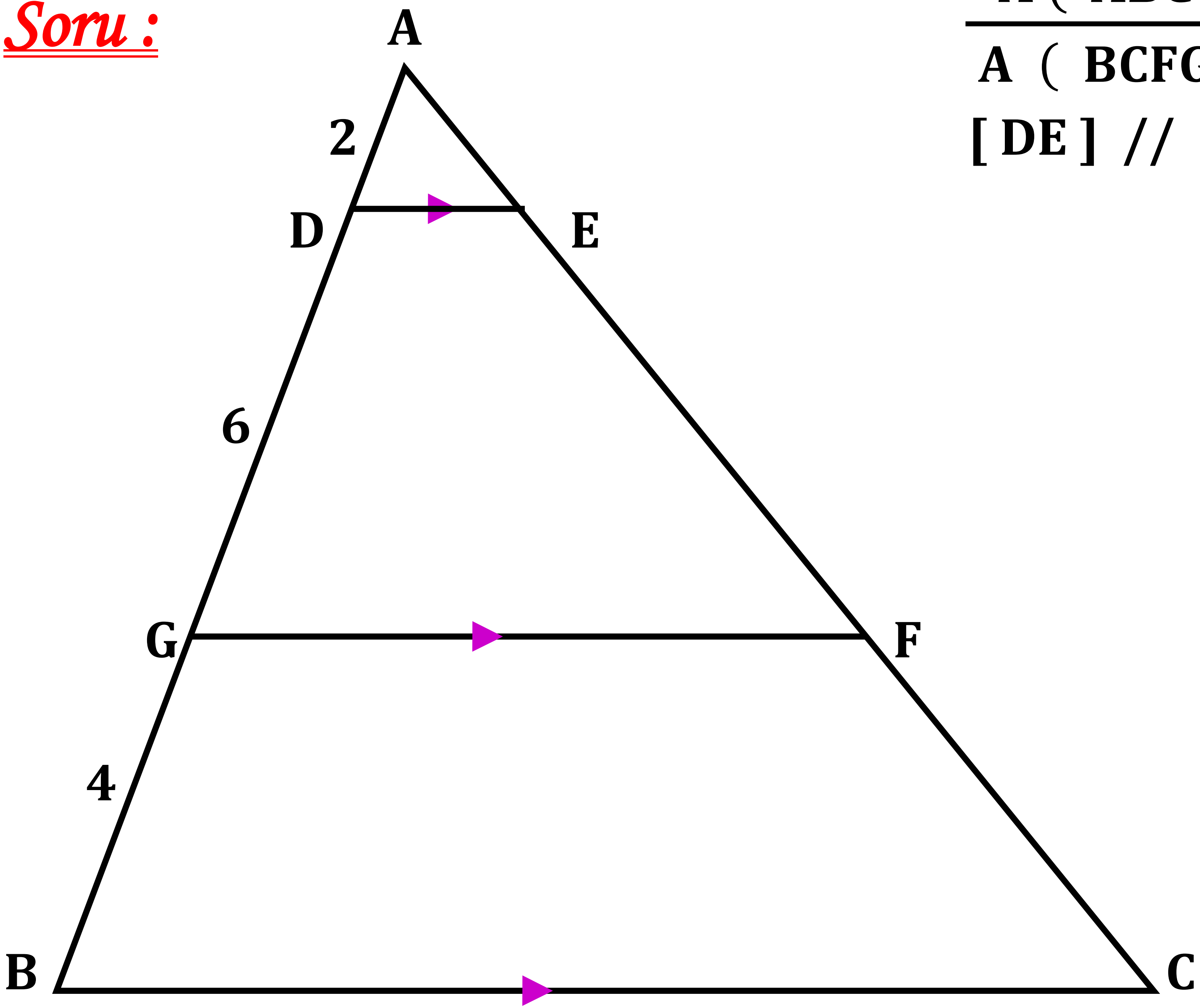
Soru :

3 . |AD| = 2 . |DB| ise $A(\overset{\triangle}{ADE}) = ?$

[DE] // [BC]'dir.



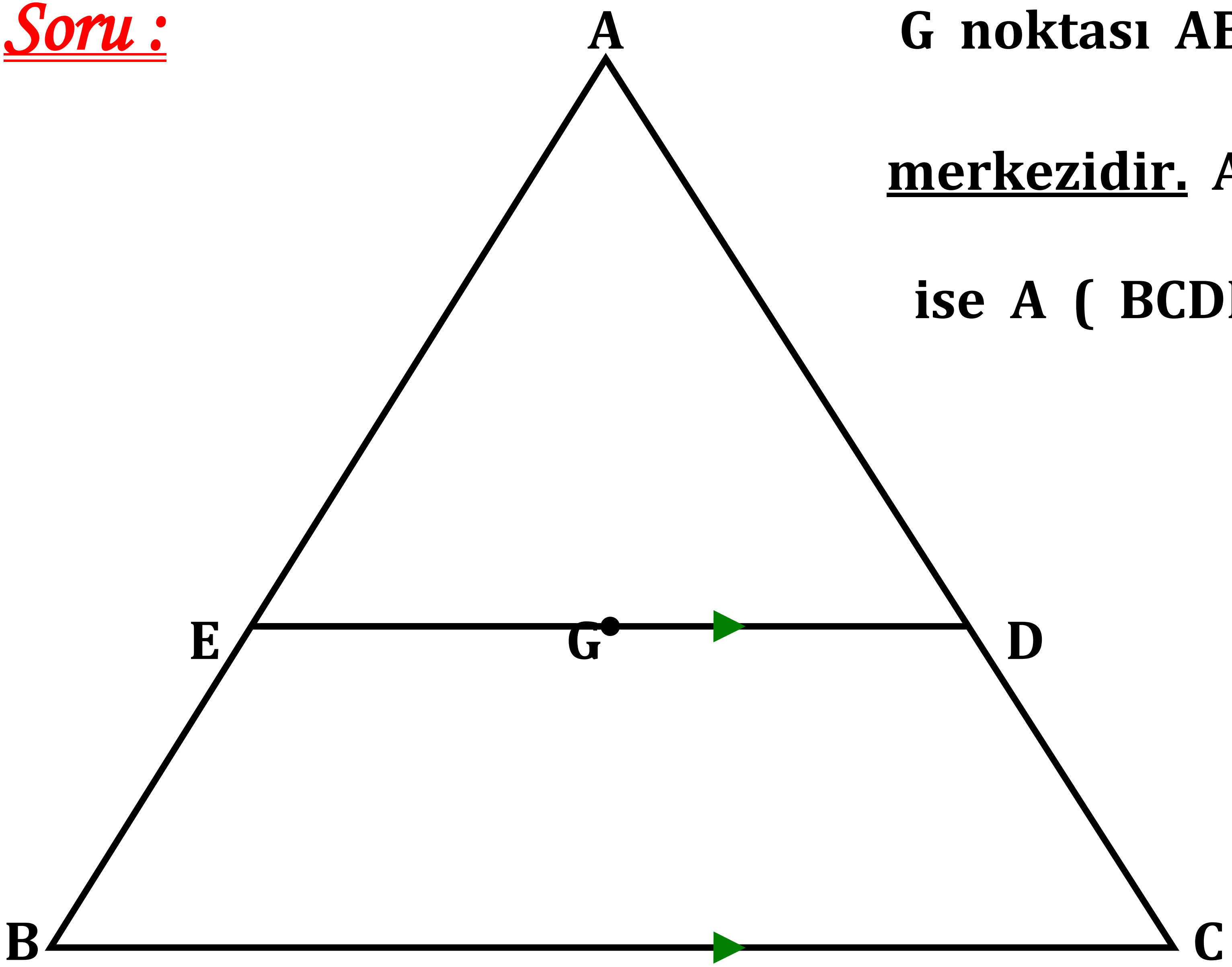
Soru :



$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(BCFG)} = ?$$

[DE] // [GF] // [BC]'dir.

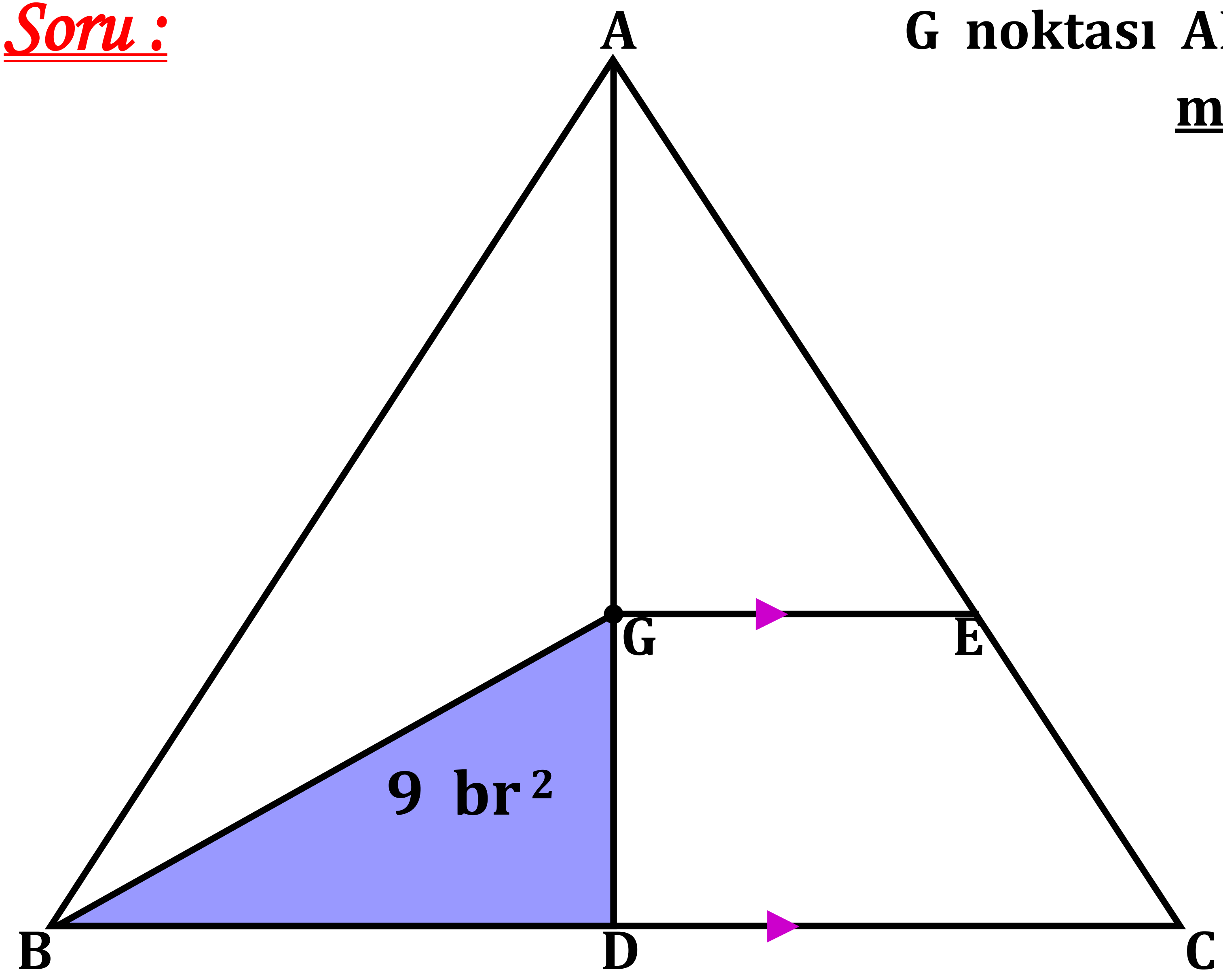
Soru :



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 72\ br^2$ **ise** $A(BCDE) - A(\overset{\triangle}{AED}) = ?$

[ED] // [BC]'dir.

Soru :



G noktası ABC üçgeninin <u>ağırlık merkezidir.</u> Buna göre

A (CDGE) = ?

[GE] // [BC] ’dir.

Kural 7: (Alan – Benzerlik İlişkisi)

B) **Benzer olan iki üçgenin alanları oranı, benzerlik oranının karesine eşittir.**

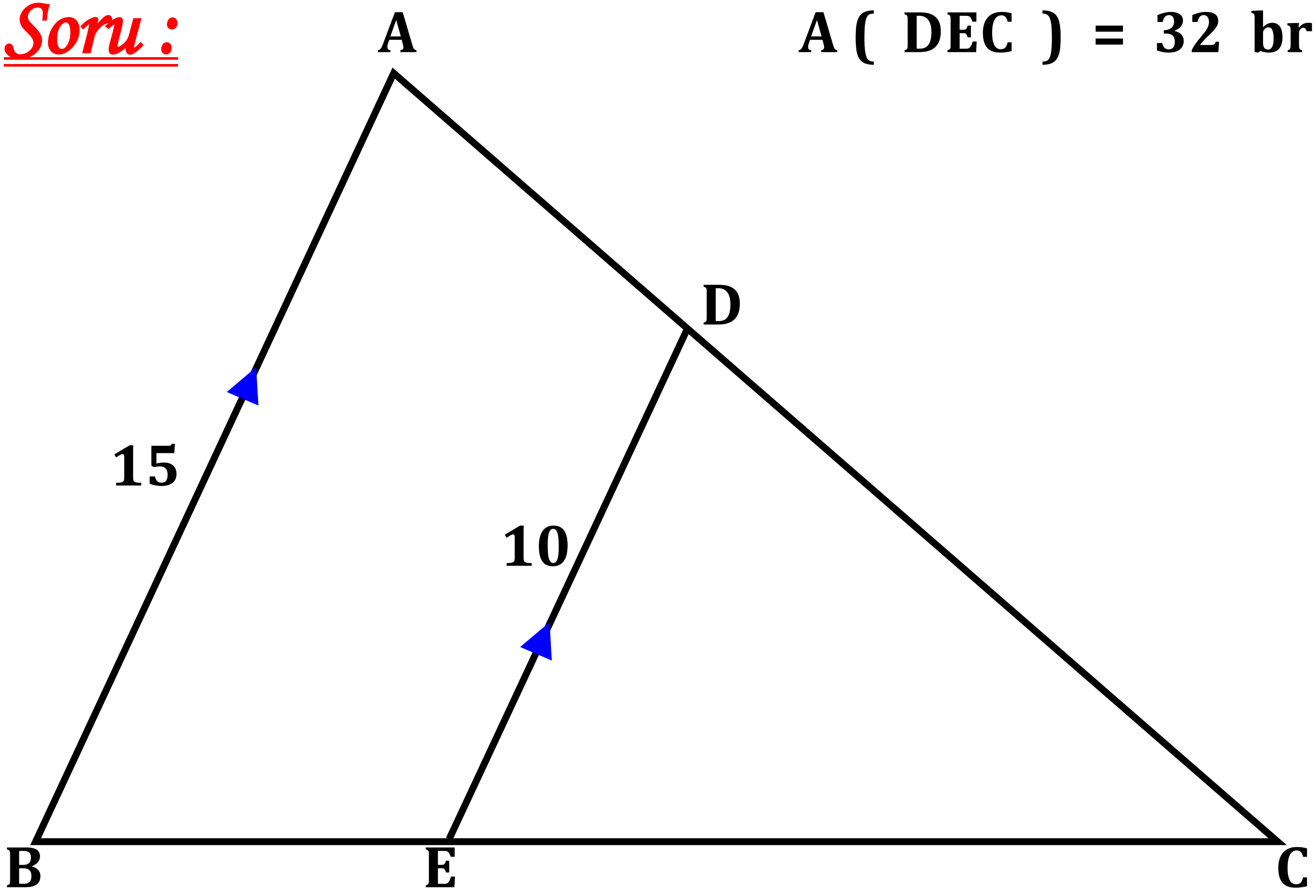
Soru : $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ olup; $|BC| = 6$, $|EF| = 4$ br ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 72$ br^2 ise $A(\overset{\triangle}{DEF}) = ?$

Soru :

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = 32\ br^2$ ise $A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$[DE] \parallel [AB]$'dir.



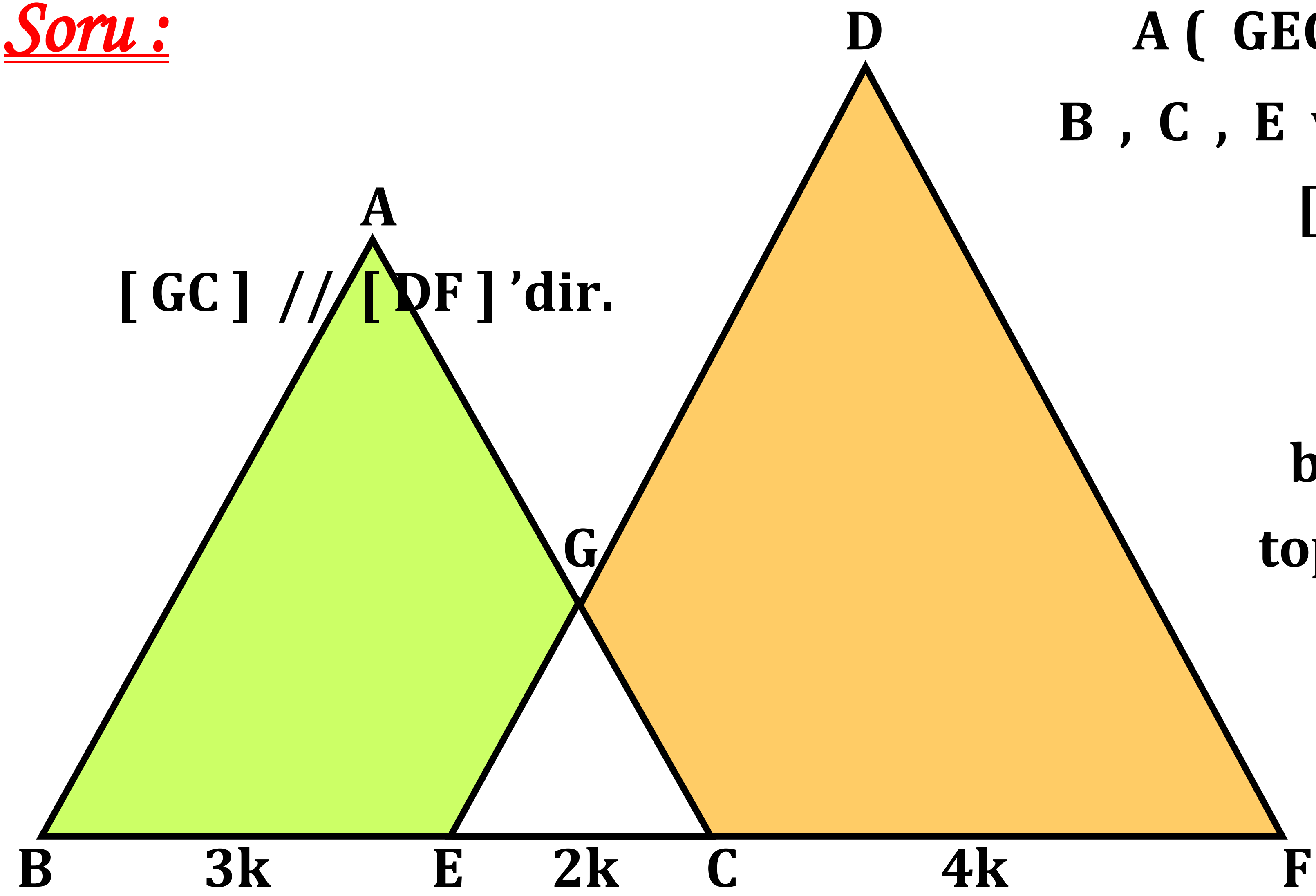
Soru :

$A(\overset{\triangle}{GEC}) = 12 \text{ br}^2$'dir.

B , C , E ve F doğrusaldır.

[AB] // [GE] ve

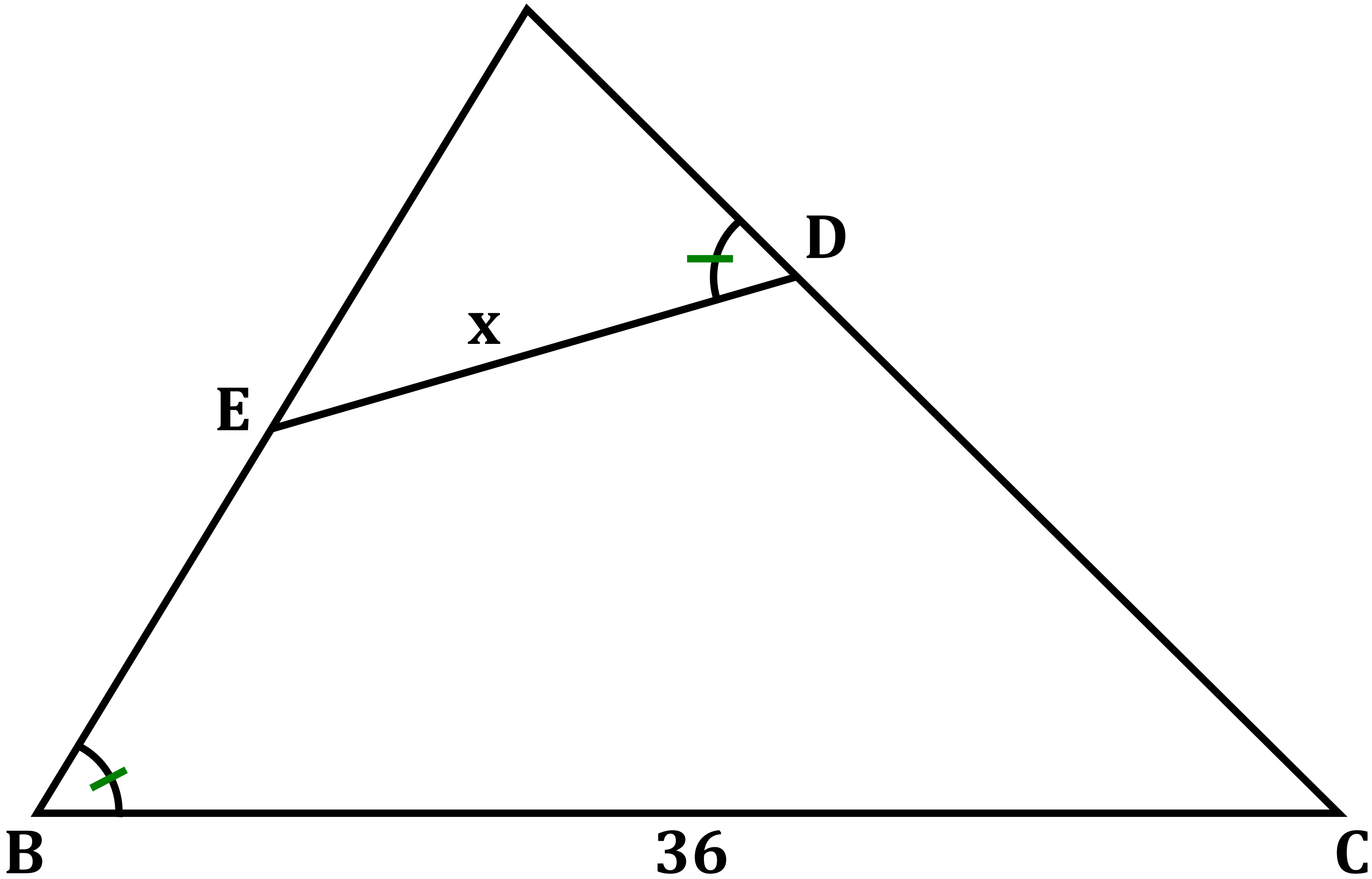
[GC] // [DF]'dir.



Buna göre boyalı bölgelerin alanları toplamını bulunuz.

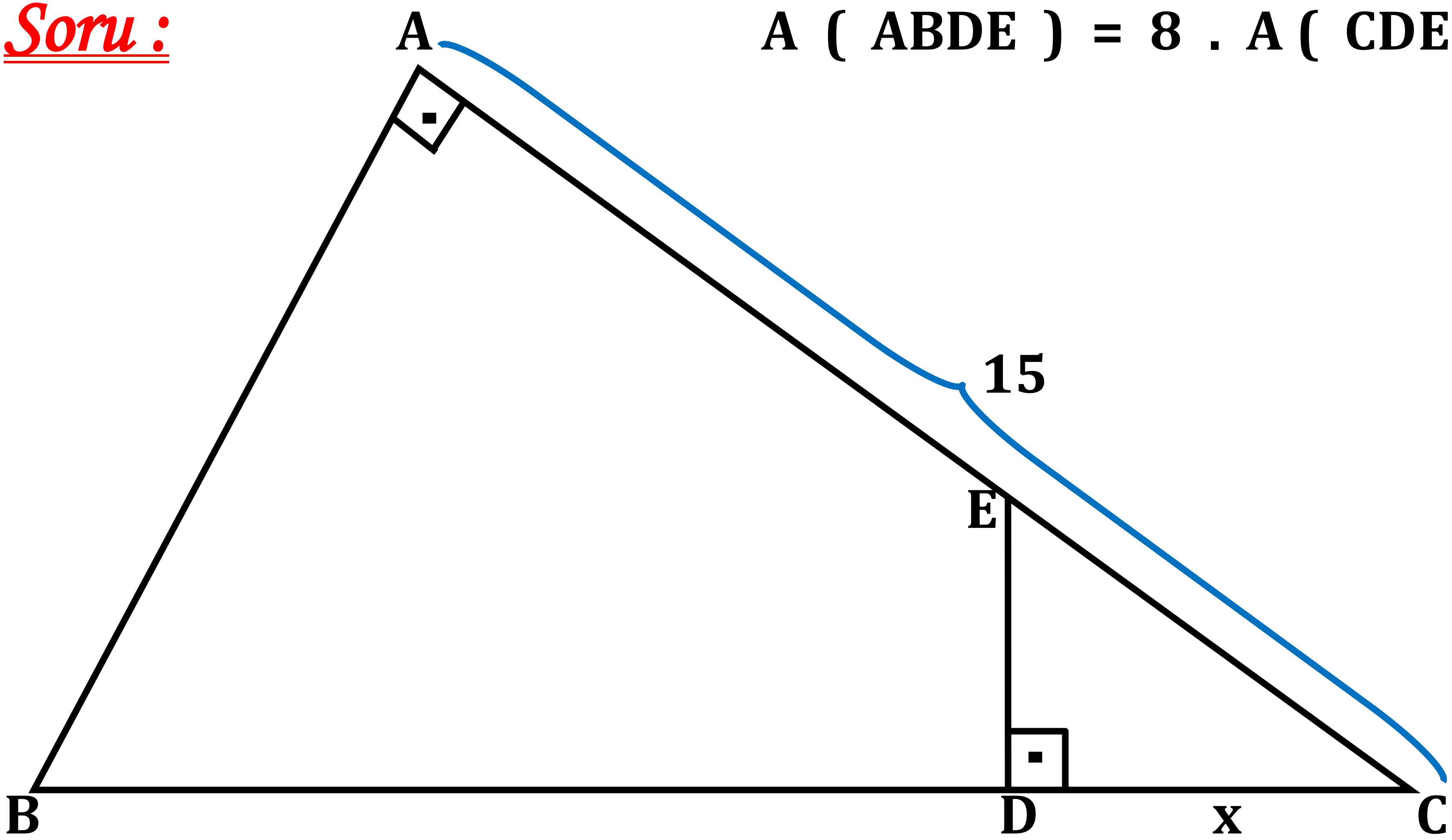
Soru :

$A(BCDE) = 3 \cdot A(\overset{\triangle}{ADE})$ ise $x = ?$



Soru :

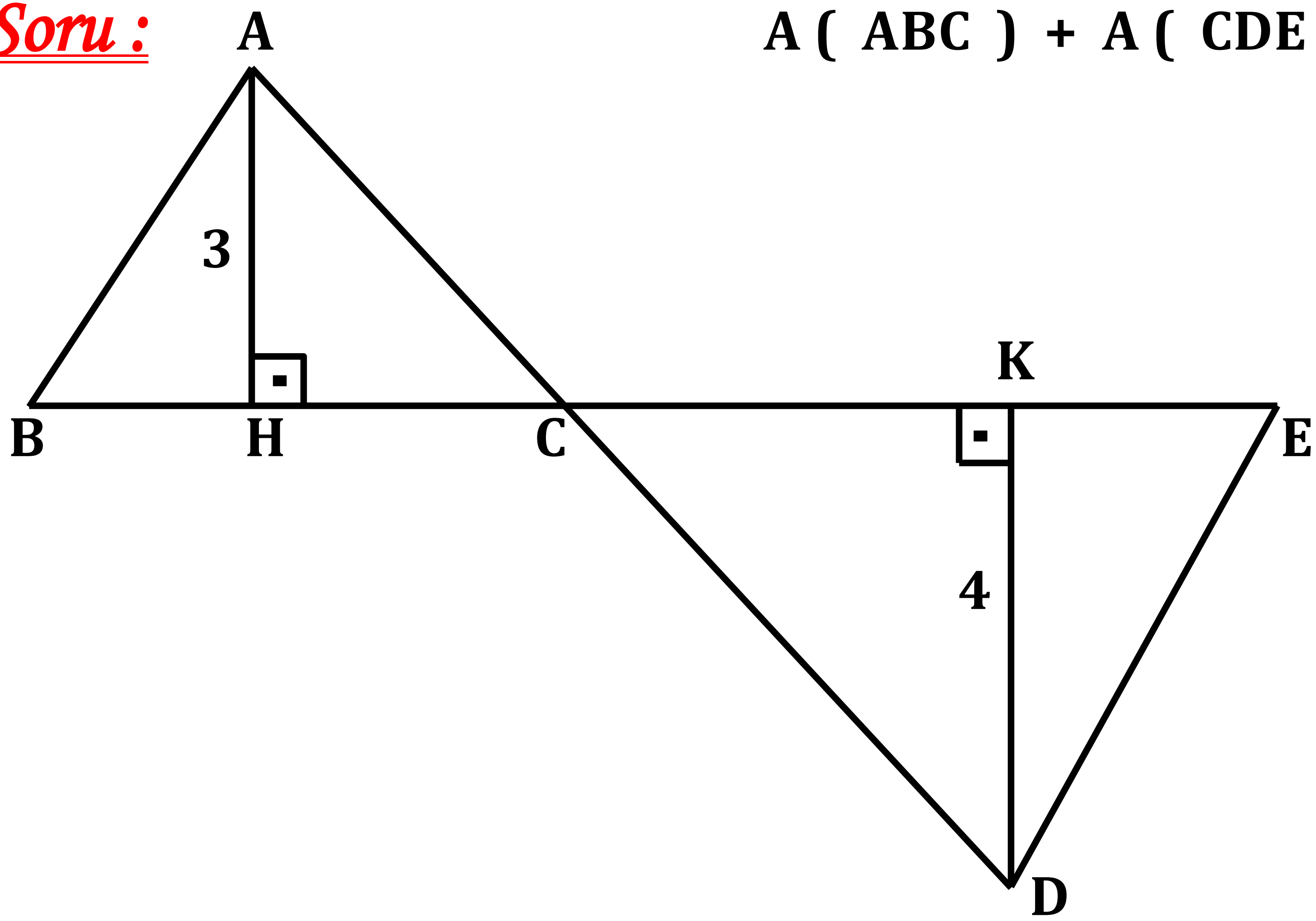
$A(ABDE) = 8 \cdot A(\overset{\triangle}{CDE})$ ise $x = ?$



Soru :

$A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\triangle}{CDE}) = 100 \text{ br}^2$ ise

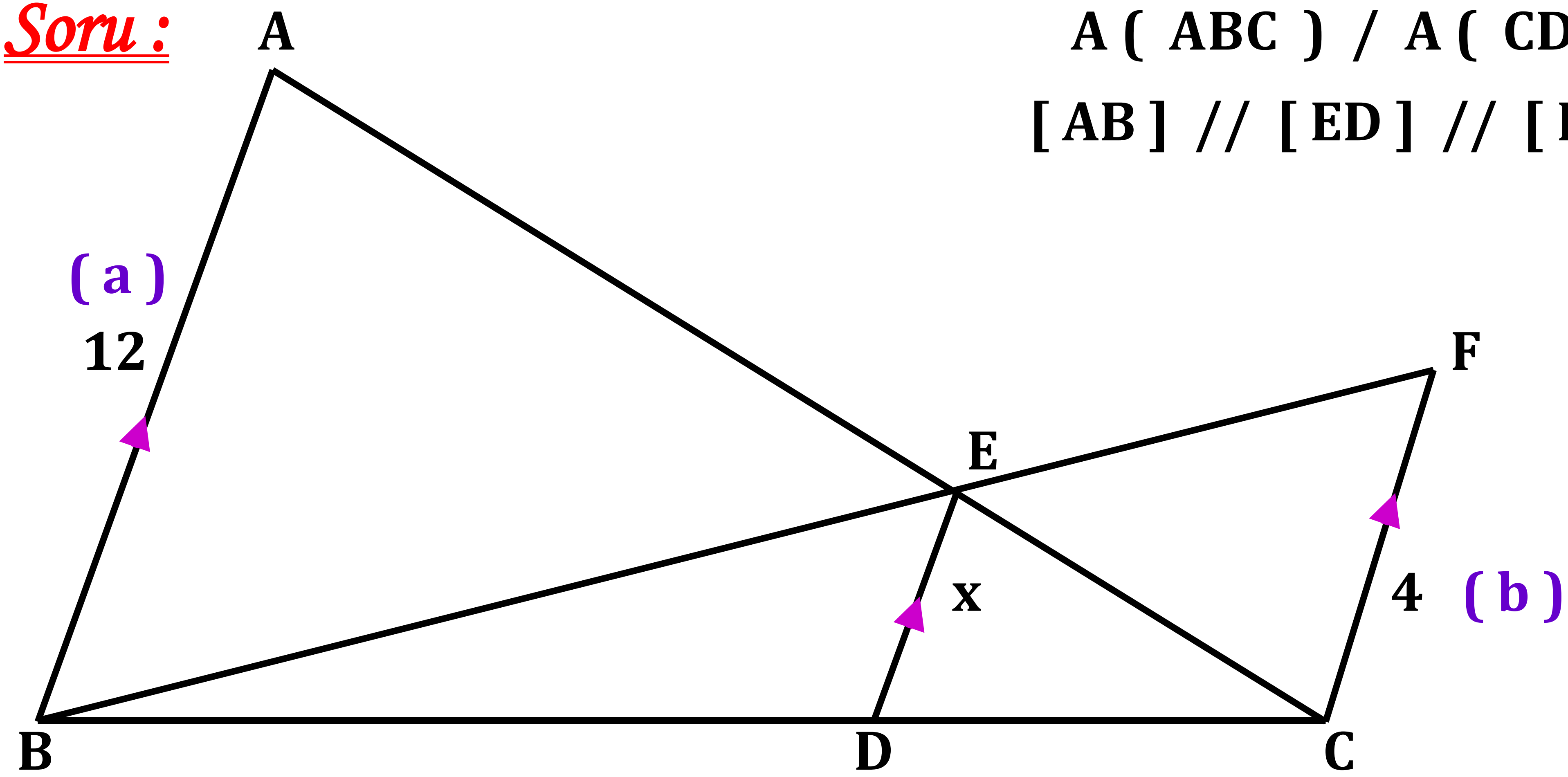
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



Soru :

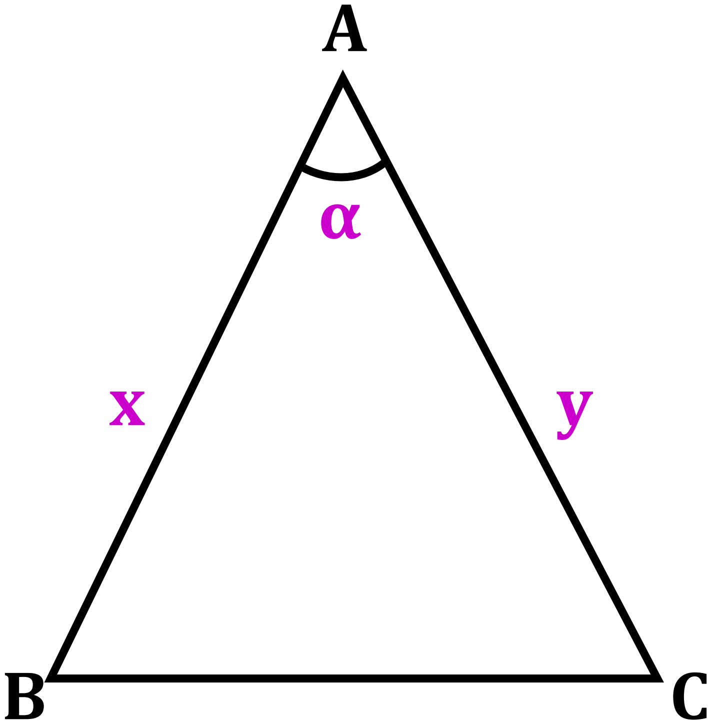
$A(\overset{\triangle}{ABC}) \,/\, A(\overset{\triangle}{CDE}) = ?$

$[AB] \,//\, [ED] \,//\, [FC]$'dir.



$\left(x = \dfrac{a \,.\, b}{a + b} \text{ idi.} \right)$

Sinüslü Alan Formülü

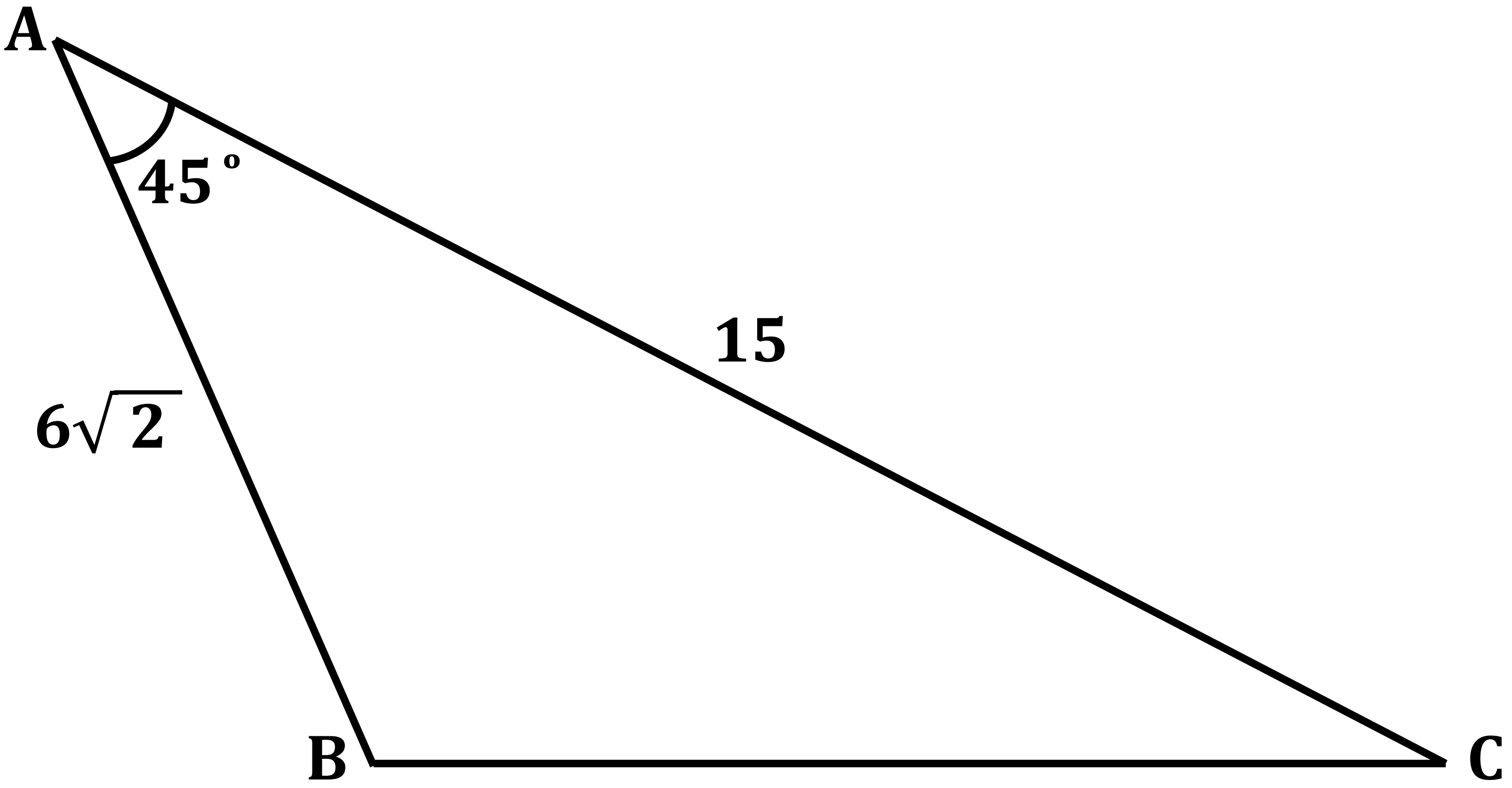


Bir üçgenin alanı, iki kenar uzunluğu ve bu kenarların oluşturduğu açının ölçüsünün sinüs değerinin çarpımının yarısına eşittir.

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{x \,.\, y}{2} \,.\, \sin\alpha$$

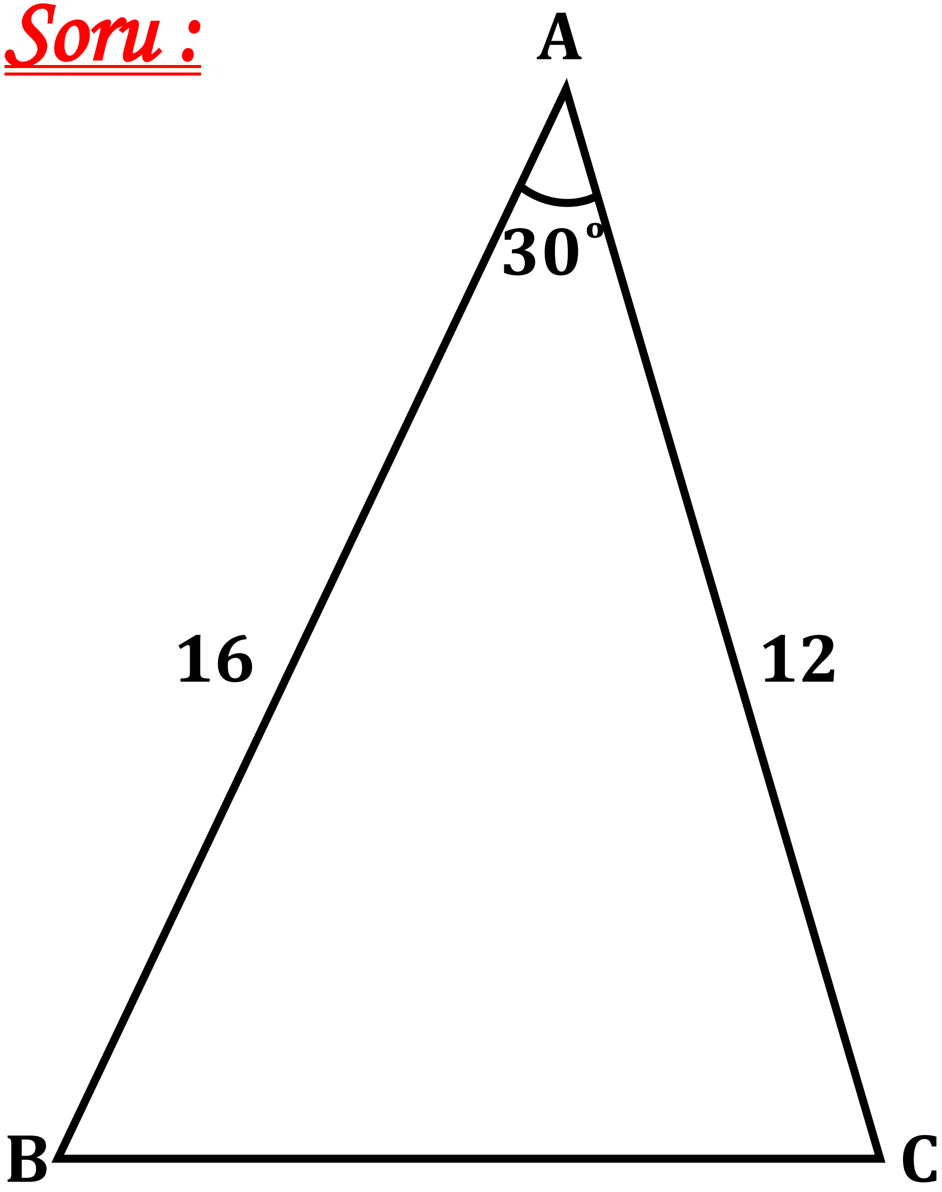
x	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
sin x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$

Soru : $A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



(B ’den [AC] ’ye dik indirilerek de alan bulunabilir.)

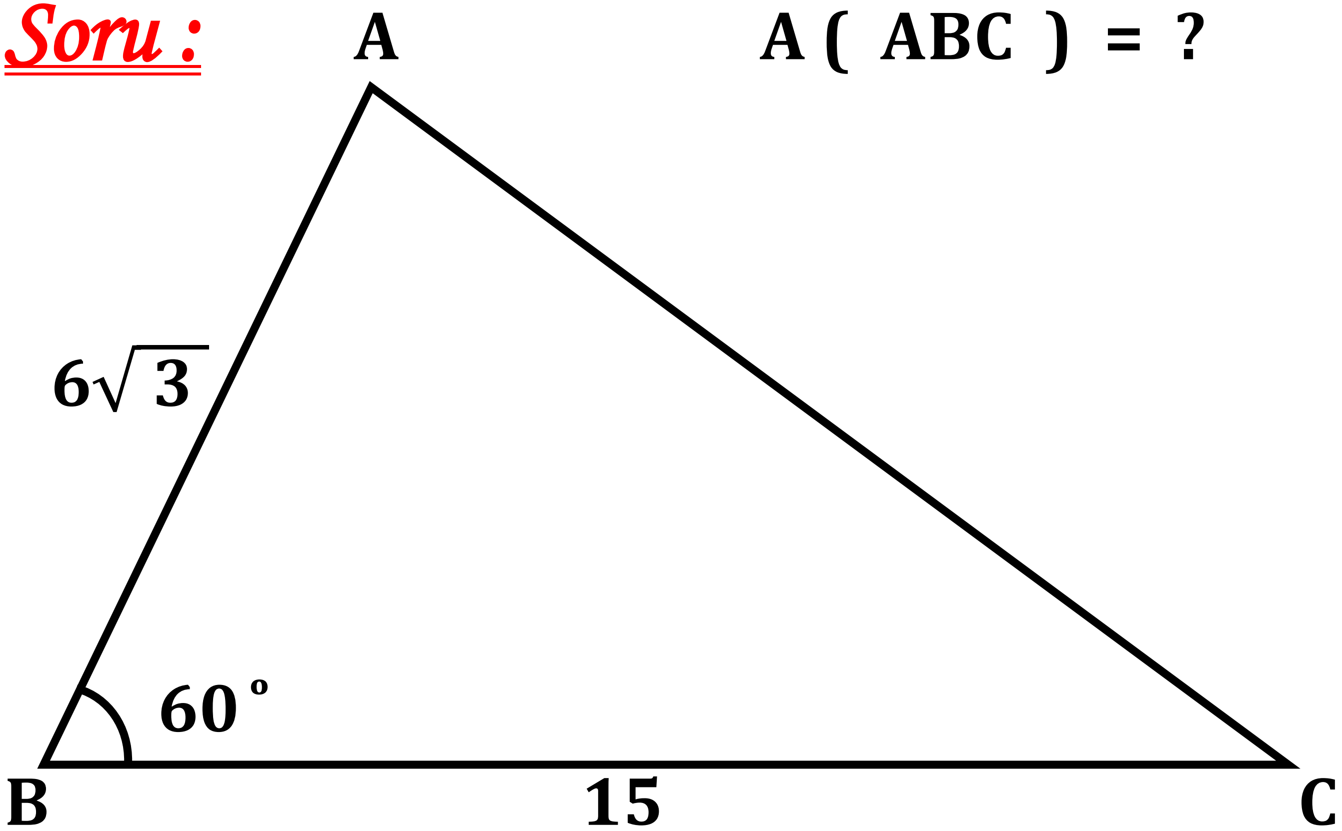
Soru :



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

Soru :

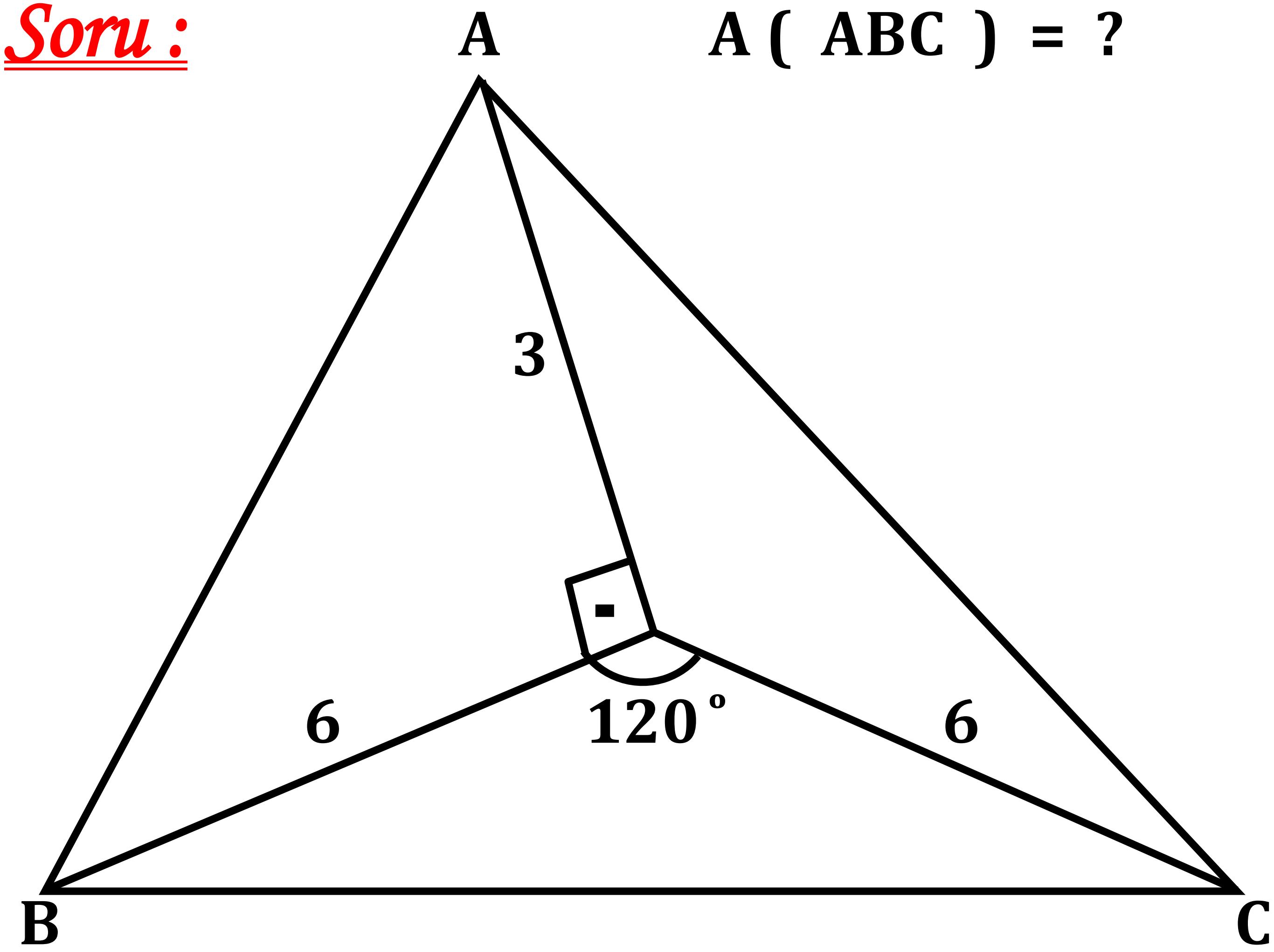
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



Soru : **Kenarları 12 ve 18 br olan bir üçgenin alanı en fazla kaç br^2 olur ?**

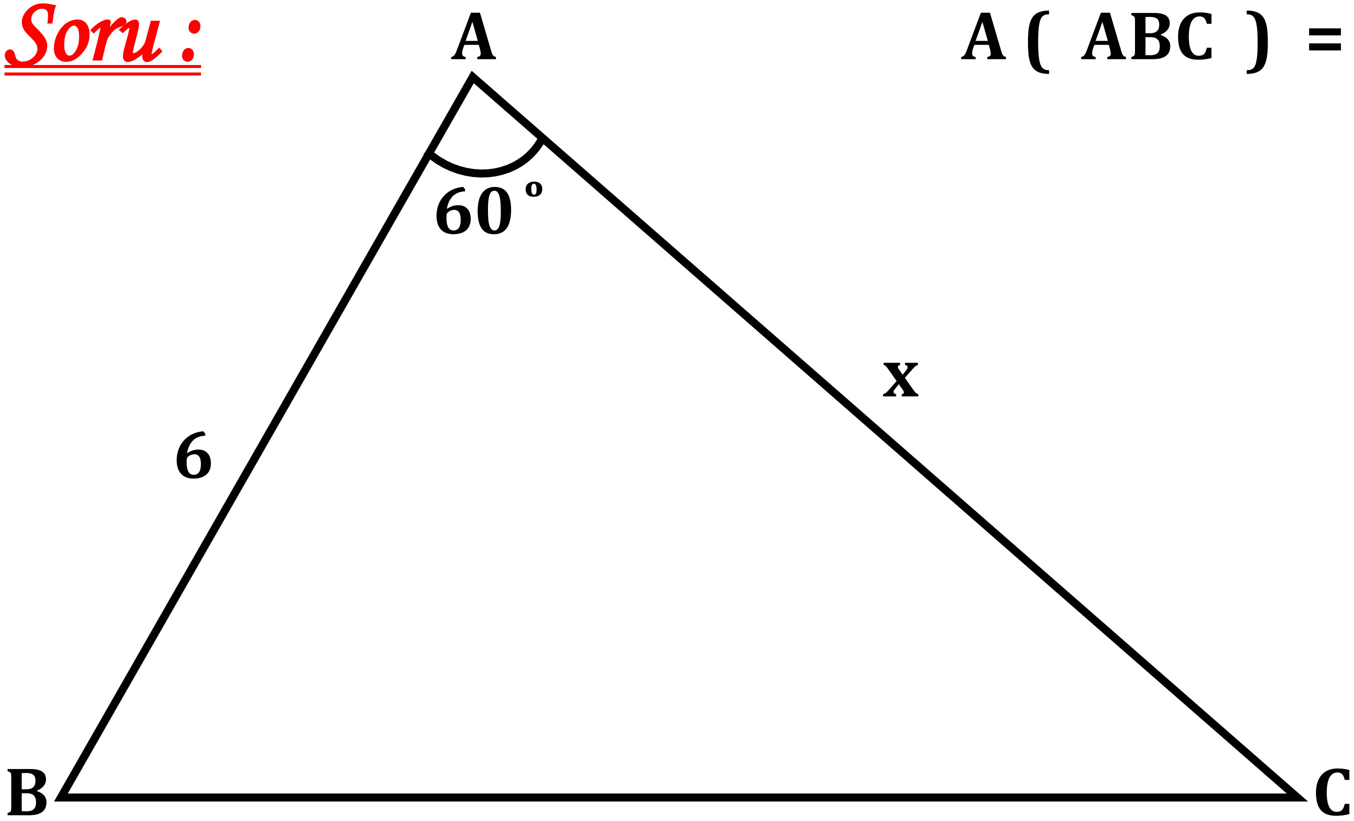
Soru :

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



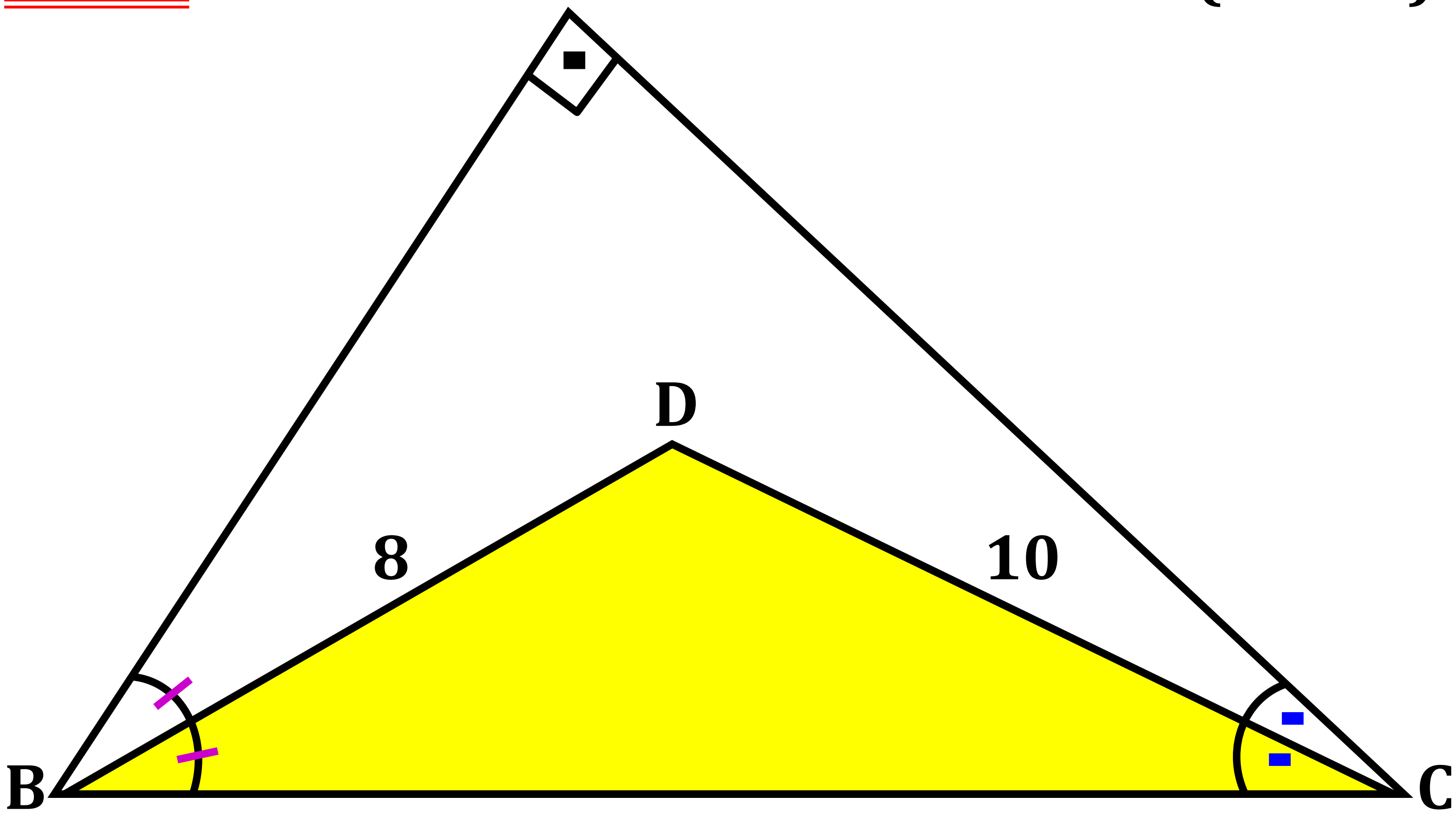
Soru :

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 12\sqrt{3} \text{ br}^2 \text{ ise } x = ?$$

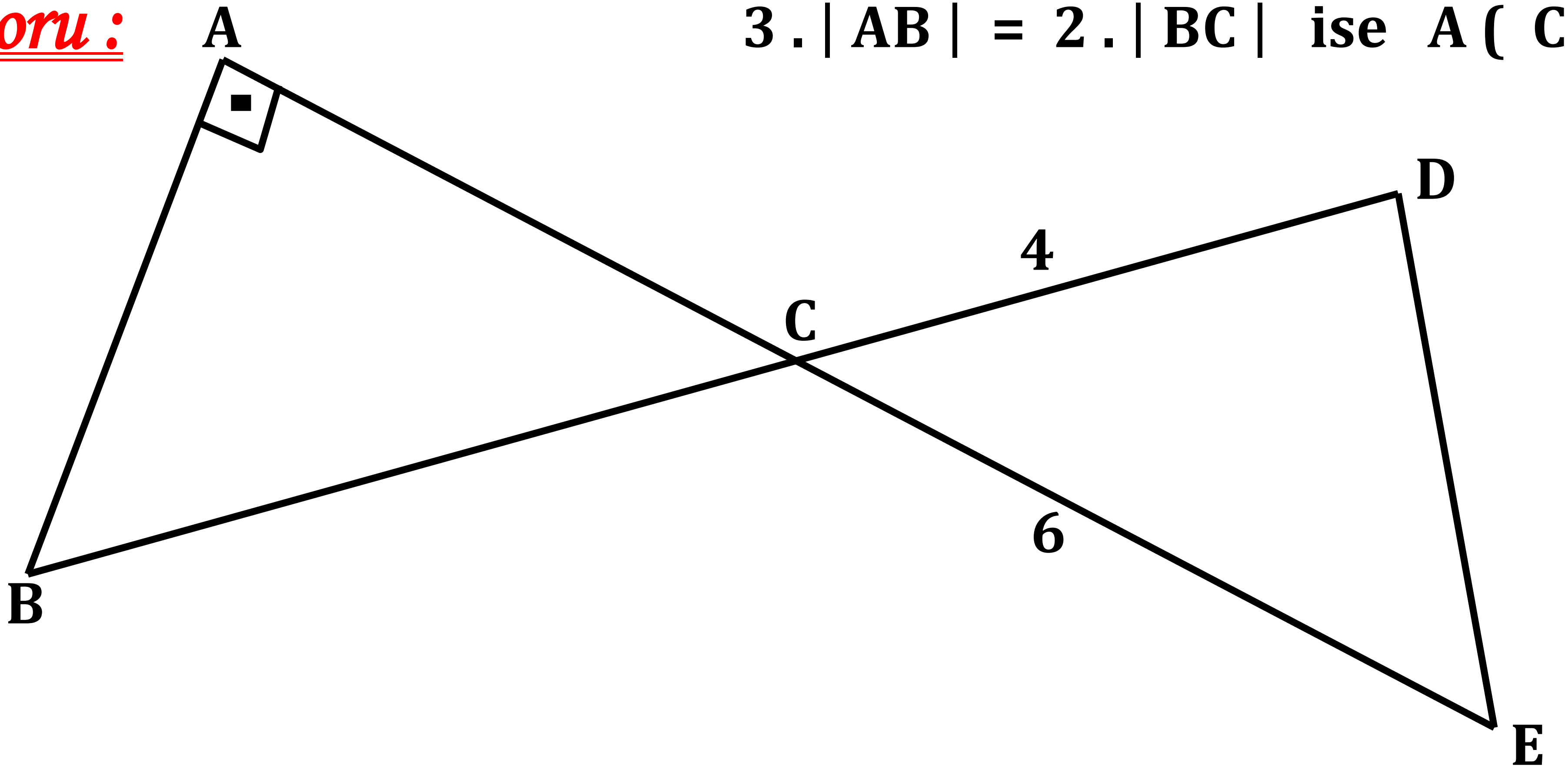


Soru :

$$A(\overset{\triangle}{BDC}) = ?$$

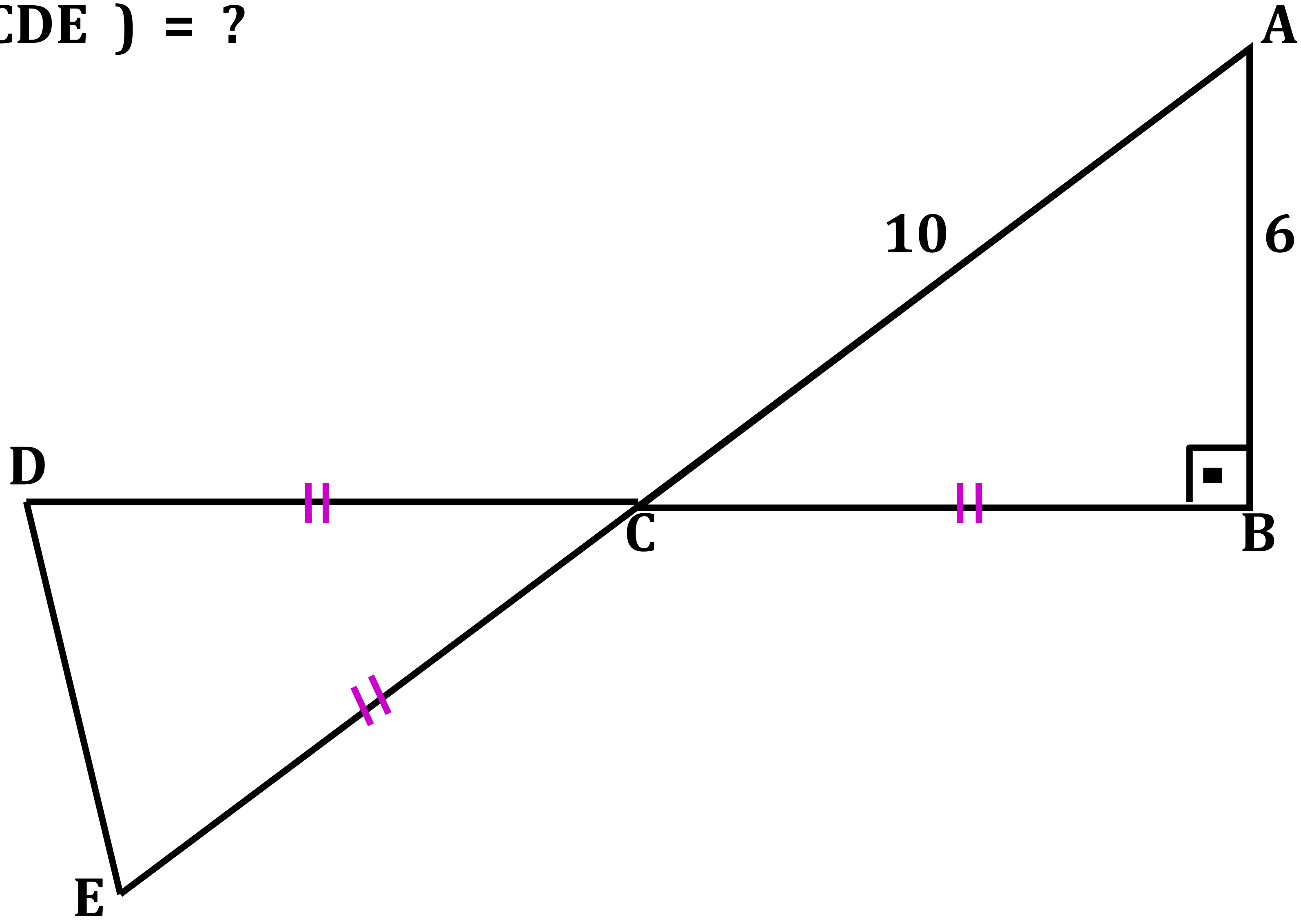


Soru : $3.|AB| = 2.|BC|$ ise $A(\overset{\triangle}{CDE}) = ?$



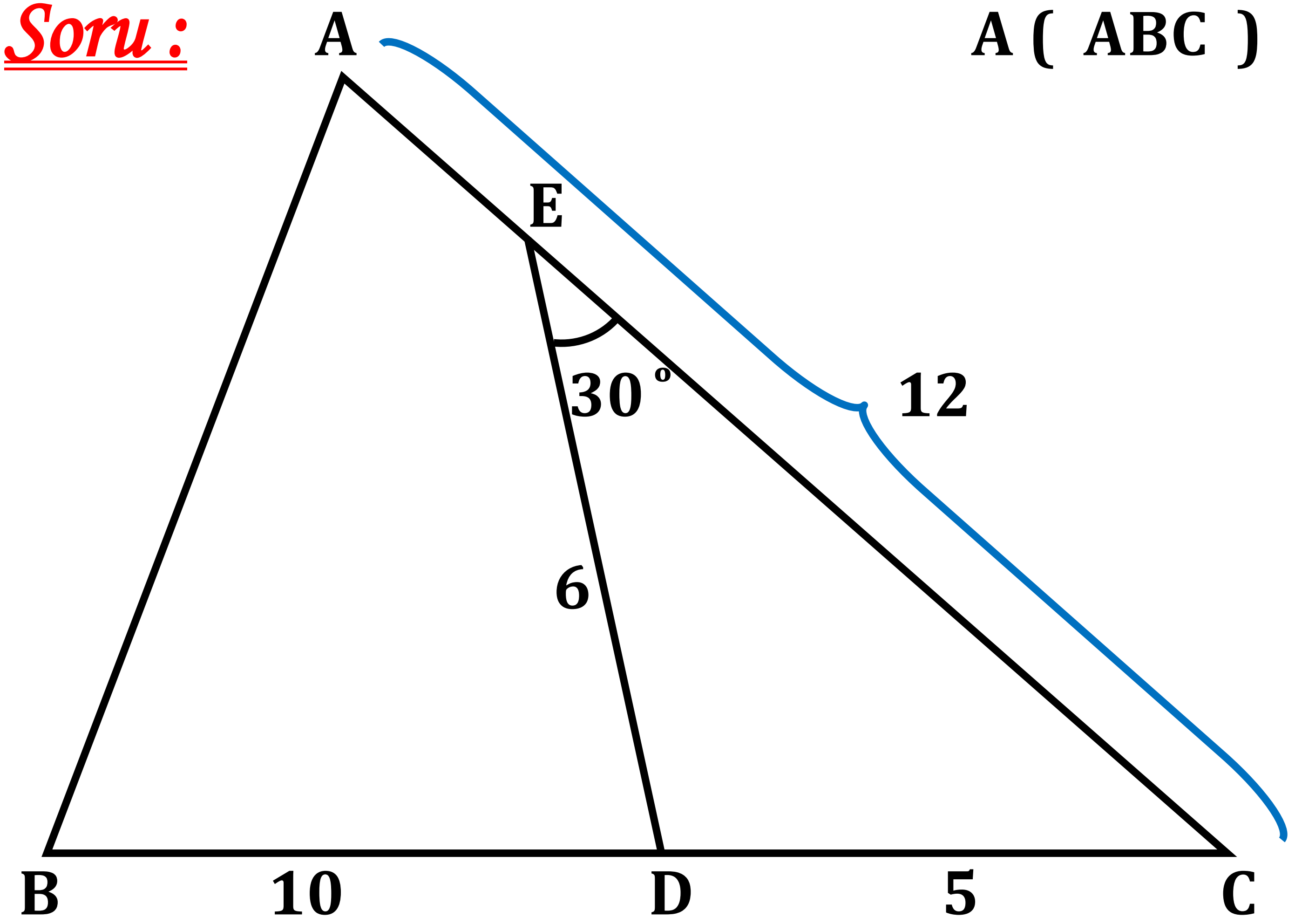
(Alan için gerekli olan sinüs değeri <u>diğer üçgenden</u> elde edilir.)

Soru : $A(\overset{\triangle}{CDE}) = ?$



Soru :

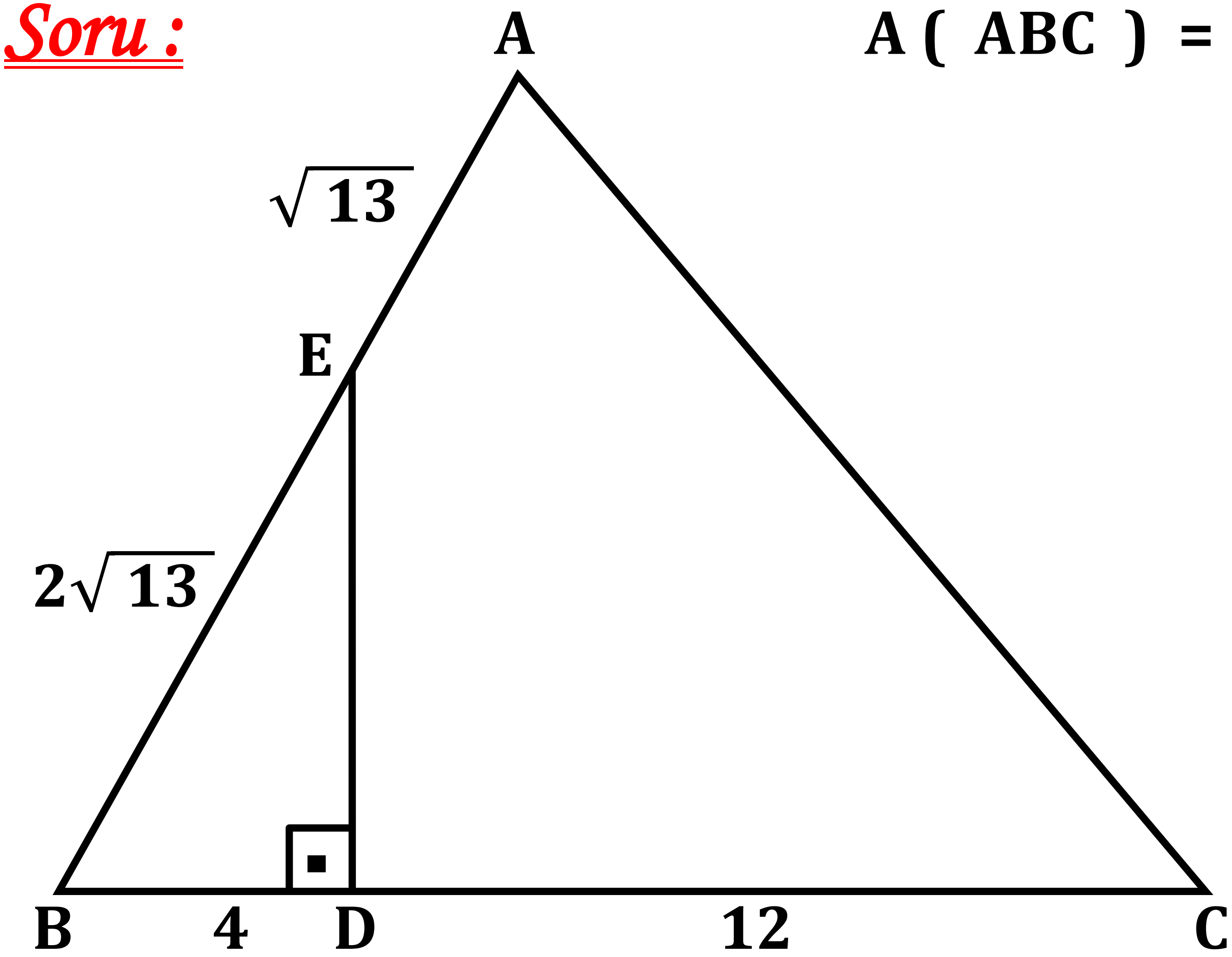
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$



(D 'den [EC] tabanına dik indir. sin $\widehat{C}$ 'yi alan formülünde kullan.)

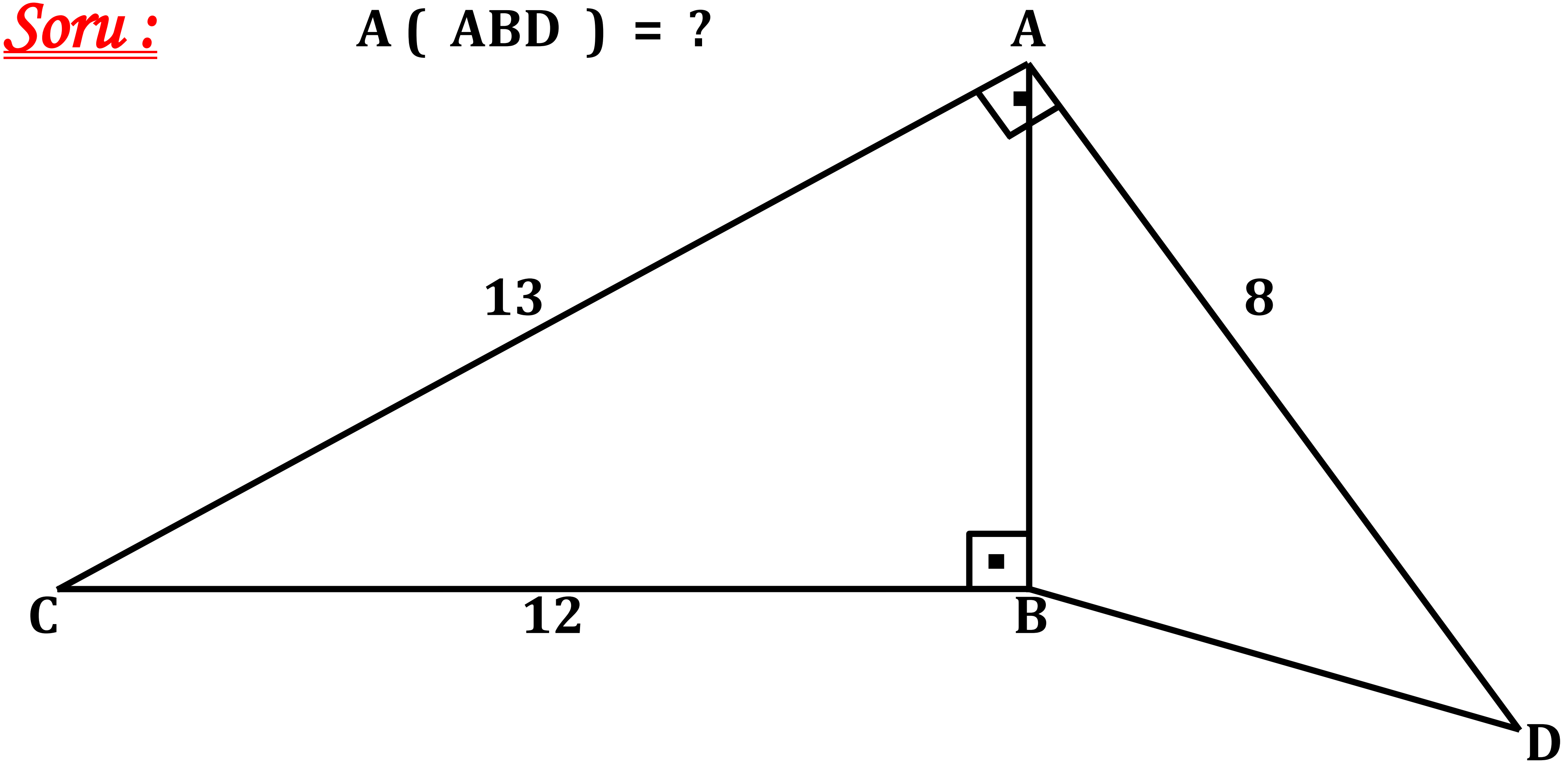
Soru :

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$$

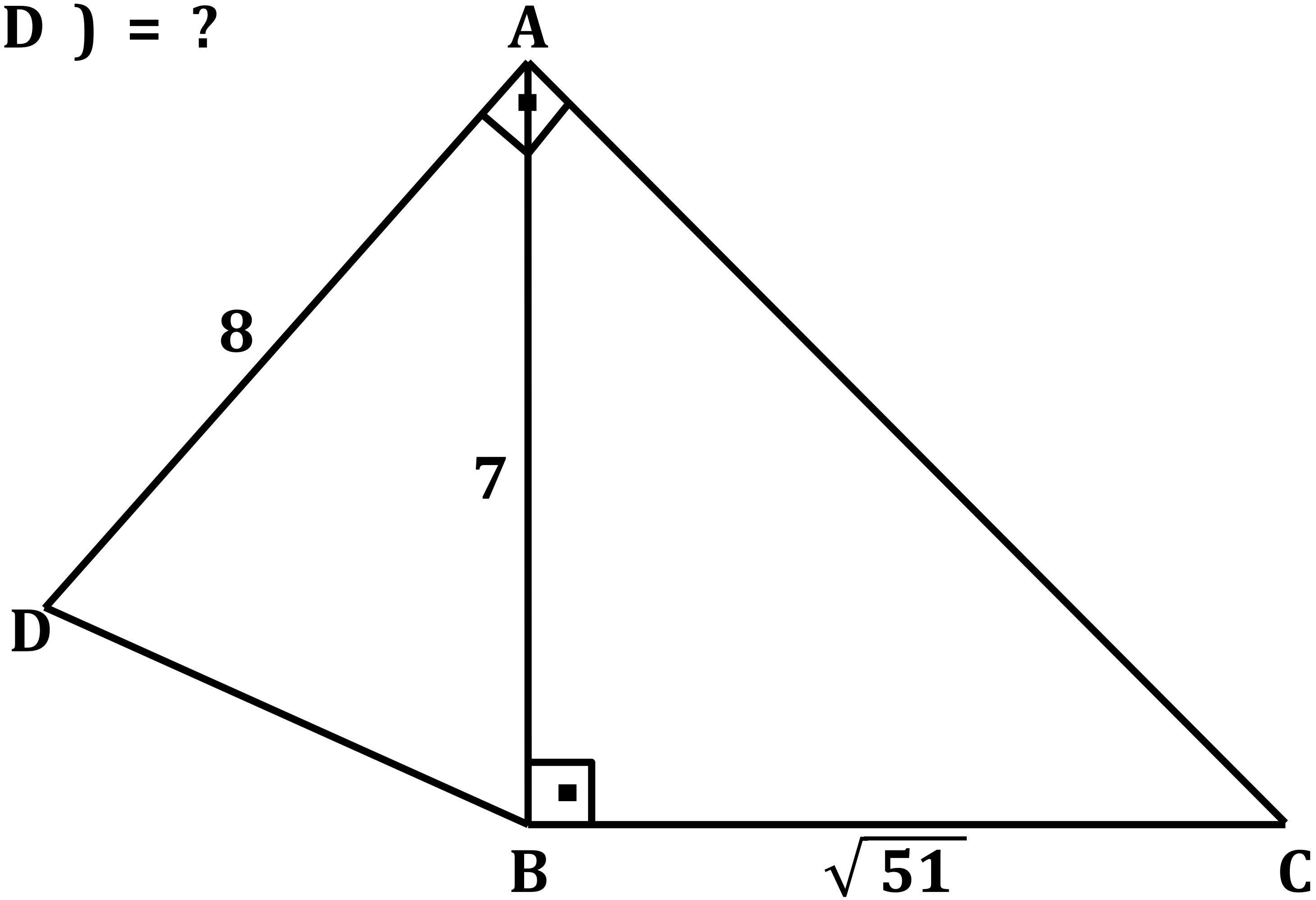


Soru :

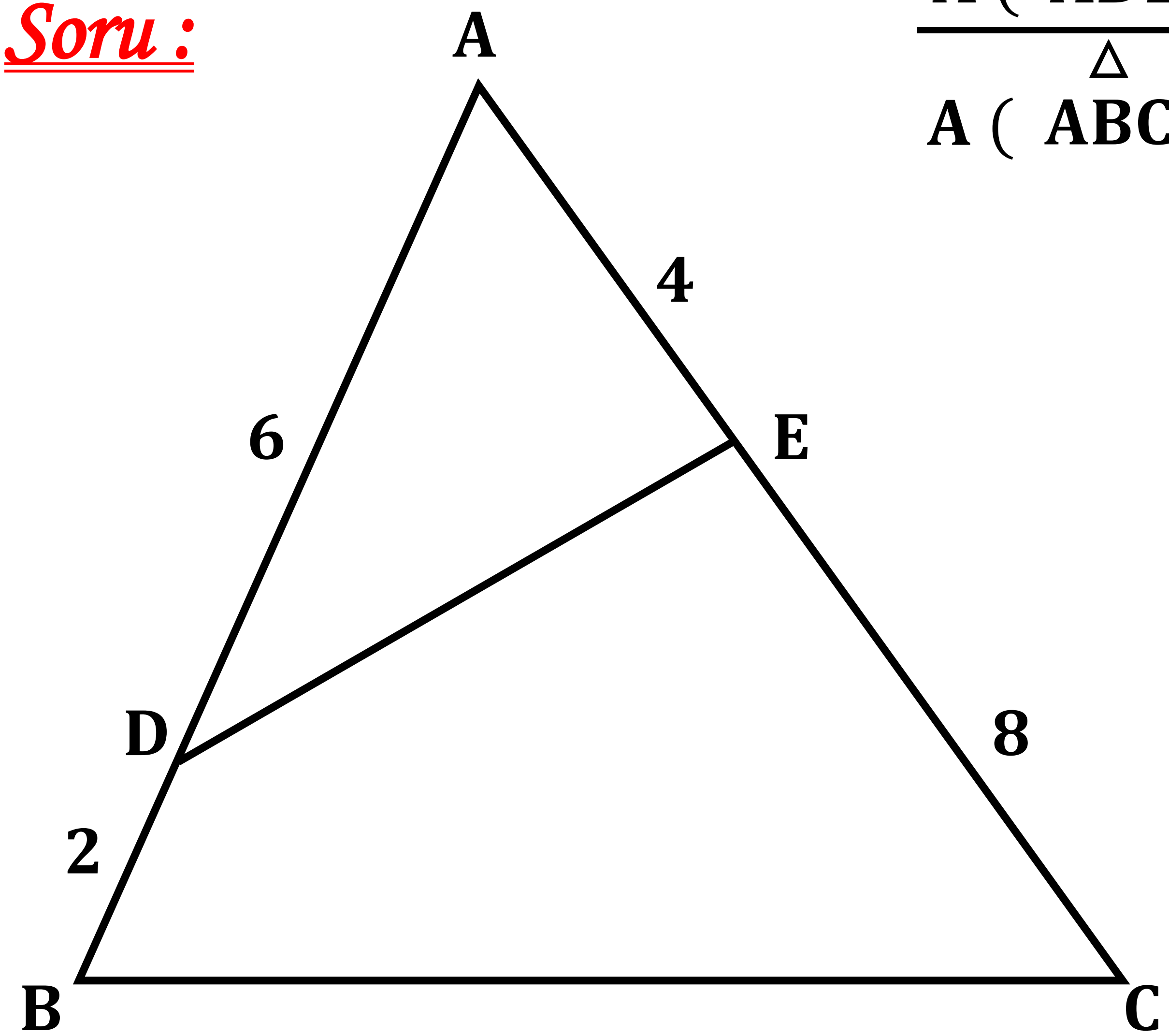
$A(\overset{\triangle}{ABD}) = ?$



Soru : $A(\overset{\triangle}{ABD}) = ?$



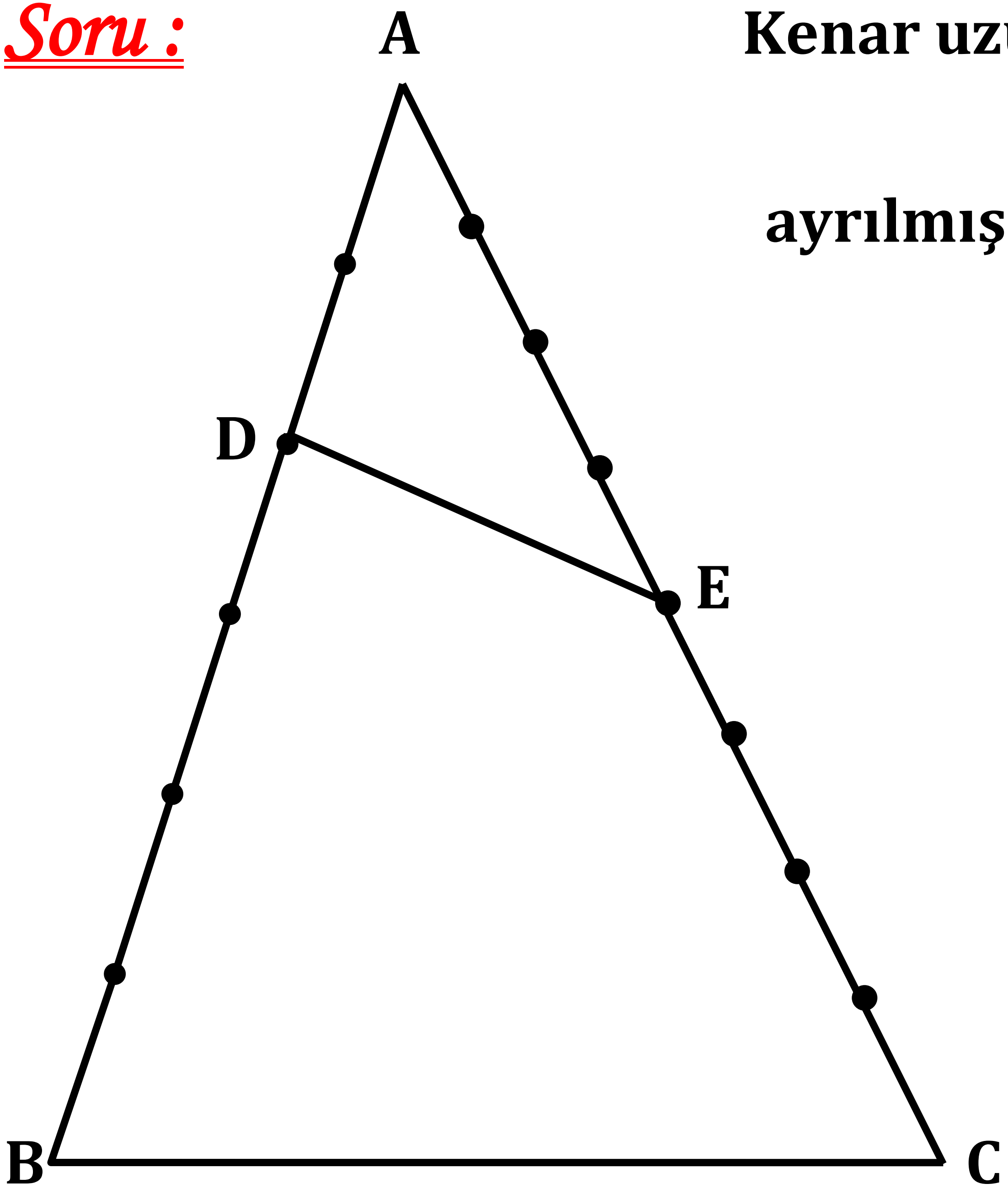
Soru :



$$\frac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = ?$$

(İki üçgende de A açısı ortak.)

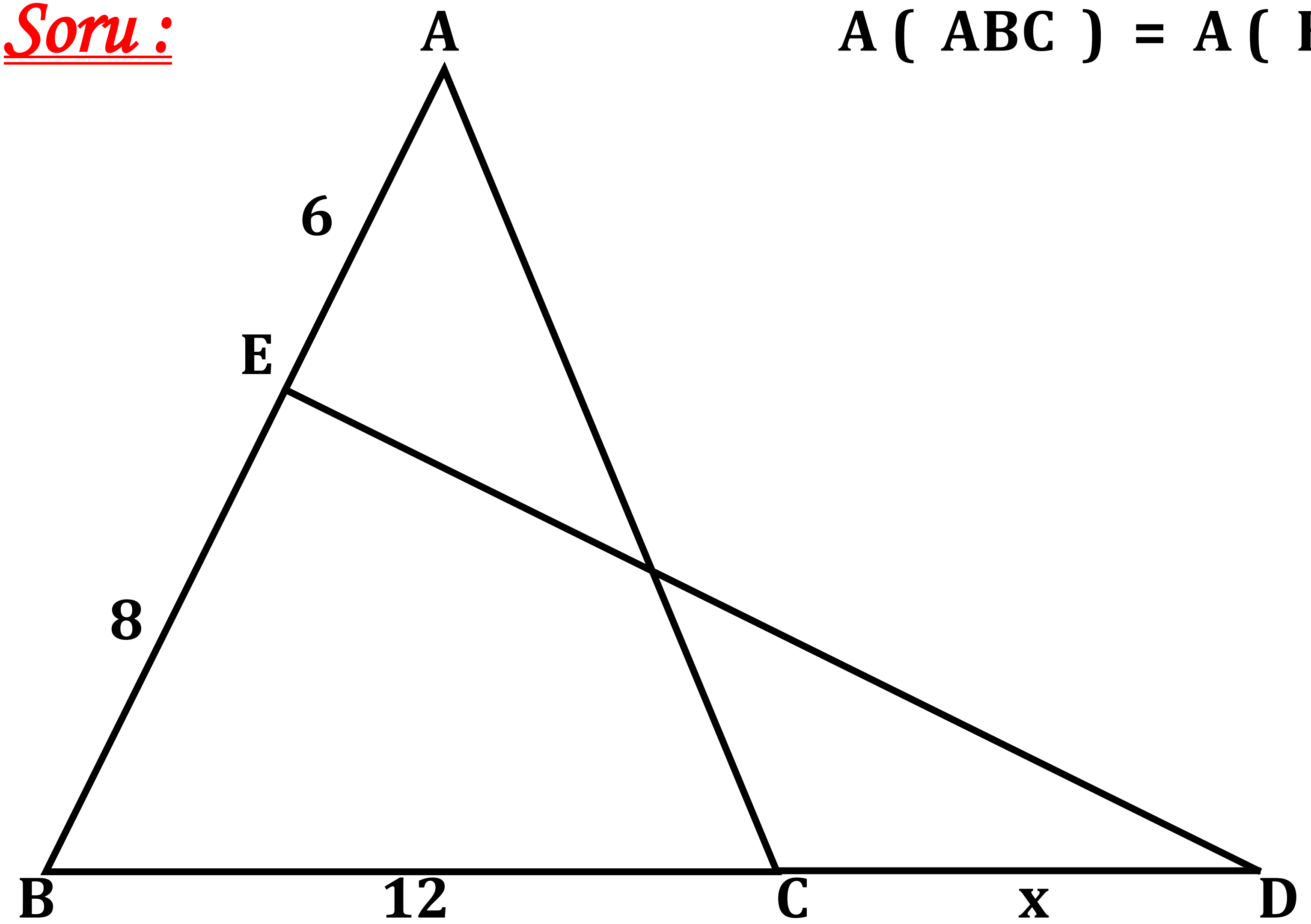
Soru :



Kenar uzunlukları kendi içine <u>eş parçalara</u> ayrılmışlardır. Buna göre $\dfrac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = ?$

Soru :

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{BDE})$ ise $x = ?$



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

9. 5. VERİ

9. 5. 1. Merkezi Eğilim ve Yayılım Ölçüleri

Terimler ve Kavramlar : **Veri, kesikli veri, sürekli veri, aritmetik ortalama, ortanca (medyan), tepe değer (mod), açıklık, en büyük değer, en küçük değer, standart sapma**

Sembol ve Gösterimler : $\overline{X}$, S

9. 5. 1. 1. Verileri merkezî eğilim ve yayılım ölçülerini hesaplaya-rak yorumlar.

A) **Veri kavramı, kesikli ve sürekli veri çeşitleri verilir.**

B) **Aritmetik ortalama, ortanca, tepe değer, en büyük değer, en küçük değer ve açıklık kavramları verilir.**

C) **Alt çeyrek, üst çeyrek ve çeyrekler açıklığına yer verilmez.**

D) **Veri sayısı en fazla beş olan veri grupları için standart sapma hesaplanır.**

E) **Gerçek hayat durumlarında aritmetik ortalama, ortanca, tepe değer kavramları birlikte yorumlanır.**

ÜNİTE 5: VERİ

Bir sonuç çıkarmak ya da çözüme ulaşabilmek için gözlem, deney, araştırma gibi yöntemlerle elde edilen her bilgiye " veri " adı verilir.

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Eldeki verilerin düzenlenerek tablolarla, grafiklerle sunulması çoğu zaman yeterli olmaz. Genel durumu yansıtacak bir takım ölçülere (merkezi eğilim ölçüleri) ihtiyaç vardır.

Merkezi eğilim ölçüleri ; aritmetik ortalama, ortanca (medyan) ve tepe (mod) değeridir.

Merkezi eğilim ölçülerinin her biri verilerin hangi değer etrafında toplandığını gösterir.

1) Aritmetik Ortalama : **Aritmetik ortalamayı verilerin toplamının veri sayısına bölünmesiyle hesaplayabiliriz. Aritmetik ortalama çoğunlukla $\overline{X}$ ile gösterilir.**

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ . \ . \ . + x_n}{n}$$

olarak bulunur.

Soru : **11 , 8 , 9 , 3 , 15 , 21 , 45 , 16 grubunun aritmetik ortalaması – 15 , – 13 , – 31 , – 5 , – 11 grubunun aritmetik ortalamasından kaç fazladır ?**

Soru : **3 , 8 , m , 15 , 3m , 5 , 10 grubunun aritmetik ortalaması 11 ise grupta sadece <u>m olmasaydı</u> grubun aritmetik ortalaması kaç olurdu ?**

Soru : **15 kişilik grubun yaş ortalaması 20 'dir. Gruptan 11 , 15 ve 22 yaşındaki üç kişi ayrılırsa kalanların yaş ortalaması kaç olur ?**

Soru : **Bir sınıftaki öğrencilere kardeş sayıları sorulmuş ve tablo oluşturulmuştur. Bu tabloya göre sınıfta bulunanların ortalama kardeş sayısı kaçtır ?**

Öğrenci Sayısı	**10**	**6**	**5**	**8**	**9**	**8**
Kardeş Sayısı	**5**	**3**	**0**	**4**	**2**	**1**

Soru : **Bir öğrencinin bazı derslerden aldığı notlar ve haftalık ders saatleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Verilere göre öğrencinin ağırlıklı not ortalamasını bulunuz.**

Öğrenci Sayısı	Not	Ders Saati
Matematik	65	6
Fizik	46	3
Tarih	80	2
İngilizce	38	4

(Ders notu ders saati ile çarpılır. Tüm sonuçlar toplanır ve toplam ders saatine bölünür. Sonuç bize ağırlıklı not ortalamasını verir.)

2) Ortanca (Medyan): **Bir veri grubunun ortanca değerini bulmak için sayılar küçükten büyüğe doğru sıralanır.**

A) Veri grubunun sayısı tek ise ortadaki terim ortancayı verir.

B) Veri grubunda çift sayıda veri olma durumunda ortanca, ortada bulunan iki terimin aritmetik ortalamasıdır.

Veri grubu küçükten büyüğe doğru sıralandığında; ilk terim grubun en küçük değerini, son terim ise grubun en büyük değerini gösterir.

Soru : **5 , 17 , 13 , 4 , 8 , 21 , 11 , 2 , 7 veri grubunun; ortancasını, en küçük ve en büyük değerini bulunuz.**

<u>Soru :</u> **10 , 3 , 14 , 20 , 8 , 5 , 17 , 1 veri grubunun; ortancası-nı, en küçük ve en büyük değerini bulunuz.**

3) Tepe Değeri (Mod): **Bir veri grubundaki en sık tekrarlanan değere “ tepe değeri (mod) ” adı verilir.**

Örneğin; 1 , 2 , 2 , 3 , 3 , 3 , 4 , 4 veri grubunun tepe değeri 3 ’tür.

3 , 5 , 7 , 7 , 8 , 8 , 10 , 15 , 21 veri grubunun tepe değeri ise 7 ve 8 elemanlarıdır.

Not : **Örneğin; A) 1 , 2 , 5 , 7 , 3 , 11 , 8**

B) 5 , 5 , 5 , 5 , 5

C) 2 , 2 , 3 , 3 , 4 , 4 , 5 , 5 veri gruplarının tepe değeri yoktur. **Çünkü veri gruplarında diğerlerine göre daha çok tekrar eden herhangi bir eleman yoktur.**

Soru : **5 , 10 , 12 , 21 , 15 , 8 , 12 , 22 , 18 , 35 , 2 veri grubunun tepe değeri ile ortancasının toplamı kaç olur ?**

Soru : **11 , 6 , x – 5 , 16 , 3 , 6 , y + 4 , 10 veri grubunun tepe değeri 10 ise x . y = ?**

Soru : **4 , 5 , 2 , 2 , 7 , 6 , 8 , 6 , 10 , 14 , x , 10 veri grubunun aritmetik ortalaması 7 ise grubun tepe değeri ve ortancasını bulunuz.**

Soru : **5 , 3 , 5 , 10 , 9 , 6 , 5 , 7 , 7 , 6 , x , 6 veri grubunun <u>tepe değerlerinin ortalaması</u> 6 ise grubun ortancasını bulunuz.**

Soru : Tabloda öğrencilerin bir dersten aldığı notlara karşılık o notun kaç öğrenci tarafından alındığı verilmiştir. Verilere göre grubun ortancası ile tepe değerinin farkı kaç olmalıdır ?

Öğrenci Sayısı	Notlar
4	60
2	80
5	40
3	50

(Grubu sırala ve istenenleri bul.)

Soru : **11 kişinin bulunduğu grubun vücut kiloları; 47 , 32 , 50 , 65 , 50 , 71 , 47 , 70 , 85 , 65 ve 100 'dür. Bu grubun merkezi eğilim ölçülerini (aritmetik ortalama , ortanca , tepe değeri) bulunuz.**

Soru : **Bir mağazaya 13 saat boyunca her saatte gelen toplam müşteri sayısı sırası ile; 5 , 6 , 4 , 7 , 8 , 4 , 6 , 4 , 8 , 7 , 141 , 11 ve 10 'dur. Bu grubun merkezi eğilim ölçülerini bulunuz.**

MERKEZİ YAYILIM ÖLÇÜLERİ

Merkezi eğilim ölçülerinin her biri verilerin hangi değer etrafında toplandığını gösterir. Merkezî yayılım ölçülerinin her biri ise, verilerin birbirlerinden ne kadar uzak olduklarının ölçüsüdür.

Merkezi yayılım ölçüleri, en küçük – en büyük değer, açıklık ve standart sapmadır.

1) Açıklık : **(Aralık veya Ranj) Bir veri grubundaki en büyük değer ile en küçük değerin farkı verilerin açıklığını gösterir.**

<u>Soru :</u> **5 , 17 , 13 , 4 , 8 , 21 , 11 , 2 , 7 veri grubunun açıklığını bulunuz.**

Soru : **12 , 11 , 7 , 9 , 7 , 14 , 8 , 13 , 5 veri grubunun açıklığını, ortancasını ve tepe noktasını bulunuz.**

Soru : x , $x + 2$, $x + 3$, $x + 5$, $x + 2$, $x + 3$, $x + 7$, $x + 3$ ve $x + 6$ veri grubunun **medyanı** 18 ; **A)** $x = ?$

B) **Grubun açıklığını bulunuz.**

2) Standart Sapma : **Bir veri grubunda açıklık ve çeyrekler açıklığı da merkezi yayılımı etkileyen değerler hakkında yeterli bilgi vermeyebilir. Bu durumda veri grubunun standart sapması grup hakkında daha doğru yorum yapabilmemize imkan verir.**

Standart sapma bulunurken;

1) Verilerin aritmetik ortalaması bulunur. ($\overline{X}$)

2) Tüm verilerin sırası ile aritmetik ortalama ile farkının karesi alınır ve toplanır.

3) Bulunan toplam terim sayısının 1 eksiğine bölünür.

4) Çıkan sonucun karekökü alınır.

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{X})^2 + (x_2 - \overline{X})^2 + (x_3 - \overline{X})^2 + \cdots + (x_n - \overline{X})^2}{n - 1}}$$

*** Standart sapma, bir veri grubundaki sayıların aritmetik ortalamaya yakınlığı veya uzaklığı ile ilgili bilgi vermektedir.

Standart sapma ne kadar küçükse veri grubundaki sayılar birbirine o kadar yakındır.

Soru : **8 , 4 , 2 , 10 ve 6 veri grubunun standart sapmasını bulunuz.**

Soru : **Bir dersten sınava giren beş öğrencinin aldığı puanlar; 30 , 40 , 60 , 80 ve 90 'dır. Bu notların standart sapmasını hesaplayınız.**

Soru : **12 , 7 , 8 , 8 , 10 , 10 , 5 , 6 , 6 ve 8 veri grubunun standart sapmasını bulunuz.**

Not : **Standart sapma, bir veri grubundaki sayıların aritmetik ortalamaya yakınlığı veya uzaklığı ile ilgili bilgi vermektedir. Standart sapmaların karşılaştırıldığı sorularda, standart sapmanın küçük çıktığı değerler daha istikrarlı karşılanır.**

Soru : **İki sınıftaki öğrencilerin bir dersten aldıkları notların aritmetik ortalaması ve standart sapması tabloda verilmiştir. Notlara göre hangi sınıfın daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz ?**

Sınıf	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma
9 – A	50	2,3
9 – B	50	4,1

Soru : Fatih, Aslı ve Taha'nın 120 soruluk deneme sınavlarındaki ortalama netleri ve standart sapmaları tabloda verilmiştir. Verilere göre kimin daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz ?

Kişi	Aritmetik Ortalama (Net)	Standart Sapma
Fatih	90	3
Aslı	88	2,4
Taha	90	4,1

Soru : **A ve B adlı iki firmanın ürettiği aynı malın 1000 'erlik üretim bandında 3 farklı makineden çıkan mallar test edilmiş ve sonuçlar tablo ile verilmiştir. Bu verilere dayanarak hangi firmanın daha güvenilir olduğuna karar verebiliriz ?**

Marka	Arızalı Mal Sayısı (Adet)		
	1. Makine	2. Makine	3. Makine
A	5	4	6
B	9	1	5

A için;

B için;

Marka	Arızalı Mal Sayısı (Adet)		
	1. Makine	2. Makine	3. Makine
A	5	4	6
B	9	1	5

(İki firmanın da standart sapması bulunur ve karşılaştırma yapılır.)

Soru : İki çalışanın deneme süreleri boyunca altı günün satış miktarlarının tablosu verilmiştir. Tabloya göre hangi çalışan daha istikrarlı bir satıcıdır ?

Osman için;

	Osman	Bayram
Pazartesi	3	4
Salı	3	2
Çarşamba	4	5
Perşembe	5	3
Cuma	5	4
Cumartesi	4	6

	Osman	Bayram
Pazartesi	3	4
Salı	3	2
Çarşamba	4	5
Perşembe	5	3
Cuma	5	4
Cumartesi	4	6

Bayram için;

9. 5. 2. Verilerin Grafikle Gösterimi

Terimler ve Kavramlar : **Çizgi grafiği, sütun grafiği, daire grafiği, histogram, grup sayısı, grup genişliği**

9. 5. 2. 1. Bir veri grubuna ilişkin histogram oluşturur.

A) **Histogram oluşturulurken veri grubunun açıklığı seçilen grup sayısına bölünür ve aşağıdaki eşitsizliği sağlayan en küçük doğal sayı değeri grup genişliği olarak belirlenir.**

$$\frac{\text{Açıklık}}{\text{Grup Sayısı}} < \text{Grup Genişliği}$$

B) **Veri gruplarının histogramı çizilir.**

9. 5. 2. 2. Gerçek hayat durumunu yansıtan veri gruplarını uygun grafik türleriyle temsil ederek yorumlar.

A) **İkiden fazla veri grubunun karşılaştırıldığı durumlara da yer verilir.**

B) Serpme ve kutu grafiklerine yer verilmez.

C) Grafik türleri bilgi ve iletişim teknolojileri kullanılarak çizilir.

D) Ekmek israfı, su israfı gibi konularda tasarruf bilinci kazandırmak amacıyla ilgili konulara ilişkin veriler kullanılarak grafik oluşturulması sağlanır.

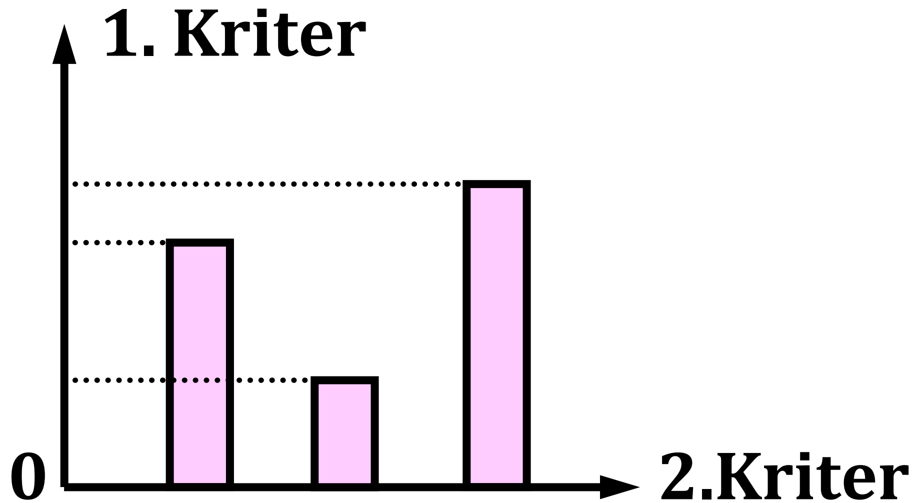
GRAFİK YORUMLAMA

Verilerin veya karşılaştırılması yapılacak değişkenlerin çizgi, tablo, nokta veya şekillerle ifade edilmesine " grafik " adı verilir.

Grafik türleri olarak; sütun, histogram, çizgi ve daireyi işleyeceğiz.

1) Sütun Grafiği : **Belirli bir zaman aralığında bazı veri gruplarının gelişimini veya veri gruplarını karşılaştırmak amacıyla kullanılan grafik türüdür.**

Eldeki veriler sütunlar veya çubuklar ile gösterilir. Sütun grafiği yatay veya düşey eksende de çubuklar ile gösterilebilinir.



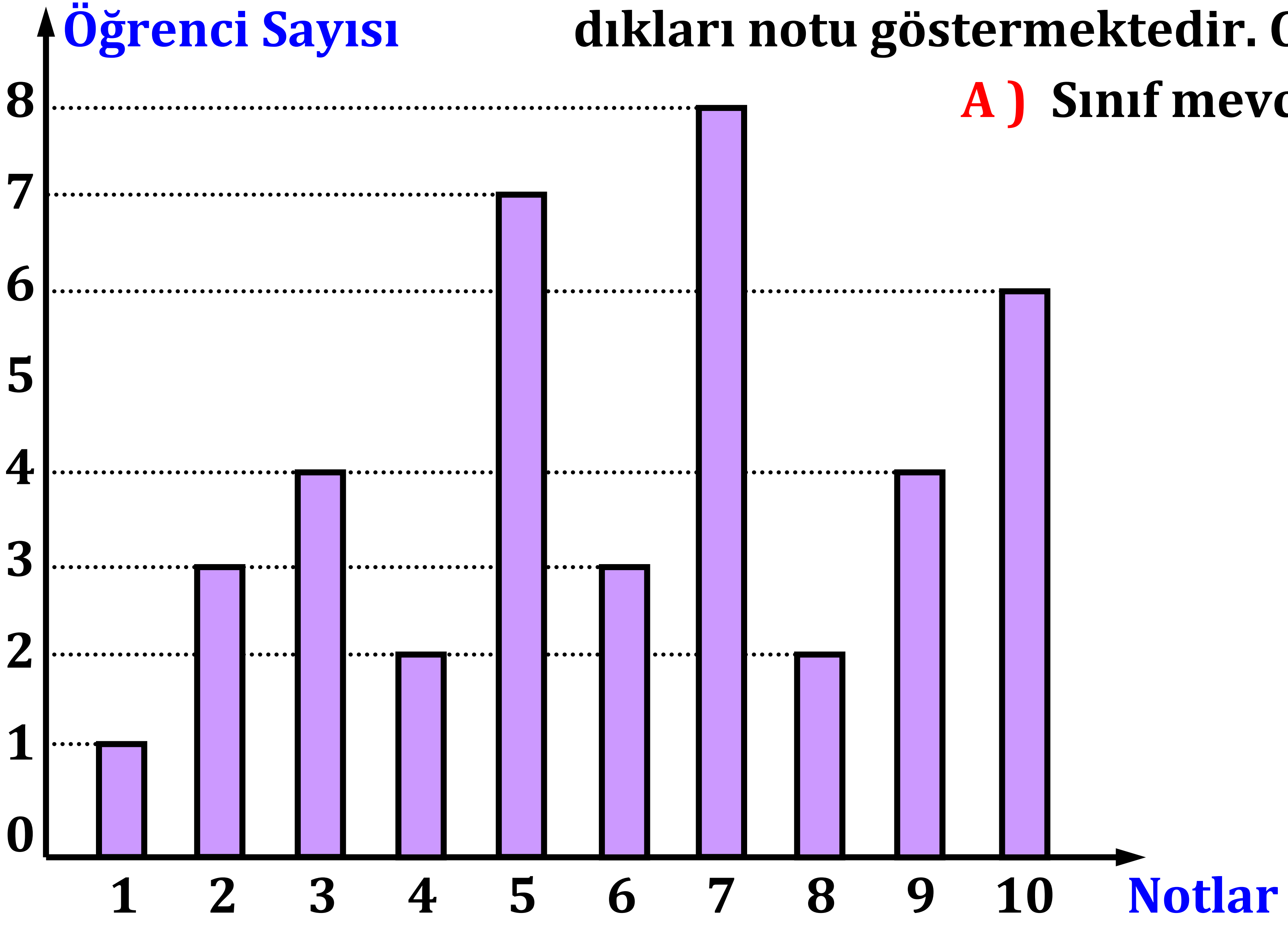
örnek grafik gösterimidir.

Soru : **Alttaki tabloda bazı öğrencilerin bir dersten aldıkları notlar verilmiştir. Tabloya uygun bir sütun grafiği oluşturunuz.**

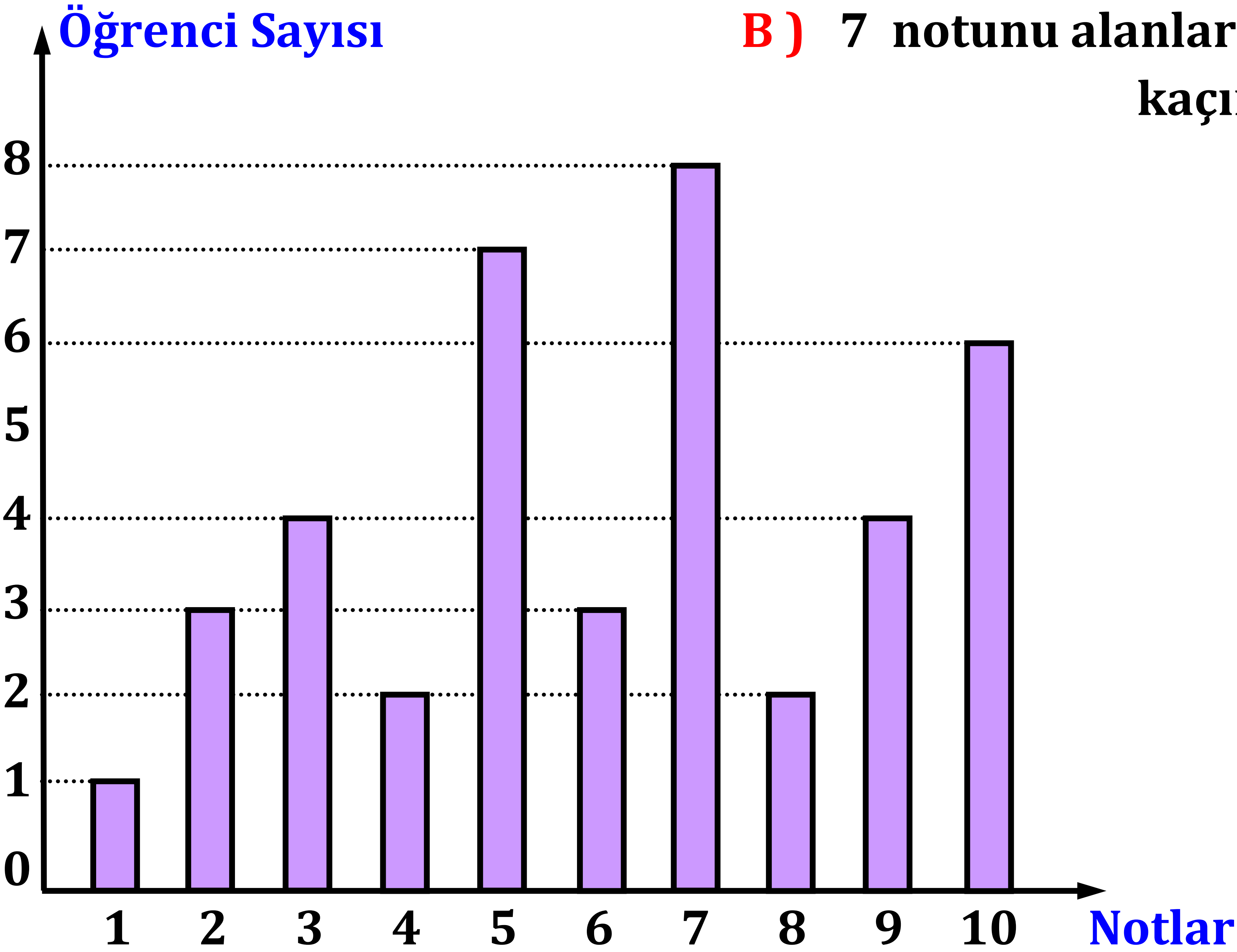
Kişiler	Enes	Aslı	Deniz	Zeynep	Ali	Gözde	Taha
Notlar	75	70	50	80	30	60	45

Soru : Alttaki grafik bir sınıftaki öğrencilerin fizik dersinden aldıkları notu göstermektedir. Grafiğe göre;

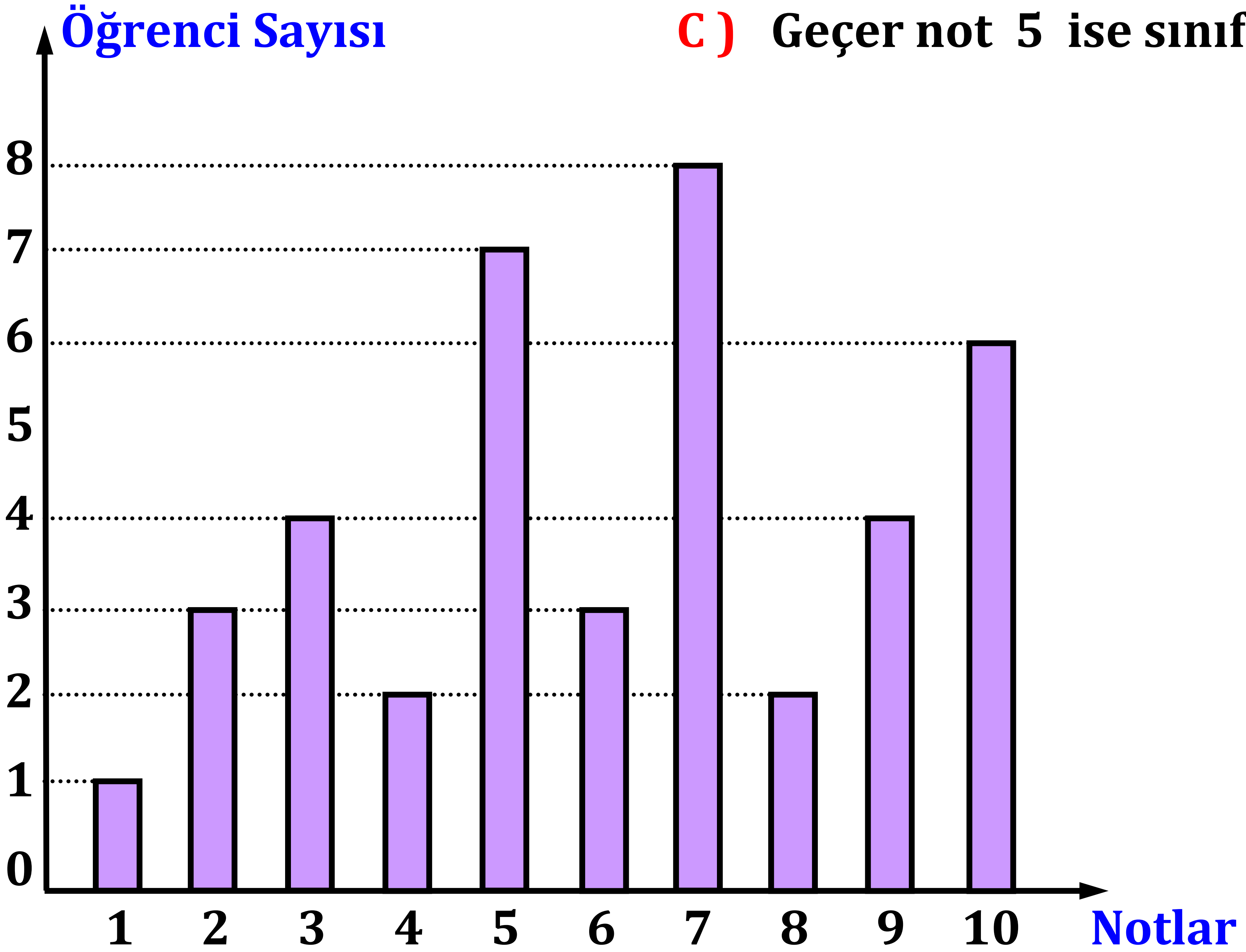
A) Sınıf mevcudu kaçtır ?



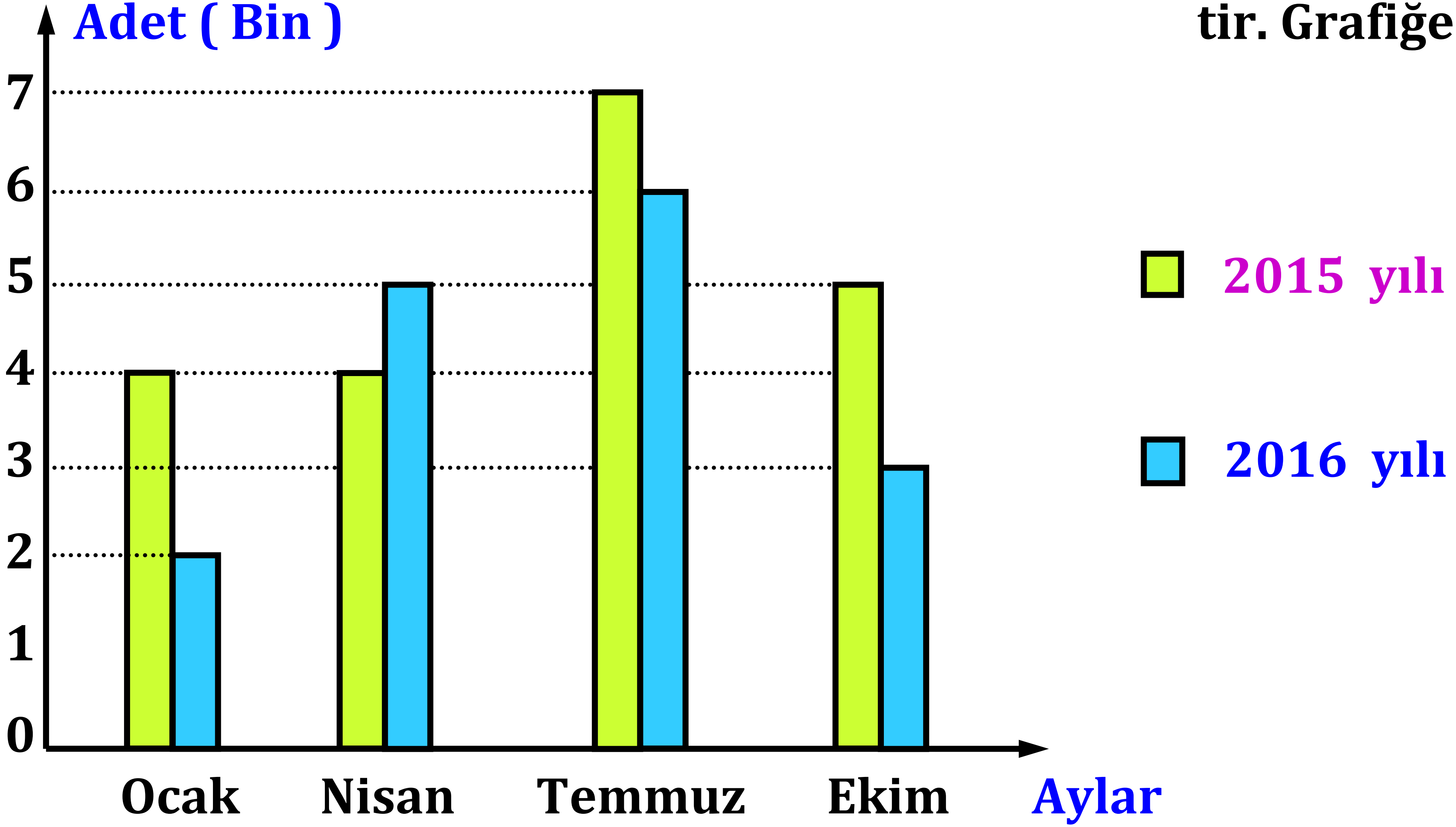
B) **7 notunu alanlar sınıfın yüzde kaçını oluşturur ?**

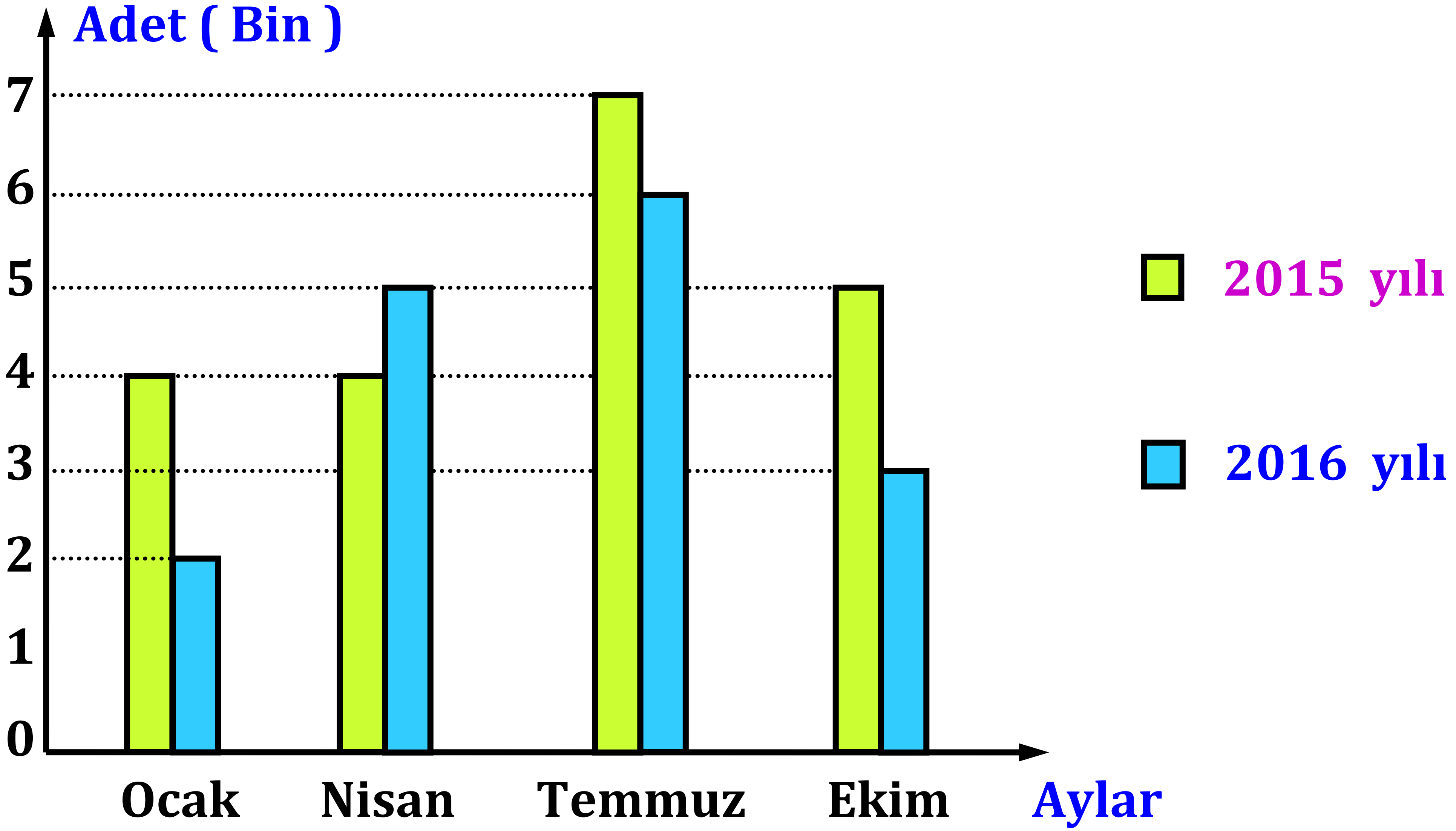


C) **Geçer not 5 ise sınıfın yüzde kaçı kalmıştır ?**

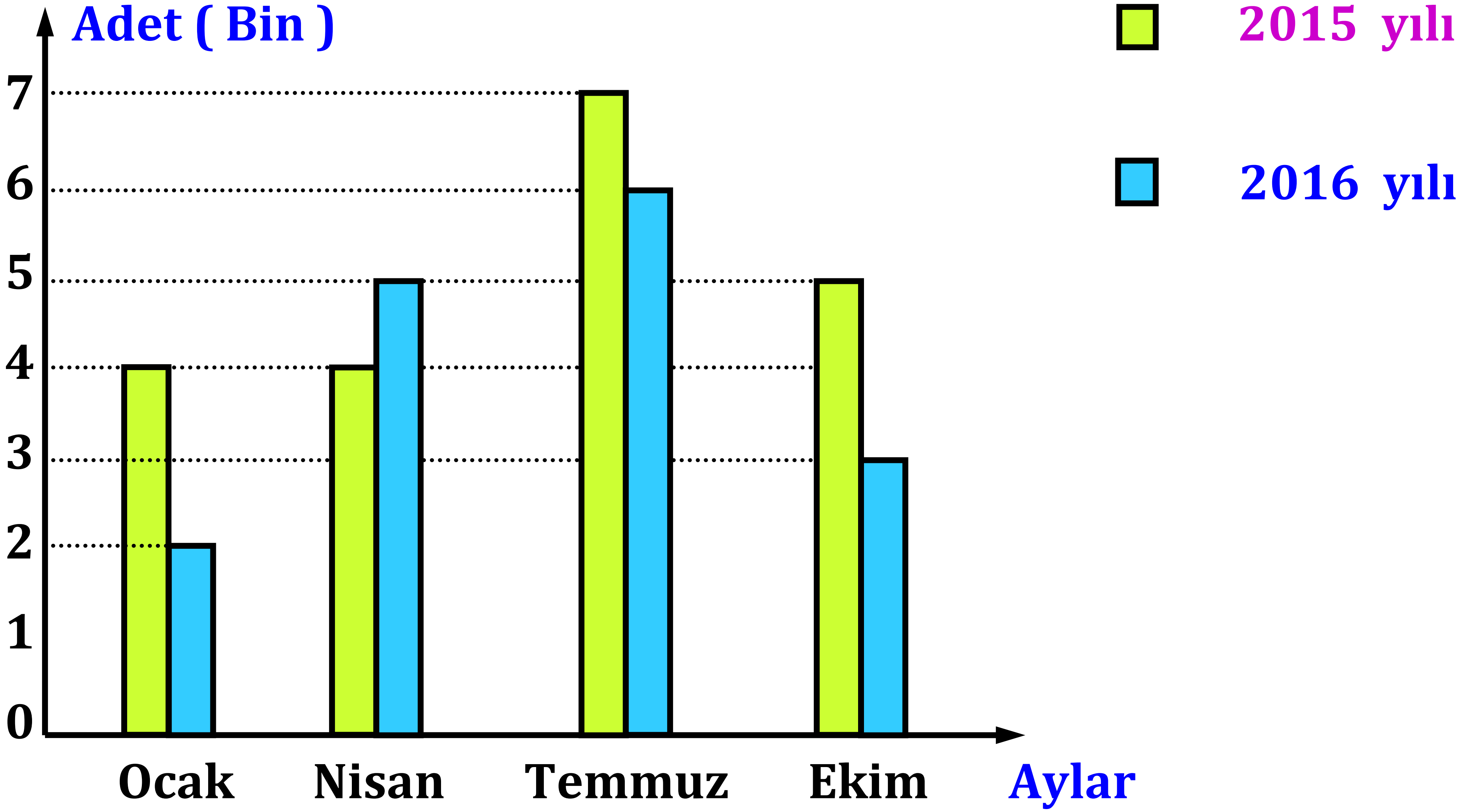


Soru : Altta bir şirketin 2015 ve 2016 yıllarındaki bazı aylardaki satış miktarlarının karşılaştırılmasını gösteren bir grafik verilmiştir. Grafiğe göre;

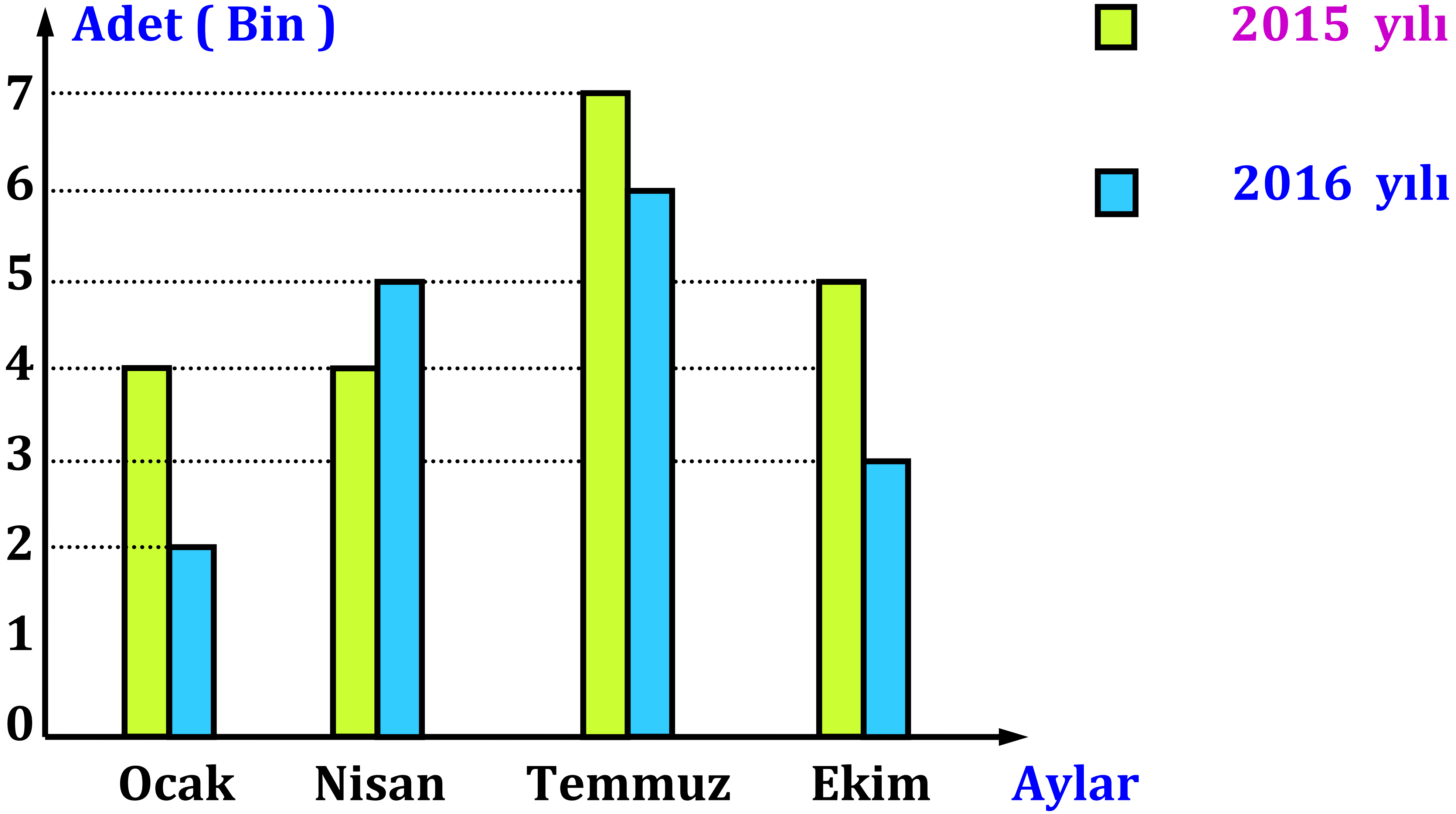




A) **Satış rakamları arasındaki farkın en çok olduğu ay hangisidir ?**

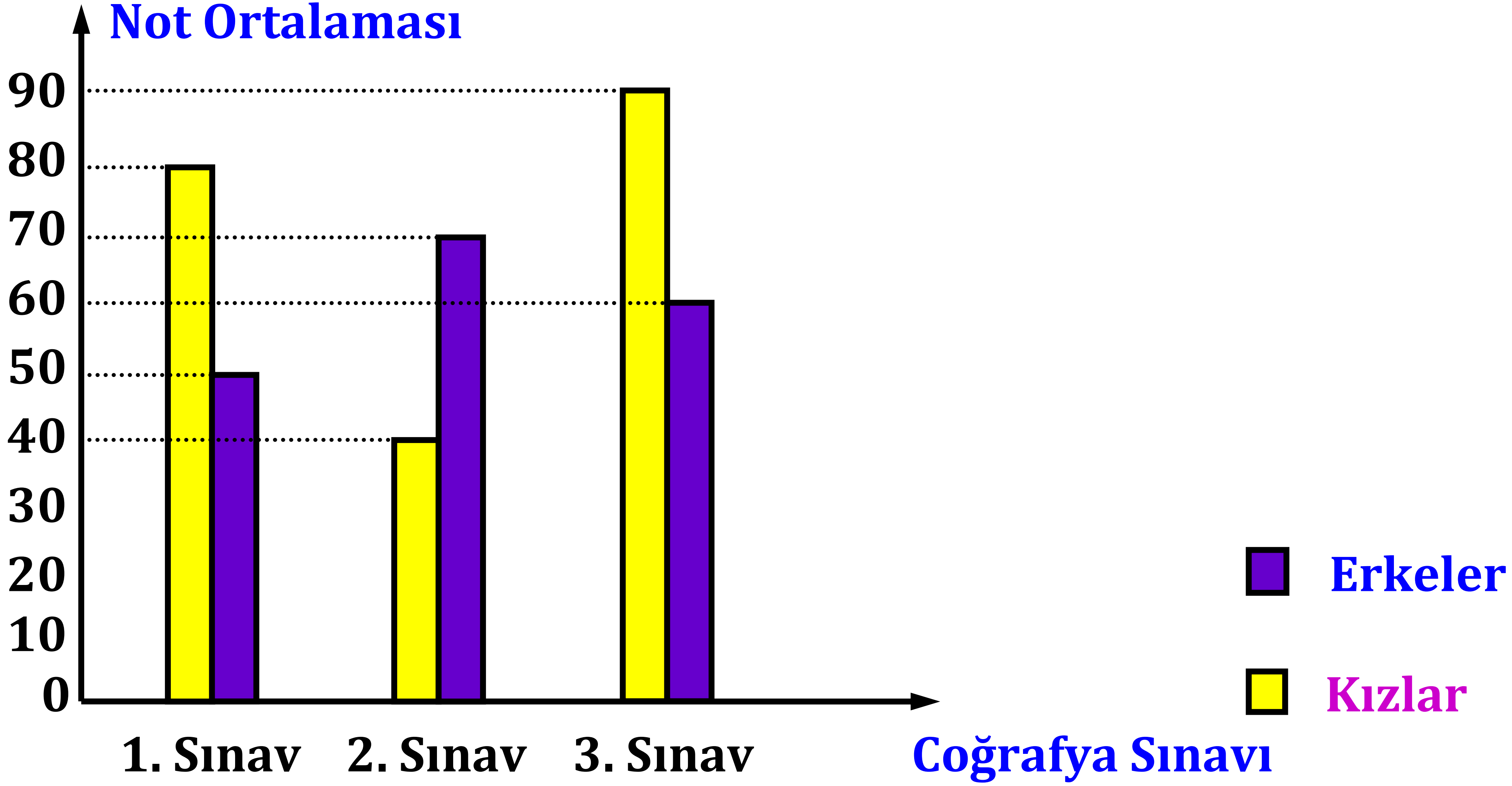


B) **Yıl bazında toplam satış miktarlarını bularak, hangi yıl diğerinden adet olarak kaç bin adet fazla satış yapılmıştır ?**

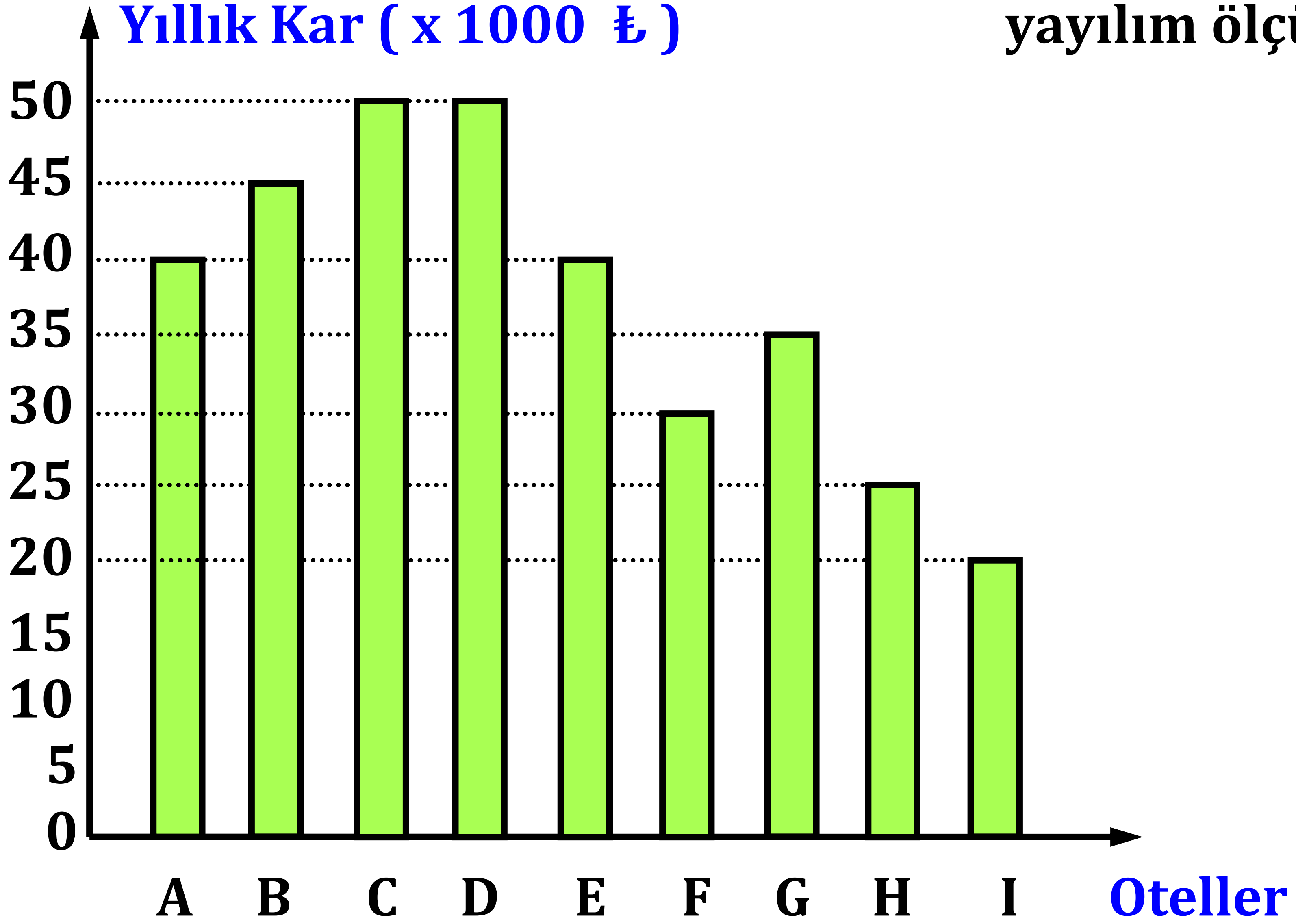


C) **Yıl bazında ortalama satışları bulunuz.**

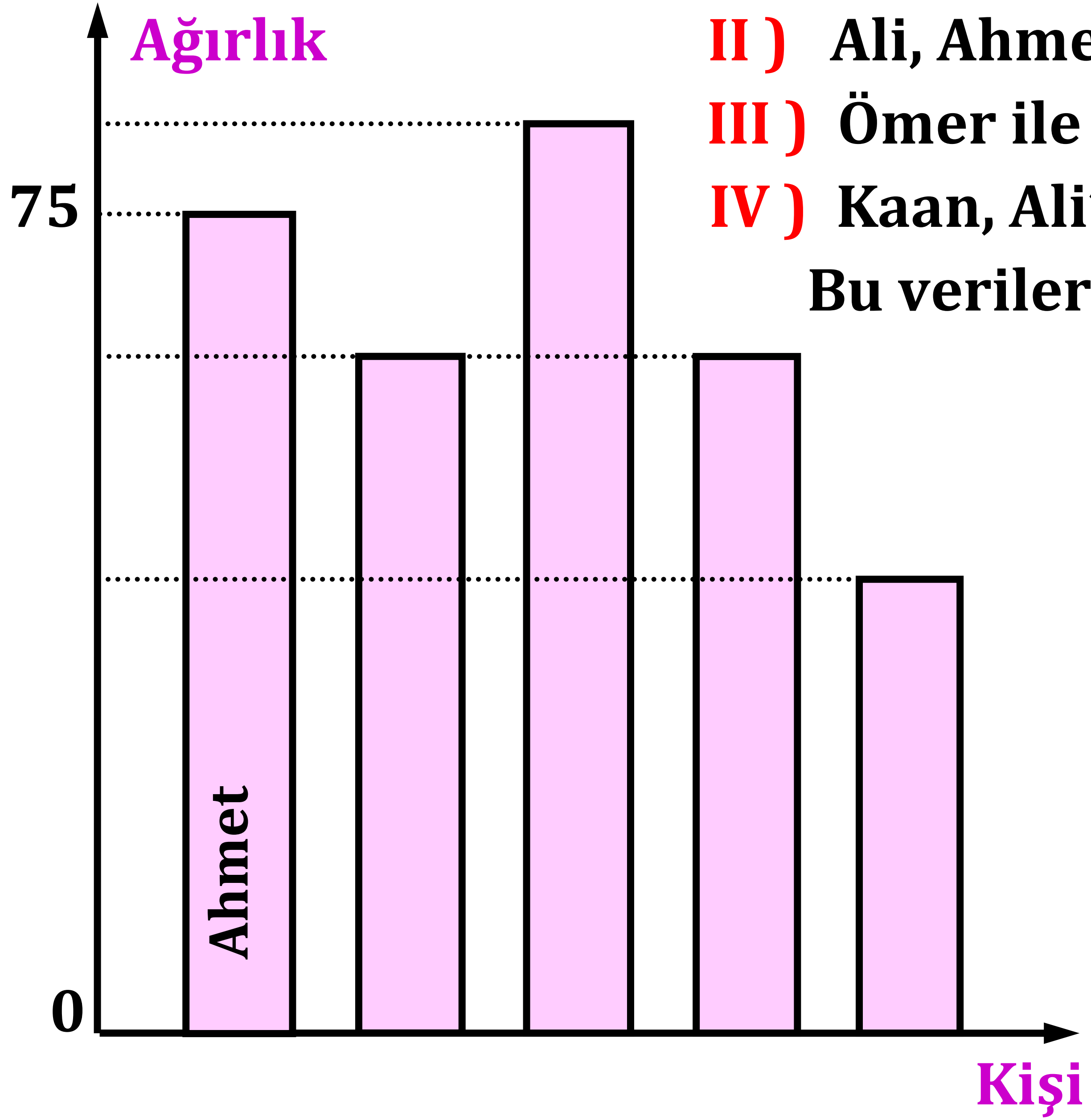
Soru : **Alttaki grafik, bir sınıftaki öğrencilerin coğrafya dersi ilk üç sınavındaki not ortalamalarını göstermektedir. Tabloya göre kızların puan ortalaması erkeklerin puan ortalamasından kaç fazladır ?**



Soru : Alttaki grafik yıl boyunca otellerin elde ettikleri karları göstermektedir. Grafikteki verilerin oluşturduğu grubun merkezi yayılım ölçülerini bulunuz.



Soru : Grafiğe göre ;



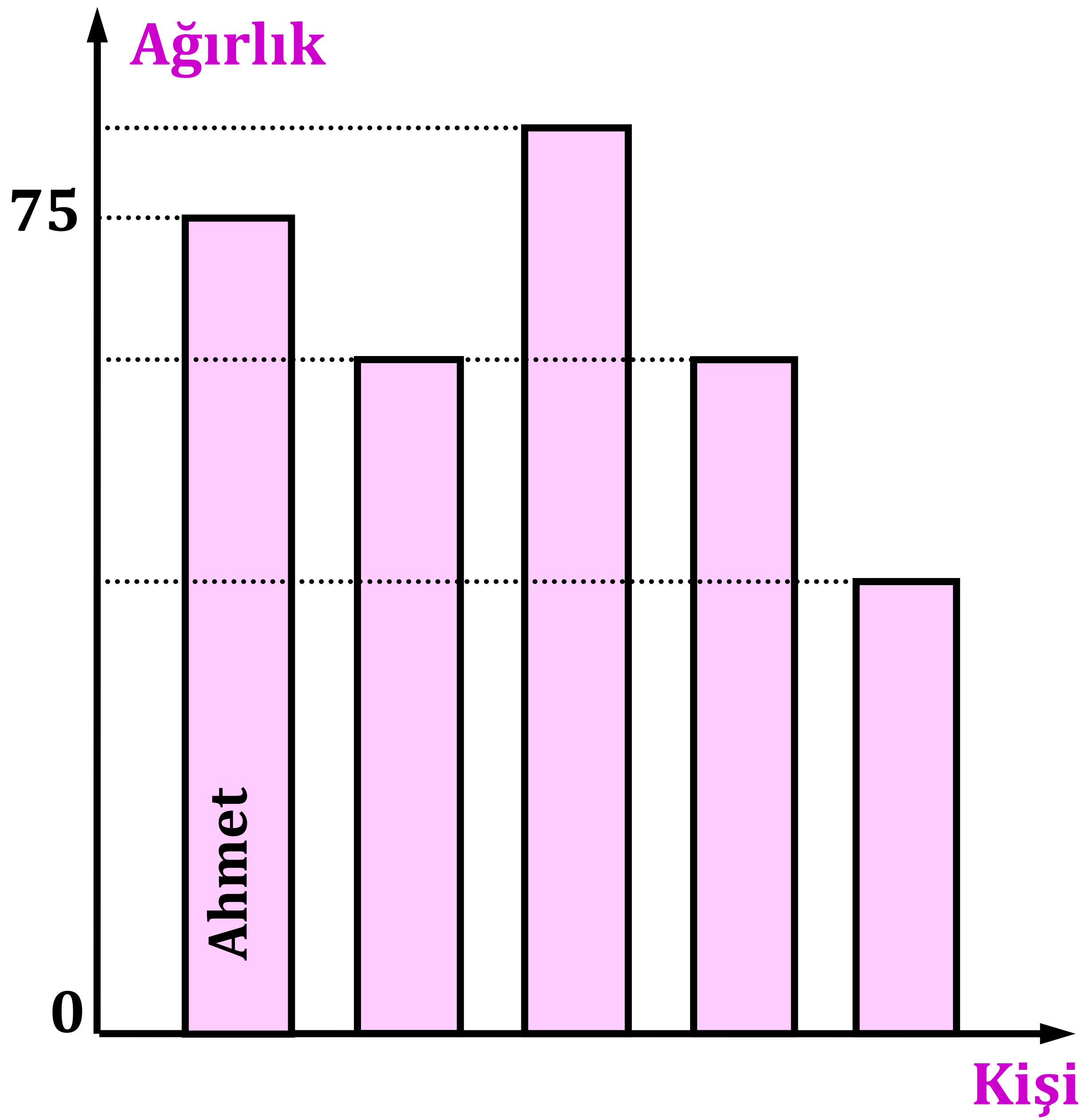
I) Nur, Ömer'den 15 kg daha zayıftır.

II) Ali, Ahmet'ten 5 kg daha ağırdır.

III) Ömer ile Kaan aynı kilodadır.

IV) Kaan, Ali'den 15 kg daha zayıftır.

Bu verilere göre grubun standart sapmasını bulunuz.


Ağırlık
75
0
Ahmet
Kişi

2) Histogram Grafiği : Bitişik dikdörtgenlerden oluşan sütun grafiği türüne " histogram " adı verilir. **Verileri belirli aralıklarla belirlemek ve genel durum hakkında yorum yapmak için histogram grafiği kullanılır.** Histogramda bir eksene aralıklar, diğer eksene ise bu aralıktaki veriler yazılır.

Grafik çizimi yapılırken aşağıdaki adımlar izlenir:

1) Veriler küçükten büyüğe doğru sıralanır.

2) Açıklık bulunur. Grup sayısı belirlenir.

3) $\dfrac{\text{Açıklık}}{\text{Grup Sayısı}} < \text{Grup genişliği}$ bulunur. **Grup genişliği bölümün sonucundaki sayıdan büyük olan en küçük tam sayıdır.**

Veriler grup genişliğine göre belirlenir ve uygun grafik çizilir.

Soru : **Bir dersten öğrencilerin aldığı sınav notları; 30 , 55 , 15 , 27 , 66 , 87 , 99 , 72 , 44 , 21 , 82 , 60 , 59 , 36 , 48 , 62 , 70 , 91 , 68 ve 19 ’dur. Sınav sonuçlarını 5 ’li grup halinde gösteren histogramı çiziniz.**

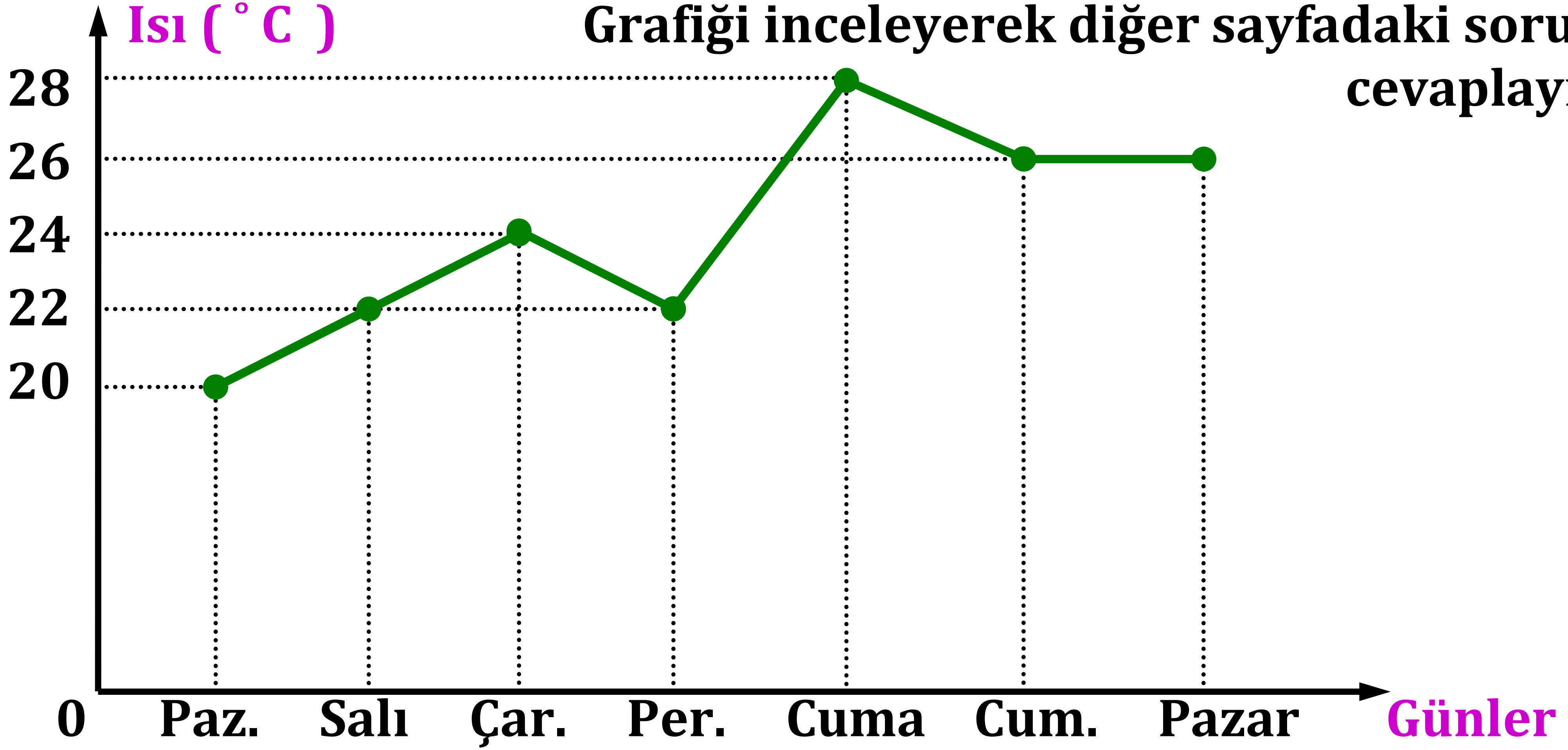
Grafik çizimi yapılır.

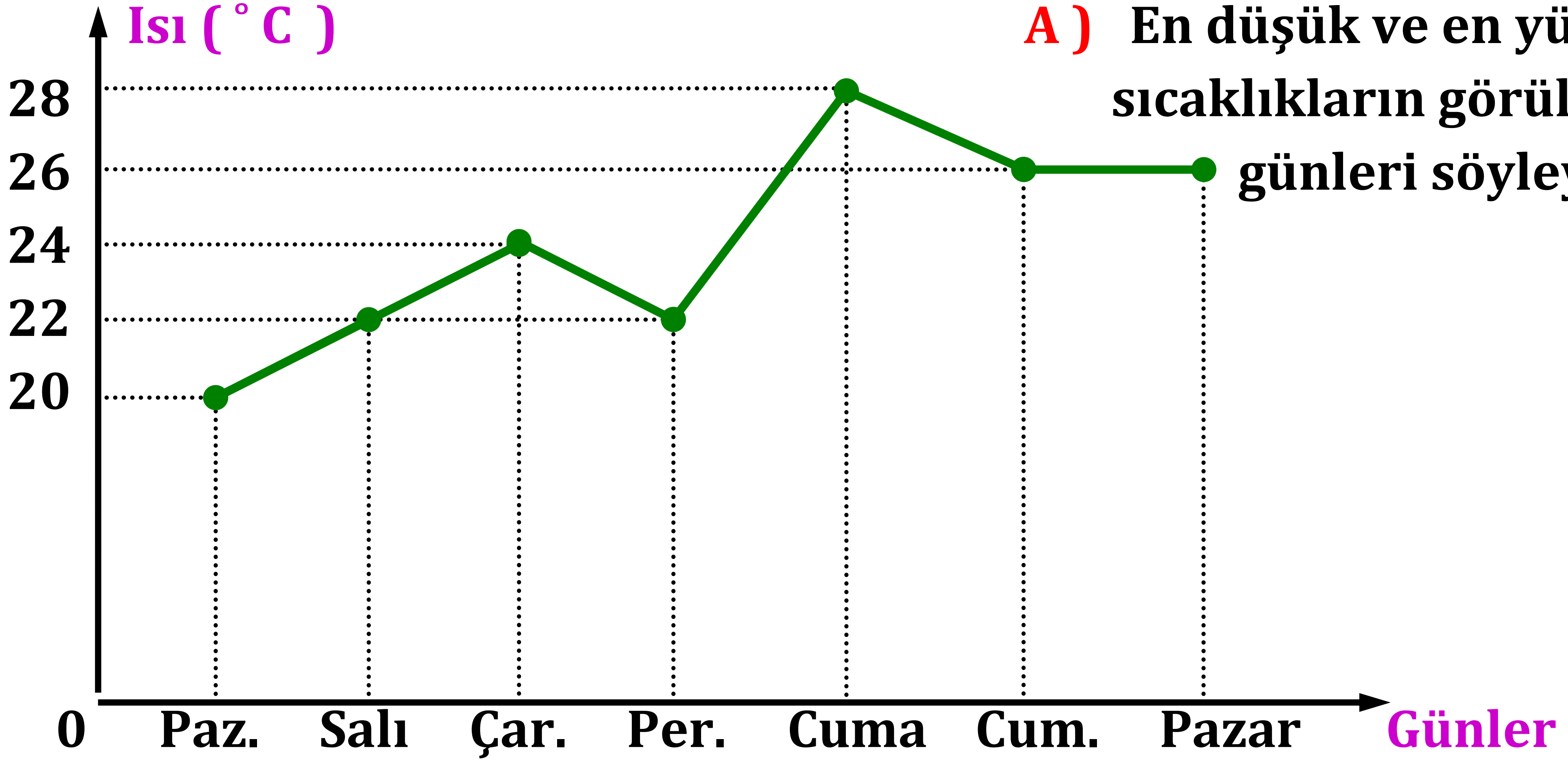
Soru : **Bir gruptakilerin yaşları ; 33 , 12 , 8 , 5 , 6 , 11 , 3 , 2 , 10 , 21 , 27 , 19 , 15 , 7 , 30 ve 4 ’tür. Yaş gruplarını 4 ’lü grup halinde gösteren histogramı çiziniz.**

Grafik çizimi yapılır.

3) Çizgi Grafiği : Verilerin yatay ve dikey eksendeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların çizgilerle birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafik türüne " çizgi grafiği " adı verilir.

Soru : Alttaki grafikte bir haftalık ısı değişimi verilmektedir. Grafiği inceleyerek diğer sayfadaki soruları cevaplayınız.

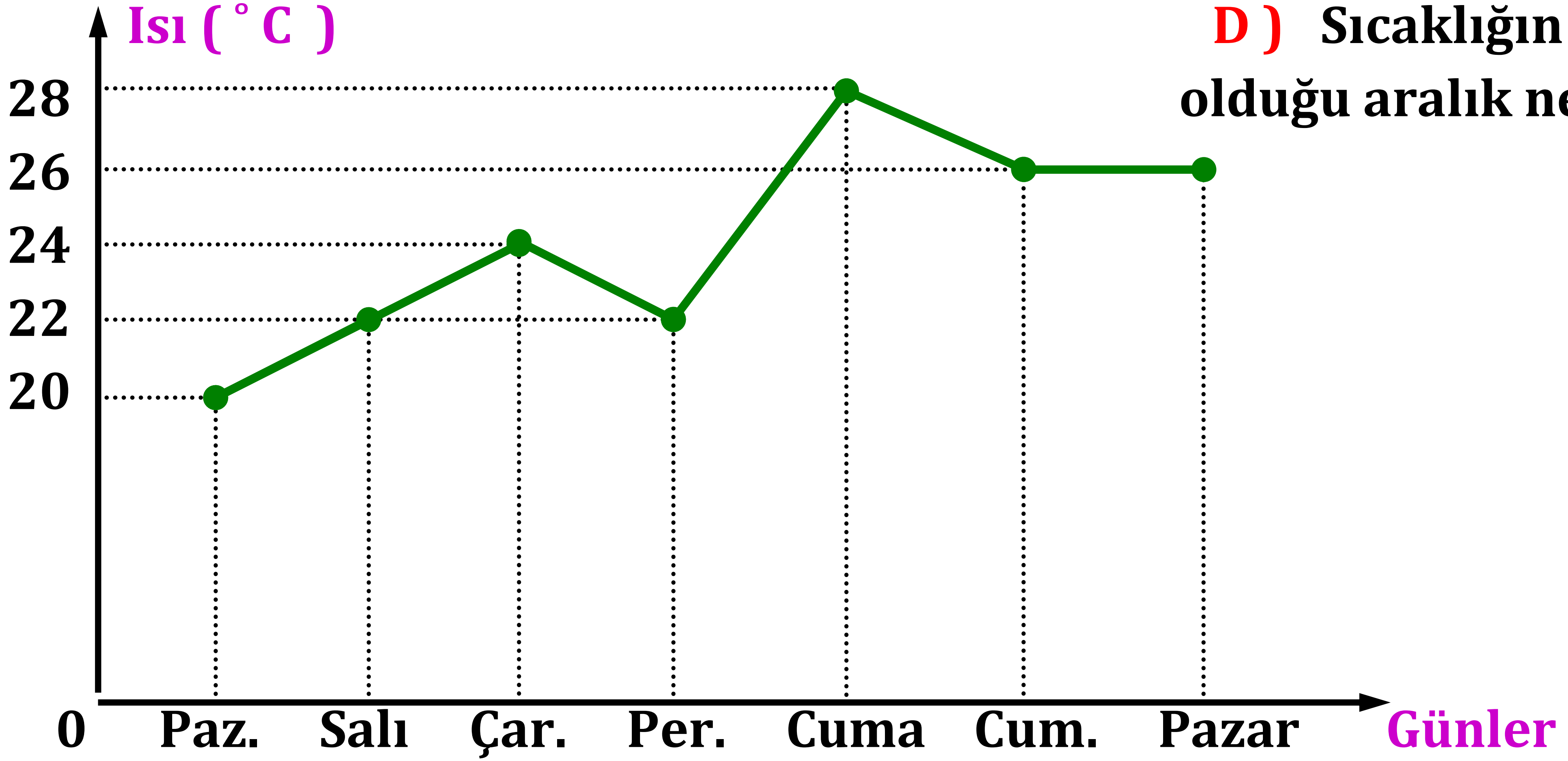




A) En düşük ve en yüksek sıcaklıkların görüldüğü günleri söyleyiniz.

B) Sıcaklık düşüşleri hangi günler arası görülmüştür ?

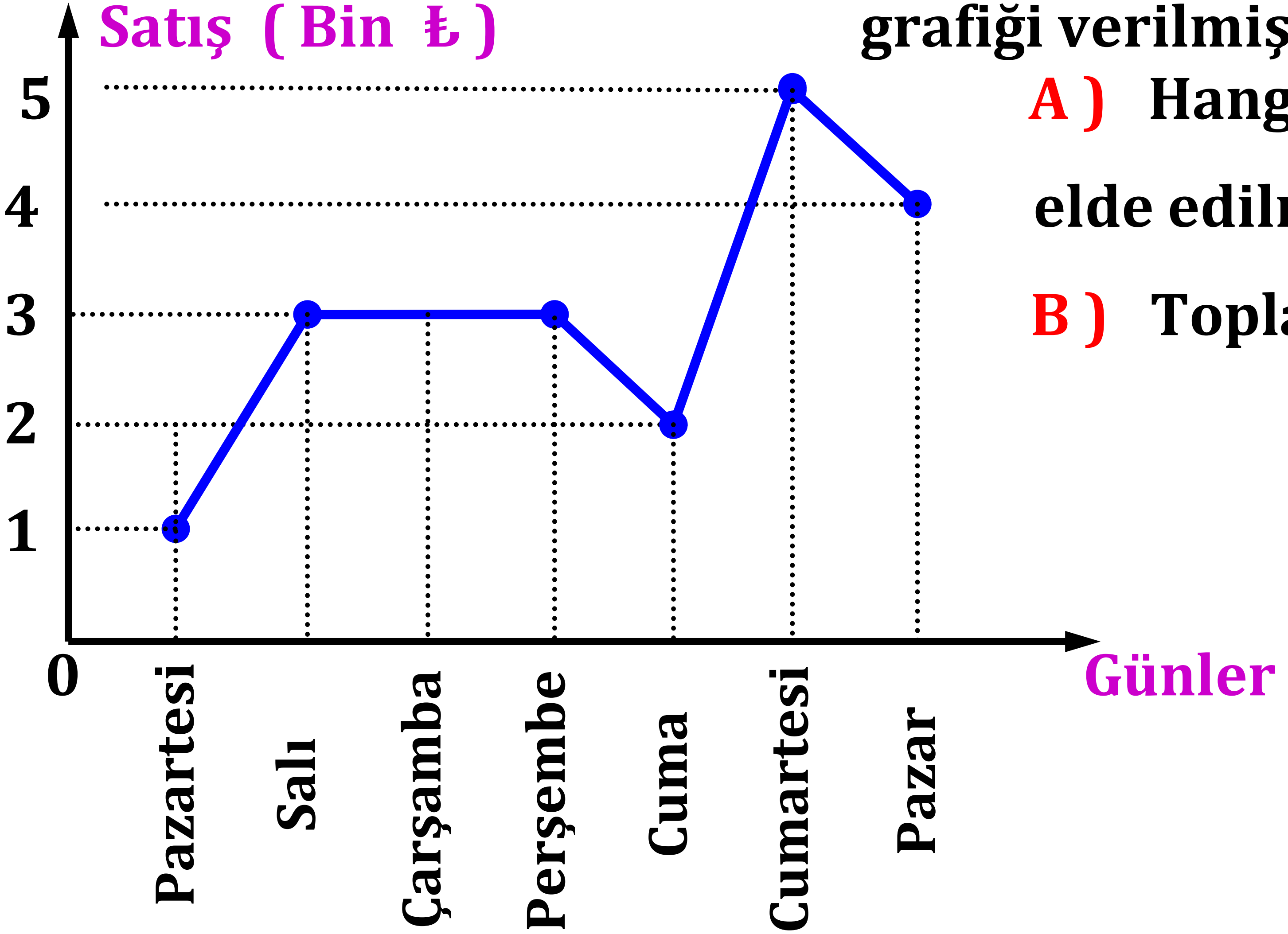
C) En yüksek ısı farkı hangi iki gün arası yaşanmıştır ?



D) **Sıcaklığın sabit olduğu aralık nedir ?**

E) **Haftanın sıcaklık ortalamasını bulunuz.**

Soru : Bir iş yerinin günlük yaptığı satıştan elde ettiği paranın grafiği verilmiştir. Grafiğe göre ;

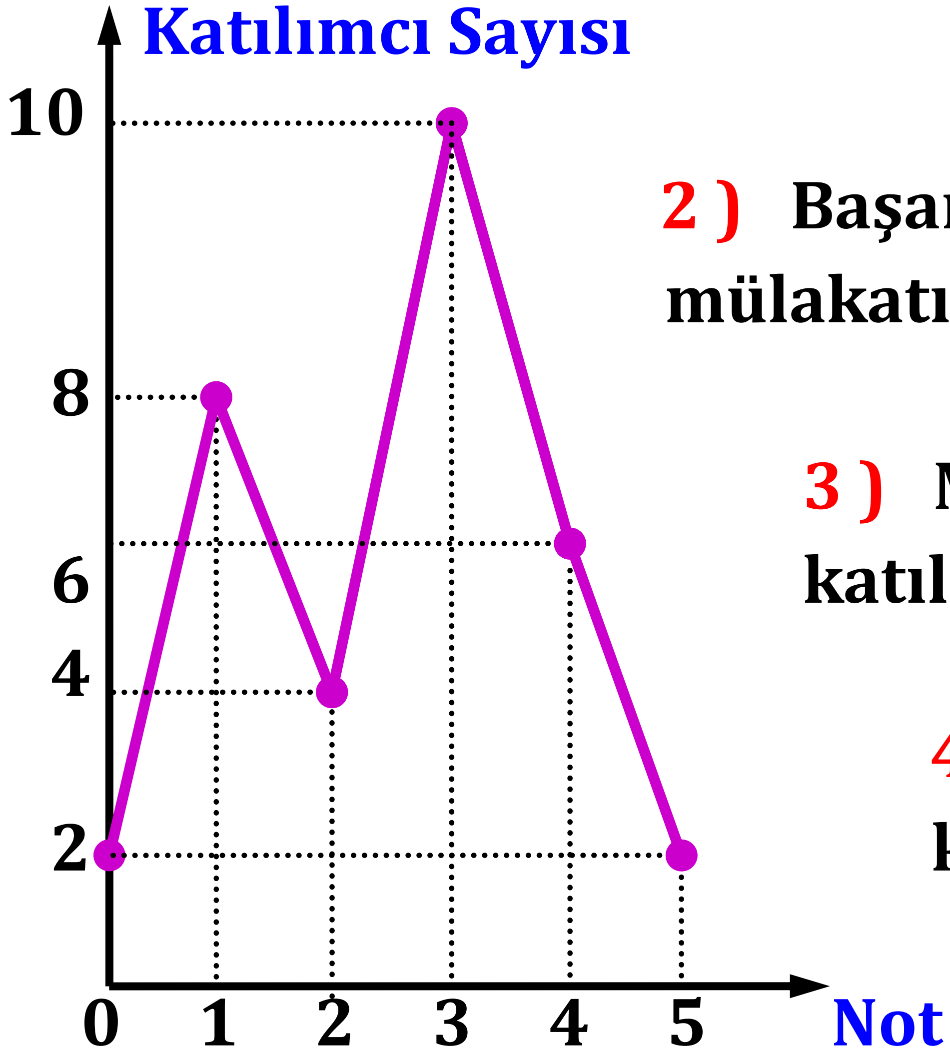


A) Hangi günler aynı gelir elde edilmiştir ?

B) Toplam gelir ne kadardır ?

C) Günlük gelir ortalama nedir ?

Soru : **Grafik bir işverenin işçi seçiminde uyguladığı mülakata katılan kişilerin aldıkları notları göstermektedir. Grafiğe göre aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu kontrol ediniz.**



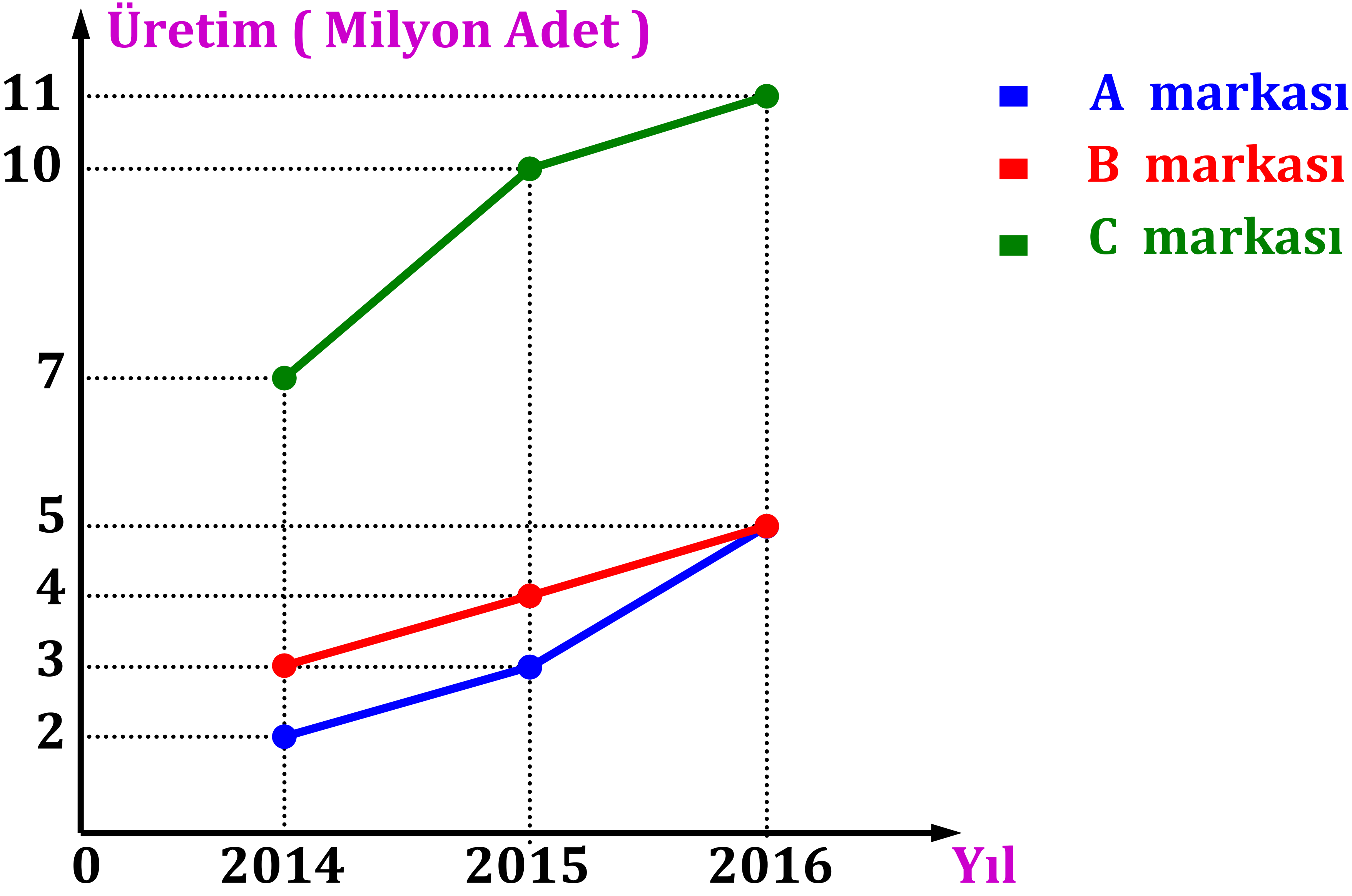
1) Katılımcı sayısı 30 'dur. ( )

2) Başarı notu 3 sayıldığına göre mülakatı mülakatı geçemeyen 14 kişi vardır. ( )

3) Mülakattan 4 ve 1 alanların sayısı katılımcıların üçte birinden fazladır. ( )

4) Mülakatı kazananların sayısı, kaybedenlerin sayısından 3 eksiktir. ( )

Soru : **Grafiğe göre üç yıl süresince üretilen telefonlar içinde A markasının tüm üretim içindeki oranını (%) bulunuz.**

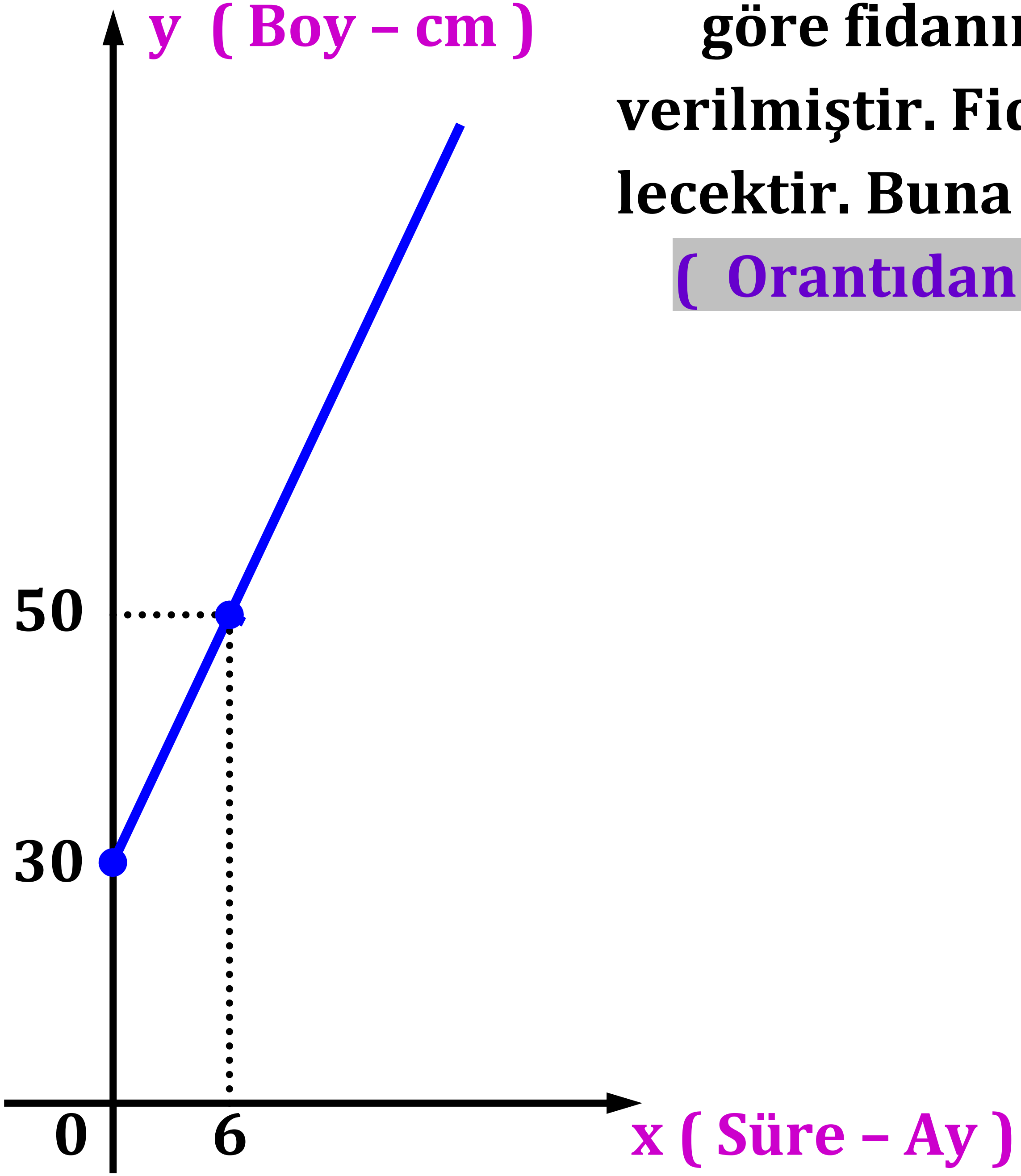


Soru : **Ankara'ya ait 5 günlük en düşük ve en yüksek hava tahminleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Bu verilere uygun çizgi grafiğini oluşturunuz.**

Gün	En Düşük Sıcaklık (°C)	En Yüksek Sıcaklık (°C)
Pazartesi	5	18
Salı	6	20
Çarşamba	4	16
Perşembe	6	21
Cuma	7	17

Soru : Alttaki grafik dikilen kavak fidanına aittir. Geçen zamana göre fidanın <u>doğrusal</u> uzama çizgi grafiği verilmiştir. Fidan 20 m'ye ulaştığında kesilecektir. Buna göre kaç ay geçmesi gerekir ?

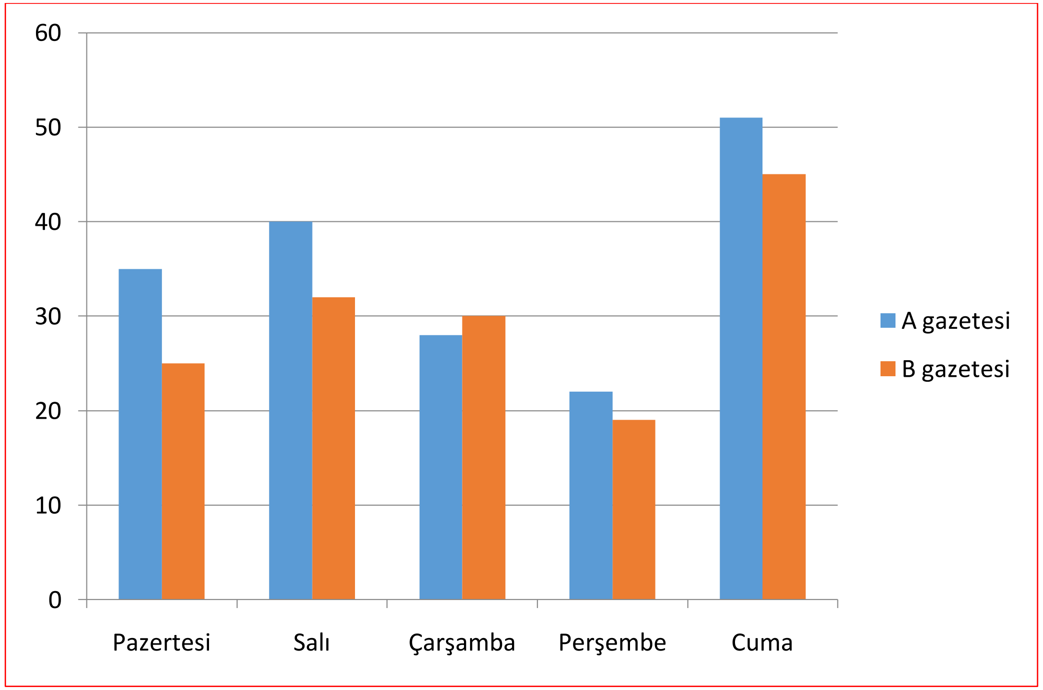
(Orantıdan da istenen sonuç bulunabilir.)



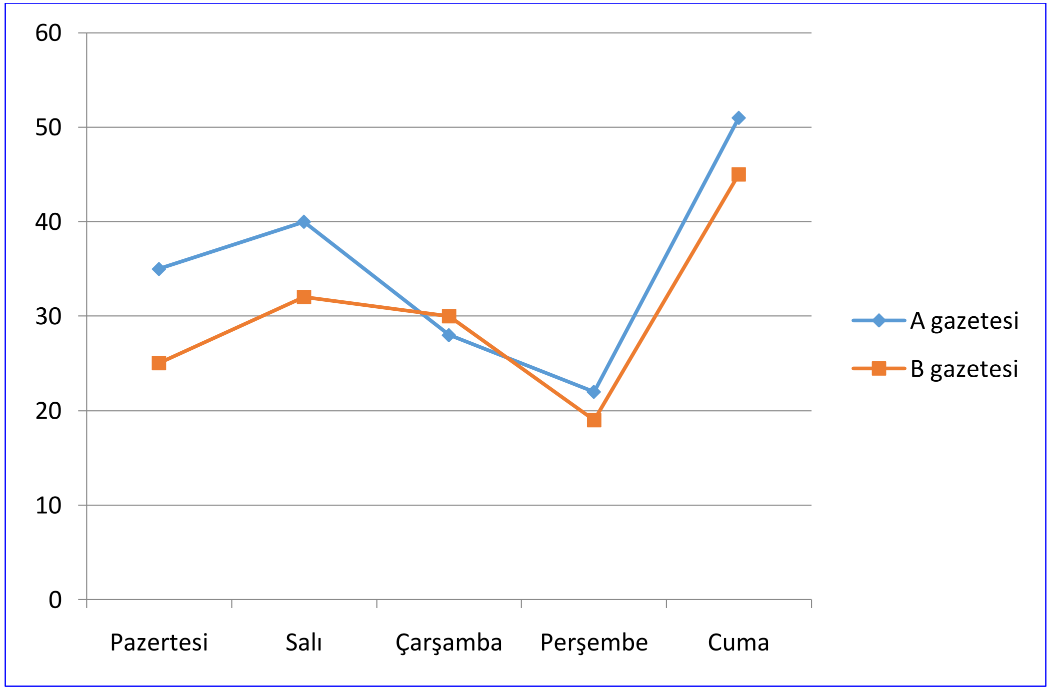
Soru : Alttaki tablo bir büfedeki iki gazetenin günlük satış adetlerini göstermektedir.

	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma
A gazetesi	35	40	28	22	51
B gazetesi	25	32	30	19	45

Bu miktarlar **Excel** programında tablo olarak girilir; tablo seçilir, ekle kısmından **grafik türünü** seçerek grafik oluşturabiliriz.

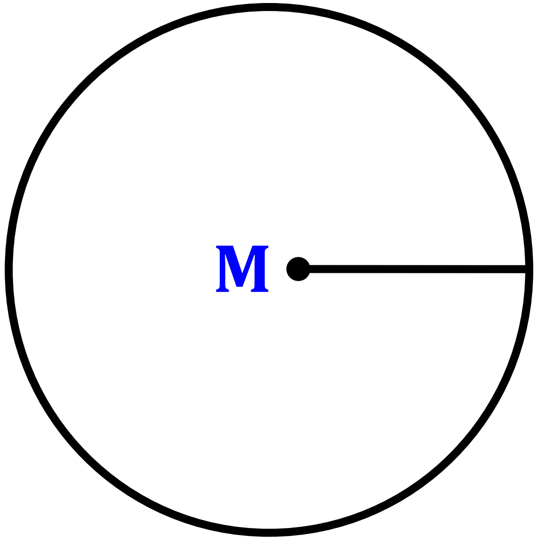


Sütun grafiği



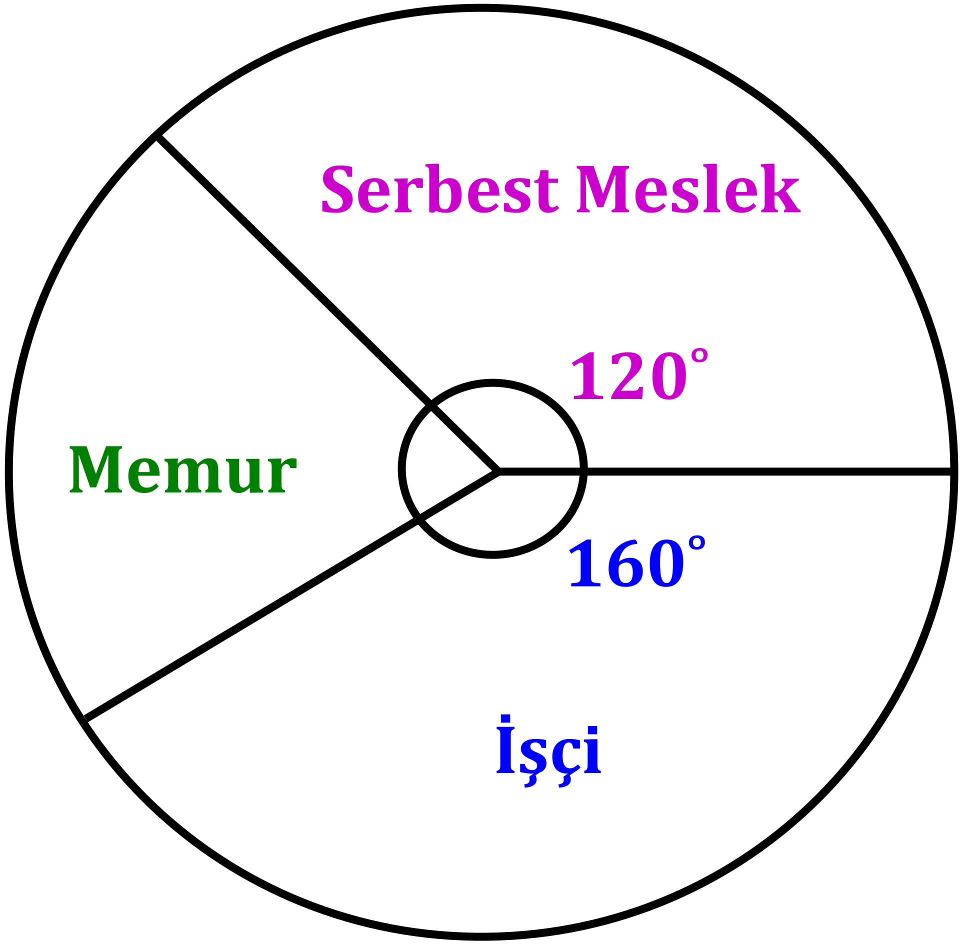
Çizgi grafiği

3) Daire Grafiği : Eldeki verilerin daire dilimleri biçiminde sunulmasıdır. *** **Değişkenlerin bir bütün içerisindeki oranları yüzde veya merkez açı ölçüleri gösterilerek hazırlanır.** Merkez açıların toplamı 360° 'dir. Bu grafik türüne pasta grafiği adı da verilir. Her daire grafiği, sütun grafiğine dönüştürülebilir.

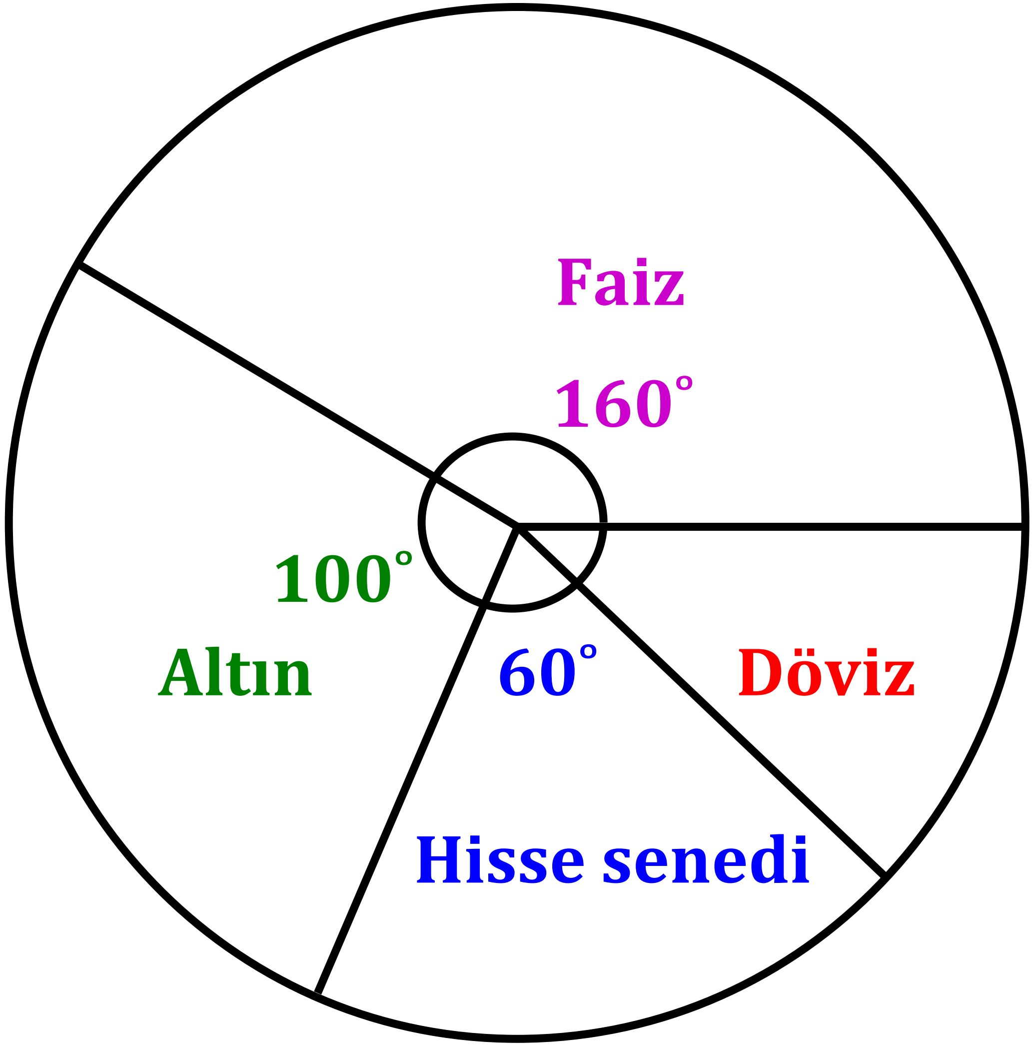


M çemberin merkez noktasıdır. Şekillerde M merkez noktası belirtilmez.

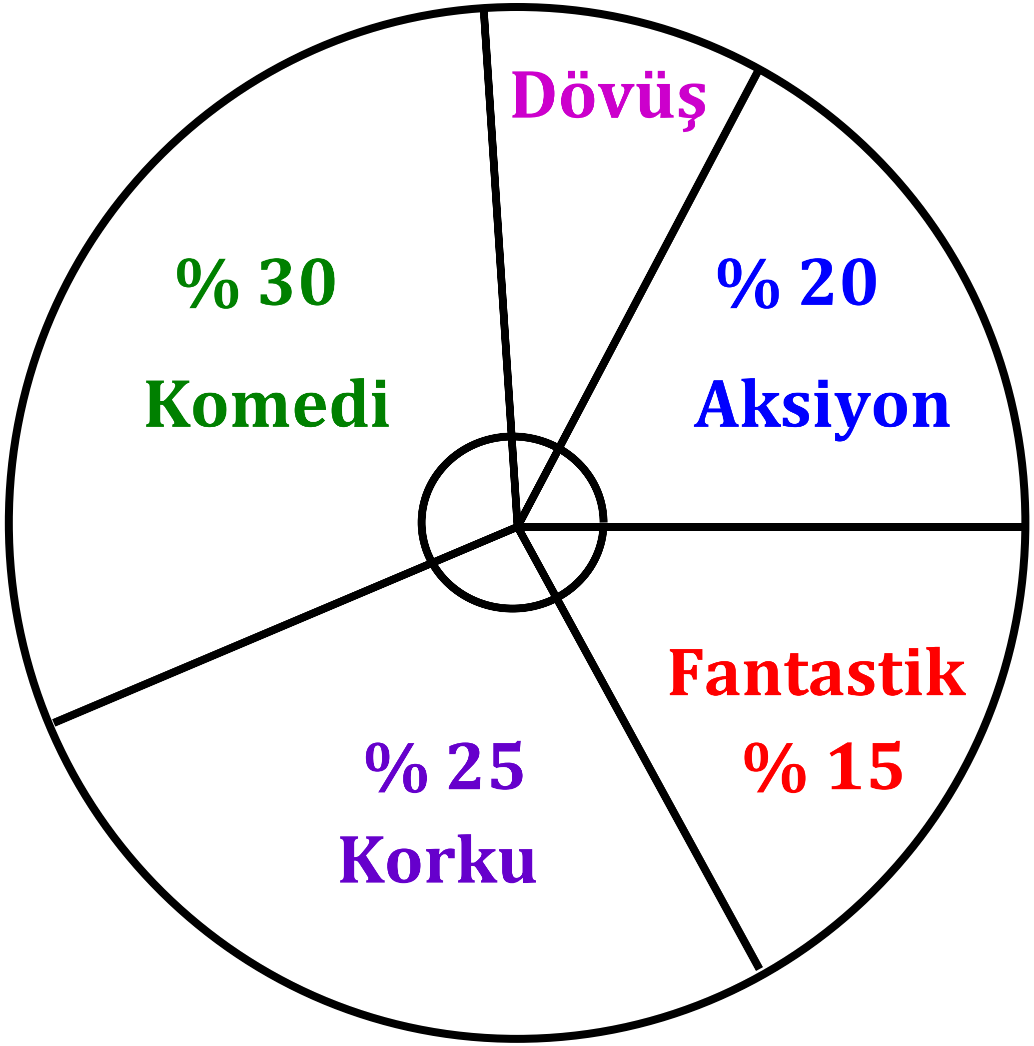
Soru : **630 kişilik gruptakileri meslek dağılımı oranı grafikte verilmiştir. Verilere göre grupta kaç memur vardır ?**



Soru : **Altta daire grafiği verilen bir kişinin parasını değerlendirme şekli gösteriliyor. Bu kişi 5400 ₺'sini altında değerlendirdiğine göre faiz ve dövizde kaçar ₺'si bulunmaktadır ?**



Soru : Düzenli film izleyen 400 kişinin en çok sevdiği film türlerine göre anket yapılmış ve dağılım aşağıdaki grafikte verilmiştir. Buna göre; **A)** En az sevilen film türünü kaç kişi işaretlemiştir ?



B) Korku filmini sevenlerin yüzdesi bütünün kaç derecelik parçasını ifade eder ?

Soru : **Bir işyeri günde 42 tane A ürünü, 48 tane B ürünü ve 30 tane C ürünü üretmektedir. Üretim miktarlarını yüzde olarak daire grafiği olarak gösteriniz.**

Soru : **Altta daire grafiği verilen bir kişinin çiftliğindeki hayvanların sayısal dağılımı gösteriliyor. Tavuk sayısı koyun sayısından 90 fazla ise çiftlikte kaç inek vardır ?**