

1. 3. Sayı Kümelerinin Özellikleri

Eski çağlardan itibaren insanlar mevsim ve ay döngülerini takip etmek, avladıkları hayvan sayısının miktarını belirtmek gibi durumlar için mağara duvarlarına veya ağaç gövdelerine attıkları çentiklerden yararlanmışlardır.

Antik Mısır medeniyetinde yaklaşık 3000 yıl önce sayılar, hiyerogliflerin tekrar edilmesiyle ifade edilmiştir. Büyük sayıları göstermek için onun katlarını tercih eden Antik Mısırlılar, kesirleri birim kesirler yardımıyla göstermiştir.

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 1. Sayfa ~

$$\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}, 5 \in \mathbb{Q}, \sqrt{16} \in \mathbb{Q}, -1\frac{3}{7} \in \mathbb{Q} \text{ 'dır.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \pi = 3,14 \dots \\ \sqrt{2} = 1,41 \dots \\ \sqrt{7} = 2,645 \dots \end{array} \right\} \in \mathbb{Q}' \text{ 'dir. Yani irrasyonel sayılardır.}$$

Sayı kümeleri arasında $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ bağıntısı vardır.

$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$ Rasyonel sayılar ile irrasyonel sayılar kümesinin oluşturduğu kümeye “reel (gerçek) sayılar” kümesi adı verilir ve \mathbb{R} harfi ile gösterilir.

$\sqrt{-11}, \sqrt{-25}, \dots$ gibi içerisinde negatif sayı bulunan kare köklü sayılar birer reel sayı olamazlar.

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 4. Sayfa ~

$$a < b \text{ ise } c \in \mathbb{R}^- \text{ için } \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \text{ olur. } \text{çarpılır ya da}$$

bölünürse eşitsizlik yönü değişir.)

Örneğin; $-3 < 5$ için eşitsizliği -4 ile çarpalım.

$$-3 \cdot (-4) < 5 \cdot (-4)$$

$12 < -20$ olması mümkün değildir.

Dolayısıyla doğru yazım $12 > -20$ olmalıdır.

- $0 < a < b$ ise $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ olur.
- $a < b < 0$ ise $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ olur.
- $0 < a < b$ ise $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $a^n < b^n$ olur.

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 7. Sayfa ~

Konumsal yazım, matematikte sayıların değerinin sayının yazılışındaki konumuna bağlı olduğu bir sayı yazım sistemidir.

Sembollerini tekrar ederek büyük sayıları yazmak zorlaşınca bazı medeniyetler, sayıların gösteriminde konumsal yazımı tercih etmiştir.

Mezopotamya coğrafyasında MÖ 1894 - MÖ 539 yılları arasında hüküm süren Babilliler, altmışlık sayı sistemiyle konumsal yazım kullanmıştır.

Sayı kümelerinin tarihî gelişimi, matematiksel düşüncenin insan ihtiyaçlarını karşılamak için nasıl değiştiğini göstermektedir. Her bir yeni kavram ve sayı kümesi, matematiksel bilgi birikimini genişletmiş ve matematiğin uygulamalarını çeşitlendirmiştir.

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 2. Sayfa ~

Sayı kümelerinde eşitsizlik konusunun kurallarını bilmemiz gerekir.

Eşitsizlik konusunda bilmemiz gerekenler :

- $a \leq a$ (Bir sayı kendisinden küçüktür ya da kendisine eşittir ya da bağlacı olduğundan doğru hüküm bildirir.)
- $a \leq b$ ve $b \leq a$ ise $a = b$ olur.
- $a \leq b$ ve $b \leq c$ ise $a \leq c$
- $a < b$ ve $b < c$ ise $a < c$ olur.
- $a \leq b$ ise $a \mp c \leq b \mp c$ (Eşitsizliğin iki tarafına aynı sayı eklenir yada çıkartılırsa eşitsizlik yönü değişmez.)
- $a < b$ ise $a \mp c < b \mp c$ olur.

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 5. Sayfa ~

Soru: Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur ?

A) $4 < 8$ ise $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ olur.

B) $-2 < 5$ ise $-\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ olur.

C) $0 < 11$ ise $\frac{1}{0} > \frac{1}{11}$ olur.

D) $-9 < -3$ ise $-\frac{1}{9} > -\frac{1}{3}$ olur.

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 8. Sayfa ~

Sayı Kümeleri

$\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$ doğal sayılar kümesidir.

$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \}$ ise tam sayılar kümesidir.

$\mathbb{Z}^- = \{ \dots, -4, -3, -2, -1 \}$ negatif tamsayılar kümesini,

$\mathbb{Z}^+ = \{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$ ise pozitif tamsayılar kümesini gösterir.

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{ 0 \} \cup \mathbb{Z}^+$ tam sayılar kümesini verir.

Tanım: 1) $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara “rasyonel sayılar” adı verilir ve \mathbb{Q} harfi ile gösterilir.

2) İki tam sayının oranı şeklinde yazılamayan sayılara ise “irrasyonel sayılar” adı verilir ve \mathbb{Q}' harfi ile gösterilir.

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 3. Sayfa ~

$$\bullet \begin{array}{l} a \leq b \text{ ise } c \in \mathbb{R}^+ \text{ için } a \cdot c \leq b \cdot c \\ a < b \text{ ise } c \in \mathbb{R}^+ \text{ için } a \cdot c < b \cdot c \end{array}$$

(Eşitsizliğin iki tarafı aynı

$$a \leq b \text{ ise } c \in \mathbb{R}^+ \text{ için } \frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$$

pozitif sayı ile

$$a < b \text{ ise } c \in \mathbb{R}^+ \text{ için } \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \text{ olur.}$$

çarpılır ya da

bölünürse eşitsizlik yönü değişmez.)

$$\bullet \begin{array}{l} a \leq b \text{ ise } c \in \mathbb{R}^- \text{ için } a \cdot c \geq b \cdot c \\ a < b \text{ ise } c \in \mathbb{R}^- \text{ için } a \cdot c > b \cdot c \end{array}$$

(Eşitsizliğin

iki tarafı aynı

$$a \leq b \text{ ise } c \in \mathbb{R}^- \text{ için } \frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$$

pozitif sayı ile

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 6. Sayfa ~

Soru: x, y, c gerçek sayılar için $x < y$ ve $k < 0$ olmak üzere,

I. $x + k < y + k$

II. $x \cdot k > y \cdot k$

III. $\frac{x}{k} < \frac{y}{k}$

IV. $k - x > k - y$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur ?

~ 9. Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 9. Sayfa ~

Soru: $x < y < 0 < z$ olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi daima doğrudur ?

A) $\frac{x + y}{z} > 0$ B) $\frac{x \cdot z}{y} < 0$

C) $x^2 < y^2$ D) $x + z > y + z$

E) $\frac{x - z}{y} > 0$

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 10 . Sayfa ~

Soru: $\frac{1}{12} < x < \frac{1}{5}$ ise; A) $3x$ ’in çözüm aralığı bulunuz.

B) $x - 4$ ’ün çözüm aralığı bulunuz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 11 . Sayfa ~

Soru: A , B ve C bitkilerinin boyları (cm) ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.
“ A bitkisinin boyu, C bitkisinin boyundan uzundur.
B bitkisinin boyu, C bitkisinin boyuna eşit veya C bitkisinin boyundan kısadır. ”
A ve C , B ve C , A ve B bitkilerinin boylarını karşılaştırarak aralarındaki ilişkiyi eşitsizlik sembolleriyle ifade ediniz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 12 . Sayfa ~

Soru: “ a , b $\in \mathbb{Z}$ ve b < a olmak üzere $b < \frac{a + b}{2} < a$ olur. ” önermesinin doğru olup olmadığını cebirsel olarak ispatlayınız.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 13 . Sayfa ~

Soru: Gerçek sayılarda sıralama özellikleri yardımıyla “ x , y , m ve n $\in \mathbb{R}$ olmak üzere $x < y$ ve $m < n$ için $x + m < y + n$ olur. ” önermesinin doğru olup olmadığını cebirsel olarak ispatlayınız.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 14 . Sayfa ~

Soru: Aşağıda bir önerme ve bu önermenin ispatı gösterilmiştir.
Önerme: x , y , z ve $t \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x \leq y$ ve $z \leq t$ ise $x - t \leq y - z$ olur.
1. Adım: $x \leq y$ eşitsizliğinden $x - t \leq y - t$ eşitsizliği elde edilir.
2. Adım: $z \leq t$ ise $- t \leq - z$ eşitsizliği elde edilir.
3. Adım: $- t \leq - z$ eşitsizliğinden $- z + y \leq - t + y$ eşitsizliği elde edilir. ($y - z \leq y - t$)
4. Adım: 1. ve 3. adımda elde edilen eşitsizliklerden yani
$$\left. \begin{array}{l} x - t \leq y - t \\ y - z \leq y - t \end{array} \right\} x - t \leq y - z \text{ olur.}$$

Buna göre ispata ait adımların hangisinde ilk defa **hata** yapılmıştır ?

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 15 . Sayfa ~

Soru: Aşağıda bir önerme ve bu önermenin ispatı gösterilmiştir.
Önerme: a ve b **pozitif** gerçel sayılar olsun. $a < b$ ise $a + b > b$ olur.
1. Adım: $a < b$ eşitsizliğinden $a \cdot a < b \cdot a$ işleminden $a^2 < b \cdot a$ eşitsizliği elde edilir. (İki taraf a ile çarpılır.)
2. Adım: $a^2 - b^2 < b \cdot a - b^2$ eşitsizliği elde edilir. (İki taraftan b^2 çıkartılır.)
3. Adım: $(a - b) \cdot (a + b) < b \cdot (a - b)$ eşitsizliği elde edilir. (İki taraf çarpanlarına ayrılır.)
4. Adım: $\frac{(a - b) \cdot (a + b)}{a - b} < \frac{b \cdot (a - b)}{a - b}$ işleminden $a + b < b$ elde edilir. (İki taraf aynı çarpana bölünür.)
Buna göre ispata ait adımların hangisinde ilk defa **hata** yapılmıştır ?
~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 16 . Sayfa ~

Arada Olma
Bir sayı kümesindeki herhangi iki sayı arasında aynı sayı kümesinden başka bir sayının yer alması, o kümenin arada olma özelliğine sahip olduğunu gösterir.
Örneğin bir mühendis, bir köprü veya bina tasarlarken yapının taşıyacağı maksimum ve minimum yükleri hesaplar. Arada olma özelliği sayesinde bu iki yük arasındaki herhangi bir değer in yapıyı güvenle taşıyabileceğini bilir ve buna göre tasarım yapar.

Soru: Sayı kümelerine ait elemanların arasında o sayı kümesine ait başka bir örnek eleman var ise yazarak tabloyu doldurunuz.

Hangi Sayılar Arasında Arandığı	N	Z	Q	R
11 ile 13				

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 17 . Sayfa ~

2 ile 3				
- 5 ile - 2				
4,2 ile 4,4				
$\sqrt{3}$ ile $\sqrt{19}$				
$\frac{5}{7}$ ile $\frac{6}{7}$				
$\frac{11}{2}$ ile $\frac{23}{3}$				

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 18 . Sayfa ~


Soru: Altta verilen bilgilerden kaç tanesi doğrudur ?

- Ardışık iki doğal sayı (\mathbb{N}) arasında herhangi bir doğal sayı yer almaz.
- Ardışık iki tam sayı (\mathbb{Z}) arasında herhangi bir tam sayı yer almaz.
- \mathbb{N} ve \mathbb{Z} kümelerinde arada olma özelliği yoktur.
- Herhangi iki rasyonel sayı (\mathbb{Q}) arasında istenen sayıda rasyonel sayı bulunabilir.
- Herhangi iki gerçek (\mathbb{R}) sayı arasında istenen sayıda gerçek sayı bulunabilir.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 19 . Sayfa ~

Soru: Dünyanın en ağır kitaplarından birisinin kütlesi 8 kg ile 9 kg arasındadır. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

A) Kitabın kütlesi (kg) doğal sayı veya tam sayı olabilir mi ? Nedenleriyle açıklayınız.



B) Kitabın kütlesinin (kg) hangi sayı kümeleri ile ifade edilebileceğini ifade ediniz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 20 . Sayfa ~

Soru: $\frac{3}{5}$ ile $\frac{4}{5}$ rasyonel sayıları arasına;

A) Bir tane rasyonel sayı yerleştiriniz.

B) İki tane rasyonel sayı yerleştiriniz.


C) Üç tane rasyonel sayı yerleştiriniz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 21 . Sayfa ~

Soru: 2,02 ile 2,03 sayıları arasına yazılabilecek tam kısmı 2 ve virgülden sonraki kısmı üç basamaklı olacak şekilde kaç sayı yazılabilir ? Bu sayıları bulunuz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 22 . Sayfa ~

Soru: 3000 metre koşu yarışı sıralamaları için dakikanın yüzdelik gösterimine göre tespit yapılmıştır. Bu sporculardan birincinin yarışı bitirme süresi 18,6a ve ikincinin yarışı bitirme süresi 18,6b olarak ölçülüyor. a rakamı bir asal sayı ise b 'nin hangi sayı değerlerini alabileceğini bulunuz.



~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 23 . Sayfa ~

Sayı Kümelerinin Dört İşleme Göre Kapalılığı

Bir sayı kümesinde yapılan işlemler (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) sonucunda elde edilen değerlerin yine o küme içinde kalması, algoritmalar ve formüllerin geliştirilmesi sırasında tutarlılık ve işlevsellik sağlar.

Bir kümedeki herhangi iki eleman bir işleme girdiğinde elde edilen sonuç yine aynı kümenin elemanı ise bu küme o işleme göre kapalıdır.

Bir A kümesini ele alalım. $x, y \in A$ için, $a + b, a - b, a \cdot b$ ve $\frac{a}{b} \in \mathbb{R}$ ise A kümesi bu dört işleme göre kapalı **olmuş olur.**

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 24 . Sayfa ~

Soru: Altta verilen kümelerin dört işleme göre kapalılık özelliğinin var olup olmadığını bulunuz. (Kümeden iki eleman seçeriz. İşlemler sonucu aynı kümeden çıkmazsa kapalılık özelliği yoktur.)

A) \mathbb{N} kümesi (Doğal Sayılar Kümesi)

Toplama İşlemi	Çıkarma İşlemi
Çarpma İşlemi	Bölme İşlemi

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 25 . Sayfa ~

B) \mathbb{Z} kümesi (Tam Sayılar Kümesi)

Toplama İşlemi	Çıkarma İşlemi
Çarpma İşlemi	Bölme İşlemi

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 26 . Sayfa ~

C) \mathbb{Q} kümesi (Rasyonel Sayılar Kümesi)

Toplama İşlemi	Çıkarma İşlemi
Çarpma İşlemi	Bölme İşlemi

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 27 . Sayfa ~

D) $\mathbb{Q} - \{ 0 \}$ kümesi

Toplama İşlemi	Çıkarma İşlemi
Çarpma İşlemi	Bölme İşlemi

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 28 . Sayfa ~

E) \mathbb{Q}' kümesi (İrrasyonel Sayılar Kümesi)

Toplama İşlemi	Çıkarma İşlemi
Çarpma İşlemi	Bölme İşlemi

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 29 . Sayfa ~

F) \mathbb{R} kümesi (Reel Sayılar Kümesi)

Toplama İşlemi	Çıkarma İşlemi
Çarpma İşlemi	Bölme İşlemi

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 30 . Sayfa ~

G) $\mathbb{R} - \{ 0 \}$ kümesi

Toplama İşlemi	Çıkarma İşlemi
Çarpma İşlemi	Bölme İşlemi

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 31 . Sayfa ~

Soru: $A = \{ x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z} \}$ kümesinin dört işleme göre kapalı olup olmadığını inceleyiniz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 32 . Sayfa ~

Soru: Rakamlar kümesinin dört işleme göre kapalı olup olmadığını inceleyiniz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 33 . Sayfa ~

1. 4. Gerçek Sayıların İşlem Özellikleri

Değişme Özelliği: İki reel sayının toplamı veya çarpımında sayıların yerleri değiştirilirse sonuç değişmez.

$a, b \in \mathbb{R}$ için, $a + b = b + a$ ve $a \cdot b = b \cdot a$ 'dır.

Örneğin 2 ile 6 reel sayılarını alalım.

$$2 + 6 = 6 + 2 \quad 2 \cdot 6 = 6 \cdot 2 \quad \text{eşitlikleri sağlanır.}$$

*** Çıkarma ve bölme işlemlerinde değişme özelliği yoktur.

Örneğin 2 ve 6 reel sayıları için;

$$2 - 6 \neq 6 - 2 \quad \text{olur.} \quad \frac{6}{2} \neq \frac{2}{6} \quad \text{olur.}$$

Birleşme Özelliği: Toplama yada çarpma işleminde işlem sırası değişebilir. $a, b, c \in \mathbb{R}$ için;

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 34 . Sayfa ~

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{yazılabilir.}$$

*** Çıkarma ve bölme işlemlerinde de birleşme özelliği yoktur.

Dağılma Özelliği: $a, b, c \in \mathbb{R}$ için;

$$a \cdot (b \mp c) = a \cdot b \mp a \cdot c \quad \text{olarak yazılabilir.}$$

Etkisiz Eleman: Toplama işleminde etkisiz eleman 0, çarpma işleminde ise etkisiz eleman 1 'dir.

$$a + 0 = 0 + a = a \quad \text{ve} \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a \quad \text{'dır.}$$

Yutan Eleman: Çarpma işleminde yutan eleman 0 'dır.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 35 . Sayfa ~

Ters Eleman: $a \in \mathbb{R}$ için ;

A) $a + (-a) = (-a) + a = 0$ Toplama işleminde a 'nın tersi $-a$ 'dır.

$$B - \quad a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$$

Çarpma işleminde a 'nın tersi $\frac{1}{a}$ 'dır. ($a \neq 0$ olmalıdır.)

Soru: $\frac{2}{3}$ sayısının çarpma ve toplama işlemlerine göre terslerini bulup, toplamalarını elde ediniz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 36 . Sayfa ~

Soru: $1\frac{3}{5}$ sayısının çarpmaya göre tersi $\frac{a}{b}$ ise $a - b = ?$

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 37 . Sayfa ~

Soru: $2a - 8$ sayısı çarpmanın yutan elemanı, $6 - b$ 'de toplama-
nın etkisiz elemanı ise $\frac{b}{a}$ 'nın toplamaya göre tersi kaç olur ?

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 38 . Sayfa ~

Soru: $x + 2$ sayısının toplamaya göre tersi $2x - 22$ olduğuna göre $x = ?$

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 39 . Sayfa ~

Önerme Kavramı

Matematikte kavramlar, kavramlara ait özellikler, işlemlerden elde edilen sonuçlar sözel veya sembolik olarak ifade edilebilir. Bu ifadelerden bazıları kesin doğru ya da kesin yanlış bir hüküm bildirir.

Kesin doğru ya da kesin yanlış bir hüküm bildiren ifadelere

“ önerme ” denir. Önergeler sözel veya sembolik dille ifade

edilebilir.

Soru: Aşağıdaki önermelerin doğru veya yanlış olma durumlarını belirleyerek tabloyu doldurunuz. (X işareti koyunuz)

Önerme	Doğru	Yanlış
Türkiye'nin en büyük gölü Van Gölü'dür.		
Rakamlar 9 tanedir.		

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 40 . Sayfa ~

$5 + 2 \cdot (-3) - (-2)^3 = 7$ 'dir.		
Negatif bir tam sayının tüm kuvvetleri yine negatiftir.		
Tüm çift sayılar 4 ile tam bölünür.		
Tek basamaklı asal sayıların toplamı 17 'dir.		
Reel sayılar kümesi en kapsamlı sayı kümesidir.		
Sıfır harici sayıların sıfıra bölümü tanımsızdır.		
54627062814 sayısı 3 ile tam bölünür.		
İki basamaklı en büyük negatif tam sayı - 99 'dur.		

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 41 . Sayfa ~

Matematikte Sembolik Dil

Gerçek sayılarda işlem özelliklerini ifade eden önermeler, **sembolik dil** kullanılarak yazılabilir.

Matematikte sembolik dilin kullanılmasının çeşitli faydaları bulunmaktadır. Sembolik dil, matematiksel ifadelerin standartlaştırılmasına ve genelleştirilmesine olanak sağlar. Matematiksel kavramlar ve ilişkiler daha net ve kesin bir şekilde ifade edilir. Bu da matematiksel problemleri çözmek ve matematiksel düşünceyi geliştirmek için önemlidir.

Önüne geldiği elemanların çokluğunu belirten **“ bazı (en az bir) ve her ”** ifadelerine **“ niceleyiciler ”** adı verilir.

Her sözcüğü ile bütün, tüm, tamamı sözcükleri aynı anlama gelir.

Her kelimesi yerine \forall sembolü kullanılır.

Bazı sözcüğü en az bir anlamındadır. En az bir yerine \exists

sembolü kullanılır.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 42 . Sayfa ~

İki veya daha fazla önermeyi birlikte ifade edebilmek için

bağlar veya gerektirmelerden faydalanılır. Matematiksel ifadeler arasında bağlaçların (ve , veya , ya da) ve gerektirmelerin (ise , ancak ve ancak) sembolleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Bağlaçlar :

Sembol	\wedge	\vee	$\underline{\vee}$	\Rightarrow	\Leftrightarrow
Anlamı	Ve	Veya	Ya da	İse	Ancak ve Ancak

Sözel önermelerin matematiksel sembolik dil ile gösterimi aşağıdaki gibidir.

“ Her a , b gerçek sayısı için a , b 'den büyükse a 'nın b 'den çıkarılmasıyla elde edilen değer sıfırdan büyüktür. ”

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 43 . Sayfa ~

“ $\forall a , b \in \mathbb{R}$ için $a > b \Rightarrow b - a > 0$ olur. ”

Soru: Aşağıda verilen sözel önermelerin matematiksel sembolik dil ile gösterimini yapınız ve doğru önerme olup olmadığını belirtiniz. **A)** “ En az bir tam sayının karesi 4 ' tür. ”

B) “ Her x doğal sayısı sıfırdan büyüktür. ”

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 44 . Sayfa ~

C) “ a ve b gerçek sayılarının çarpımlarının değeri negatifse a ya da b negatiftir. ”

D) “ a ile b gerçek sayı olmak üzere a ile b 'nin çarpım sonucu, ancak ve ancak a veya b sayıları sıfıra eşitse sıfırdır. ”

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) – 45 . Sayfa ~

E) “ a gerç k sayısı sıfıra eşit veya sıfırdan küçükse ve sıfıra eşit veya sıfırdan b   kse a sıfıra eşittir. ”

F) “ İki gerç k sayının çarpımının sıfırdan farklı olması için ancak ve ancak çarpanlarının ikisinin de sıfırdan farklı olması gerekmektedir. ”

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 46 . Sayfa ~

Soru: Aşağıda verilen matematiksel sembolik dil ile yazılmış ifadelerin sözel olarak yazımını yapınız.

A) “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ ”

B) “ $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 0$ ”

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 47 . Sayfa ~

C) “ $\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $a < b \vee a - b < 0$ ’dır. ”

D) “ $\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ için $\exists b \in \mathbb{R}$ vardır. Öyle ki $a \cdot b = 1$ ’dir. ”

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 48 . Sayfa ~

E) “ $\exists x \in \mathbb{Z}, 0 < x < 1 \Rightarrow x^2 < x$ olur. ”

Soru: Reel sayılarda çarpma işleminin değişme özelliği vardır. Bu ifadeye karşılık gelen matematiksel sembolik dil “ $\dots x, y \in \mathbb{R}$ için $x \cdot y = y \cdot x$ olur. ” şeklinde gösterilmiştir.

Buna göre boşluğa aşağıdaki matematiksel sembollerden hangisi gelmelidir ?

A) \forall B) \Rightarrow C) \exists

D) \forall E) \wedge

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 49 . Sayfa ~

Soru: “ $\forall x, y \in \mathbb{R}, (x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$ olur. ” önermesinin doğru olduğunu ispatlayınız.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 50 . Sayfa ~

Kural: Cebirsel ifadelerdeki değişkenlerin alacağı tüm gerç k sayı değerleri için sağlanan eşitliklere “  zde lik ” adı verilir.

Aşağıda bazı  zde likler verilmiştir.

1) İki terimin toplamının karesi (tam kare)  zde liėi :

$(x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$

2) İki terimin farkının karesi (tam kare)  zde liėi :

$(x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$

Soru: $(x + y)^2 - (x - y)^2 = ?$

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 51 . Sayfa ~

Soru: $\sqrt{\frac{9}{4} - \frac{15}{4} + \frac{25}{16}} = ?$

(Küçük paydalı olan işlemlerin sonucunu bulmak kolaydır. Ama payda e itlemek zor ise tam kare  zde liėinden yararlanılır. K   n derecesi çift olduğundan içerden çıkan sonucun mutlak değeri alınır.)

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 52 . Sayfa ~

Soru: $\sqrt{\frac{121}{100} - \frac{77}{40} + \frac{49}{64}} = ?$

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 53 . Sayfa ~

Soru: $x - 2y = 7$ ve $x \cdot y = 4$ ise $x^2 + 4y^2 = ?$

($x - 2y = 7$ eşitliğinin karesi alınır ve tam kare  zde liėinden yararlanılır.)

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin  zellikleri) – 54 . Sayfa ~

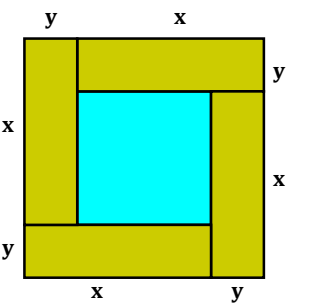
Soru: $2a + 3b = -11$ ve $a \cdot b = 5$ ise $4a^2 + 9b^2 = ?$

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 55 . Sayfa ~

Soru: $x - \frac{3}{x} = 5$ ise $x^2 + \frac{9}{x^2} = ?$

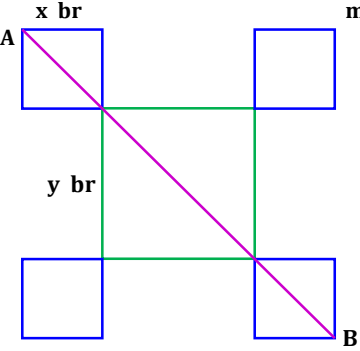
~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 56 . Sayfa ~

Soru: Altta kare ve dikdörtgenlerden oluşan her bir bölgenin ve tüm bölgenin alanını bulunuz.



~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 57 . Sayfa ~

Soru: Şekilde beş tane kare verilmiştir. A ile B doğrusal olup arası mesafe 15 br ve $x \cdot y = 10$ ise bu beş bölgenin alanını bulunuz.



(Dik üçgende Pisagor

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 58 . Sayfa ~

Bağıntısından yararlanılır.)

Kural:3) İki terimin karelerinin farkı (iki kare farkı) özdeşliği: $x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y)$ olarak alınır.

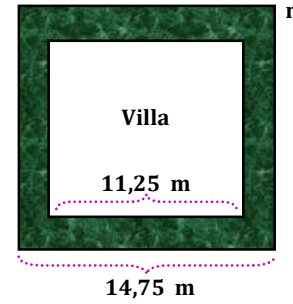
Soru: $x^2 - y^2 = 17$ olup x ve y pozitif tam sayılardır. Buna göre $x \cdot y = ?$ (İki kare farkından denklemlerin karşılığı bulunur. Taraf tarafa yok etme metodundan sayılar bulunur.)

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 59 . Sayfa ~

Soru: $A = (5 - 1) \cdot (5 + 1) \cdot (5^2 + 1) \cdot (5^4 + 1) \cdot (5^8 + 1) \cdot (5^{16} + 1)$ işleminin sonucunu üslü olarak içerecek şekilde bulunuz.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 60 . Sayfa ~

Soru: Kare şeklinde olan villa ve bahçe planı aşağıdaki şekilde verilmiştir. Villanın çevresi çim ile kaplanacaktır. Çimin m^2 fiyatı 250 ₺ ise çimin toplam ücreti kaç ₺ olur ?



~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 61 . Sayfa ~

Kural: $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{a \pm 2\sqrt{m}} = \sqrt{p} \pm \sqrt{q}$ olarak alınır.

$a = p + q$ $m = p \cdot q$

şartını sağlamalıdır.

*** Sonuç kısmında büyük kökten küçük kök çıkartılır.

Örneğin; $(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}})^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ eşitliğini kontrol edelim.

$$5 + 2\sqrt{6} = \sqrt{3}^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2$$
$$5 + 2\sqrt{6} = 3 + 2\sqrt{3 \cdot 2} + 2$$

$5 + 2\sqrt{6} = 5 + 2\sqrt{6}$ eşitliği sağlanmış olur.

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 62 . Sayfa ~

Soru: $\sqrt{8 - 2\sqrt{12}} = ?$

Soru: $\sqrt{19 + 2\sqrt{60}} = ?$

~ 9 . Sınıf (Sayı Kümelerinin Özellikleri) - 63 . Sayfa ~

Soru: $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = ?$

Soru: $\sqrt{4 - \sqrt{7}} = ?$

Soru: $\sqrt{9 - 6\sqrt{2}} = ?$ (İç kökün katsayısı 2 yapılır. Artan çarpan kök içine alınır ve kural sağlamır hale getirilir.)

Soru: $\sqrt{7 + \sqrt{48}} = ?$ (İç kökten 4 çarpanı dışarı alınır ve kuralı sağlar hale getirilir.)

Soru: $\sqrt{6 + \sqrt{11}} = ?$

Soru: $\sqrt{14 + 8\sqrt{3}} = ?$

Soru: $\sqrt{6 + \sqrt{20}} = ?$

Soru: $\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}} = ?$

Soru: $\sqrt{4\sqrt{11 + \sqrt{72}} - 3} = ?$