

Doğrusal Fonksiyonun Dönüşümü

Kural 1: ($y = f(x) \mp a$ Durumu)

$y = f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilsin.

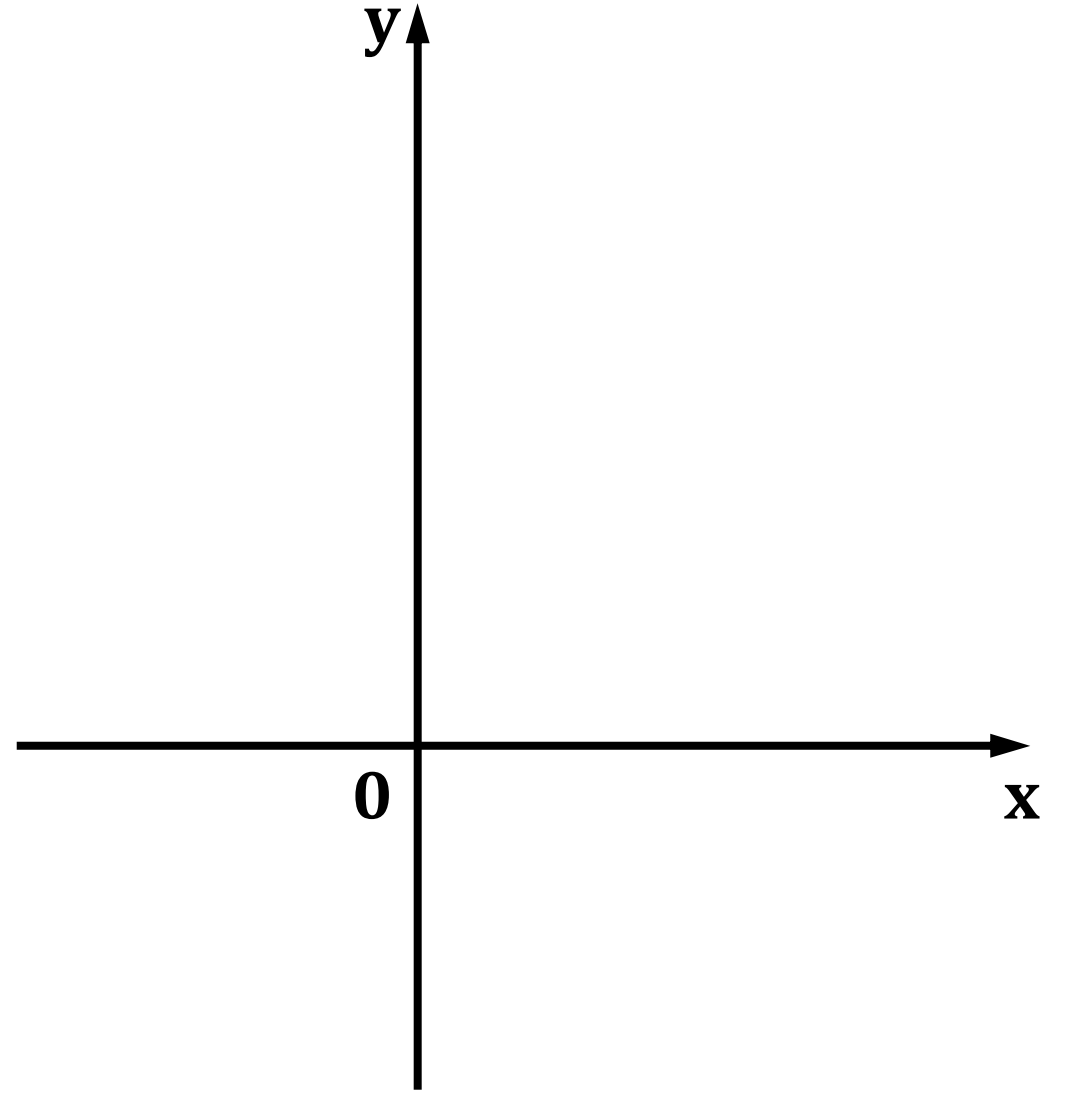
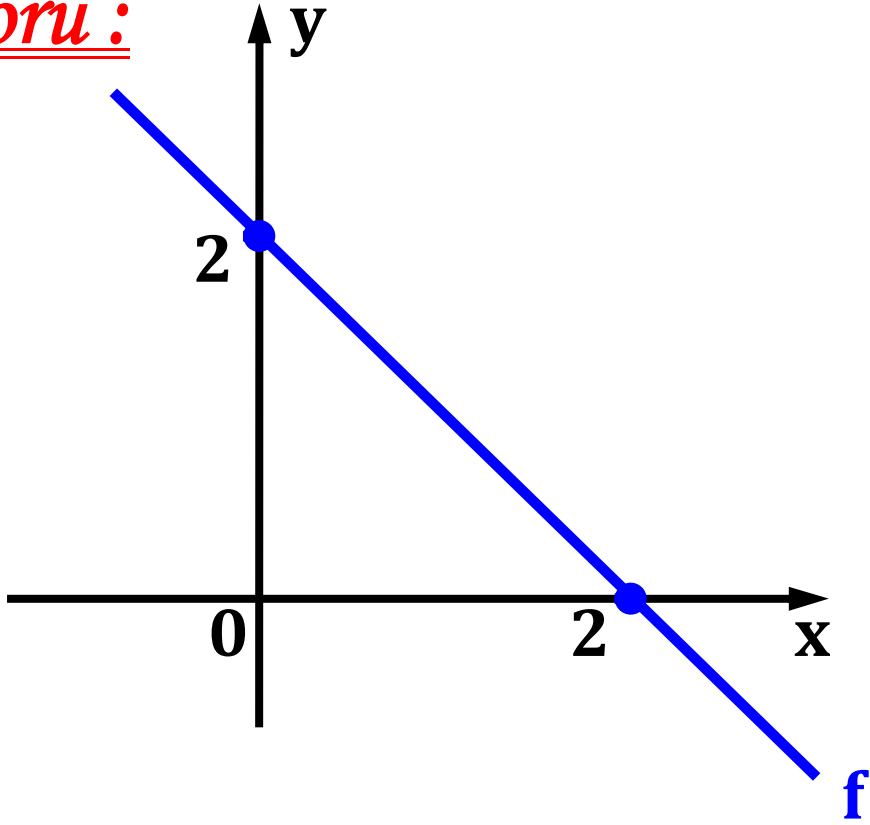
$y = f(x) + a$ durumunda grafik **a br yukarı**, $y = f(x) - a$

durumunda ise grafik **a br aşağı** kaydırılır. Önceki grafiğe

göre yeni grafiğin noktaları belirlenir. *** Değişim x

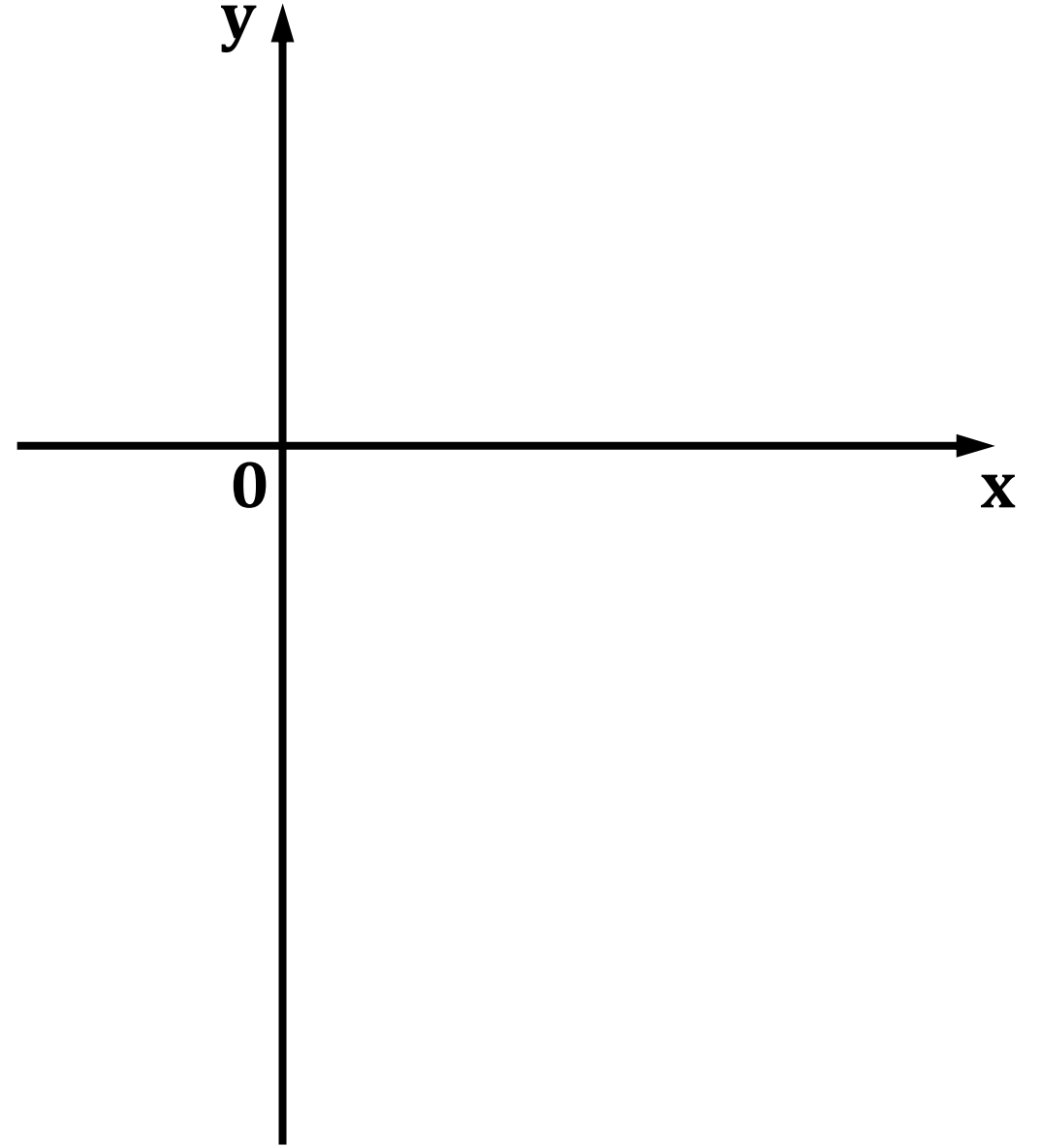
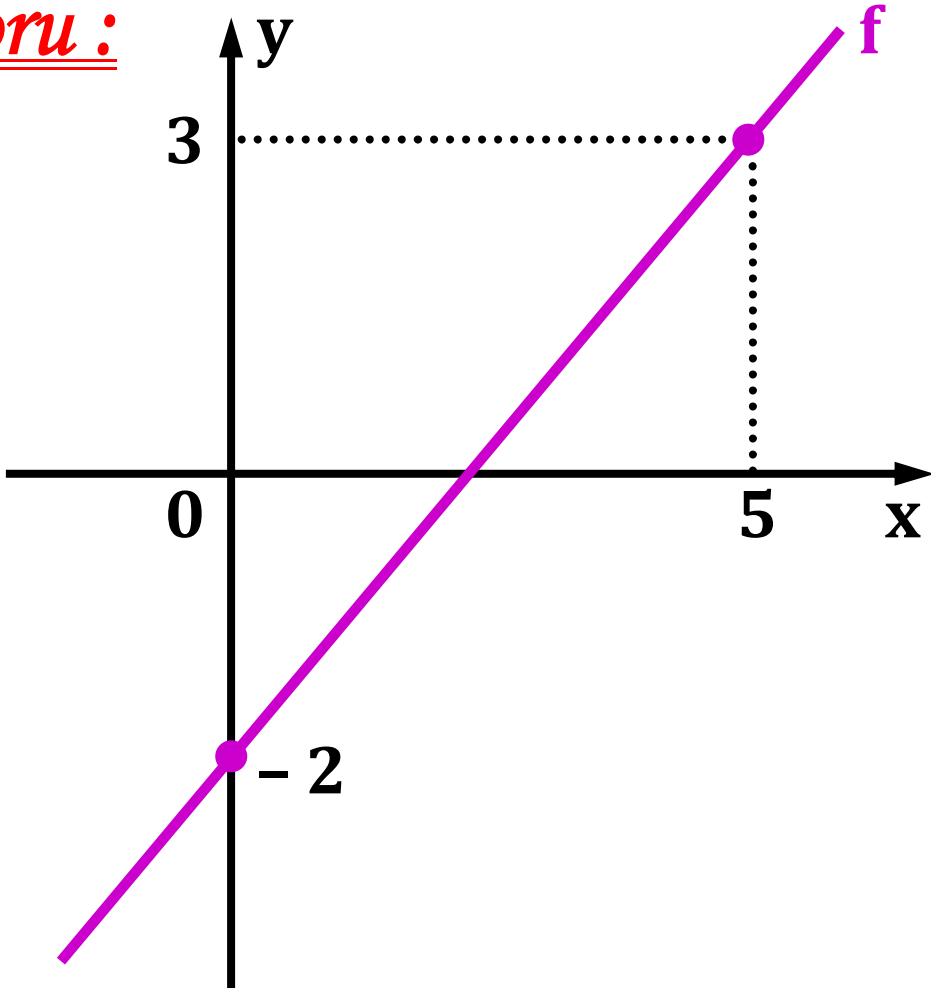
değerlerinde değil, y değerlerindedir.

Soru :



$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.
Buna g re $y = f(x) + 1$
fonksiyonunun grafiğini  iziniz.

Soru :



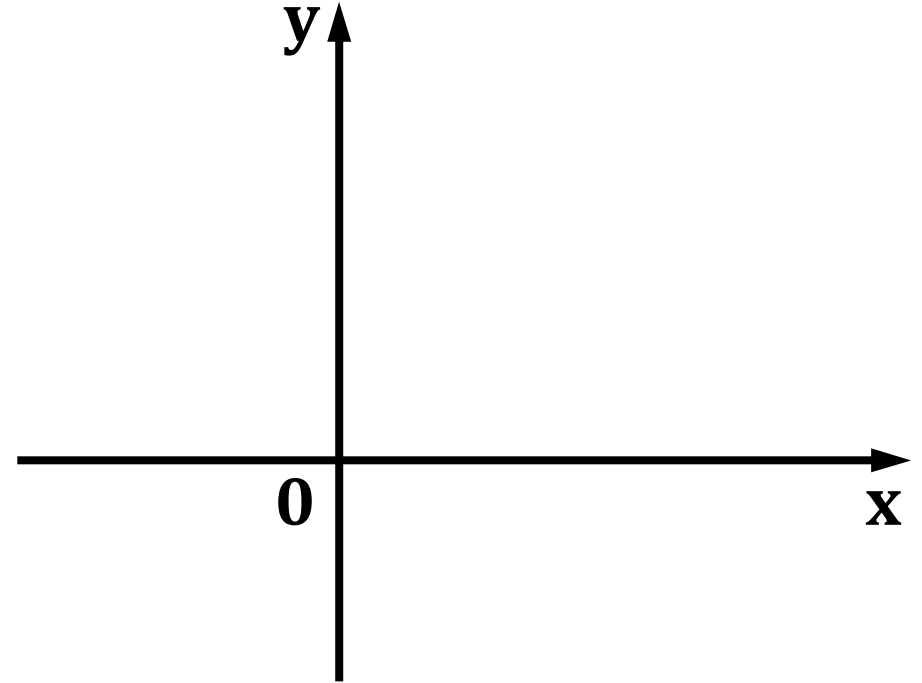
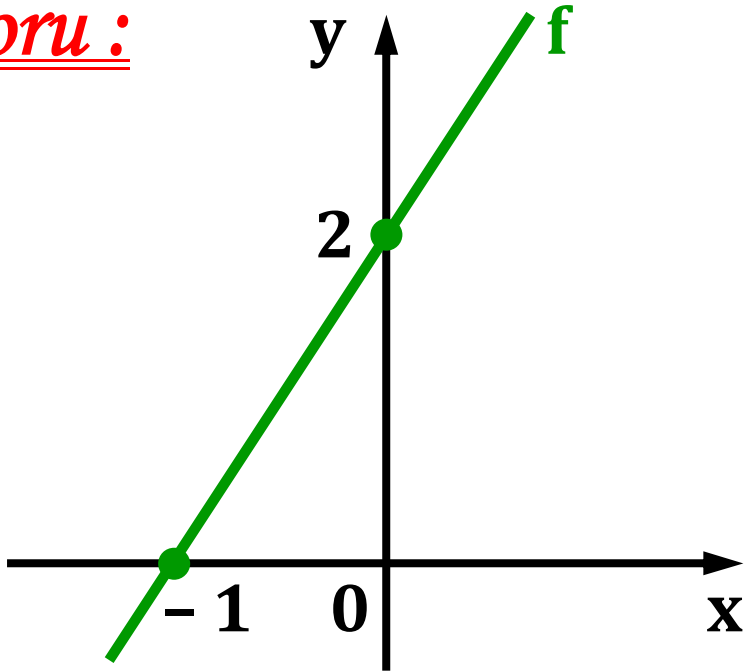
$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.. Buna göre $y = f(x) - 2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru: $y = f(x) = -5x + 6$ fonksiyonunun grafiği 8 br yukarı kaydırıldığında fonksiyonun denklemi $h(x) = mx + n$ oluyorsa $m \cdot n = ?$

Kural 2: ($y = f (x \mp a)$ Durumu)

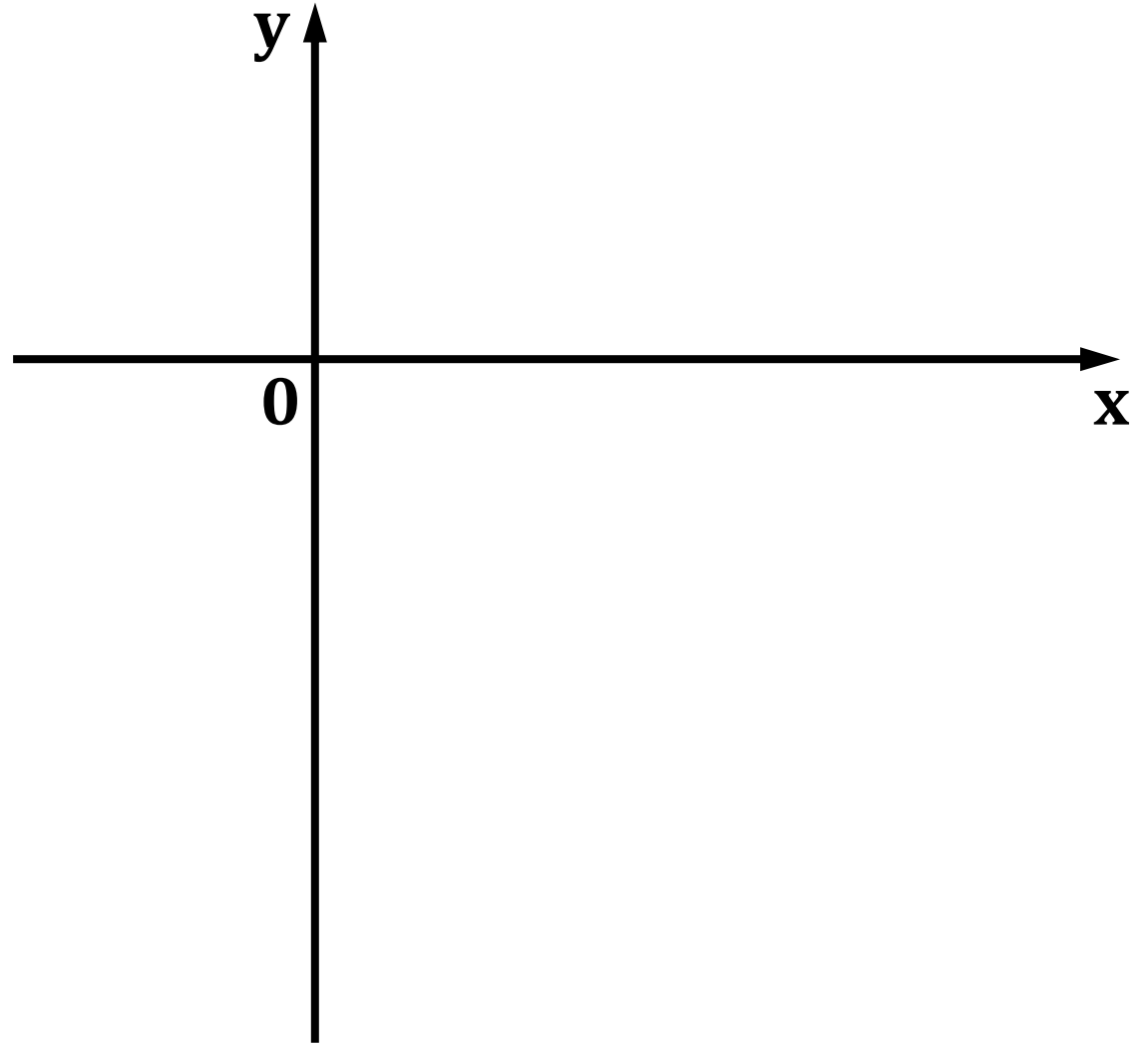
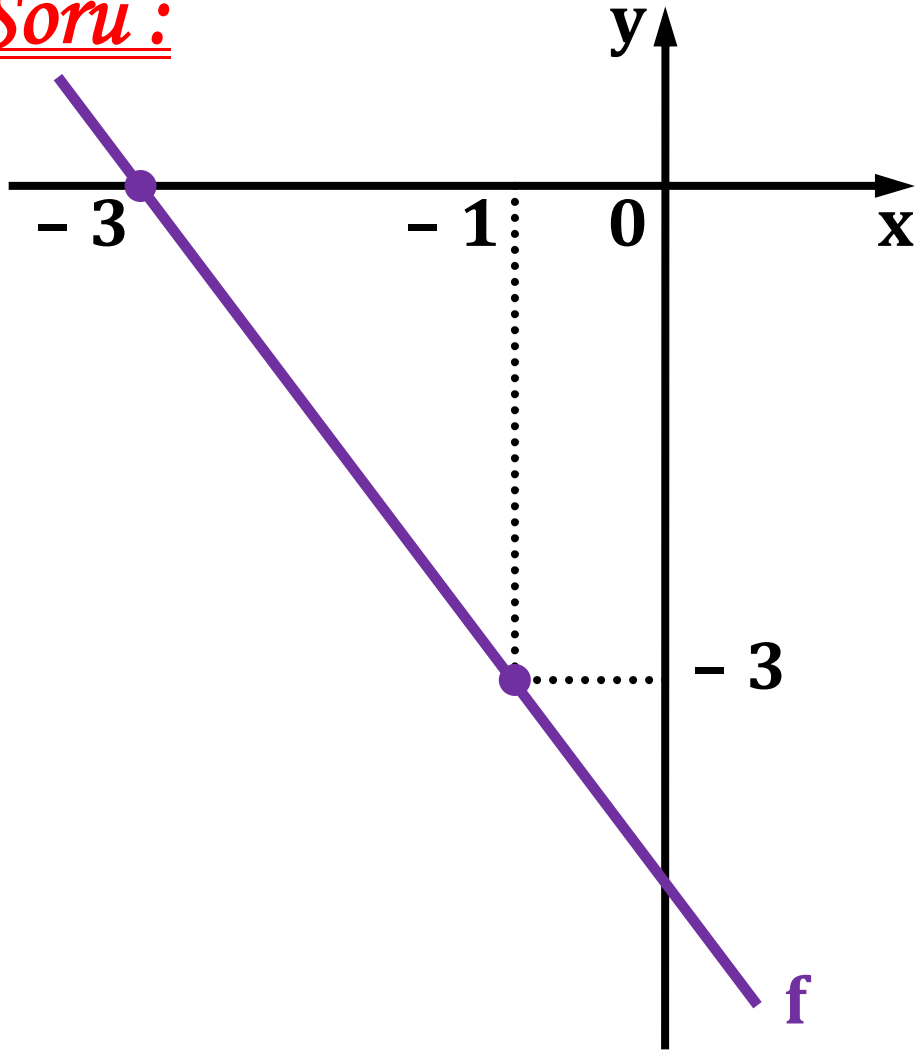
$y = f (x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin. $y = f (x + a)$ durumunda grafik **a br sola**, $y = f (x - a)$ durumunda ise grafik **a br sağa** kaydırılır. Önceki grafiğe göre yeni grafiğin nok-taları belirlenir. *** Değişim y değerlerinde değil, x değerlerindedir.

Soru :



$y = f (x)$ 'in grafiği veriliyor.. Buna göre $y = f (x + 1)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru :



$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.. Buna göre $y = f(x - 3)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = 2x + 4$ fonksiyonunun grafiği 5 br sola kaydırıldığında fonksiyonun denklemi ne olur ?

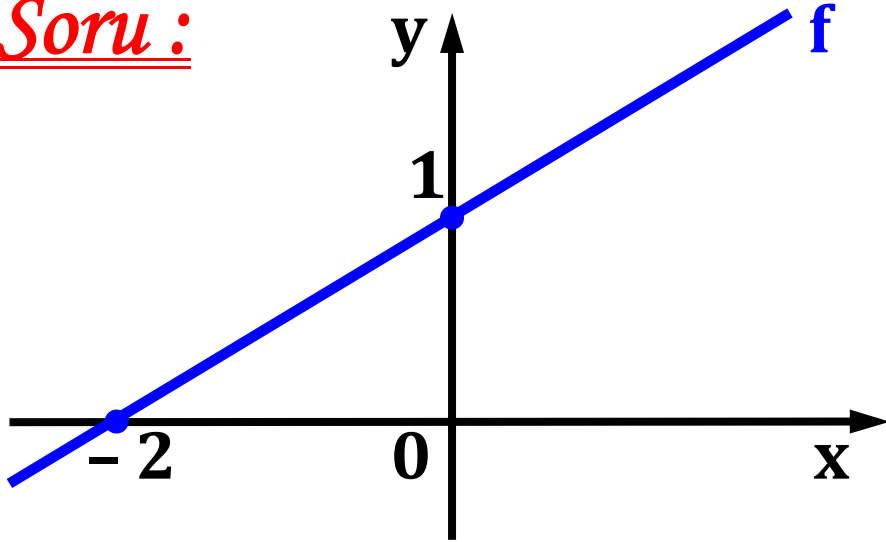
Kural 3: ($y = k \cdot f(x)$ Durumu)

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin. $y = k \cdot f(x)$

durumunda x değerleri aynı kalır. y değerleri ise k ile çarpılır.

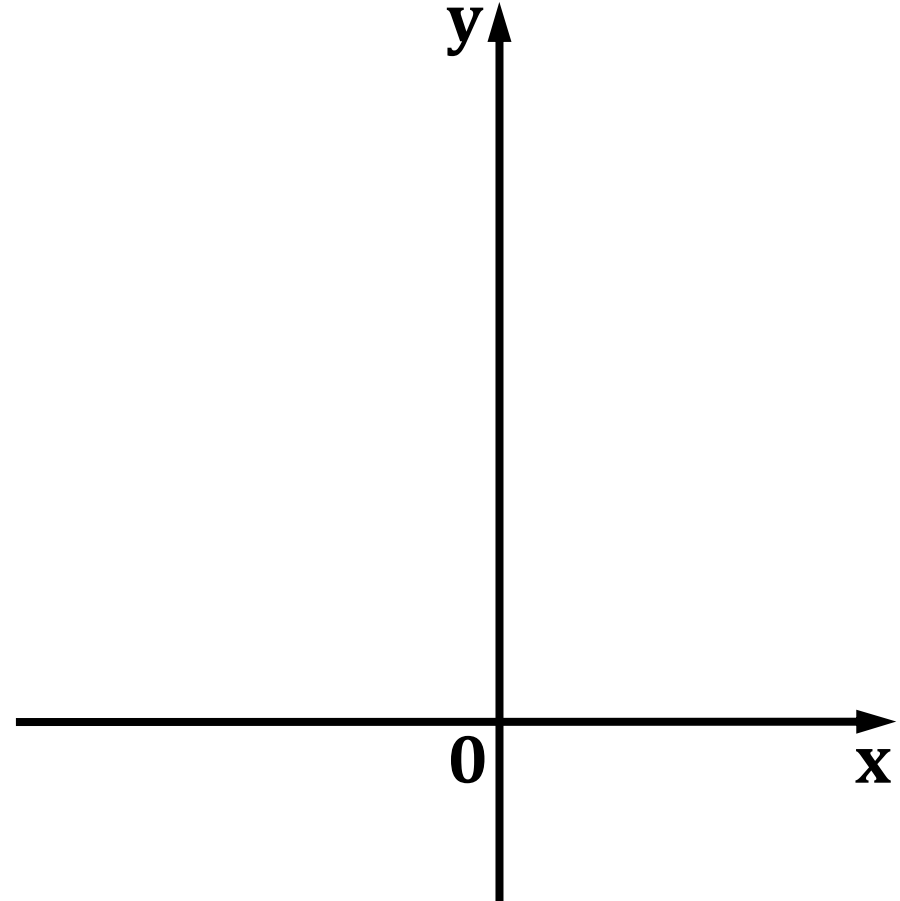
Grafik bir öncekine benzer olur. ($k > 0$ olmalıdır.)

Soru :

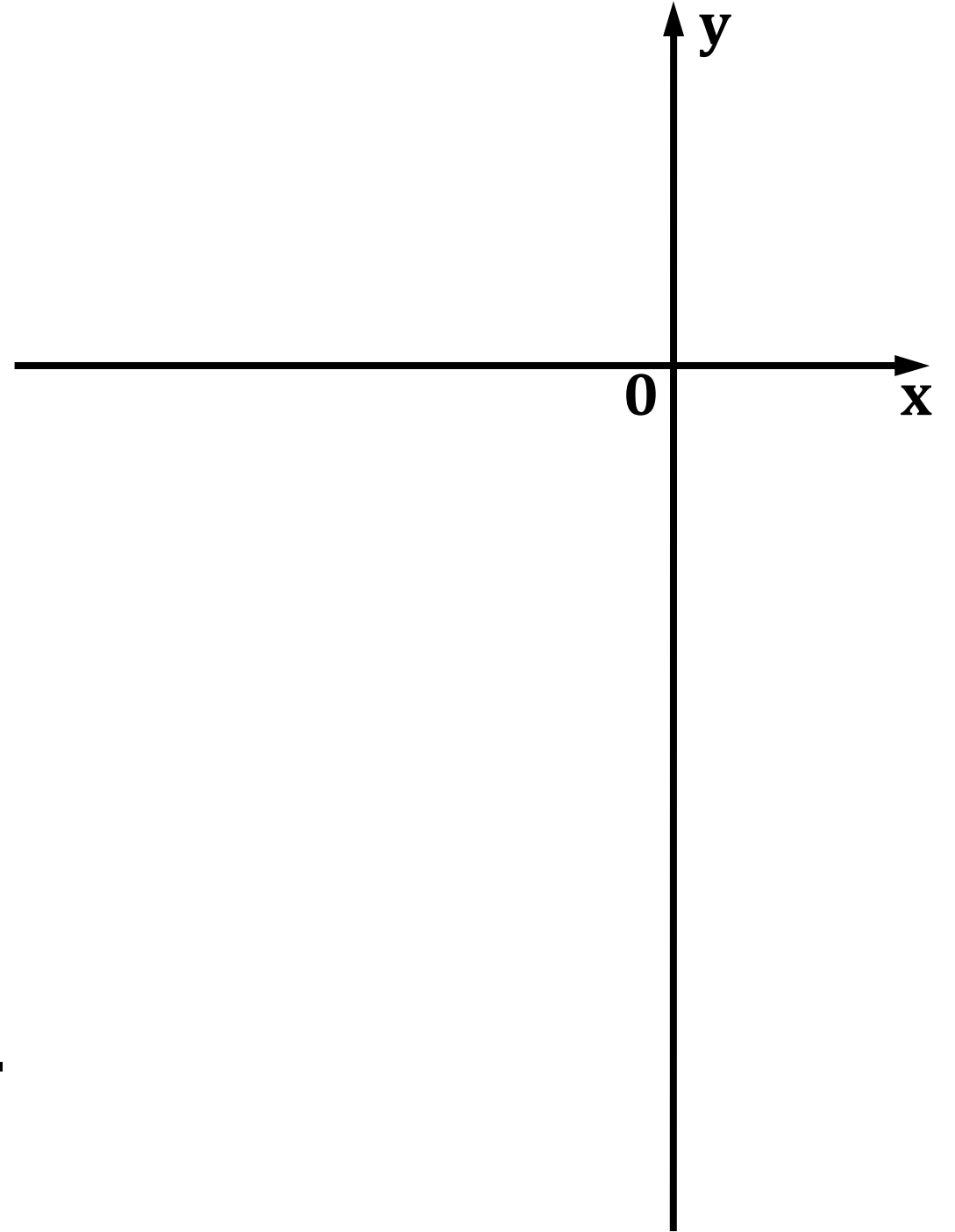
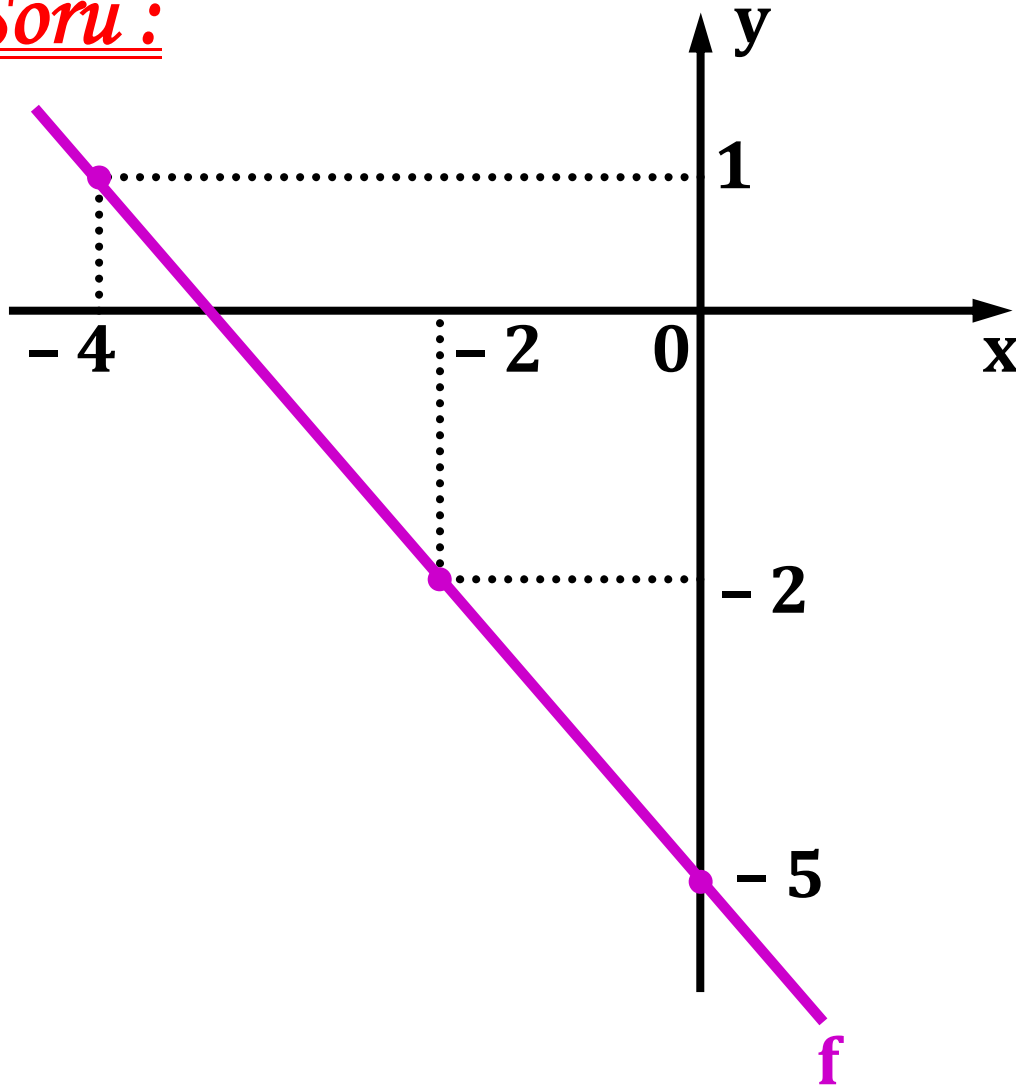


$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.

Buna göre $y = 3 \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



Soru :



$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.
Buna göre $y = 2 \cdot f(x)$ fonk-
siyonunun grafiğini iziniz.

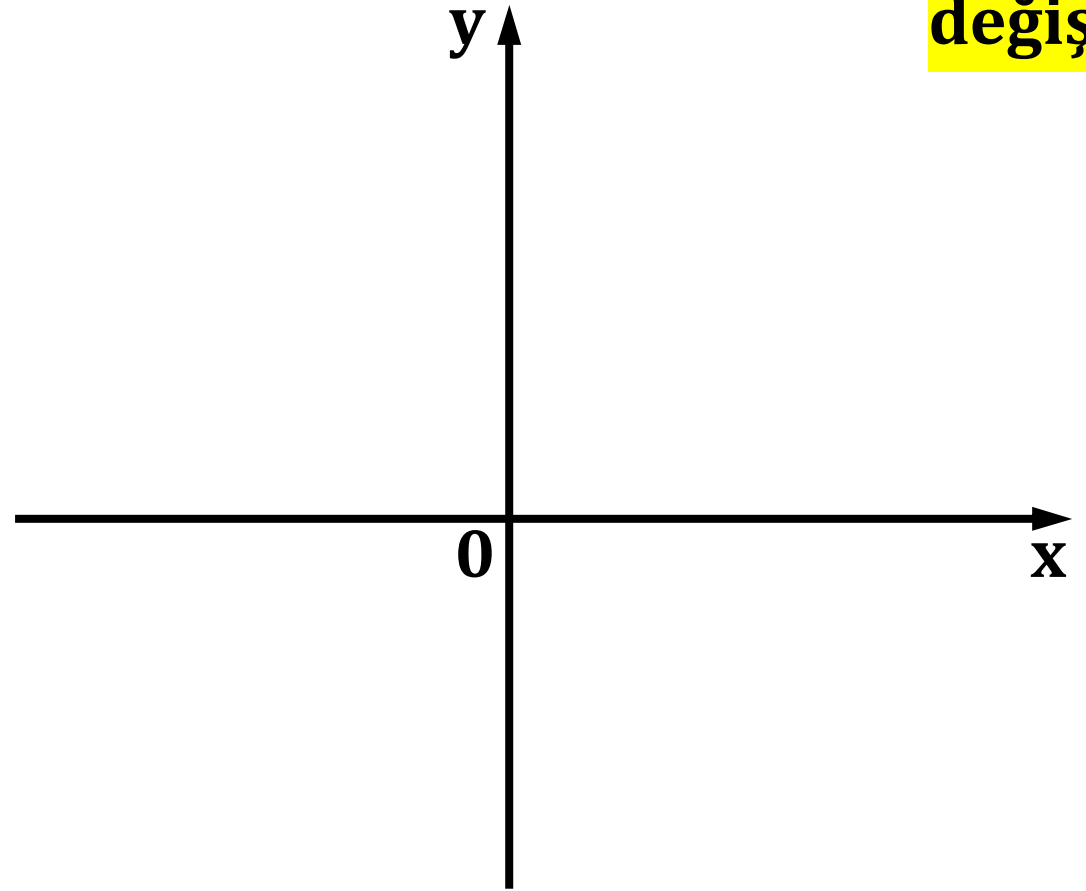
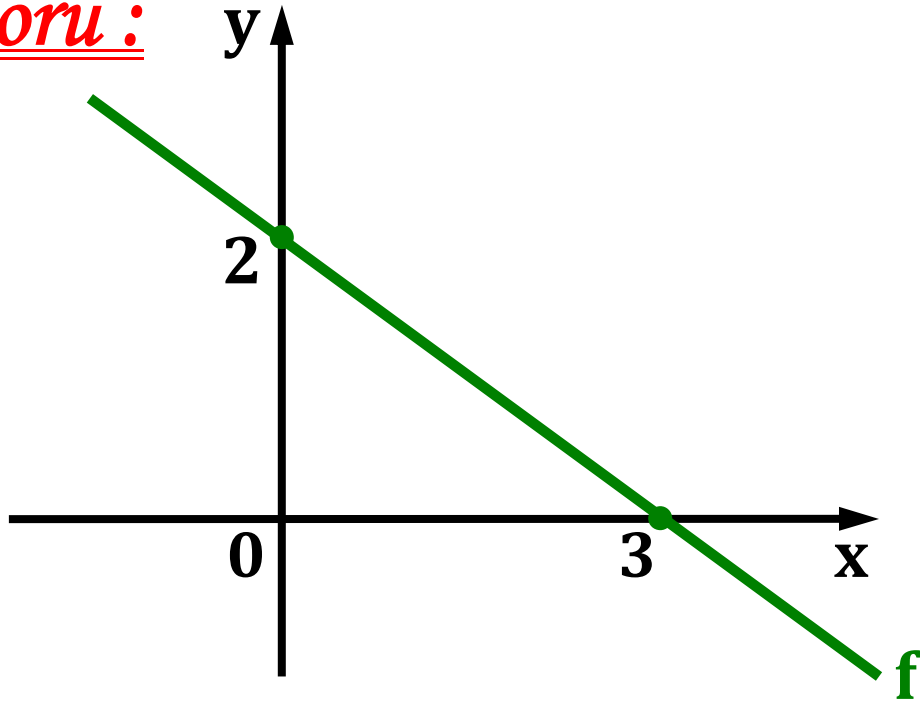
Kural 4: ($y = -f(x)$ Durumu)

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin. $y = -f(x)$

durumunda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin **x eksenine göre simetriği alınır.** x değerleri aynı kalır. y değerlerinin işareti

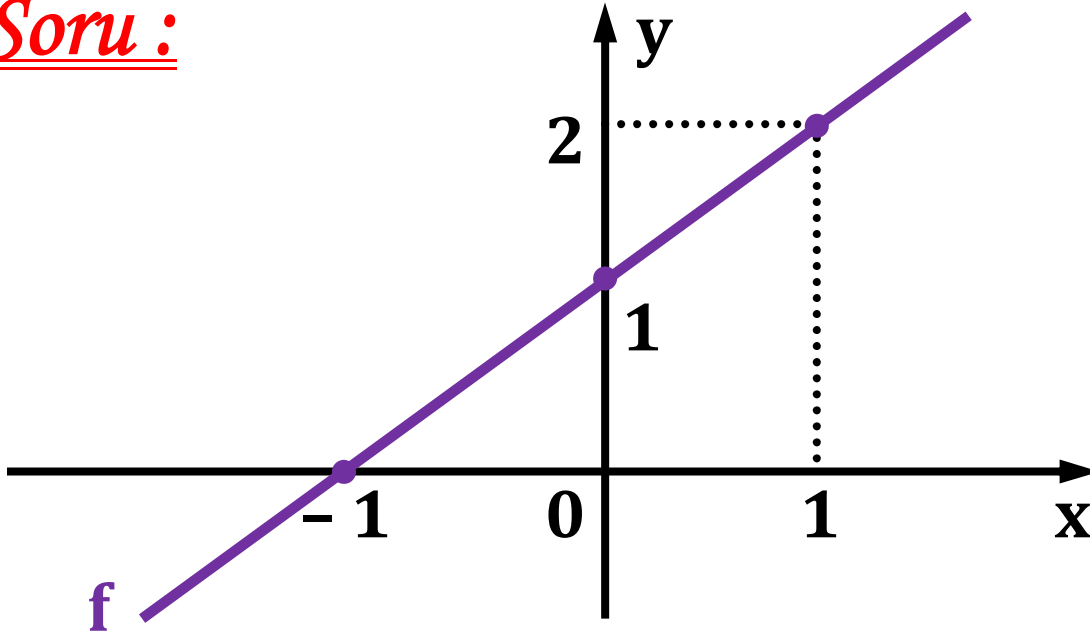
Soru :

değişir.



$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.
Buna göre $y = -f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

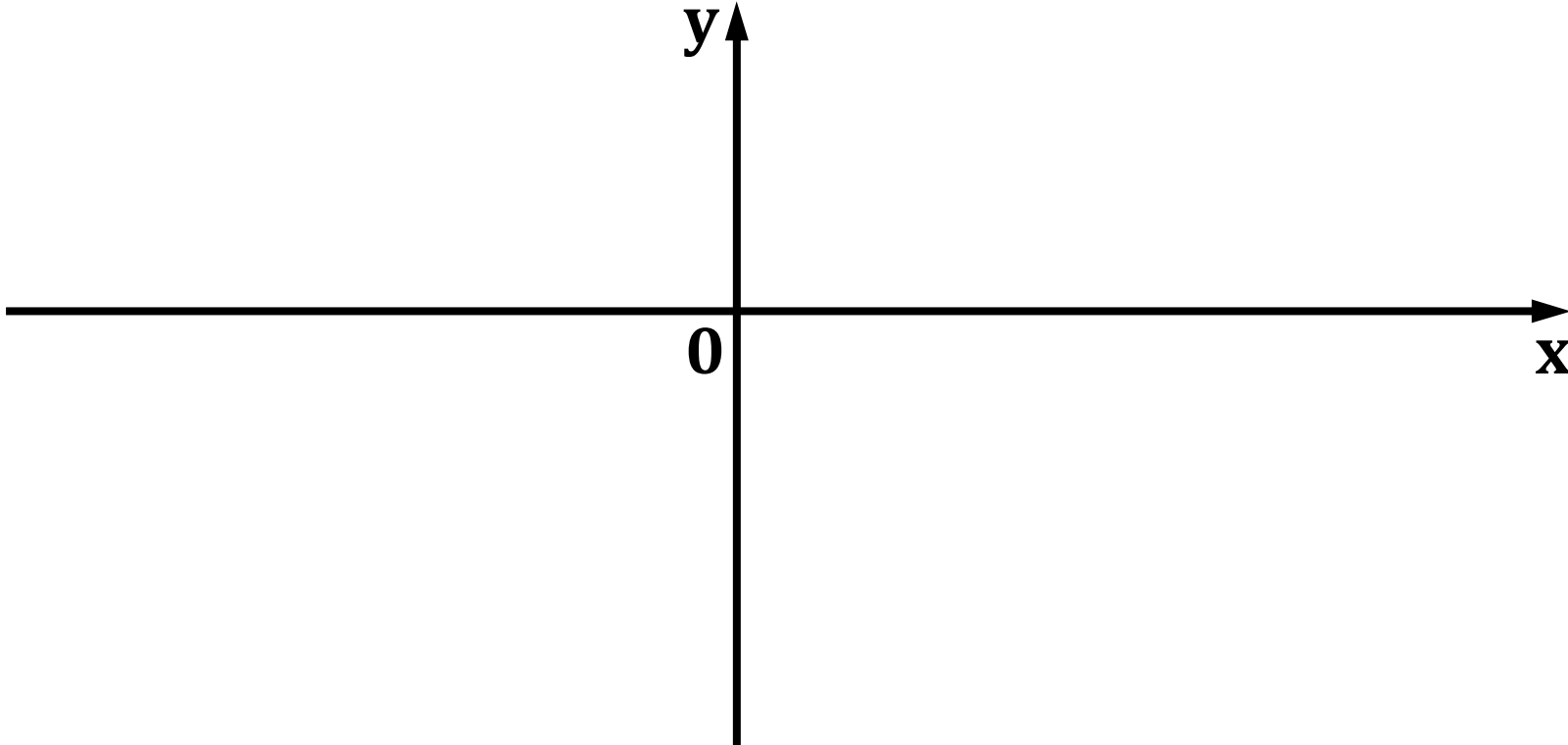
Soru :



$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.

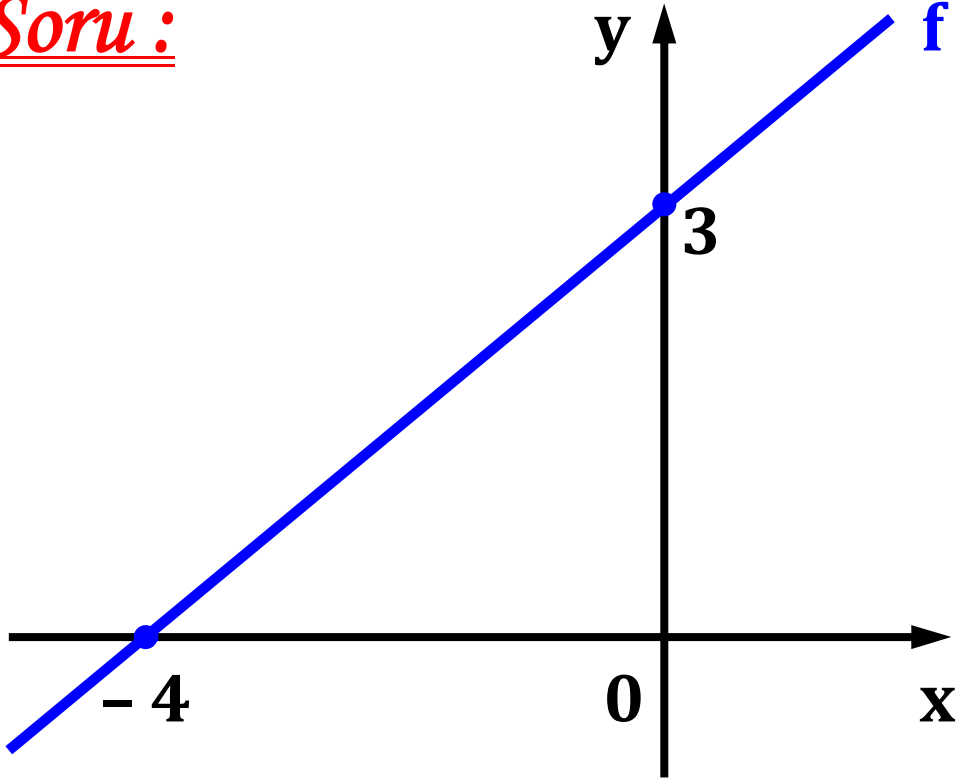
Buna göre

$y = -f(x)$
fonksiyonunun
grafiğini çiziniz.



Not : Birden fazla kural birlikte verilirse işlem önceliğine (1)
Parantez içi 2) Çarpma 3) Toplama – çıkarma) dikkat edilir.

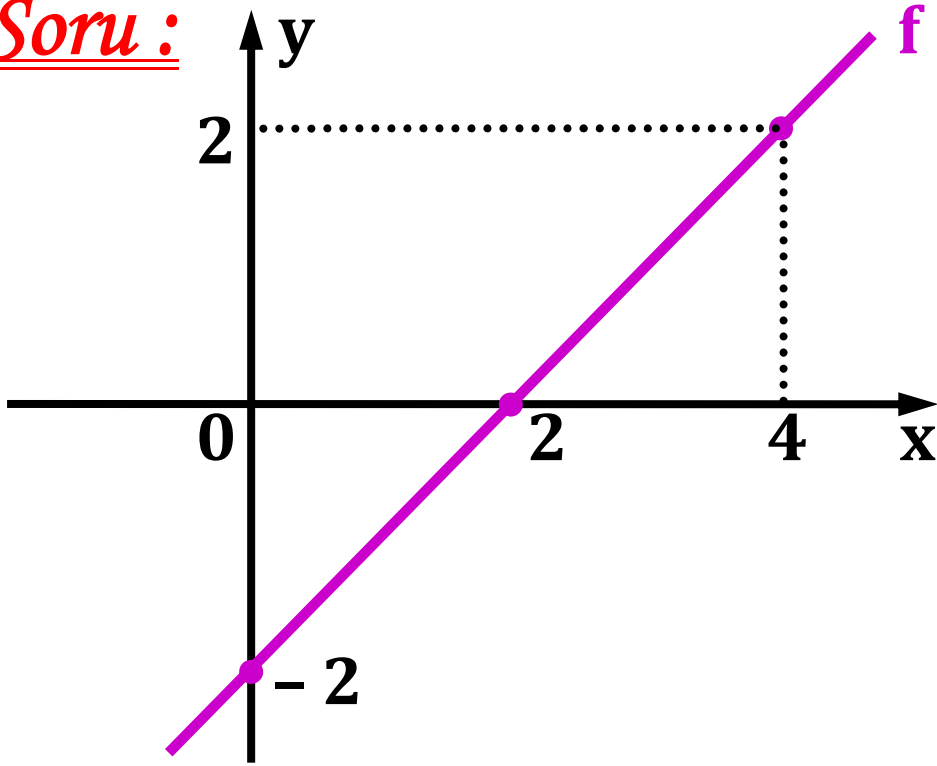
Soru :



$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.

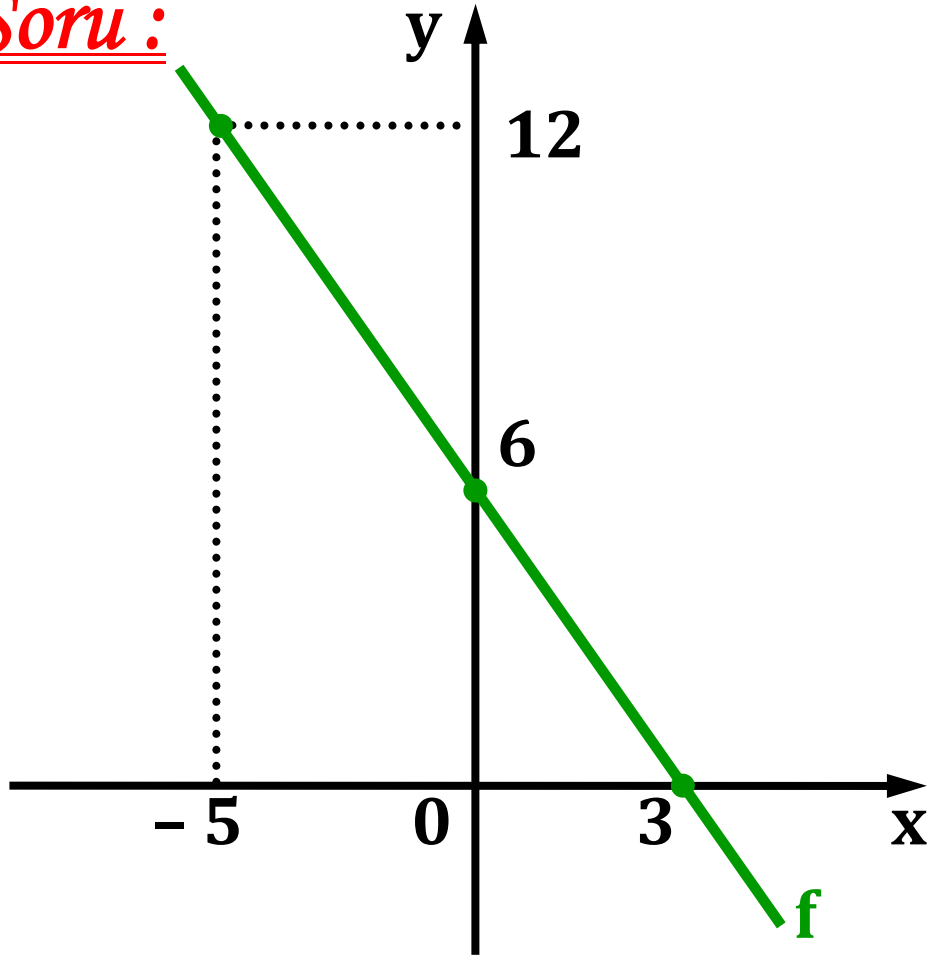
$y = f(x - 2) + 1$ fonksiyonunun
grafiğini çiziniz.

Soru :



**$y = f(x)$ 'in grafiği
veriliyor. Buna göre
 $y = 3 \cdot f(x - 1)$
fonksiyonunun
grafiğini  ızınız.**

Soru :



$y = f(x)$ 'in grafiği
veriliyor. Buna göre

$$y = \frac{f(x)}{2} - 1$$

fonksiyonunun grafiğini  ızınız.

Soru: $y = f(x) = 3x - 5$ fonksiyonunun grafiği önce 2 br sağa sonra da 4 br yukarı doğru ötelenerek (kaydırılarak)
 $k(x) = ax + b$ fonksiyonu elde ediliyor. Buna göre $a + b = ?$

Soru : $y = f(x) = \frac{x}{4} + 3$ fonksiyonunun grafiği önce 2 br
aşağı ötelenerek (kaydırılarak) ardından da y değerlerinin 8 katı
alınarak $k(x) = ax + b$ fonksiyonu elde ediliyor. Buna göre b
sayısı a sayısından kaç fazladır ?

Tanım: $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f (x) = mx + n$ ve $n \in \mathbb{R}$ olmak

üzere $m = 0$ için $f (x) = 0x + n = n$ ($f (x) = n$) sek-

linde tanımlı f fonksiyonuna “**sabit fonksiyon**” (x ’in her değeri için sonuç aynı olur) denir. Sabit fonksiyon da bir

doğrusal fonksiyondur.

Örneğin,

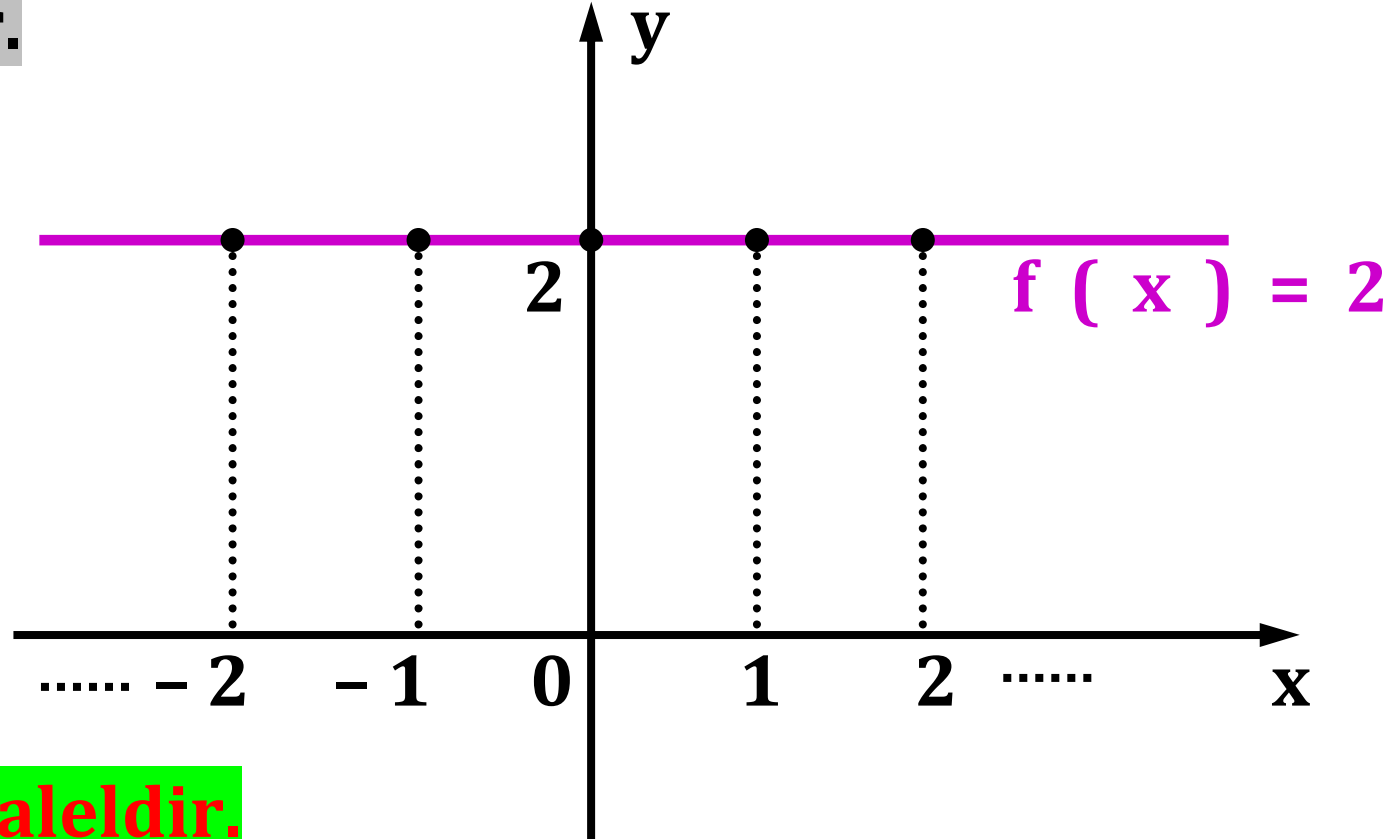
$$f (x) = 2$$

fonksiyonunun

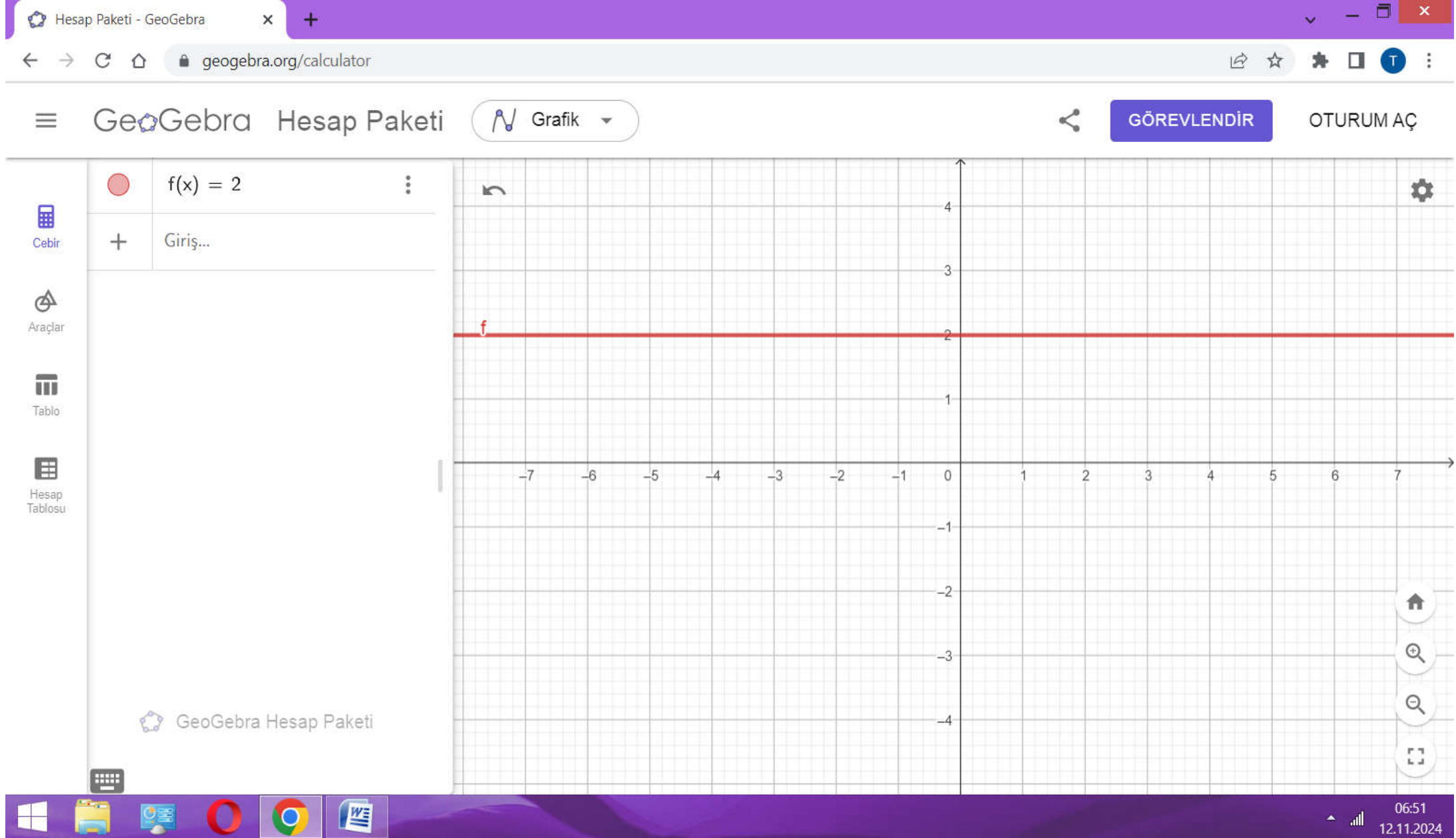
grafiğini inceleyelim.

*** **Sabit fonksiyonun**

grafiği x eksenine paraleldir.



Grafik çizimi için <https://www.geogebra.org/calculator> adresinden de yararlanılabilir. + kısmına fonksiyonun denklemi yazılır.



Soru: $y = f(x) = 3$ ve $y = h(x) = -1$ fonksiyonlarının grafiğini çizip, iki doğru arası mesafeyi bulunuz.

Soru : $y = f(x) = \frac{3}{2}$ fonksiyonun; **A)** Grafiğini çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

..... Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Minimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

G) Eğimi =

Soru: $f(x) = (2a - 6)x + a + 1$ bir sabit fonksiyon ise;

A) Fonksiyonun sonucunu bulunuz. **B)** Fonksiyonun eğimini bulunuz.

Soru : $f(x) = 8x + kx + 3k - 2$ sabit fonksiyon ise $f(x) = ?$

Soru : Baba ile oğlu motor yarışı yapacaklardır. Anne ise başlangıç çizgisinde bekleyecektir. Oğlu, babasının 10 m önünde yarışa başlayacaktır. Baba saniyede 15 m, oğlu ise saniyede 10 m yol almaktadır. Anne ise yarış çizgisinde beklemektedir. Baba, oğul ve annenin zamana (sn) bağlı başlangıç noktalarına göre aldıkları mesafeyi (m) gösteren fonksiyonlar sırasıyla f , g ve h olsun.

A) Bu üç fonksiyonun grafiğini aynı koordinat sisteminde çiziniz.



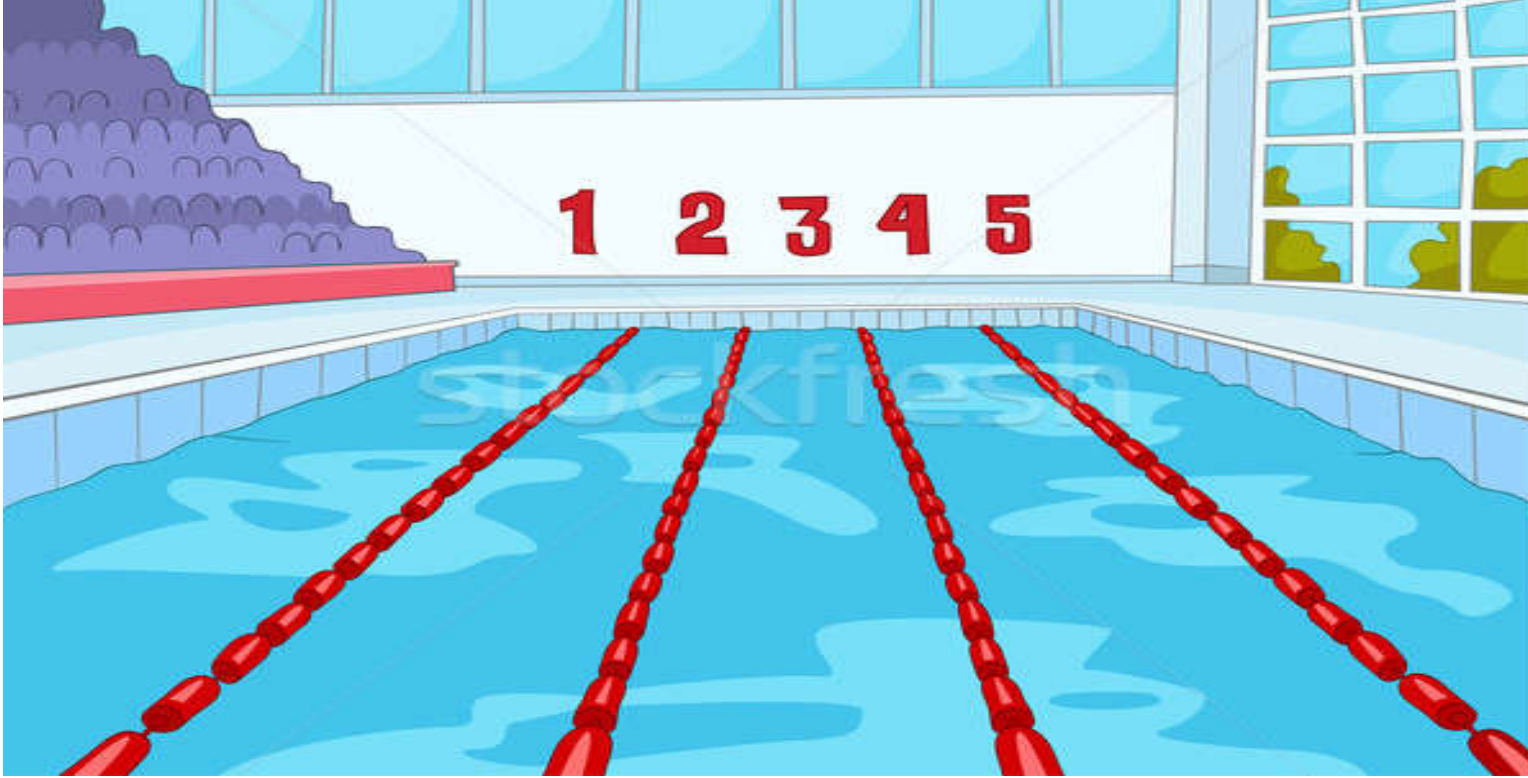
B) Bu üç fonksiyonunda cebirsel gösterimini (denklemini) bulunuz.

C) Her fonksiyon için istenilenleri tabloya doldurunuz.

	f	g	h
Tanım Kümesi			
Görüntü Kümesi			
Artan – Azalanlık Durumu			
Maksimum Nokta			
Minimum Nokta			

Pozitif Aralık			
Negatif Aralık			
Sıfırı			
Eğimi			
Bire bir durumu			

Soru : Bir spor salonunda üyelere sunulan kullanım seçenekleri tabloda verilmiştir. Yüzme dersi alacaklar ayrıca serbest kullanım hakkı istiyorsa havuz kullanımı için sabit ücret olarak 1000 ₺ ödeyecektir. Farklı seçenekler için ders saatine (x) bağlı ödenecek toplam ücretin (₺) değişimi tabloda verilen doğrusal fonksiyon model-



Kullanım Seçeneği	Sabit Ücret	Ders Saati Ücreti	Ödenecek Toplam Ücreti İfade Eden Fonksiyonun Cebirsel Temsili
Yüzme Dersi	–	500	$f (x) = 500x$
Yüzme Dersi ve Serbest Kullanım	1000	500	$g (x) = 500x + 1000$
Yıllık Tam Üyelik (Yüzme Dersleri ve Serbest Kul.)	20000	–	$h (x) = 20000$

A) Bir kullanıcının yıl boyunca 60 saat yüzme dersi ve serbest etkinlik için ödeyeceği miktarı yıllık tam üyelik ücreti ile karşılaştırınız.

B) Bu üç fonksiyonun grafiğini aynı koordinat sisteminde çiziniz.

C) Her fonksiyon için istenilenleri tabloya doldurunuz.

	f	g	h
Tanım Kümesi			
Görüntü Kümesi			
Artan – Azalanlık Durumu			
Maksimum Nokta			
Minimum Nokta			

Pozitif Aralık			
Negatif Aralık			
Sıfırı			
Eğimi			
Bire bir durumu			

Parçalı Fonksiyonlar

Tanım kümesinin ayrık altkümelerinde farklı kurallarla tanımlı olan fonksiyonlara “parçalı fonksiyonlar**” adı verilir.**

Örneğin ;

$$f (x) = \begin{cases} k (x) , & x \leq a \text{ ise} \\ t (x) , & x > a \text{ ise} \end{cases}$$

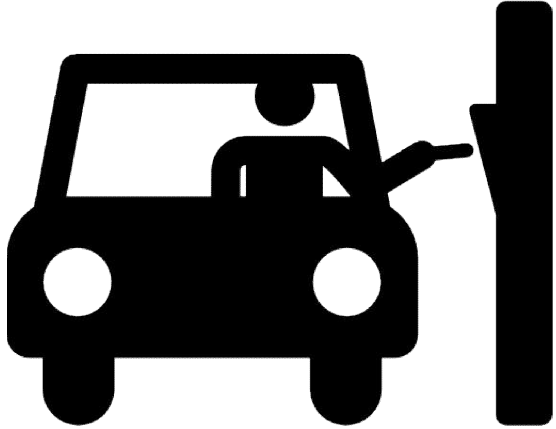
fonksiyonu parçalı bir fonksiyondur.

Parçalı fonksiyonda verilen, **x'in hangi şartına uyuyorsa o kısımdaki fonksiyon kullanılır.**

Soru :

$$f (x) = \begin{cases} 50 \text{ ₺} & , \quad x \leq 2 \text{ ise} \\ 50 + 5x \text{ ₺} & , \quad 2 < x < 24 \text{ ise} \end{cases}$$

ve $f (t) = 150t$ ₺ fonksiyonları bir otoparktaki araç ücret tespitini gösteren ifadelerdir. x saat, t gün sayısını göstermek üzere bu otoparkta; 12 saat, 4 gün ve 6 gün 2 saat kalan üç aracın ödeyeceği toplam park ücreti kaç ₺ olur ?



Parçalı Fonksiyonun Grafiği

Fonksiyon parçalı olarak verilirse, her bir parçayı tanımlı olduğu aralıkta çizeriz. Yani fonksiyonun grafiği şartı sağladığı kısımdan itibaren çizilir.

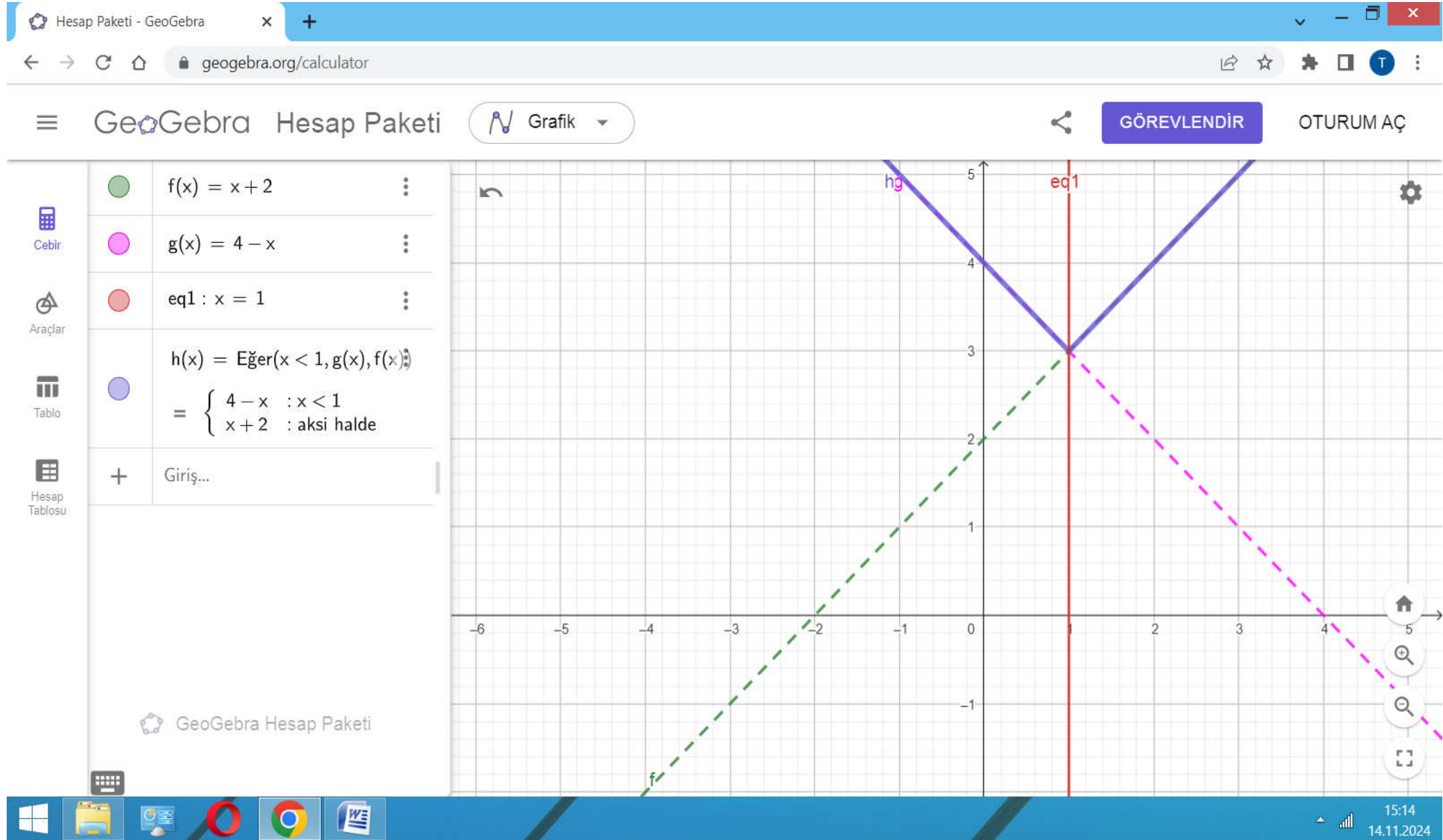
Her bir parça için sınır değeri ve sınır içerisinden bir x değeri için fonksiyon karşılığı bulunur. Bulduğumuz noktalardan geçen grafik parçaları çizilir.

Soru :

$$y = f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x < 1 \text{ ise} \\ x + 2, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonun
grafğini çiziniz.**

Grafik çizimi için <https://www.geogebra.org/calculator> adresinden de yararlanılabilir.



Soru :

$$y = f(x) = \begin{cases} -x + 1 & , \quad x \leq 2 \quad \text{ise} \\ -2 + \frac{x}{2} & , \quad x > 2 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonun
grafğini çiziniz.**

Soru :

$$y = f(x) = \begin{cases} 4 & , \quad x \leq -1 \quad \text{ise} \\ 2 - 2x & , \quad x > -1 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonun
grafğini çiziniz.**

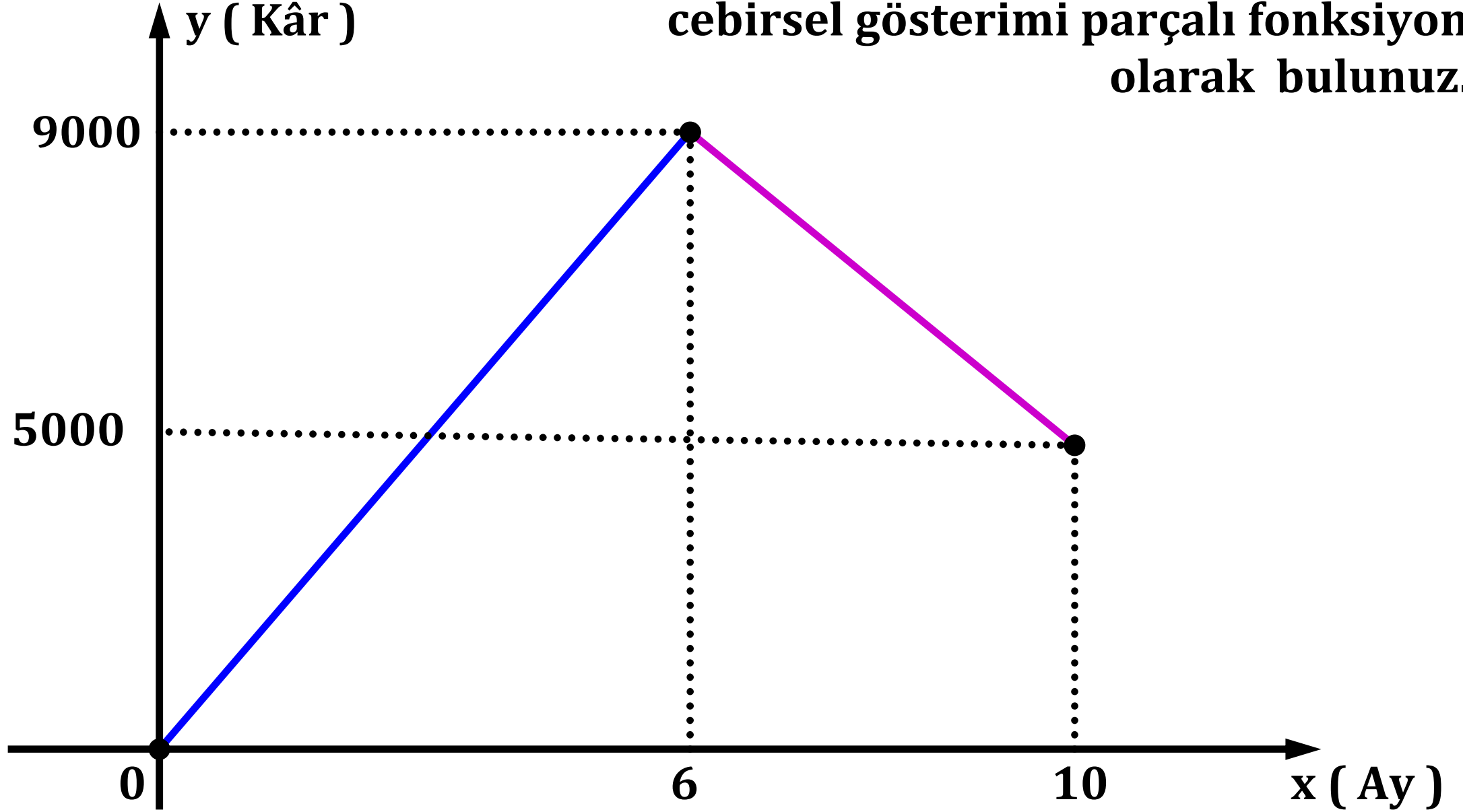
Soru : Ev interneti için başvuru yapmak isteyen kullanıcı bir şirketten **ilk** 200 GB için sabit 250 ₺ ücret ve 200 GB üstü her 1 GB için 0,25 ₺ ücret teklifi almıştır. **A)** Kullanılan veri miktarına (GB) bağlı aylık ücreti (₺) gösteren fonksiyonun cebirsel gösterimini yazınız.



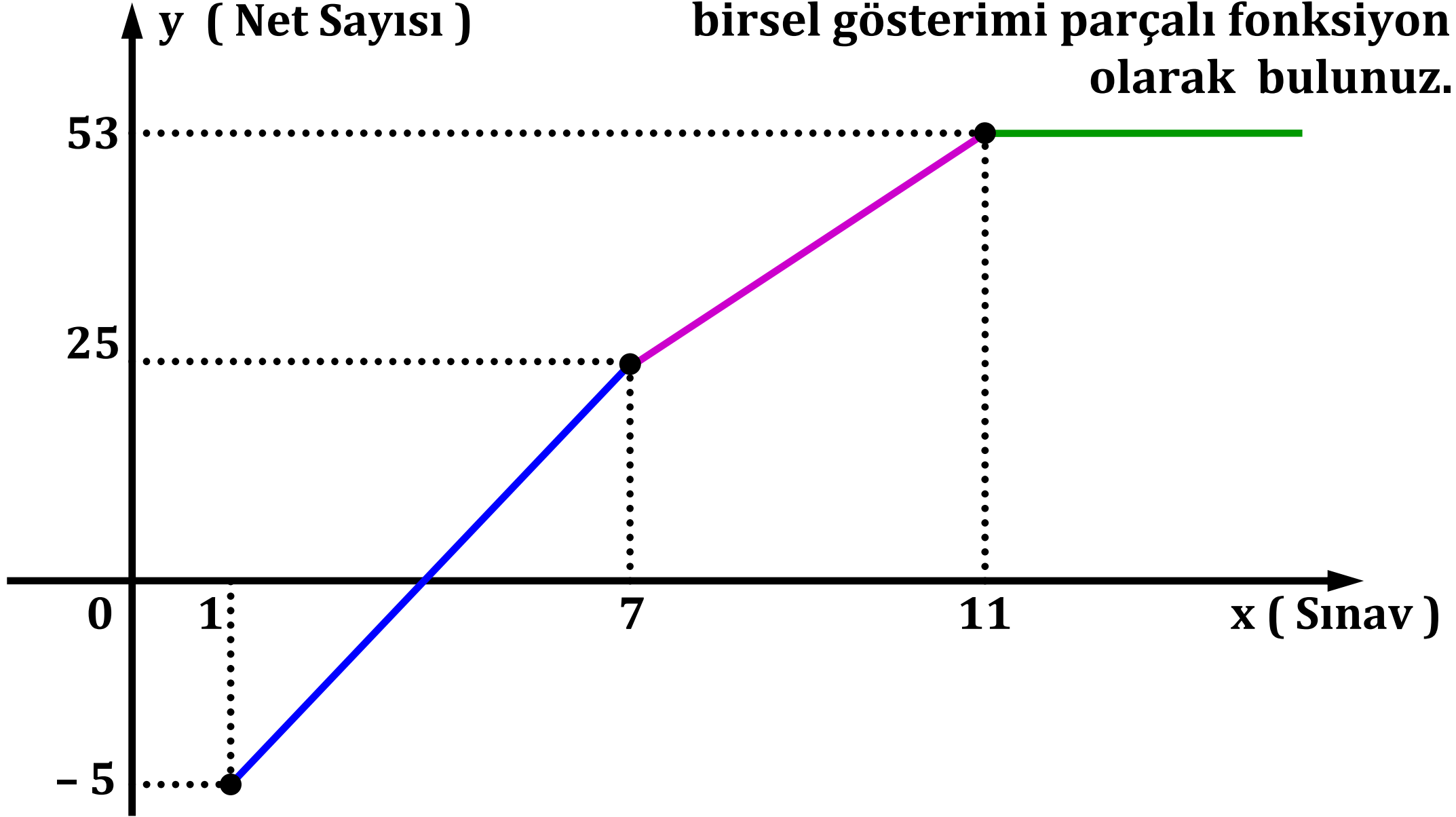
B) Aylık 500 GB kullanmayı hedefleyen kullanıcının ay sonunda ödeyeceği miktarı bulunuz.

C) Fonksiyonun cebirsel gösterimine uygun grafiğini çiziniz.

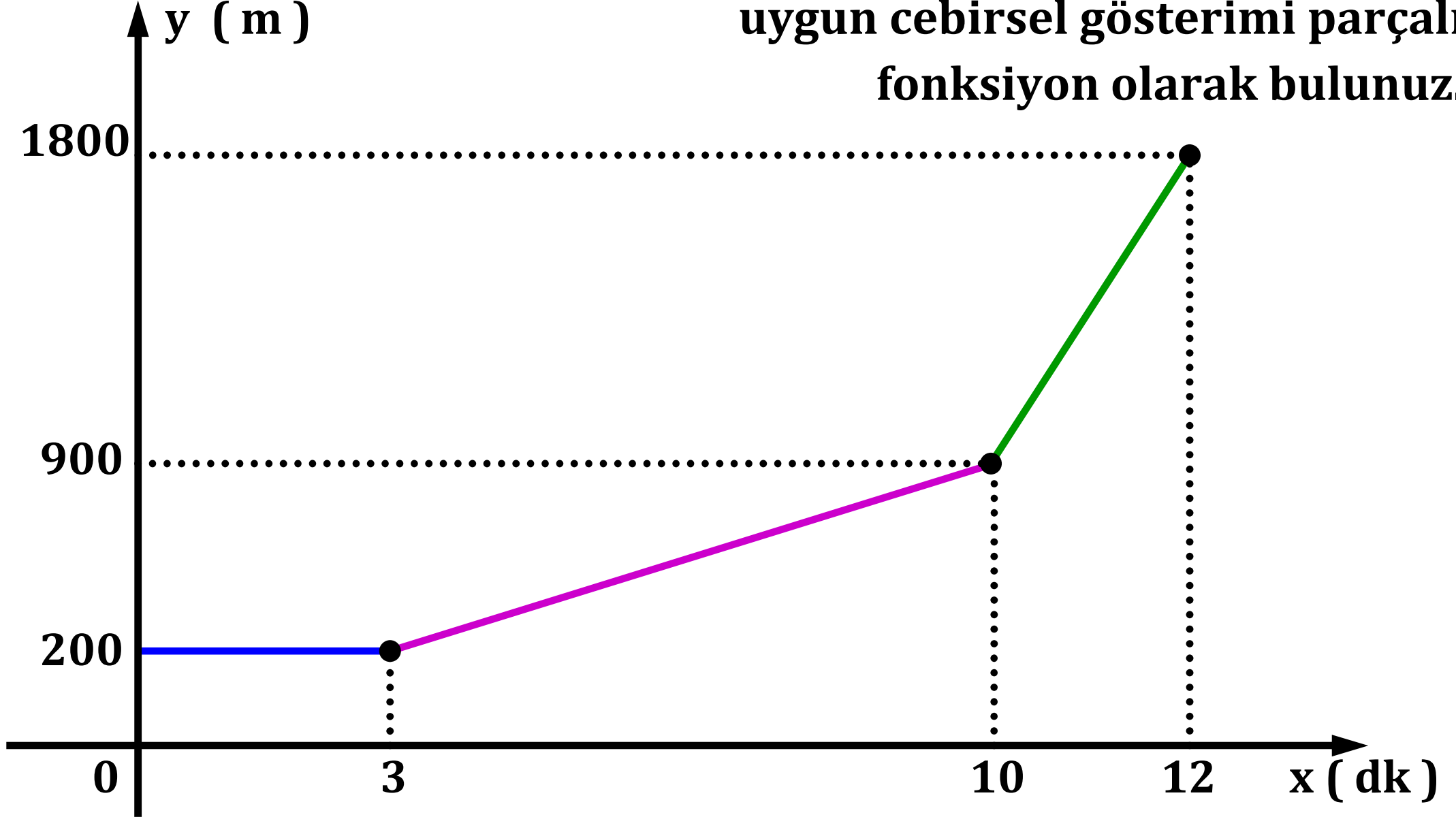
Soru : Bir işletmenin zamana (ay) bağlı kâr (₺) miktarını gösteren doğrusal fonksiyonun grafiği aşağıda verilmiştir. Grafiğe uygun cebirsel gösterimi parçalı fonksiyon olarak bulunuz.



Soru : Bir öğrencinin sınav sayısına bağlı net miktarını gösteren doğrusal fonksiyonun grafiği aşağıda verilmiştir. Grafiğe uygun cebirsel gösterimi parçalı fonksiyon olarak bulunuz.

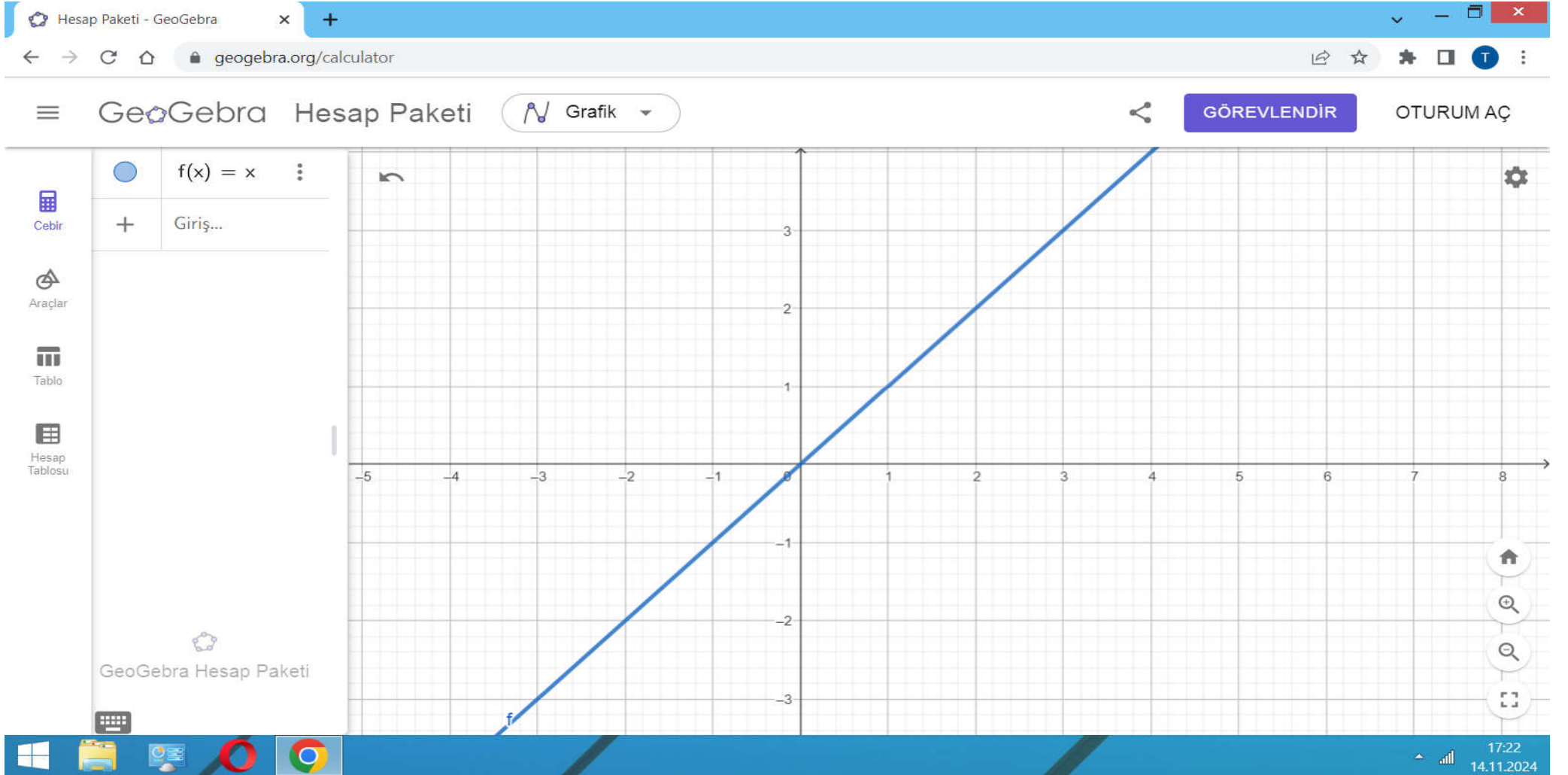


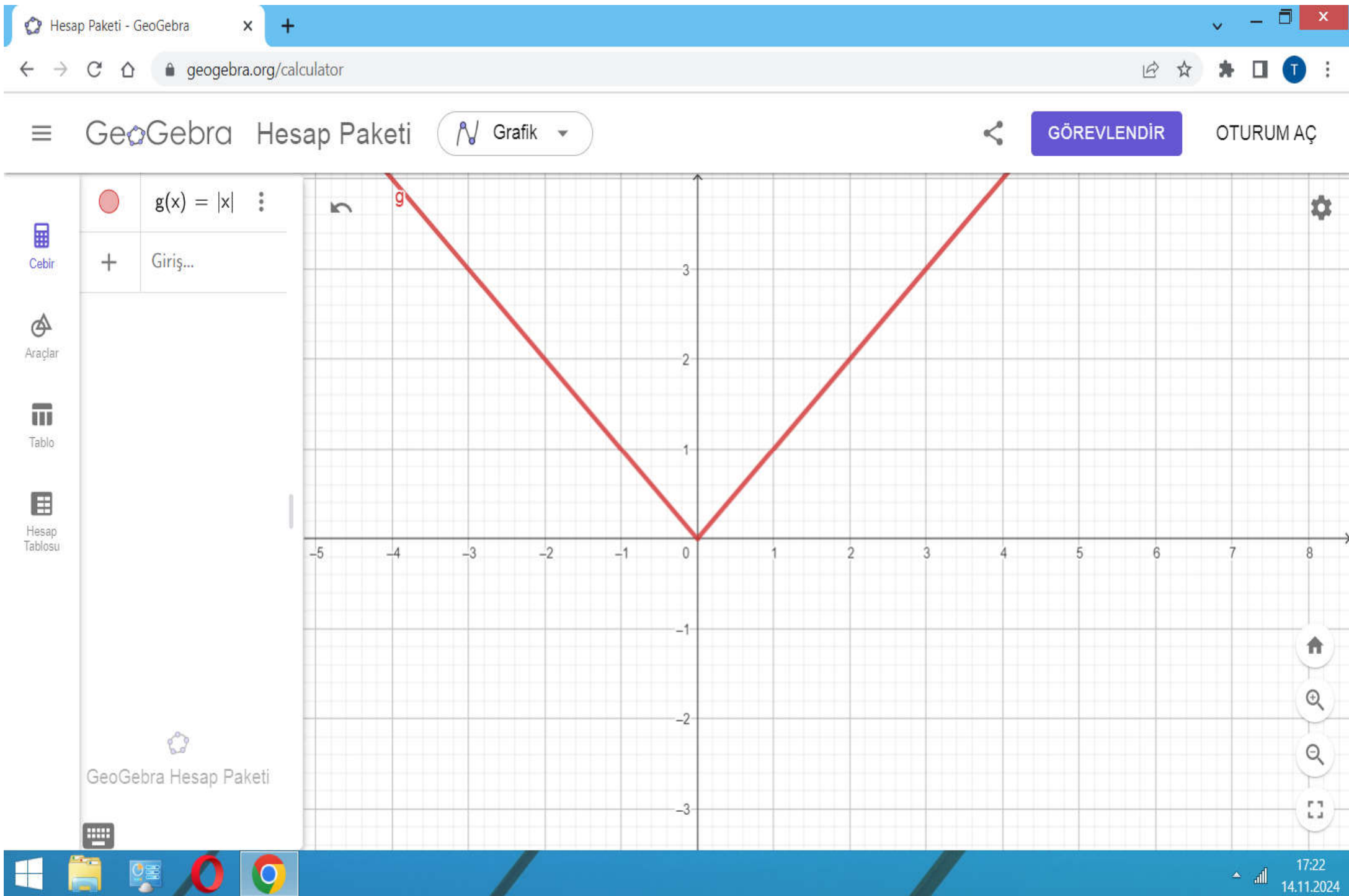
Soru : Bir kuşun zamana bağlı (dk) yerden yüksekliğini (m) gösteren doğrusal fonksiyonun grafiği aşağıda verilmiştir. Grafiğe uygun cebirsel gösterimi parçalı fonksiyon olarak bulunuz.



Mutlak Değer Fonksiyonunun Grafiği

$f(x) = x$ ile $g(x) = |x|$ fonksiyonlarının grafiklerini <https://www.geogebra.org/calculator> adresinde çizimini yapalım ve karşılaştıralım.





Fonksiyonun	$f(x) = x$	$g(x) = x$
Tanım Kümesi		
Görüntü Kümesi		
Sıfırı		
Pozitif Aralık		
Negatif Aralık		

Maksimum Nokta		
Minimum Nokta		
Artan – Azalanlık Durumu		
Artan Aralık		
Azalan Aralık		
Bire bir durumu		

1.Yol: $y = f(x) = |x|$ fonksiyonunun grafiği için;

1) $y = f(x) = x$

fonksiyonunun grafiği

çizilir.

*** 2) Grafiğin x

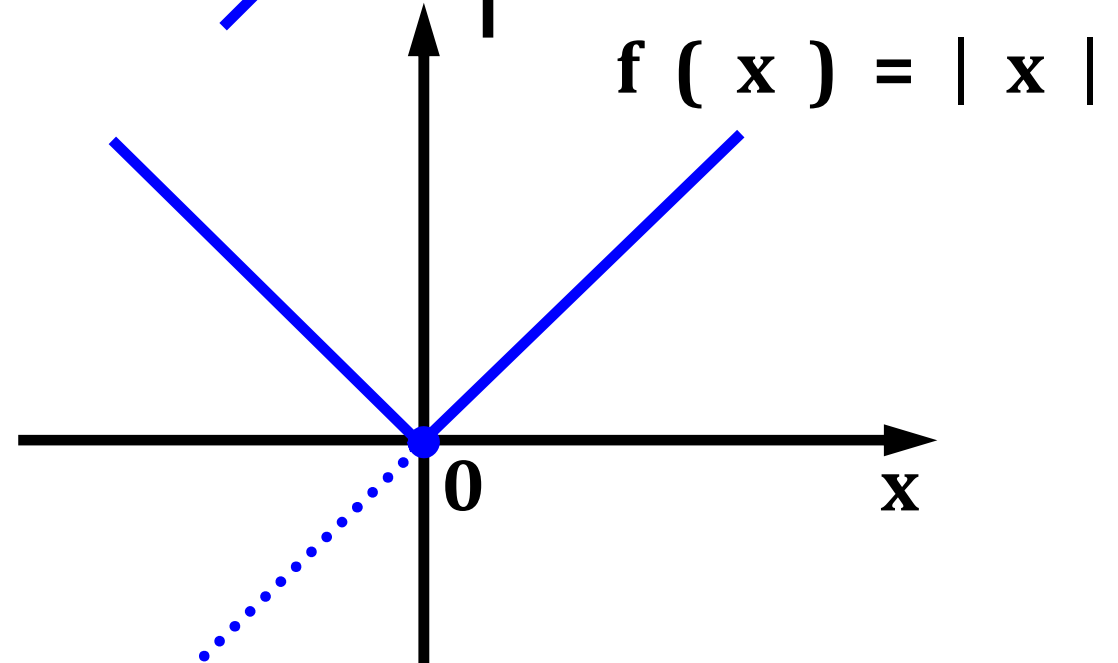
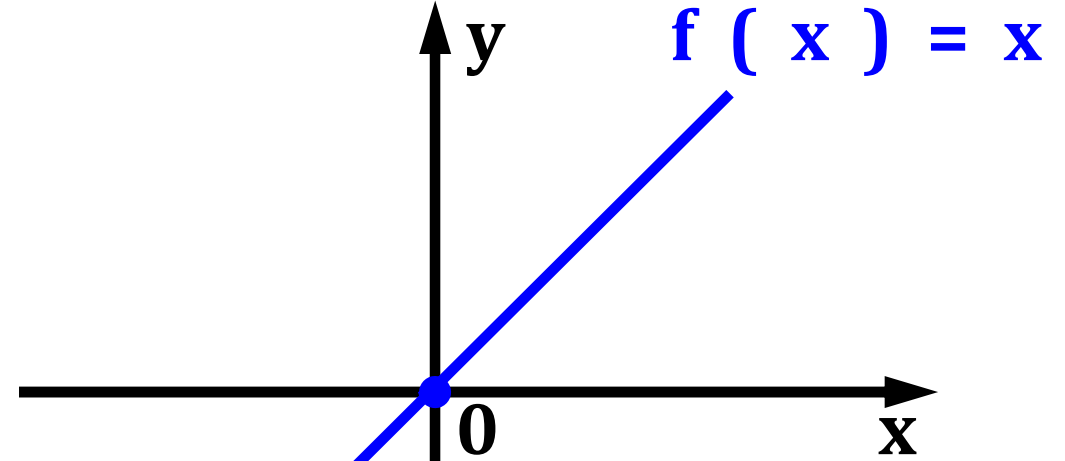
ekseni altında kalan

parçasının x eksenine

göre simetriği alınır.

3) İstenilen grafiğe

ulaşılmış olur.



2. Yol: Mutlak değerli fonksiyonun grafik çizimi için;

1) Mutlak değerini 0 yapan x değeri bulunur. Bu değer grafiğin sınırıdır.

2) Bu sınırın solu ve saği için mutlak değer fonksiyonu iki parçaya ayrılır.

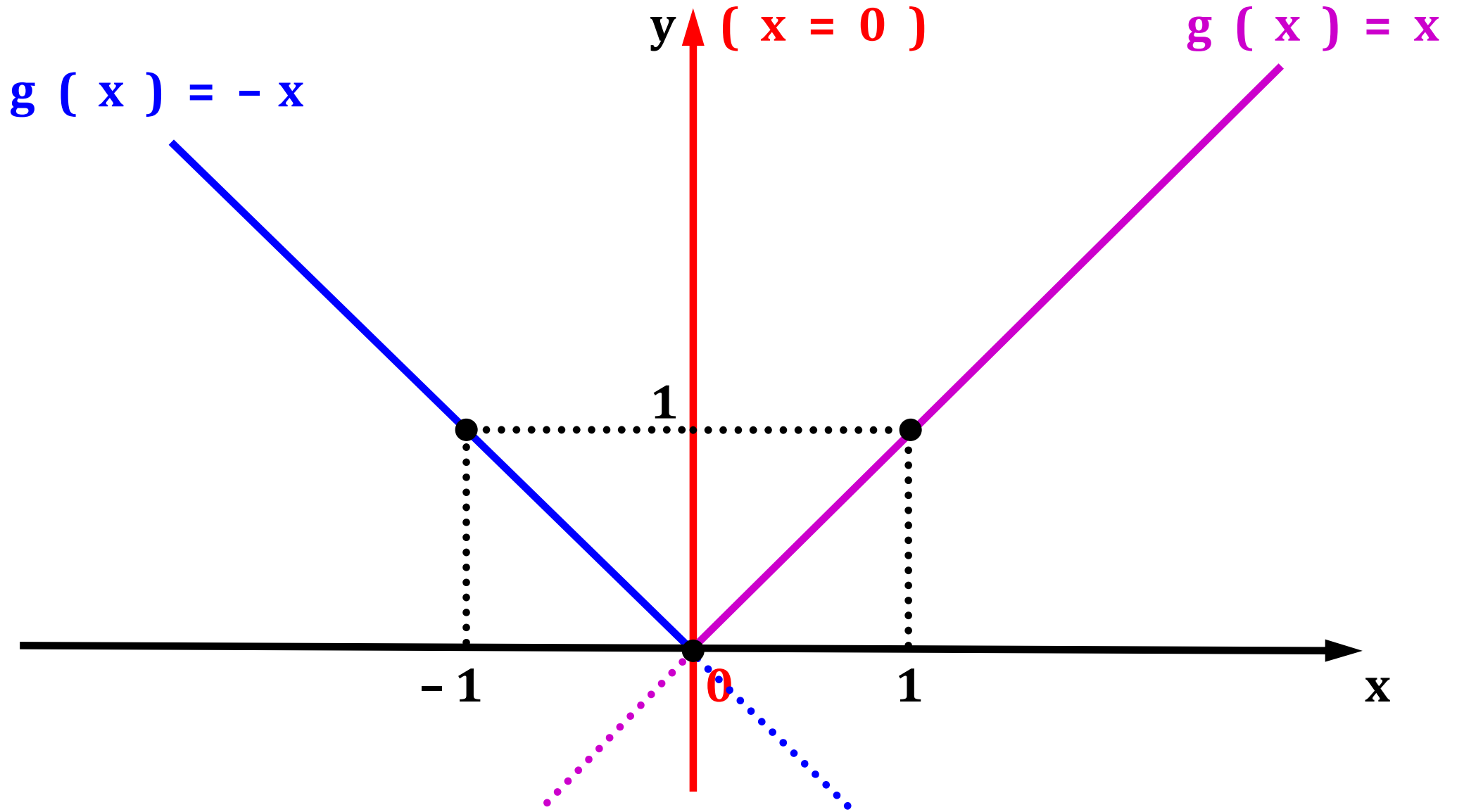
3) Parçalı fonksiyonun grafiği çizilir.

$g(x) = | \underbrace{x} |$ fonksiyonunun grafiğini biz çizelim.

İçerisi $x = 0$ olur.

$$g(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \text{ ise} \\ -x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

(İç kısım pozitif olursa eleman dışarı kendisi gibi çıkar. İç kısım negatif olursa elemanın başına – işareti getirilir.)



$x \geq 0$ için $g (x) = x$, $x < 0$ içinde $g (x) = - x$ fonksiyonu

çizilir.

Soru : $y = f(x) = |x + 1|$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini
çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Soru : $y = f(x) = |2x - 4|$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Soru : $y = f(x) = |5 - x|$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini
çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Soru : $y = f(x) = -|x|$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Soru : $y = f(x) = -|x - 4|$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Soru : $y = f(x) = |x - 1| + 2$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini
çiziniz. (Hem 1. yol hem de dönüşüm kuralları kullanılabilir.)

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Soru : $y = f(x) = |x + 3| - 1$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Soru : $y = f(x) = -|x + 1| + 4$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Soru : $y = f(x) = -|x - 3| - 2$ fonksiyonunun; **A)** Grafiğini çiziniz.

B) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

C) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

D) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

E) Pozitif olduğu aralık =

Negatif olduğu aralık =

F) Bire bir olma durumu =

G) f 'in sıfırı =

H) Eğimi =

Not: Kısıtlı bir aralıkta verilen parçalı fonksiyonun grafiğinden yararlanılarak mutlak değer fonksiyonunun cebirsel gösterimi elde edilebilir.

Soru: Bir otobüs şoförü, ilk duraktan sabit hızla yola çıkarak 10 km uzaklıktaki son durağa 50 dakikada varıyor. Şoför mola vermeden aynı sabit hızla tekrar ilk durağa geri dönüyor. Şoförün giderken ve dönerken aynı doğrusal yolu kullandığı biliniyor. Şoförün



zamana (dk) bağlı
olarak son durak
noktasına mesafesini
(km) ifade eden
fonksiyon f olsun.

A) f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

B) f fonksiyonunun cebirsel gösterimini bulunuz.

C) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

D) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

E) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

F) Pozitif olduğu aralık =

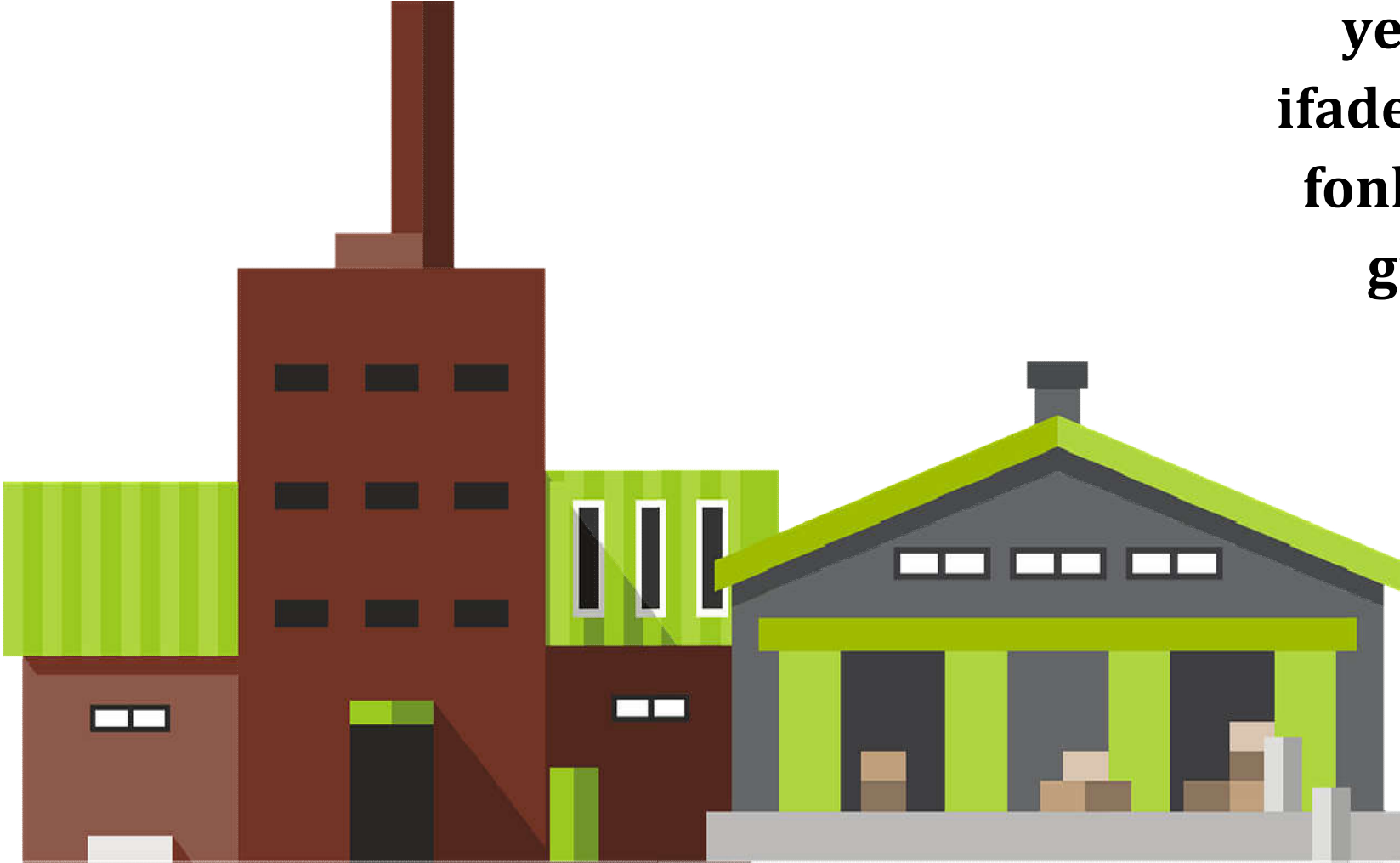
Negatif olduğu aralık =

G) Bire bir olma durumu =

H) f' 'in sıfırı =

I) Eğimi =

Soru : Bir şirket 3000000 ₺ sermaye ile kurulmuş, 12 ay boyunca sadece düzenli yatırım yapılmış ve sermaye tüketilmiştir. Şirket kiraladığı işyerinde üretime başlayıp sermayeyi aynı süre içerisinde tekrar kazanmayı hedeflemektedir. **A)** Zamana (ay) bağlı sermaye (₺) miktarını ifade eden doğrusal fonksiyon f ise f 'in grafiğini çiziniz.



B) f fonksiyonunun cebirsel gösterimini bulunuz.

C) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

D) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

E) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

F) Pozitif olduğu aralık =

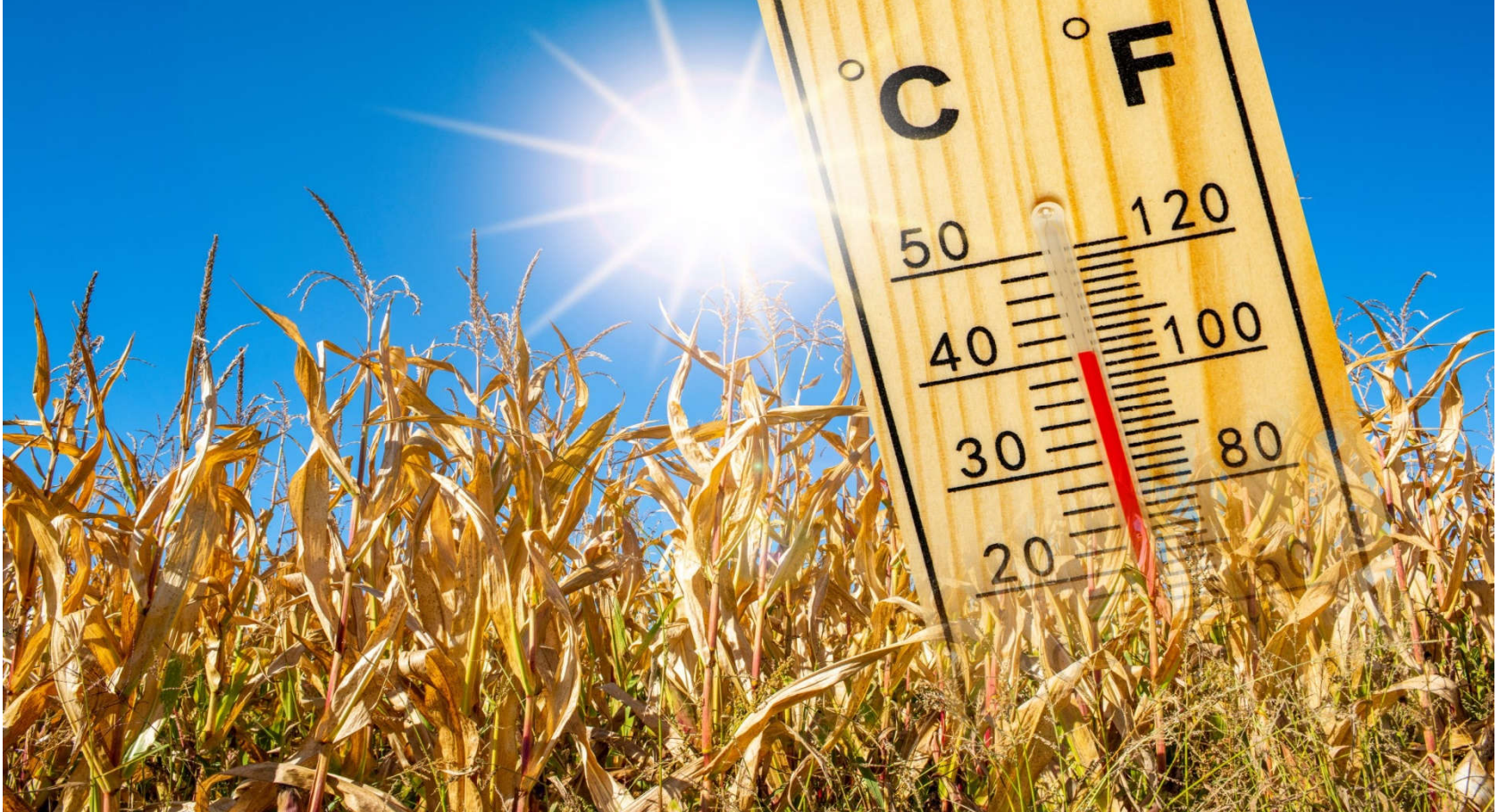
Negatif olduğu aralık =

G) Bire bir olma durumu =

H) f' 'in sıfırı =

I) Eğimi =

Soru : Bir bölgede temmuz ayına ait sıcaklık değerleri araştırılmış ve aylık ortalama sıcaklık 40 derece olarak tespit edilmiştir. Ay içerisinde ölçülen sıcaklıkların ortalama sıcaklıktan sapma miktarı en fazla 6 derece olduğu görülmüştür. Ölçülen sıcaklığa (derece) bağlı sapma miktarını (derece) veren fonksiyon f olsun.



A) f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

B) Cebirsel temsilini bulunuz.

C) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

D) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

E) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

F) Pozitif olduğu aralık =

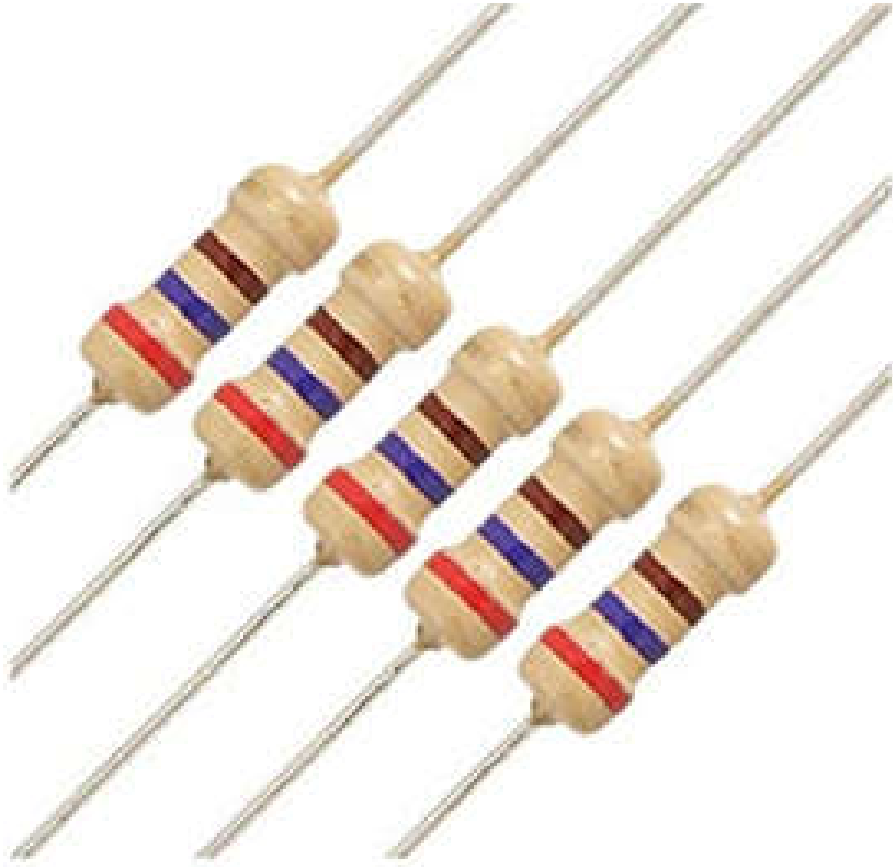
Negatif olduğu aralık =

G) Bire bir olma durumu =

H) f' 'in sıfırı =

I) Eğimi =

Soru : Elektrik devresi elemanları satışı yapan bir firma, 700 ohm değerinde $\pm \% 4$ hata paylı dirençler üretmektedir. Üretilen dirençlerin gerçek değerine (ohm) bağlı hata miktarının (ohm) değişimini ifade eden f doğrusal fonksiyonunun;



A) Grafiğini çiziniz.

B) Cebirsel temsilini bulunuz.

C) Tanım Kümesi =

Görüntü Kümesi =

D) Artan – Azalanlık Durumu =

Artan Olduğu Aralık =

Azalan Olduğu Aralık =

E) Maksimum Değer =

Maksimum Nokta =

Minimum Değer =

Minimum Nokta =

F) Pozitif olduğu aralık =

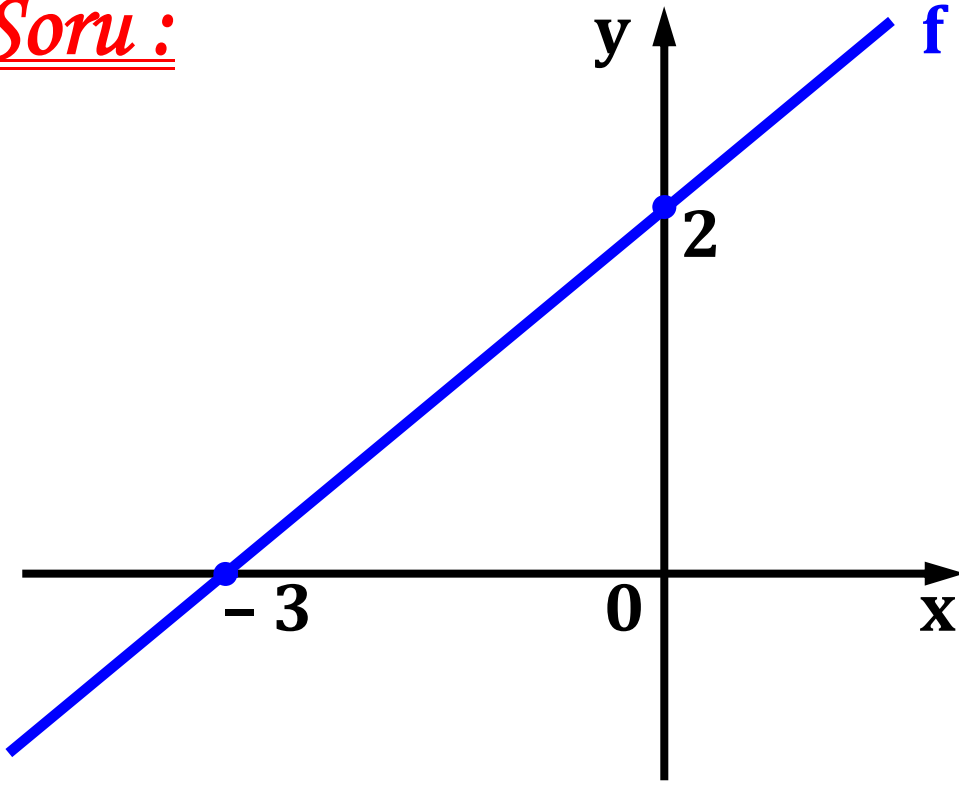
Negatif olduğu aralık =

G) Bire bir olma durumu =

H) f' 'in sıfırı =

I) Eğimi =

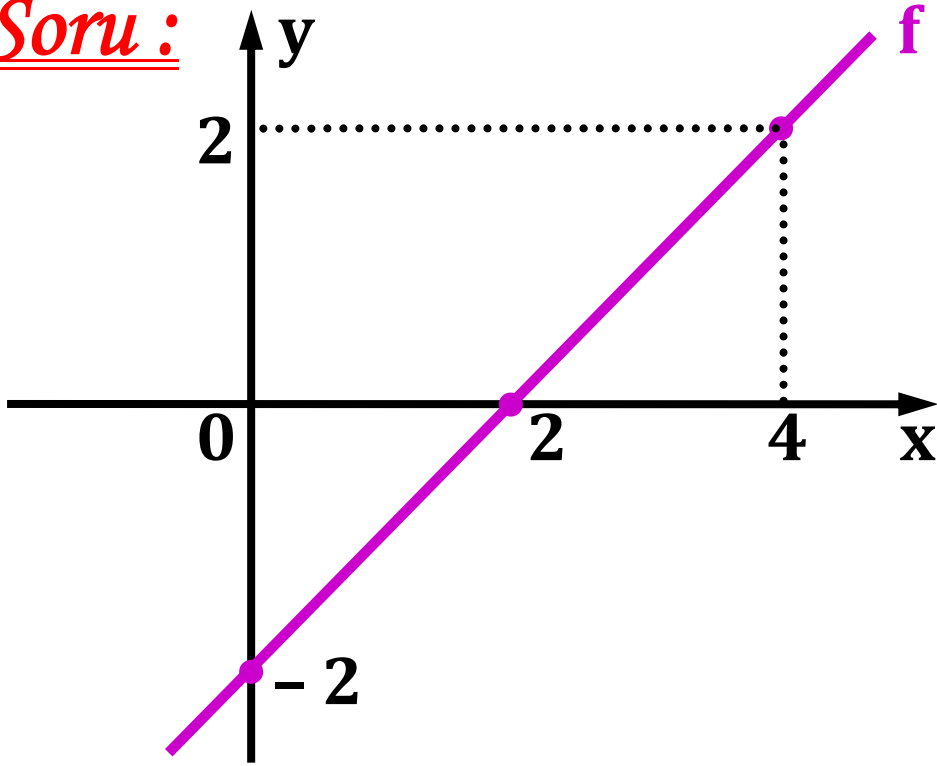
Soru :



$y = f(x)$ 'in grafiği veriliyor.
 $y = |f(x)| + 1$ fonksiyonunun
grafiğini çiziniz.

(Hem mutlak değer
hem de dönüşüm
kuralları kullanılır.)

Soru :



**$y = f(x)$ 'in grafiği
veriliyor. Buna göre
 $y = |f(x)| - 2$
fonksiyonunun
grafiğini  ızınız.**

Doğrusal Fonksiyonlarla İfade Edilebilen Eşitsizliklerin Grafikleri

$f(x) = ax + b$ fonksiyonunu alalım.

1. Önce fonksiyonun grafiği çizilir.

2. Fonksiyonun sıfırı bulunur.

3. A) $f(x) < 0$ durumunda fonksiyonun **sıfırdan**

geçen **kesik çizgili** doğru çizilir. Bu doğru ve fonksiyonun negatif kısmının bulunduğu tüm bölge boyanır. Boyalı bölge sorunun çözüm kümesini belirtir.

B) $f(x) \leq 0$ durumunda fonksiyonun **sıfırdan**

geçen doğru **tam** çizilir. Bu doğru ve fonksiyonun negatif

kısımının bulunduğu tüm bölge boyanır. Boyalı bölge sorunun çözüm kümesini belirtir.

C) $f (x) > 0$ durumunda fonksiyonun sıfırından geçen kesik çizgili doğru çizilir. Bu doğru ve fonksiyonun pozitif kısmının bulunduğu tüm bölge boyanır. Boyalı bölge sorunun çözüm kümesini belirtir.

D) $f (x) \geq 0$ durumunda fonksiyonun sıfırından geçen doğru tam çizilir. Bu doğru ve fonksiyonun pozitif kısmının bulunduğu tüm bölge boyanır. Boyalı bölge sorunun çözüm kümesini belirtir.

Örnek: $f(x) = x + 4$ fonksiyonu için $f(x) < 0$ ve $f(x) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığı koordinat sisteminde gösterelim.

Fonksiyonun

sıfır $f(x) = 0$

$$x + 4 = 0$$

$x = -4$ bulunur.

Grafik için iki nokta gereklidir.

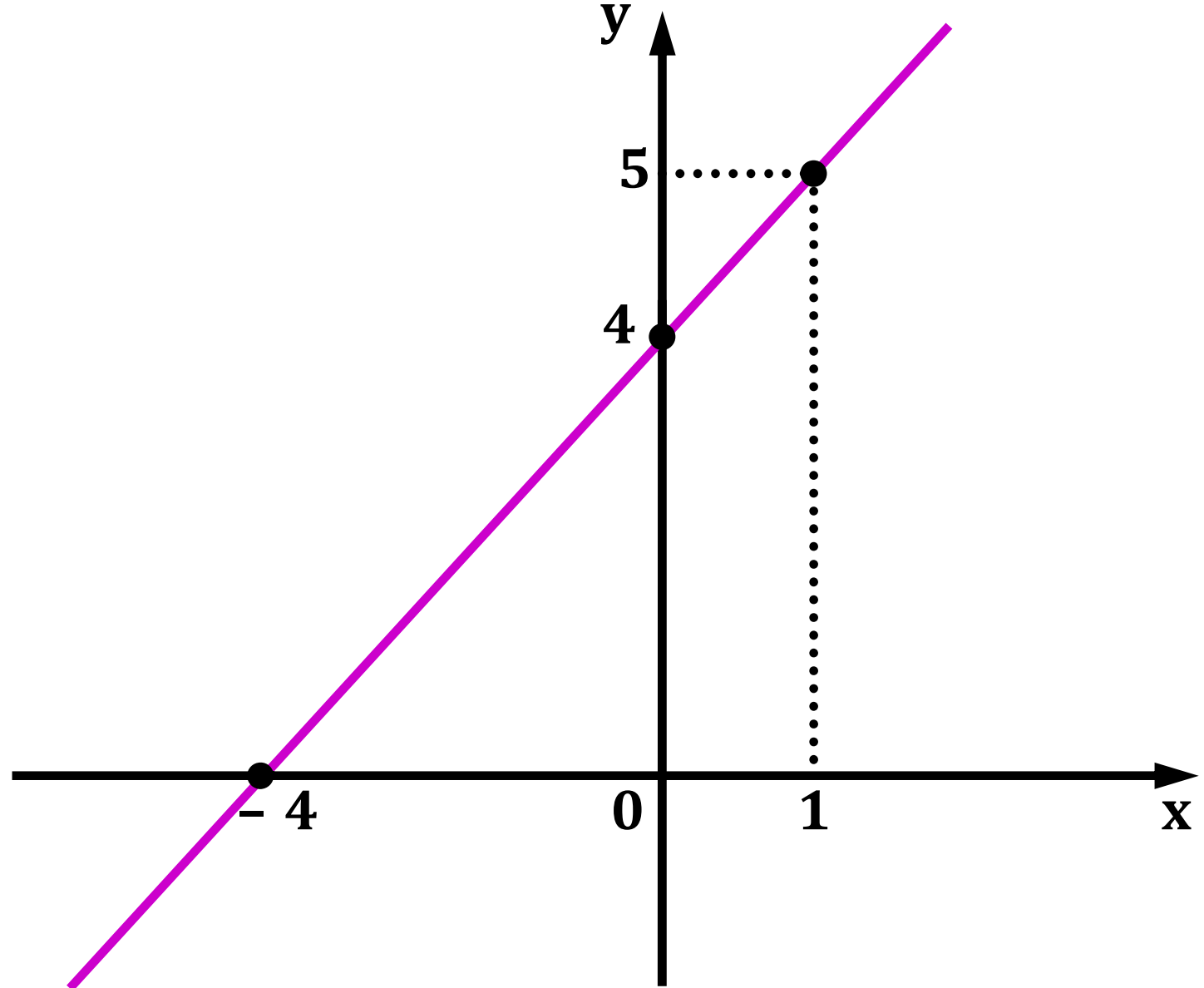
$x = 0$ için

$$y = 0 + 4 = 4$$

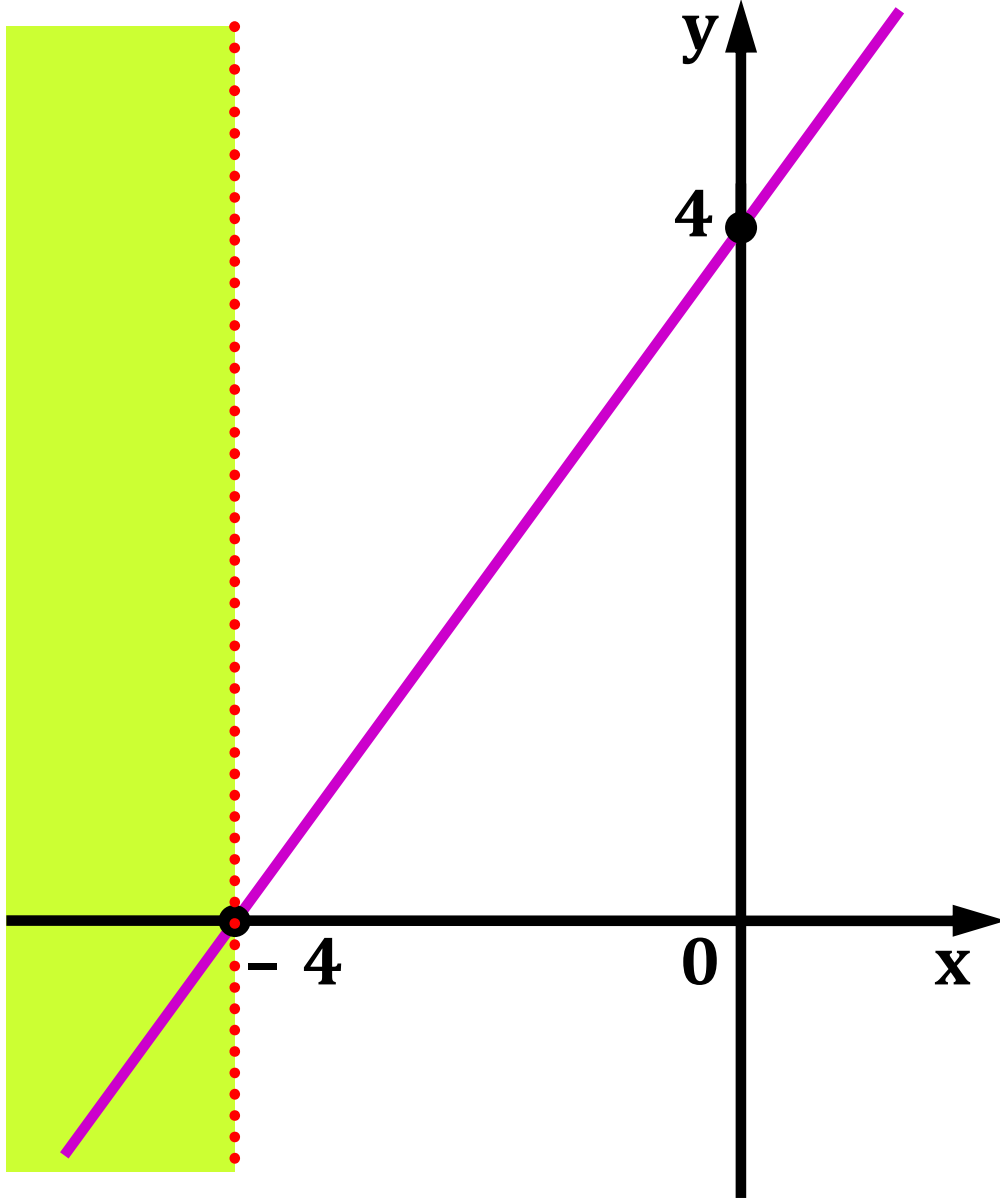
$x = 1$ için

$$y = 1 + 4 = 5$$

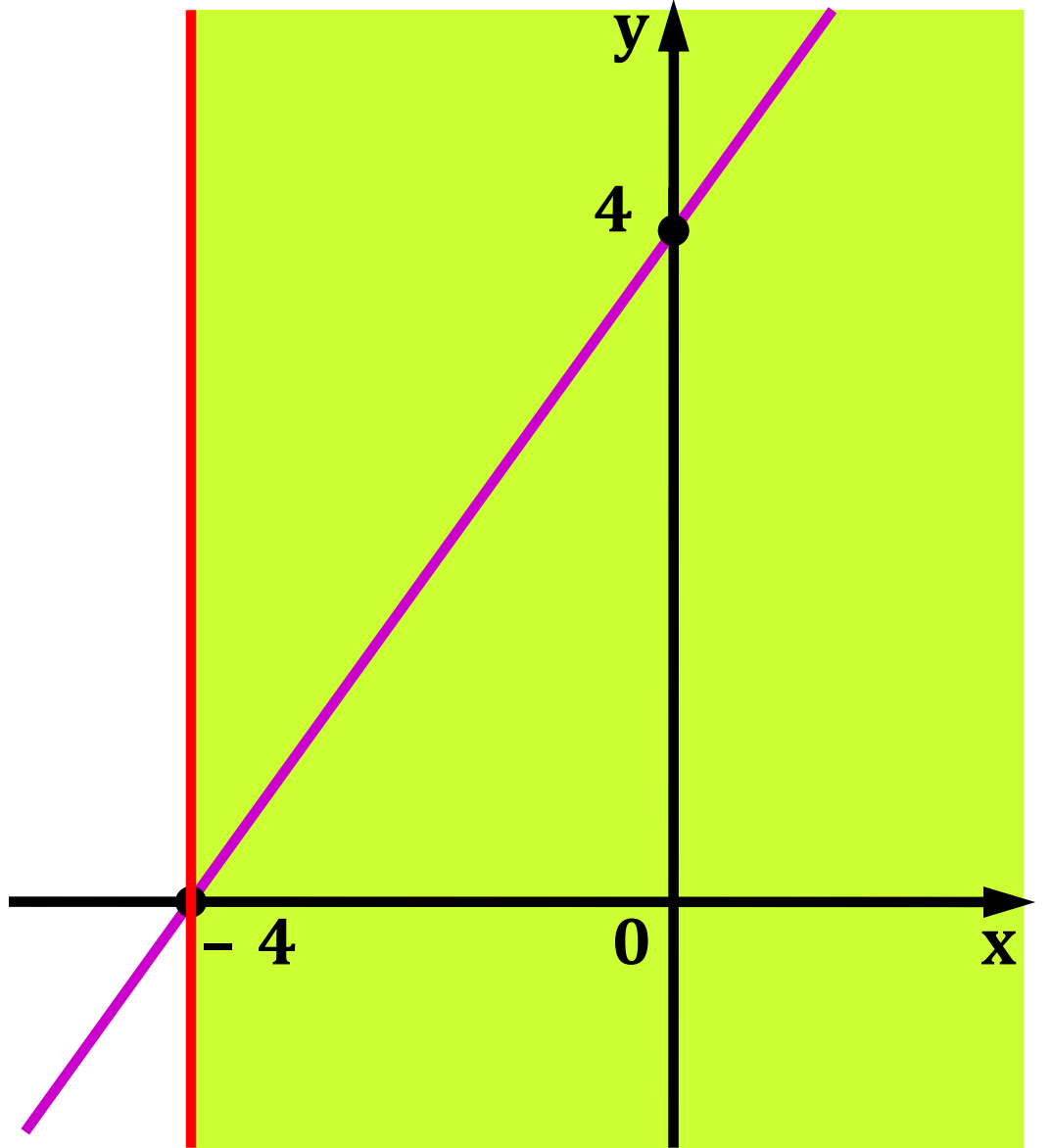
buluruz.



$f(x) < 0$ durumu

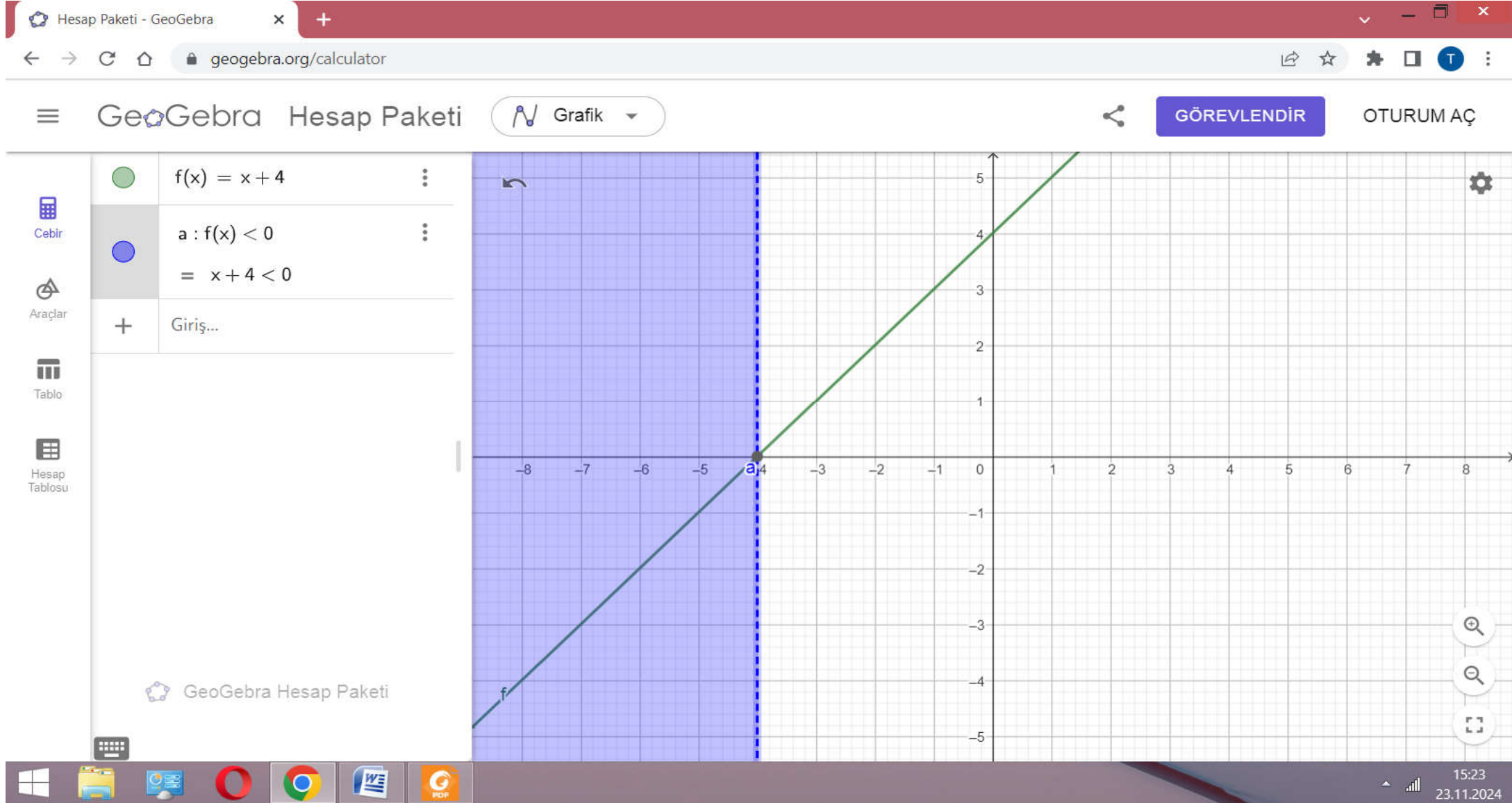


$f(x) \geq 0$ durumu



Boyalı bölge eşitsizliğin çözüm aralığını gösterir.

Grafik çizimi için <https://www.geogebra.org/calculator> adresinden de yararlanılabilir. + kısmına fonksiyonun denklemi yazılır. Enter tuşuna basılır. + kısmına istenilen eşitsizlik yazılır.



Soru: $f(x) = x - 2$ fonksiyonu için $f(x) < 0$ ve $f(x) \geq 0$ eşitsizliklerinin çözüm aralığını koordinat sisteminde gösteriniz.

Soru : $f(x) = 2x + 2$ fonksiyonu için $f(x) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığını koordinat sisteminde gösteriniz.

Soru : $f(x) = 6 - 3x$ fonksiyonu için $f(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığını koordinat sisteminde gösteriniz.

Not : Doğrusal fonksiyon ile ilgili eşitsizlik problemleri için uygun eşitsizlik denklemi oluşturulur ve eşitsizlik çözülerek istenen çözüm aralığı bulunmuş olunur.

Soru : Dikildiğinde boyu 35 cm olan bir bitkinin boyu ayda 8 cm uzamaktadır. **A)** Bitkinin zamana (ay) bağlı boyunu (cm) ifade eden fonksiyonun cebirsel temsilini oluşturunuz.

B) Bitkinin boyunun 83 cm'nin altında olduğu zaman aralığını bulunuz.

Soru : Bir tüccar ayakkabı üretim içine giriyor. Ayakkabı üretimini için gerekli aletler 36000 TL tutuyor. Bir  ift ayakkabının üretim maliyeti ise 400 TL oluyor. **A)** Ayakkabı çiftine (adet) ba lı toplam üretim ücretini (TL) ifade eden fonksiyonun cebirsel temsilini oluşturunuz.



**B) Ayakkabı çiftinin satış miktarı 900 TL olarak düşünülüyor.
Tüccarın zarar etmemesi için ayakkabı çiftinin satış adet aralığı ne
olmalıdır ?**

Soru : Güneş ve rüzgar türbini enerjisi olmak üzere iki tip ısıtma sisteminin kurulum ve işletme maliyetlerine ilişkin bilgiler tabloda verilmiştir.



Isıtma Sisteminin Türü	Yıllık İşletme Maliyeti (TL)	Kurulum Maliyeti (TL)
Güneş Enerjisi	1600	57000
Elektrik Enerjisi	5200	21000

A) Tablodaki verileri kullanarak güneş ve elektrik enerjisi ısıtma sistemlerinin kullanım süresine (yıl) bağlı toplam maliyetini (TL) veren fonksiyonları yazınız.

B) Hangi yıldan itibaren elektrik enerjisinin toplam maliyeti güneş enerjisinin toplam maliyetini geçer ?

Soru : Altta iki farklı su sebili markasının ürün görselleri verilmiştir. Soldaki su deposunun kapasitesi 20 lt, sağdaki damacananın ise kapasitesi 24 lt'dir. Soldaki su sebili dakikada 2,5 lt, sağdaki ise dakikada 3 lt su akıtmaktadır.

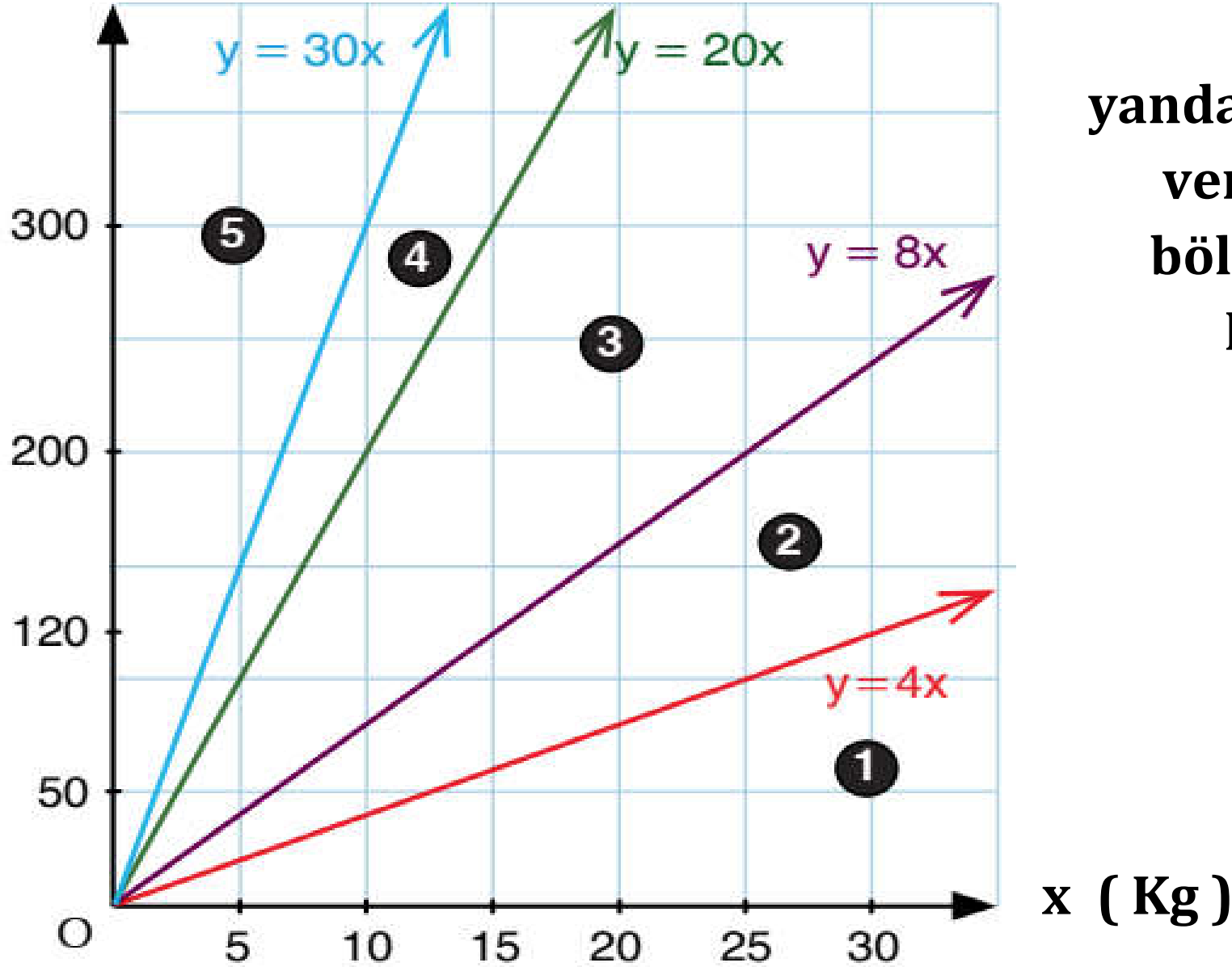


A) Sol ve sağ sebilde zamana (dk) bağlı su miktarını (lt) ifade eden fonksiyonların cebirsel temsilini yazınız.

B) İki sebilde de suyun bitiş zamanını bulunuz.

C) Hangi zaman aralığında soldaki sebinin su miktarı sağdaki sebinin su miktarından daha az olur ?

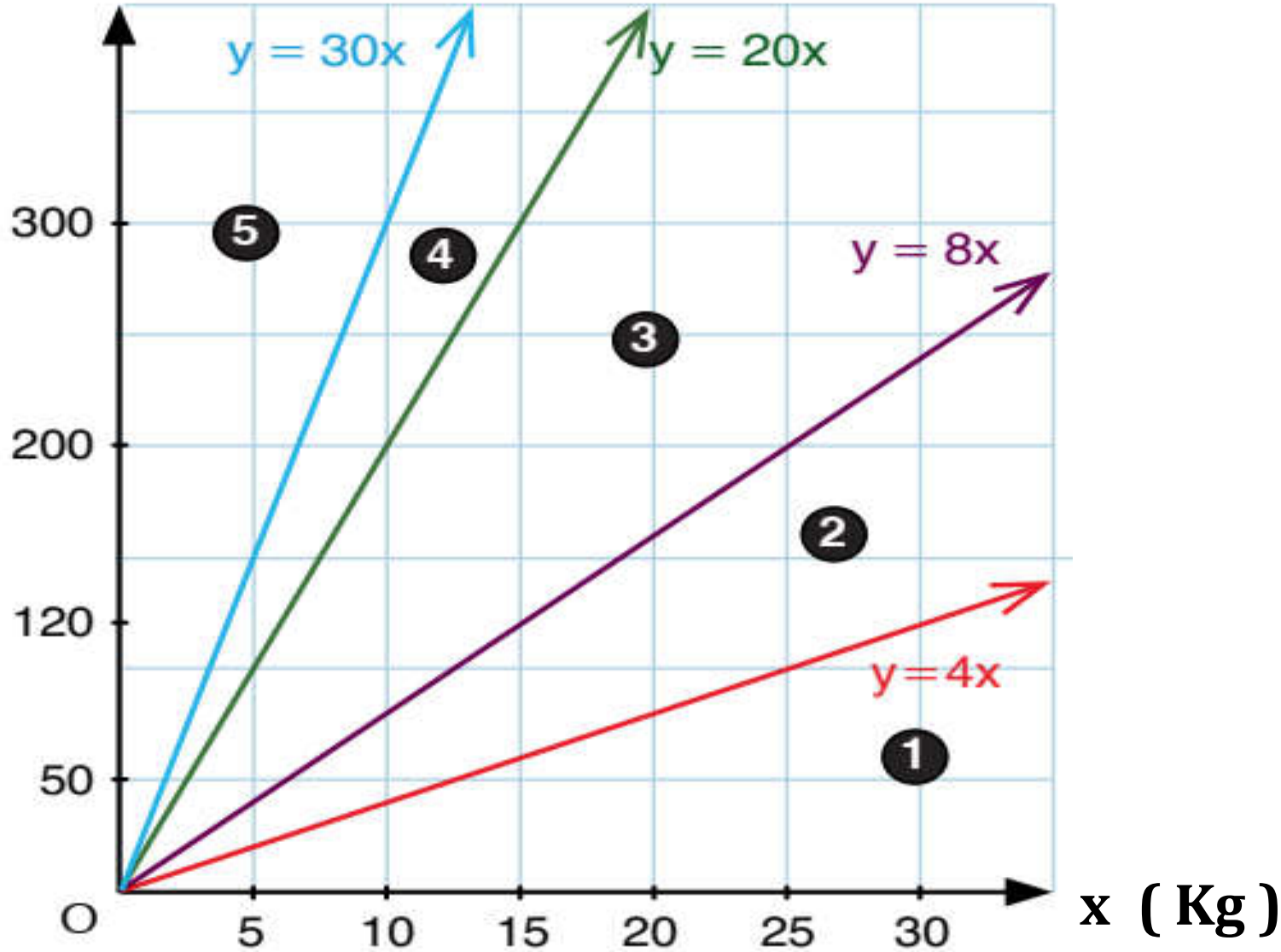
Soru : Dört karışımda bulunan şeker miktarına bağlı (kg) su miktarını (lt) veren doğrusal fonksiyonların grafik gösterimi



grafik gösterimi
yandaki şekildeki gibi
verilmiştir. Şekil 5
bölgeye ayrılmıştır.
Buna göre istenilenleri bulunuz.

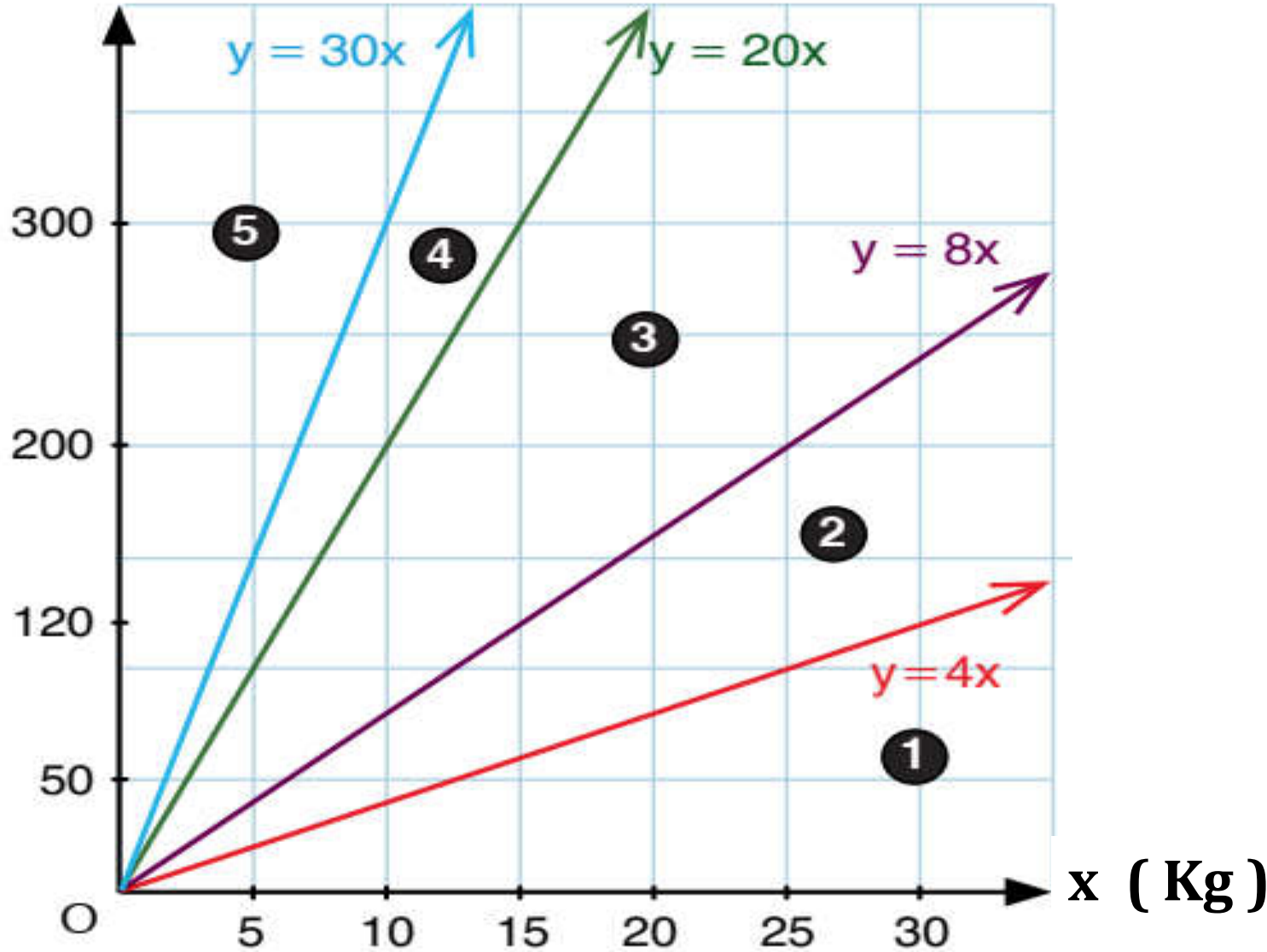
A) 2. bölgeye düşen kısımda şeker miktarı 8,5 kg olan bir karışımın hangi aralıkta olabileceğini bulunuz.

y (Lt)

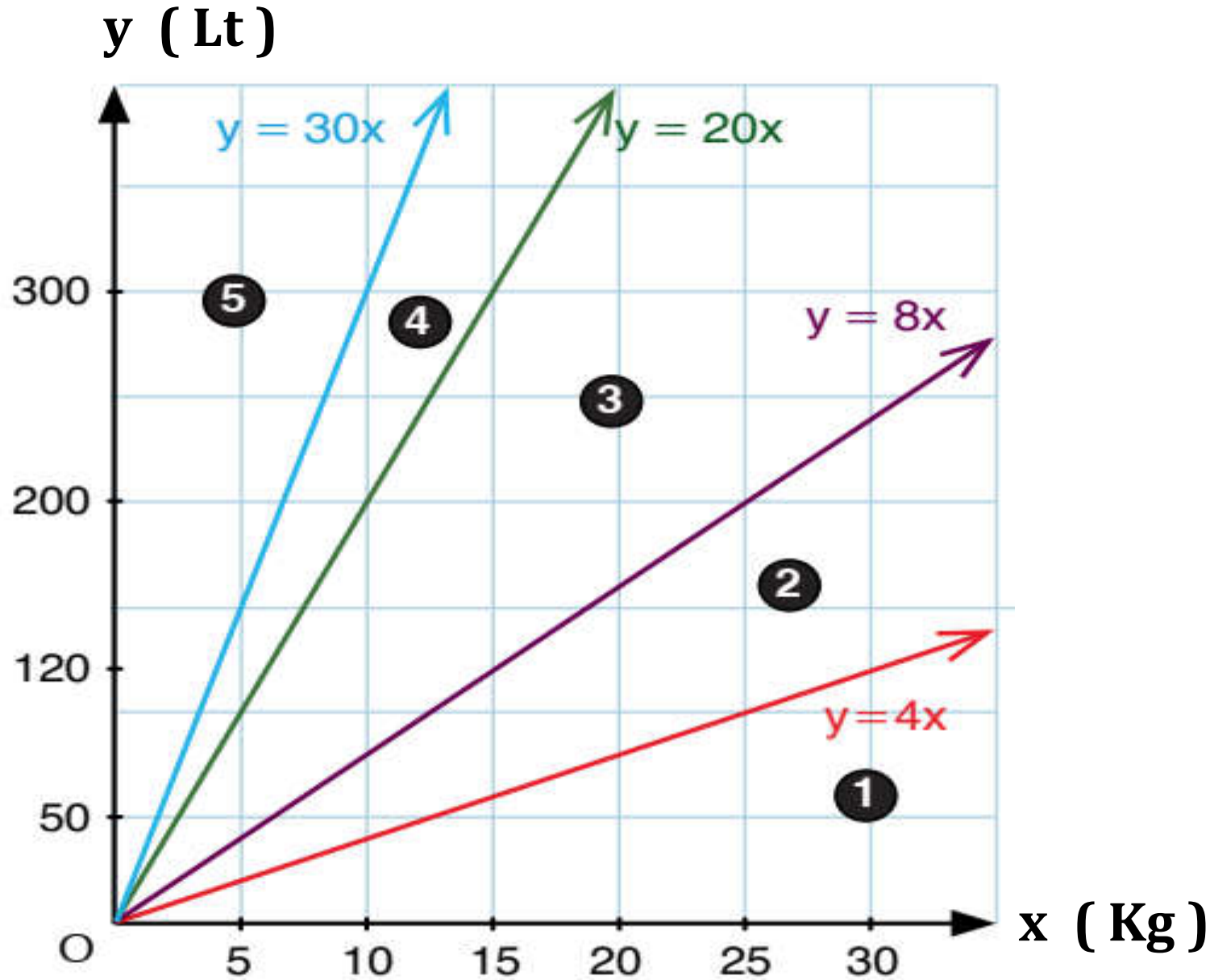


B) 1. bölgeye düşen kısımda şeker miktarı 15 kg olan bir karışımın hangi aralıkta olabileceğini bulunuz.

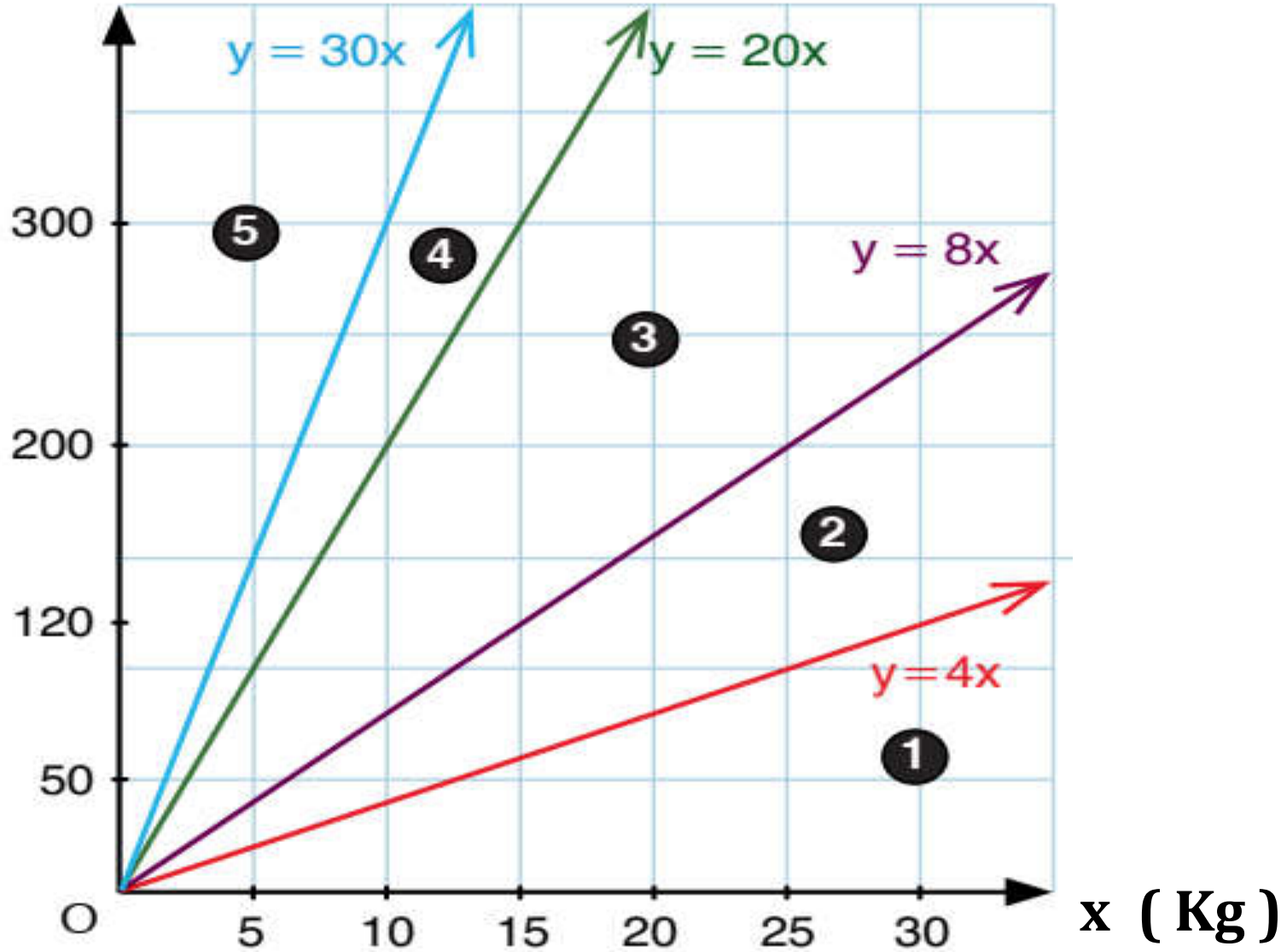
y (Lt)



C) 3. bölgeye düşen ve miktarı 300 lt olan bir karışımındaki şeker miktarının hangi aralıkta olabileceğini bulunuz.



C) 4. bölgeye düşen ve miktarı 180 lt olan bir karışımındaki şeker miktarının olabileceği aralıktaki tam sayı değerlerinin toplamını y (Lt) bulunuz.



Not : Doğrusal fonksiyonun mutlak değeri ile ilgili eşitsizlik problemleri için **uygun mutlak değerli eşitsizlik denklemi oluşturulur** ve **eşitsizlik çözülerek** istenen çözüm aralığı bulunmuş olunur.

Soru : Mühendislikte yapıların bileşenlerinin kabul edilebilir ölçülerinin aralığı için tolerans terimi kullanılır. Tolerans, üretilen parçaların üretilmesi gereken değerden sapma miktarı (hata payı)



olarak da ifade edilmektedir. Mil, rulman, dişli gibi makine parçaları büyüklüklerine göre farklı tolerans ile üretilir. Görseldeki dişliler, çap uzunluğu $80 \text{ mm} \pm 0,05 \text{ mm}$ olacak şekilde üretilmektedir.

x 'e bağlı hata miktarını veren fonksiyonun cebirsel gösterimi
 $f(x) = |80 - x|$ şeklinde veriliyor.

A) Üretilecek bir dişlinin çap uzunluğuna bağlı hata miktarını
veren fonksiyonu grafik temsiliyle ifade ediniz.

B) Uygun ölçülerde üretilen bir dişlinin çap uzunluğunun alabileceği değerlerin aralığını bulunuz. Hangi aralıkta uygun ölçülerde üretim yapılamaz ?

C) Uygun ölçülerde üretilen bir dişlinin çap uzunluğunun alabileceği değerlerin aralığını grafik üzerinde de gösterim yapınız.

Soru : Süt, ikolata ya ambalajlı herhangi bir ürünü satın aldığınızda, ürünün ağırlığını gösteren bölümün yanında **e** işaretinin yer aldığını mutlaka grmşsnzdir. Gramajın yanında yer alan **e** işareti hemen hemen tüm ürünlerde bulunuyor. Türkiye Standartları Enstitüsü (TSE) tarafından firmalara zorunlu tutulan bu ifade, paketin üretiliş şekline ilişkin önemli ipuçları veriyor. Yasalara göre firmalar, sattıkları ambalajlı ürünlerin ağırlıklarının müşterinin görebileceği şekilde paketin üzerinde belirtmek zorunda. Ancak tüm ürünleri tek tek tartıyor olmak oldukça zor bir sürece neden oluyor. Bu nedenle şirketler, aynı üretim bandından çıkan rastgele birkaç ürünü seçerek ağırlıklarını tartıyor ve ortalama ağırlıkları ambalajların üzerine yerleştirmeyi tercihe diyor. Paketlerdeki **e** işareti, tüketicilere söz konusu ürünün özel olarak tartılmadığını ve bu nedenle gramaj değerlerinde ufak değişikliklerin normal olduğunu gösteriyor. Bu değerlerin ortalamayı aşmaması gerekir.

Örneğin 130 gram ağırlığındaki bir çikolatanın arkasında yer alan **e** işareti, çikolatanın hassas bir tartıya koyulması halinde 135 gram ya da 125 gram çıkabileceği anlamına gelmektedir.



Buna göre paket üzerinde 4 lt **e** ibaresi bulunan bir ürünün ambalaj içerisindeki sıvı miktarındaki hata payı % 2,5 olarak veriliyor. Buna göre aşağıdaki istenilenleri bulunuz.

A) Üretilecek bir paketin içerisindeki ürünün lt hesabına bağlı hata miktarını veren fonksiyonu cebirsel ve grafik temsiliyle ifade ediniz.

B) Üretilen bir paketin içerisindeki uygun ölçülerde üretilen ürünün lt hesabı olarak alabileceği değerlerin aralığını bulunuz. Hangi aralıkta uygun ölçülerde üretim yapılamaz ?

C) Uygun ölçülerde üretilen bir ürünün miktarının alabileceği değerlerin aralığını grafik üzerinde de gösterim yapınız.

$$|f(x)| = g(x), |f(x)| < g(x), |f(x)| \leq g(x) \\ |f(x)| > g(x), |f(x)| \geq g(x)$$

Biçimindeki Denklem ve Eşitsizlikler

Kural 1: $f(x) = ax + b$ ve $g(x) = cx + d$ fonksiyonları verilsin.

$$|f(x)| = g(x) \text{ yani}$$

$$|ax + b| = cx + d \text{ ise;}$$

1. Şart: $ax + b \geq 0$ için (Mutlak değerin içi pozitif ise $ax + b$ dışarı aynı çıkar.)

$$ax + b = cx + d \text{ denklemi çözülür.}$$

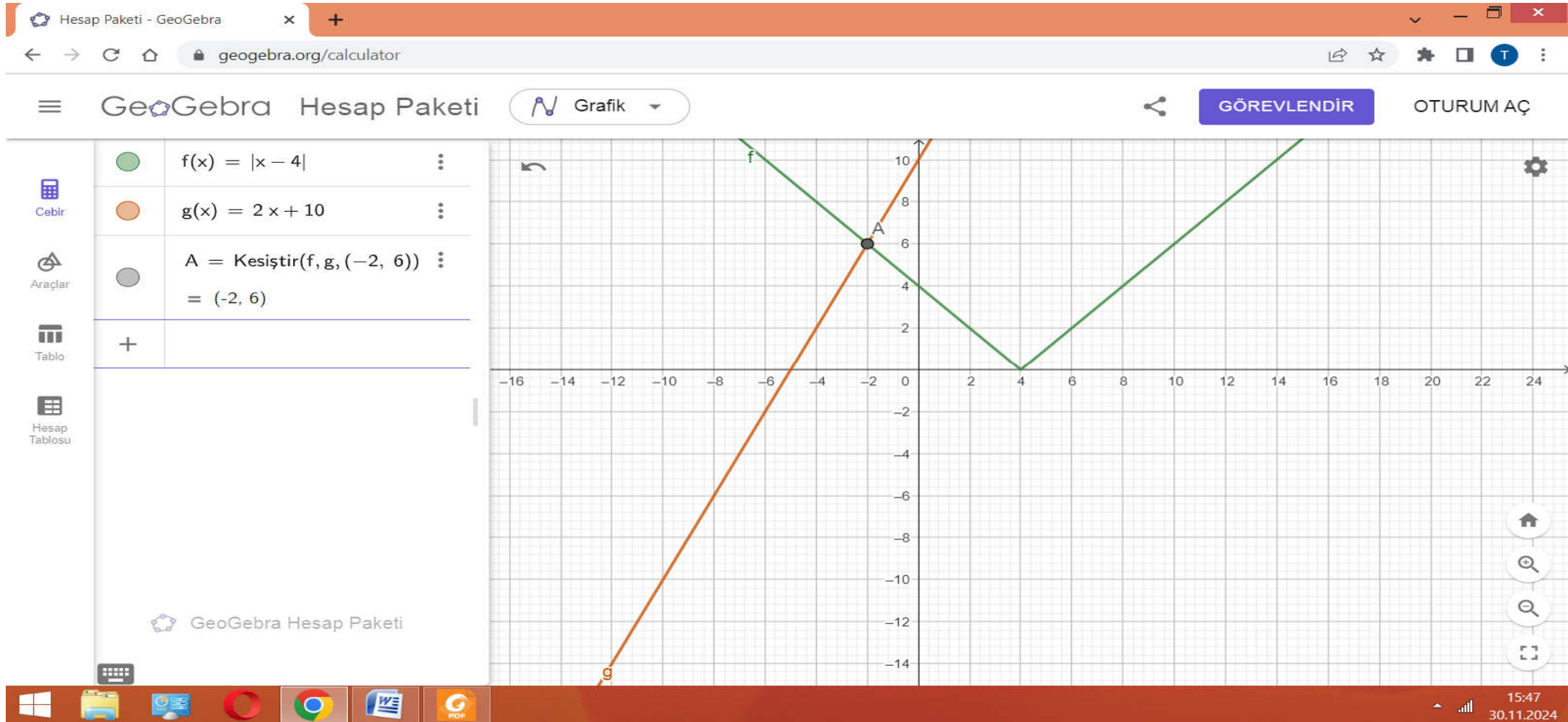
2. Şart: $ax + b < 0$ için (Mutlak değerin içi negatif ise $ax + b$ 'nin başına eksi işareti getirilir.)

$$-(ax + b) = cx + d \text{ denklemi çözülür.}$$

***** İki çözümde de bulduğumuz sayılar şartı sağlamalıdır.**

Soru: $f(x) = x - 4$ ve $g(x) = 2x + 10$ olup
 $|f(x)| = g(x)$ ise eşitliğin çözüm kümesini bulunuz.

Not : Grafik çizimleri için <https://www.geogebra.org/calculator> adresinden de yararlanılabilir. + kısmına f fonksiyonunun denklemi yazılır. Enter tuşuna basılır. + kısmına g fonksiyonunun denklemi yazılır. Araçlar tuşuna basılır ve kesiştir seçilir. Böylece iki grafiğin kesim noktası bulunur.



Soru: $f(x) = x + 3$ ve $g(x) = 12 - 2x$ olup
 $|f(x)| = g(x)$ ise eşitliğin çözüm kümesini bulunuz.

Soru: $f(x) = 5 - x$ ve $g(x) = 3x - 19$ olup
 $|f(x)| = g(x)$ ise eşitliğin çözüm kümesini bulunuz.

Soru: $f(x) = 2x + 4$ ve $g(x) = x - 8$ olup
 $|f(x) + 1| = g(x)$ ise eşitliğin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : Kare şeklindeki bir mermer fayansın alanı $x^2 + 16x + 64$ cm^2 olarak veriliyor. Fayansın bir kenarı $2x - 1$ cm ise fayansın çevresi kaç cm olur ?



Kural 2: $f(x) = ax + b$ ve $g(x) = cx + d$ fonksiyonları verilsin.

$$|f(x)| < g(x) \text{ yani}$$

$$|ax + b| < cx + d \text{ ise;}$$

1. Şart: $ax + b \geq 0$ için (Mutlak değerin içi pozitif ise $ax + b$ dışarı aynı çıkar.)

$$ax + b < cx + d \text{ eşitsizliği çözülür.}$$

******* Çözümünden bulduğumuz eşitsizlik ile şarttan gelen eşitsizliğin **ortak çözüm kümesi** alınır. (Daha önce aralık sayı doğrusu gösteriminde işlemiştik.)

2. Şart: $ax + b < 0$ için (Mutlak değerin içi negatif ise $ax + b$ 'nin başına eksi işareti getirilir.)

$- (ax + b) < cx + d$ eşitsizliği çözülür.

*** Çözümünden bulduğumuz eşitsizlik ile şarttan gelen eşitsizliğin ortak çözüm kümesi alınır.

*** İki çözümünden de bulduklarımızın bileşkesi alınır.

Soru: $f (x) = x - 3$ ve $g (x) = 3x + 11$ olup
 $| f (x) | < g (x)$ ise eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

Soru: $f(x) = x + 5$ ve $g(x) = -2x + 23$ olup
 $|f(x)| < g(x)$ ise eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

Kural 3: $f(x) = ax + b$ ve $g(x) = cx + d$ fonksiyonları verilsin.

$$|f(x)| \leq g(x), |f(x)| > g(x) \text{ ve}$$

$|f(x)| \geq g(x)$ durumunda **kural 2'deki çözüm yöntemi uygulanır.**

Soru: $f(x) = 2x - 4$ ve $g(x) = x + 25$ olup

$|f(x)| \leq g(x)$ ise eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

Soru: $f(x) = 3x + 9$ ve $g(x) = 5 - x$ olup
 $|f(x)| \geq g(x)$ ise eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

Soru: $f(x) = 5x + 2$ ve $g(x) = -x - 35$ olup
 $|f(x) - 7| > g(x)$ ise eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

