

6. ÜNİTE : İKİNCİ DERECEDEN DENKLEM ve FONKSİYONLAR

6 . 1 . 1. İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

Tanım : x bilinmeyen ve $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $ax^2 + bx + c = 0$ denklemine “ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem” adı verilir.

Soru : $(2x + 3)^2 - 3 \cdot (x + 5) - x^2 = 0$ denklemini
 $ax^2 + bx + c = 0$ şeklinde yazıp a, b, c sonucunu bulunuz.

Kural 1: $ax^2 - b = 0$ denkleminde **iki kök** (denklemini sağlayan x_1 ve x_2 değerleri) **ters işaretli** ve mutlak değerce birbirine eşit ($|x_1| = |x_2|$) ise bu köklere “ **simetrik kökler** ” adı verilir.

Örnek: $25 - x^2 = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$25 - x^2 = 0$$

Soru: $4x^2 - 36 = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$4x^2 - 36 = 0$$

Soru : $49 - 25x^2 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$49 - 25x^2 = 0$$

Soru : $2x^2 + 98 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$2x^2 + 98 = 0$$

Not: $ax^2 - b = 0$ denklemi simetrik köklere sahipse,
denklemde x 'li terim olmamalıdır. Yani, $ax^2 + 0 \cdot x - b = 0$
olmalıdır.

↓
 x 'in katsayısı 0 alınır.

Örnek: $3x^2 + (m - 48) \cdot x - m = 0$ denklemi simetrik köklere sahipse, bu kökleri bulunuz.

$$3x^2 + (m - 48) \cdot x - m = 0$$

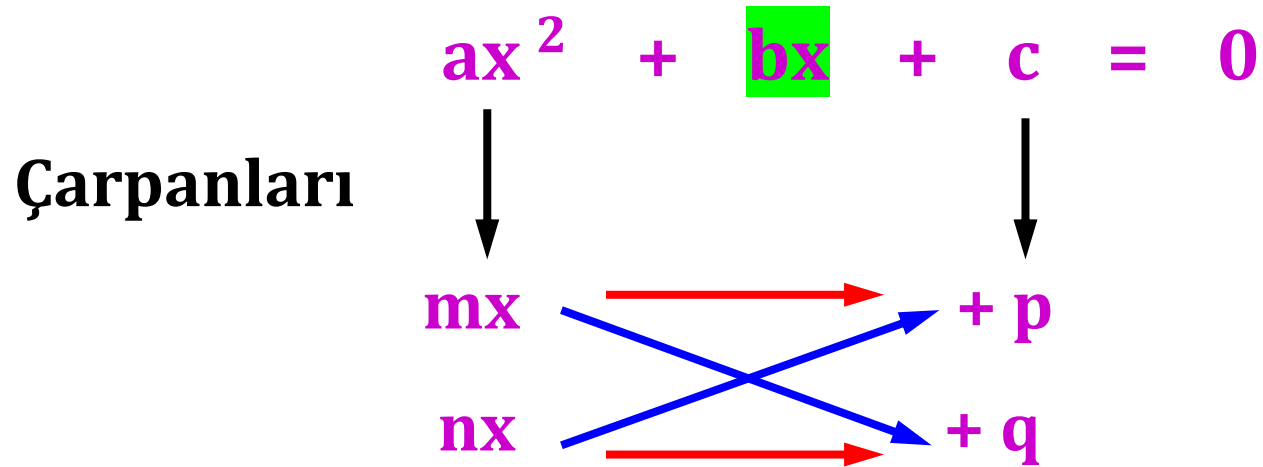
Soru : $4x^2 + (30 + 5m) \cdot x + 2m - 88 = 0$ denklemi simetrik köklere sahipse, bu kökleri bulunuz.

$$4x^2 + (30 + 5m) \cdot x + 2m - 88 = 0$$

Soru : $-x^2 + 36x + mx - m = 0$ denklemi simetrik köklere sahipse, bu köklerin çarpımını bulunuz.

$$-x^2 + 36x + mx - m = 0$$

Kural 2: $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde;



Çapraz çarpım sonuçları toplandığında orta terimi veriyorsa,

çarpanlar karşılıklı alınır.

$(mx + p) \cdot (nx + q) = 0$ olarak alınır. Her bir çarpan sıfıra

eşitlenir ve denklem çözümünden x değerleri elde edilir.

$mx + p = 0$ veya $nx + q = 0$ olabilir. Bulunan x değerleri

çözüm kümesine alınır.

Örnek: $x^2 - 5x - 36 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$x^2 - 5x - 36 = 0$$

Soru: $x^2 - 18x + 32 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$x^2 - 18x + 32 = 0$$

Soru : $x^2 + 19x + 60 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$x^2 + 19x + 60 = 0$$

Soru : $x^2 - 16x + 64 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

Tanım : Kökler birbirine eşit
çıkarsa bu köklere “**çakışık
kökler**” adı verilir.

Soru : $2x^2 + 20x + 50 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$2x^2 + 20x + 50 = 0$$

Soru : $-x^2 + 5x + 24 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$-x^2 + 5x + 24 = 0$$

Soru : $-2x^2 + 13x - 20 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$-2x^2 + 13x - 20 = 0$$

Soru : $3x^2 + 10x + 8 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$3x^2 + 10x + 8 = 0$$

Soru : $4x^2 - 16x + 15 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$4x^2 - 16x + 15 = 0$$

Soru : $5x^2 + 6x + 9 = 0$
denkleminin çözüm kümesini
bulunuz.

$$5x^2 + 6x + 9 = 0$$

Kural 3: $ax^2 + bx + c = 0$ denklemi çarpanlarına ayrılmıyorsa

$\Delta = b^2 - 4ac$ (Delta veya diskriminant adı verilir) bulunur.

A) $\Delta > 0$ ise denklemin **farklı reel iki kökü vardır.**

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{olarak bulunur.}$$

B) $\Delta = 0$ ise denklemin birbirine **eşit (çakışık ya da çift**

katlı kök) reel iki kökü vardır. $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ olarak

bulunur.

C) $\Delta < 0$ ise denklemin **reel kökü yoktur.** $\mathcal{C} = \emptyset$ olarak alınır.

Örnek: $x^2 - 3x + 1 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $x^2 - 2x - 10 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $x^2 - 6x + 7 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $x^2 + 3x - 9 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $3x^2 + 12x - 45 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

(Kolay çözüm için eşitlik ortak çarpana bölünür.)

Soru : $2x^2 - 5x + 4 = 0$

denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $3x^2 + 12x + 12 = 0$

denkleminin köklerini bulunuz.

Örnek: $k \in \mathbb{Z}$ 'dir. $2x^2 + 5x + k = 0$ denkleminin reel kökü
yoksa k en az kaç olmalıdır ?

Soru: $m \in \mathbb{Z}$ 'dir. $mx^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ denkleminin reel kökü
yoksa m en çok kaç olmalıdır ?

Soru : $ax^2 + 7x + 3 = 0$ denkleminin çözüm kümesi iki elemanlı
ise a pozitif tam sayıları ne olmalıdır ?

Soru : $(m - 1) \cdot x^2 - 4x - 3 = 0$ denkleminin iki farklı kökü varsa m 'nin çözüm aralığı ne olmalıdır ?

Soru: $x^2 + 10x + m + 4 = 0$ denkleminin çakışık iki kökü varsa
m sayısı ne olmalıdır ?

Soru : $(2k + 1) \cdot x^2 - 3kx + k = 0$ denkleminin çözüm kümesi
tek elemanlı ise k ne olabilir ?

Soru : $m^2 \cdot x^2 + (2m + 1) \cdot x + 1 = 0$ denkleminin çakışık iki kök ise m ne olmalıdır ?

Not : Verilen bir kök denklemi sağlar. (Verilen kök denklemde x yerine yazılır.)

Örnek : $x^2 - 5x + ax - 3 = 0$ denkleminin bir kökü 3 ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

Soru: $x^2 + (-1 + m) \cdot x - 4 - m = 0$ denkleminin bir kökü 2
ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

Soru : $2x^2 - 3x - k = 0$ denkleminin bir kökü -1 ise denklemin diğer kökü ile k 'nın çarpımını bulunuz.

Soru : $(m - 1) \cdot x^2 + (2 + m) \cdot x - 12 = 0$ denkleminin bir kökü -4 ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

Kural 4: $ax^2 + bx = 0$ denklemi x ortak parantezine alınarak

çarpanlar sıfıra eşitlenir ve çözümlerden kökler bulunur.

Örnek: $-x^2 + 5x = 0$ ise
Ç = ?

Soru: $3x^2 - 75x = 0$ ise
Ç = ?