

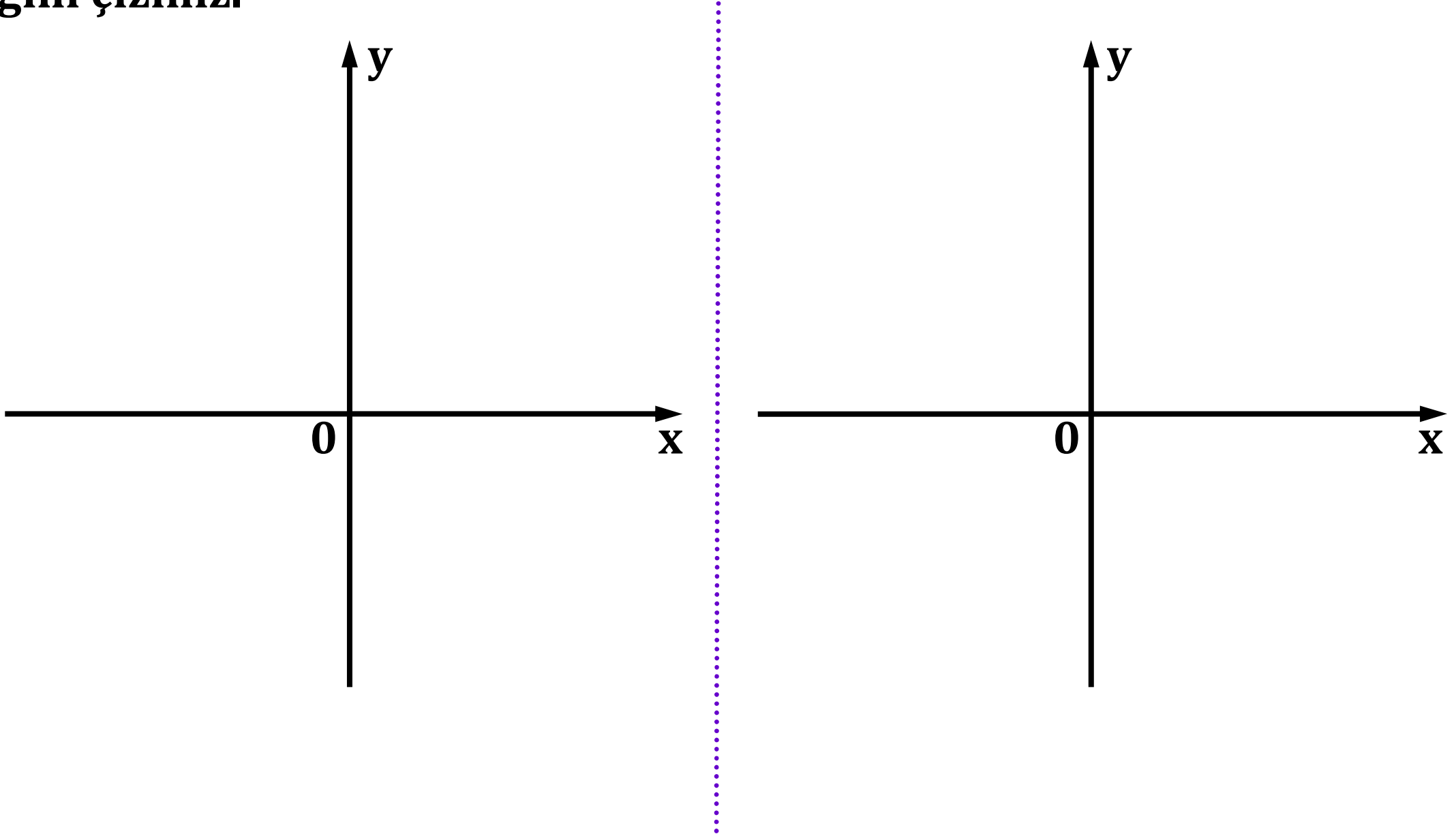
6. 2. İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafikleri

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki ifadeye “ikinci dereceden bir bilinmeyenli fonksiyon” adı verilir. Fonksiyonun analitik düzlemde belirttiği grafiğe “parabol” adı verilir.

Kural 1: $y = f(x) = ax^2$ fonksiyonunun grafiği orijinden geçer. a pozitifse grafiğin kolları yukarı yönlü, a negatif ise grafiğin kolları aşağı yönlüdür. Grafiğin kolları y eksenine göre simetrik olacak şekilde grafik çizilir.

2. yol: x 'e değerler $(\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ verilerek y değerleri bulunur. Bulunan noktalardan geçen grafik çizilir.

Örnek: $f(x) = 2x^2$ ve $f(x) = -x^2$ fonksiyonlarının grafiğini çiziniz.



Kural 2: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafik çizimi için ;

1) $x = 0$ için y değeri bulunur. $A(0, y)$ noktası işaretlenir.

2) $y = 0$ için x değeri bulunur. $B(x, 0)$ noktası işaretlenir.

3) Tepe noktası $T(r, k)$ işaretlenir.

$$r = -\frac{b}{2a}, \quad k = \frac{4ac - b^2}{4a} \quad \text{veya} \quad k = f(r) \quad \text{eşitlikleri}$$

kullanılır.

4) • $a > 0$ (pozitif) ise bulunan noktalardan geçen ve kolları yukarı yönlü olan grafik çizilir.

• $a < 0$ (negatif) ise bulunan noktalardan geçen ve kolları aşağı yönlü olan grafik çizilir.

Örnek: $y = f(x) = x^2 - 4$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Soru : $y = f(x) = 9 - x^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = -x^2 + 6x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = x^2 - 4x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = x^2 + 4x + 3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = -x^2 - 4x + 5$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = x^2 + 4x + 4$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = x^2 - 2x + 6$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = -x^2 - 4$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Tepe Noktası İle İlgili Uygulamalar

Soru : $f(x) = x^2 - 4x + 16$ parabolünün tepe noktasının koordinatları toplamı ne olur ?

Soru : $f(x) = -x^2 + 6x - 27$ parabolünün tepe noktasının koordinatları çarpımı ne olur ?

Soru: $f(x) = x^2 - 6x + 17$ parabolü ile $f(x) = x^2 + 4x$ parabolünün tepe noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.

Soru: $f(x) = (-2 + m) \cdot x^2 + 4x - m + 3$ parabolünün tepe noktası $T(2, k)$ ise $k = ?$

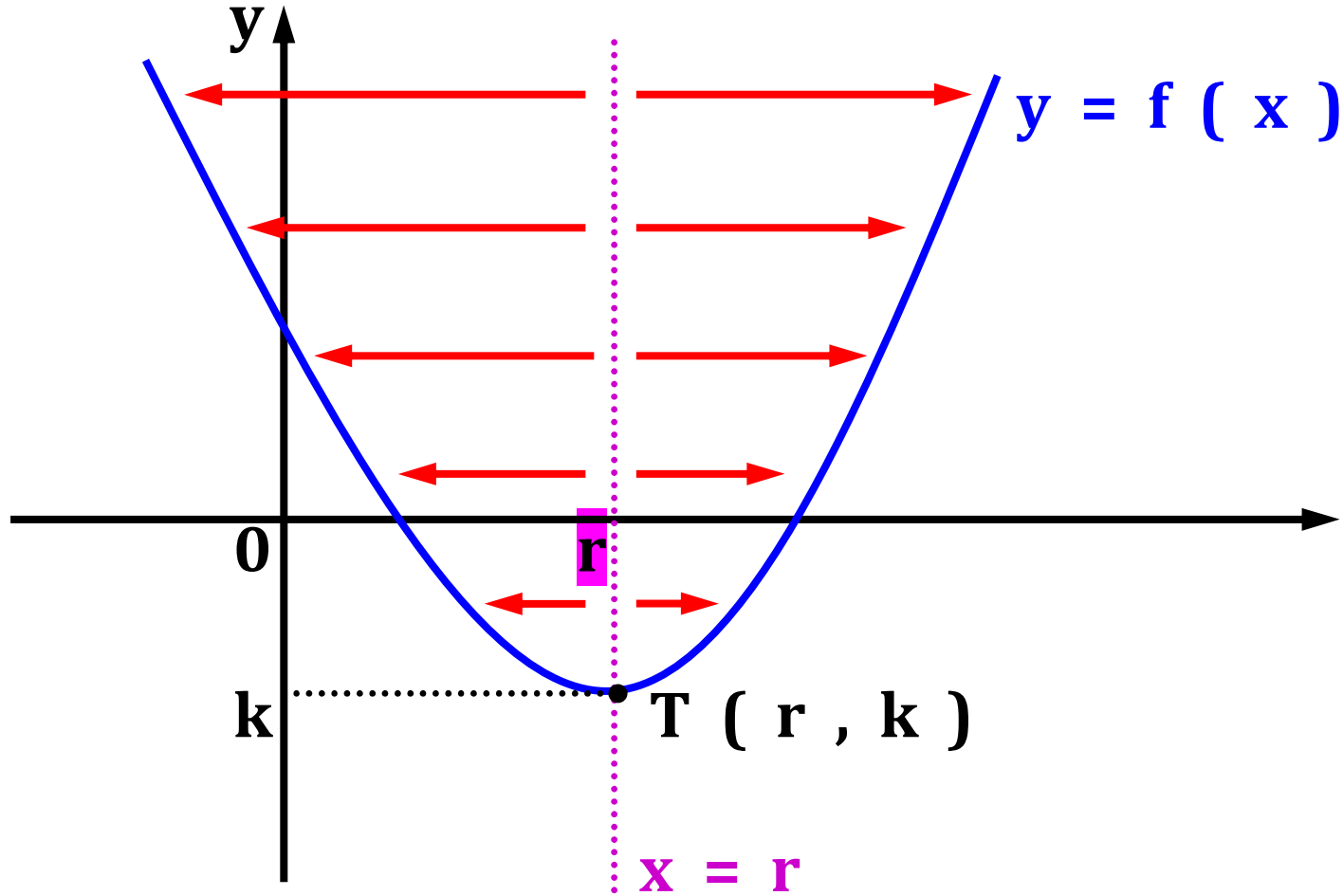
Soru: $f(x) = x^2 + (2m - 4)x + m + 1$ parabolünün tepe noktası $T(-6, k)$ ise $k = ?$

Soru: $f(x) = ax^2 + bx$ parabolünün tepe noktası $T(1, 2)$
ise $a \cdot b = ?$

Soru: $f(x) = (1 + 2p) \cdot x^2 - 3x + 1 + p$ parabolü

A (- 1 , 8) noktasından geçiyorsa parabolün tepe noktasının
apsisini bulunuz. (**Nokta denklemi sağlardı.**)

Kural 1: (Simetri Eksenini)



Parabolün grafiğı $x = r$ doğrusuna göre simetriktir.

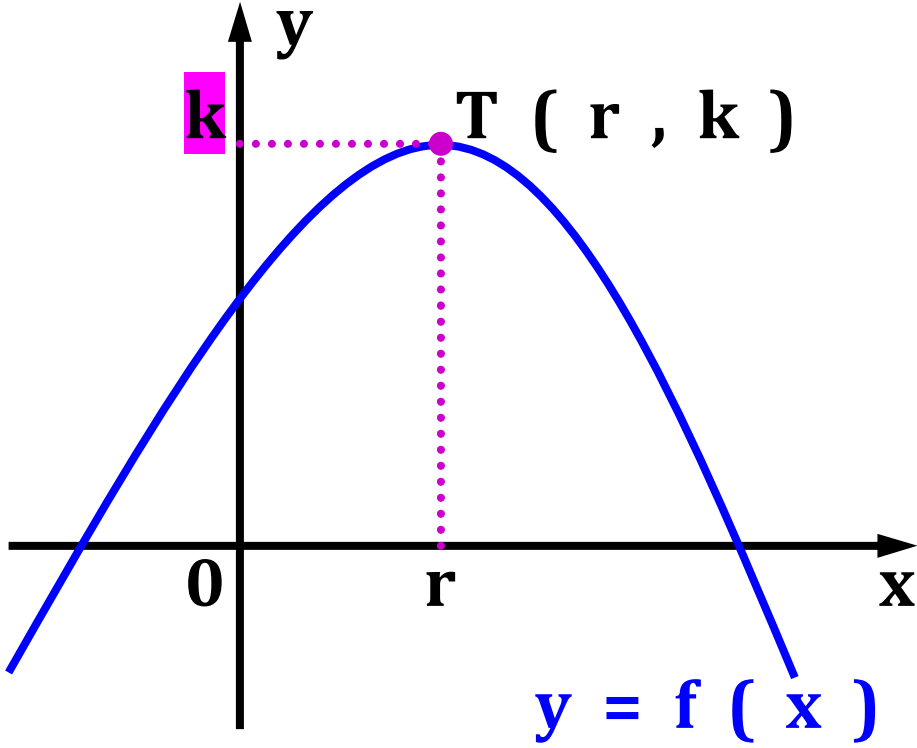
$x = r$ 'ye parabolün “ simetri doğrusu ” adı verilir.

Örnek: $f(x) = 3x^2 + (4 + m)x + 5 - m$ parabolünün simetri eksenini $x = -1$ doğrusu ise parabolün tepe noktasını bulunuz.

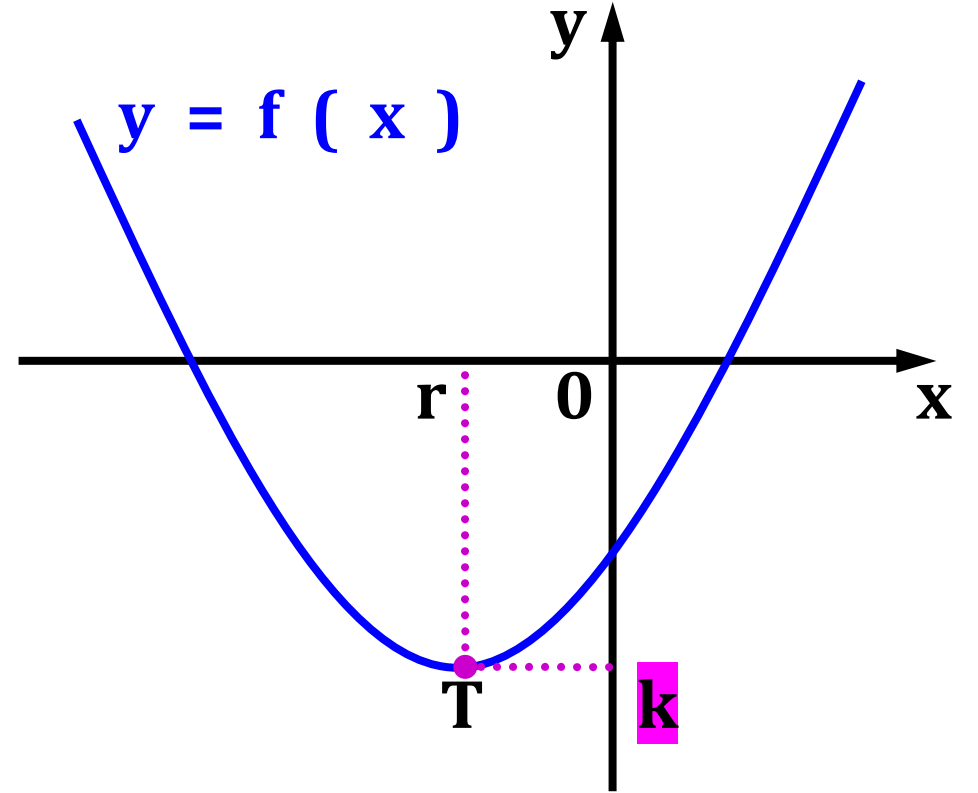
Soru : $f(x) = (2a + 1) \cdot x^2 - 2x + 1$ parabolünün simetri eksenini $x = 1$ doğrusu ise parabolün tepe noktasını bulunuz.

Soru : $f(x) = (m + 4) \cdot x^2 + 4mx - m + 1$ parabolünün simetri eksenini $x = 2$ doğrusu ise parabolün y eksenini kestiği noktayı bulunuz.

Kural 2: (Maksimum – Minimum Değer)



Parabolün kolları aşağı yönlü
ise, parabolün alabileceği en
büyük değer k 'dır.



Parabolün kolları yukarı yönlü
ise, parabolün alabileceği en
küçük değer k 'dır.

Örnek: $f(x) = -x^2 + 4x + 15$

parabolünün alabileceği en büyük değeri bulunuz.

Soru: $f(x) = 2x^2 + 12x + 7$

parabolünün alabileceği en küçük değeri bulunuz.

Soru : $A = -x^2 + 8x + 1$ ve $B = x^2 + 18x + 5$ ise, A'nın maksimum ile B'nin minimum değerinin toplamı ne olur ?

Soru : $f(x) = -x^2 + 6x + m - 2$ parabolünün alabileceği en büyük değer 16 ise $m = ?$

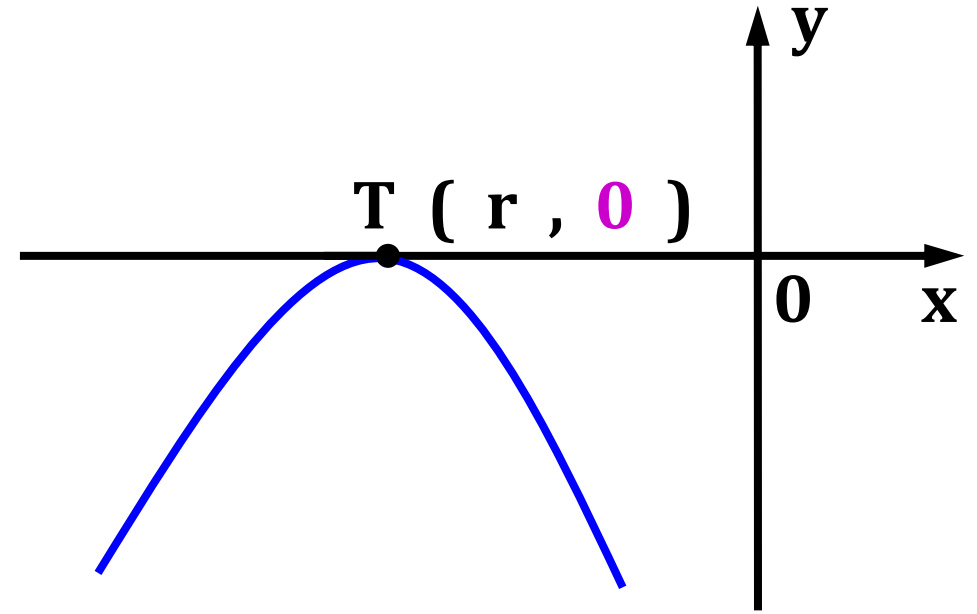
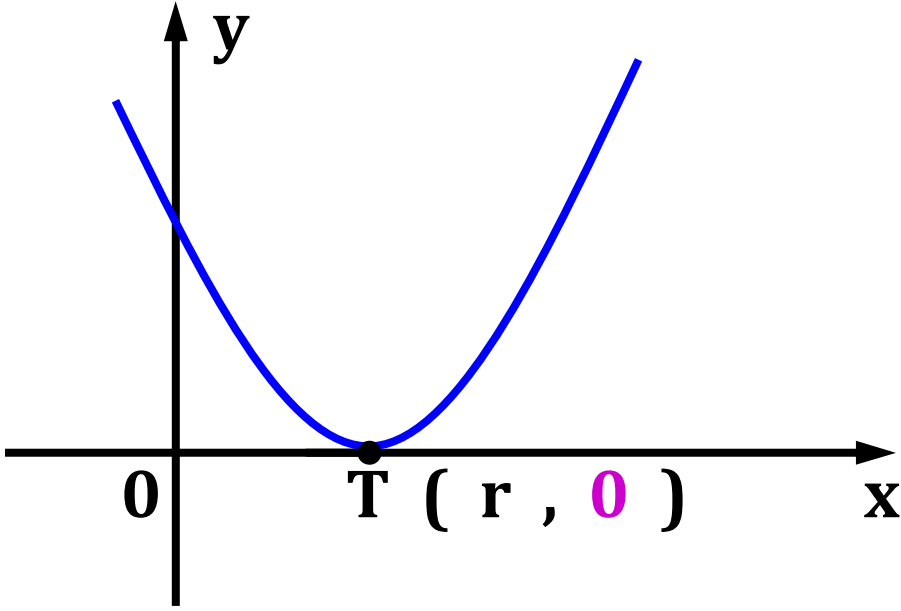
Soru : $f(x) = (2m - 1) \cdot x^2 + 3x + 1$ parabolünün alabileceği maksimum değer 2 ise $m = ?$

Örnek: Toplamları 30 olan iki sayının çarpımı en fazla kaç olur ?
(İki sayı x ve y olsun. Çarpım x türünden yazılıp kural uygulanır.)

Soru : Çevresi 24 br olan dikdörtgenin alanı en fazla kaç br^2 olur ?

Soru : Dik kenar uzunlukları $2x$ ve $6 - 3x$ olan üçgenin alanı en fazla kaç br^2 olur ?

Kural 3: (Teğet Durumu)



Parabol x eksenine teğet (x eksenine tek bir noktada
değiyorsa) ise $k = 0$ olarak alınmalıdır.

(2.yol: $\Delta = 0$ 'dan da istenen sonuç elde edilebilir.)

Örnek: $f(x) = 2x^2 - 3x + m - 1$ parabolünün grafiği x eksenine teğet ise $m = ?$

Soru : $f(x) = (2 - m) \cdot x^2 + 6x - 3$ parabolünün grafiği x
eksenine teğet ise $m = ?$

Soru: $f(x) = ax^2 - 8x + 2a - 4$ parabolünün grafiği x eksenine teğet ise $a = ?$

Soru : $f(x) = x^2 + 3mx + 2m^2 + 1$ parabolünün grafiği x eksenine, eksenin pozitif tarafında teğet ise $m = ?$ (Bulduğunuz m değeri r 'yi pozitif yapmalı.)

Soru : $f(x) = x^2 + (k + 3)x + 1 + 3k$ parabolünün grafiği x eksenine, eksenin negatif tarafında teğet ise $m = ?$

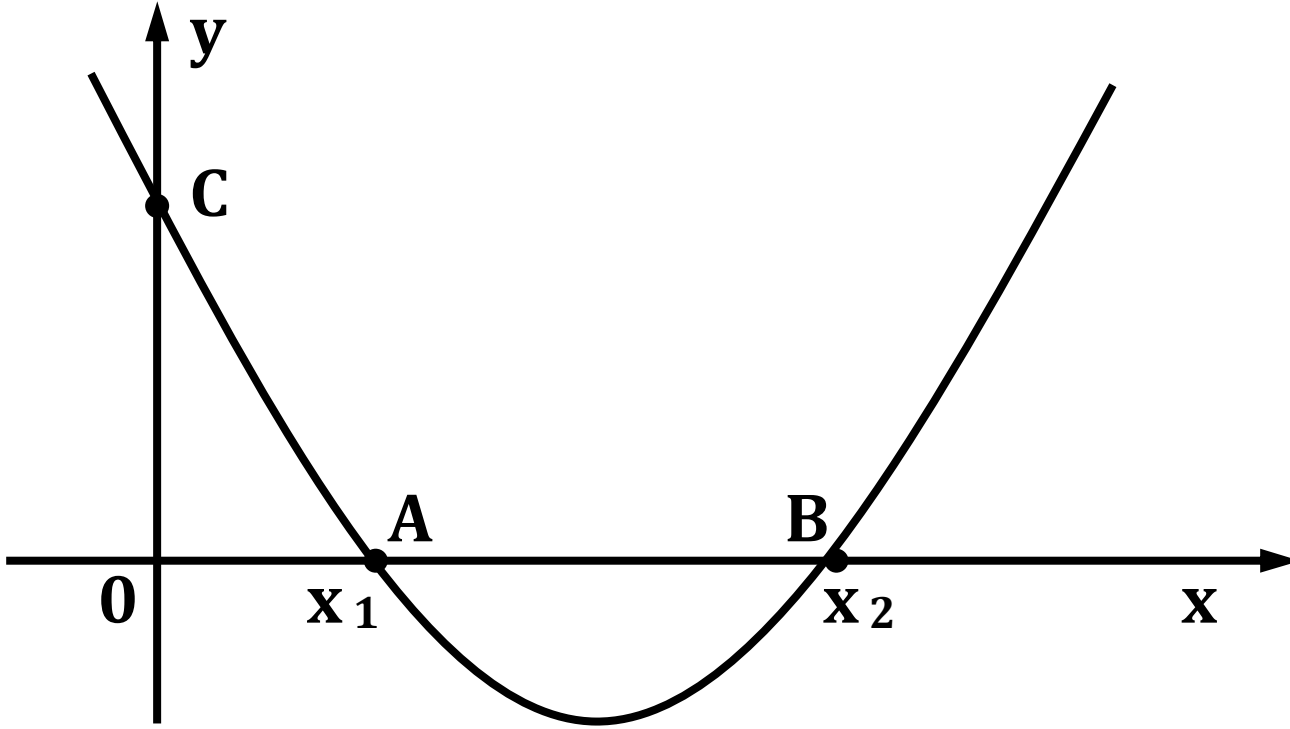
Parabolün Denklemini Bulma

Kural 1: A, B ve C noktaları verilirse, $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabol denkleminde bu noktalar sırası ile uygulanır ve üç tane denklemden uygun çözüm üretilir.

Örnek: A (0 , - 5) , B (- 1 , - 9) ve C (5 , - 15) noktalarından geçen parabolün denklemini bulunuz.

Soru : A (0 , 2) , B (1 , 2) ve C (3 , - 4) noktalarından geçen parabolün denklemini bulunuz.

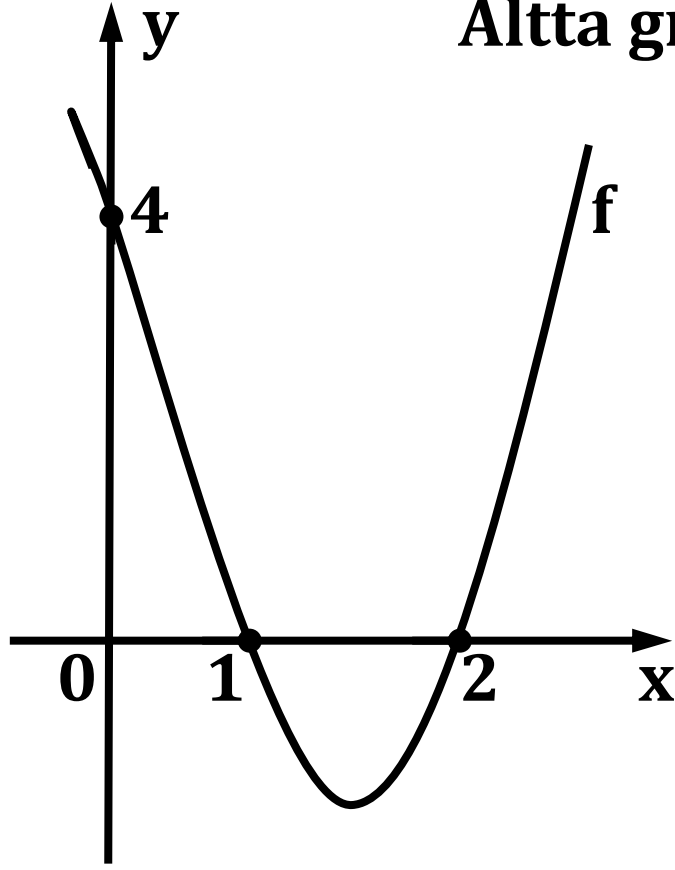
Kural 2:



Parabolün x eksenini kestiği iki nokta verilirse parabolün denklemi, $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ eşitliği ile bulunur. Denklemde x_1 ve x_2 yerine yazılır. C noktası denkleme uygulanır ve a katsayısı elde edilir. En sonunda parantezler çarpılır ve denklemin açık hali bulunur.

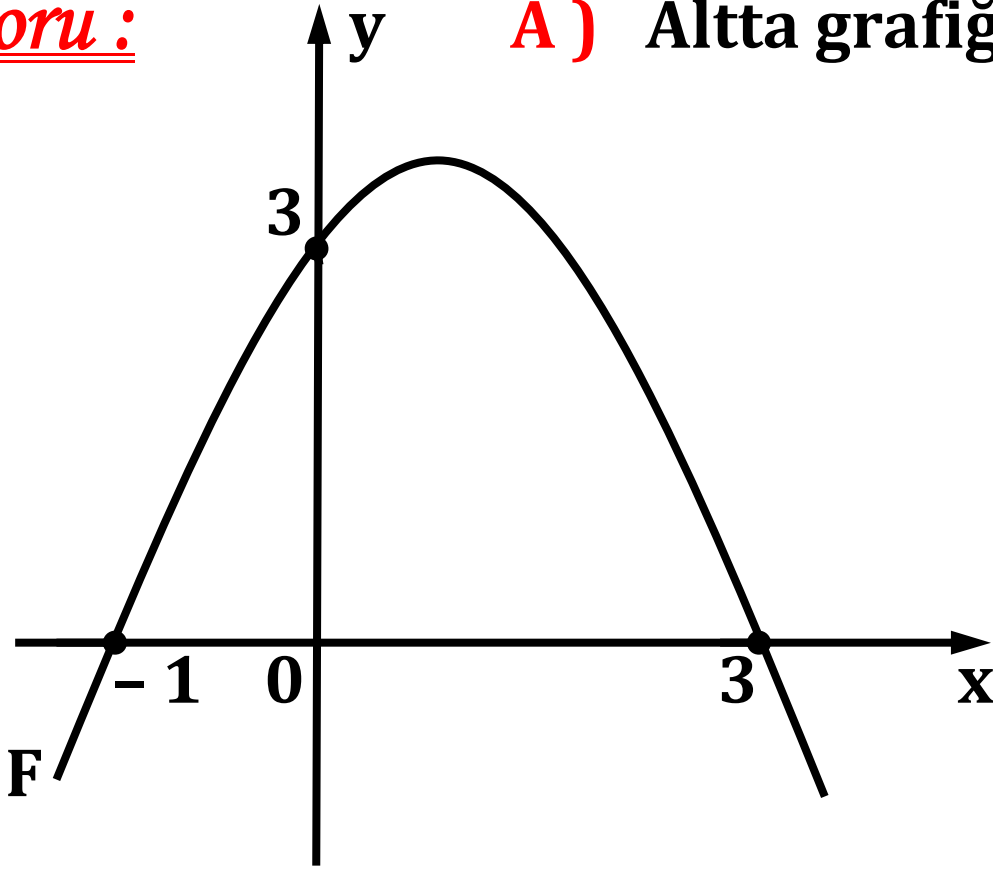
Örnek:

Altta grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



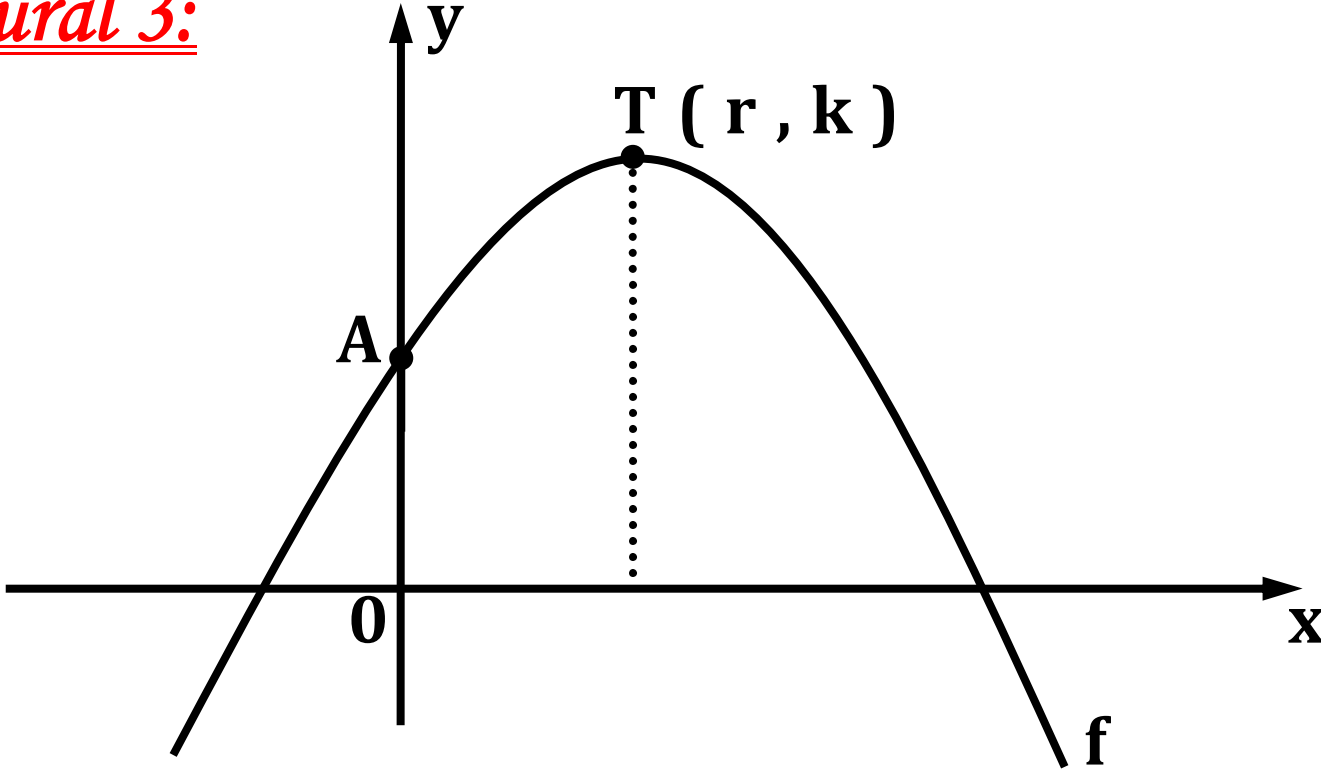
Soru :

A) Altta grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



B) $f(1) = ?$

Kural 3:

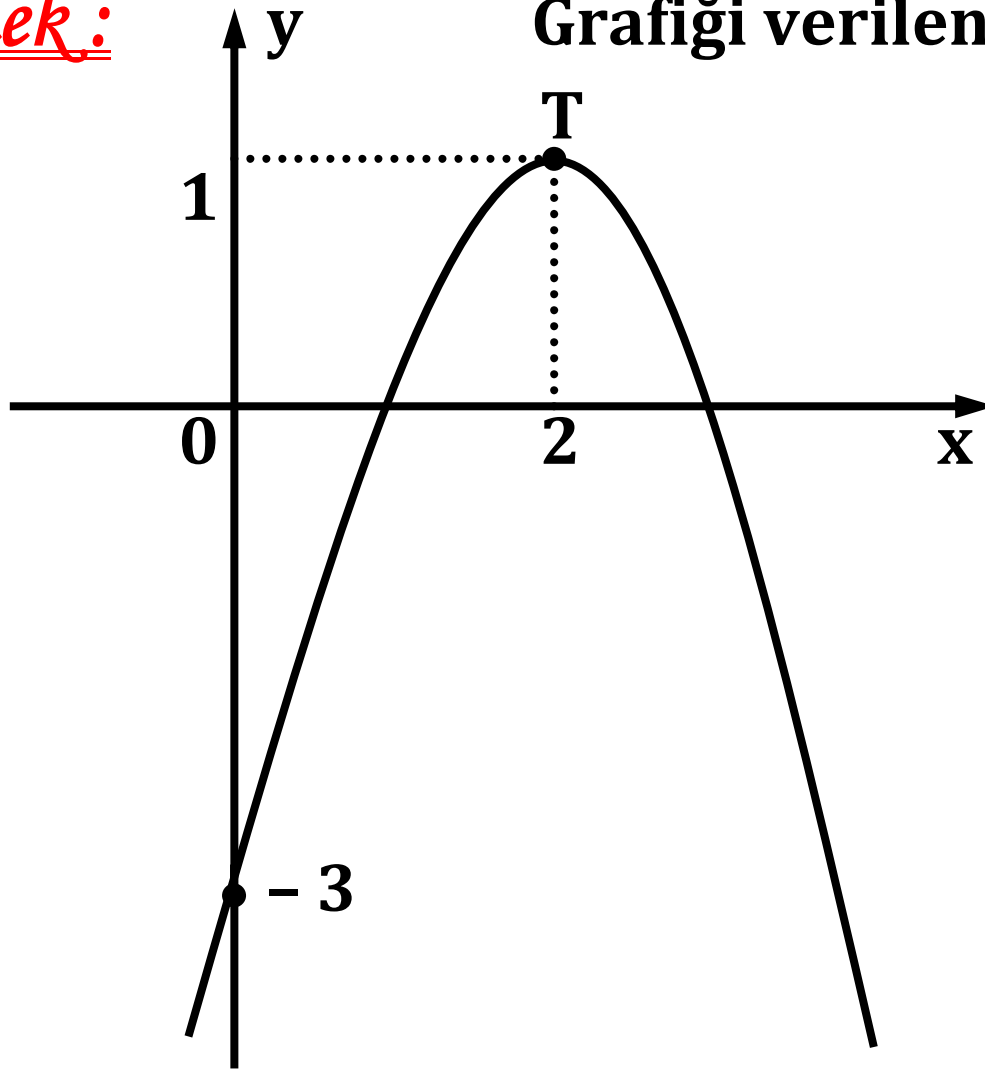


Parabolün sadece tepe noktası ve bir başka noktası verilsin.

Parabolün denklemi $f(x) = a \cdot (x - r)^2 + k$ eşitliği ile bulunur. Denklemde r ve k yerine yazılır. Verilen diğer nokta kullanılarak a katsayısı bulunur.

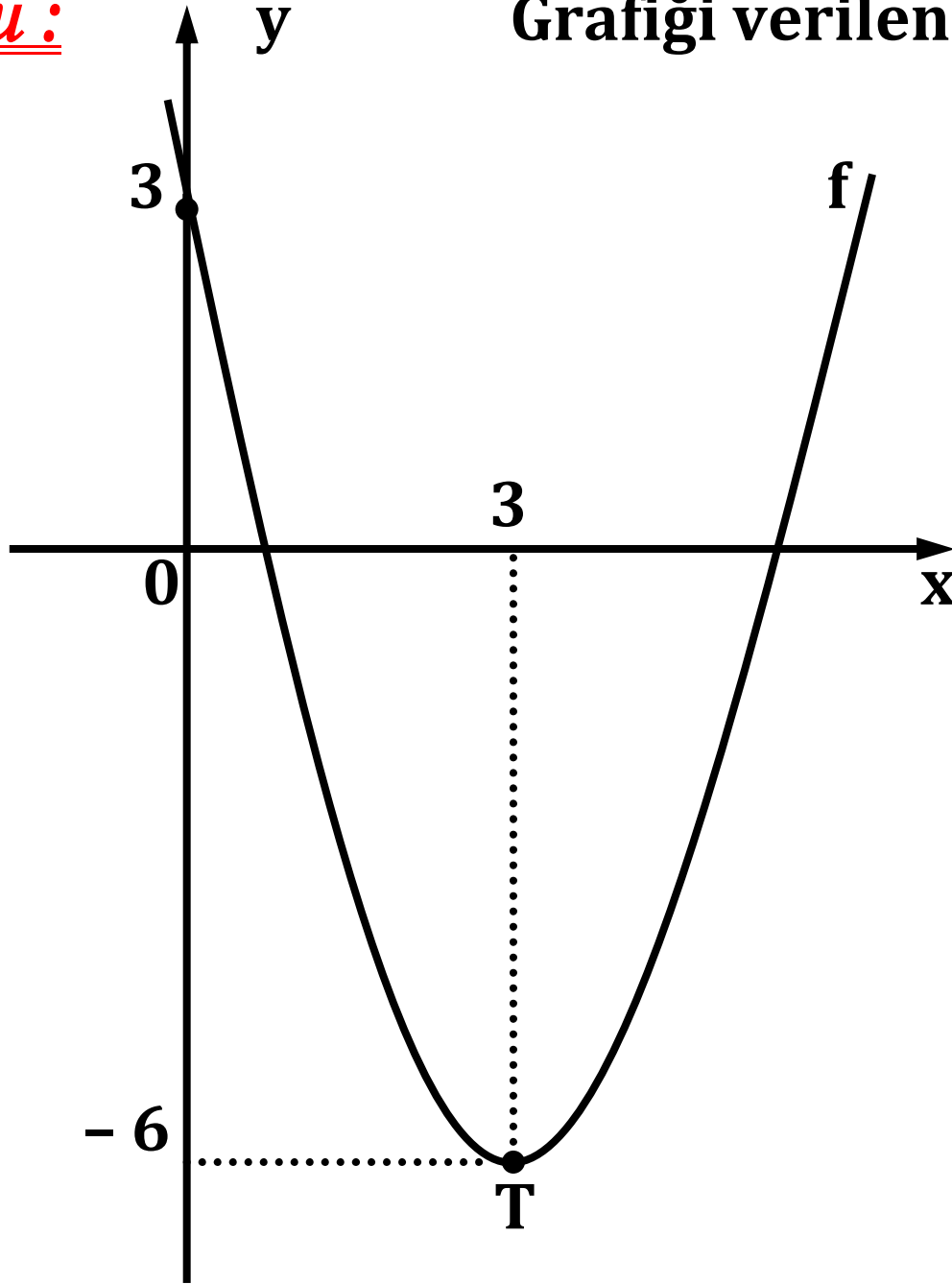
Örnek:

Grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



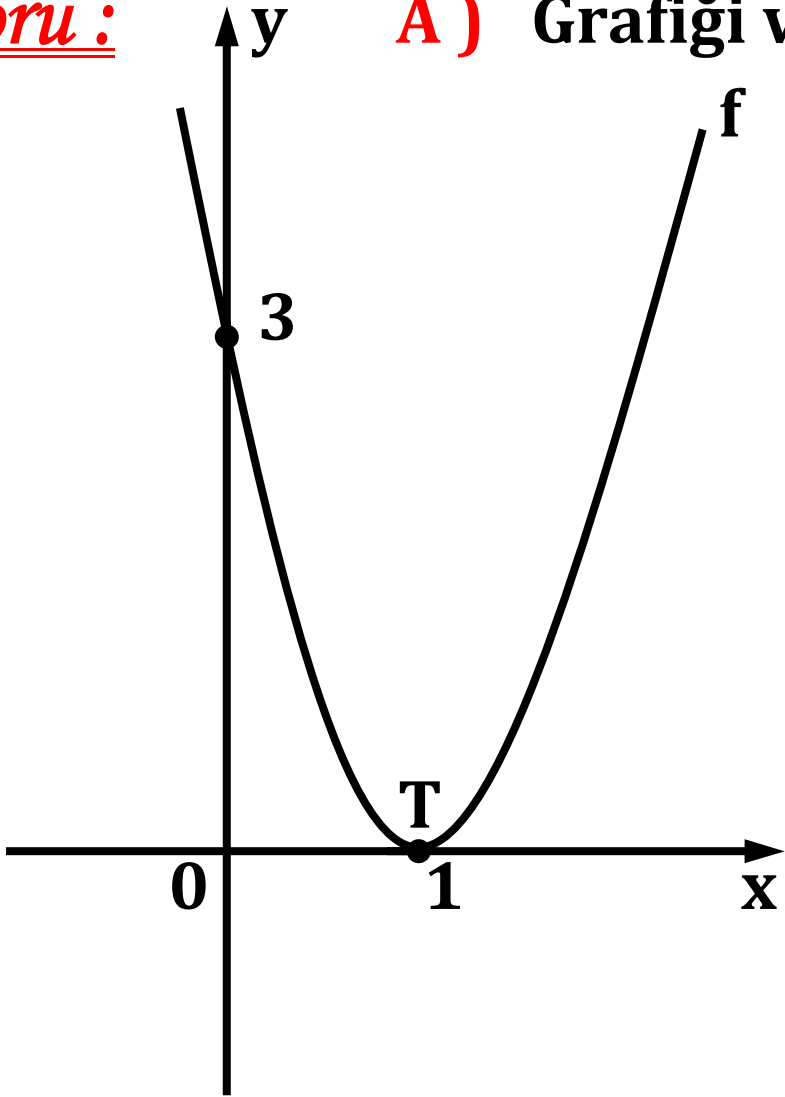
Soru :

Grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



Soru :

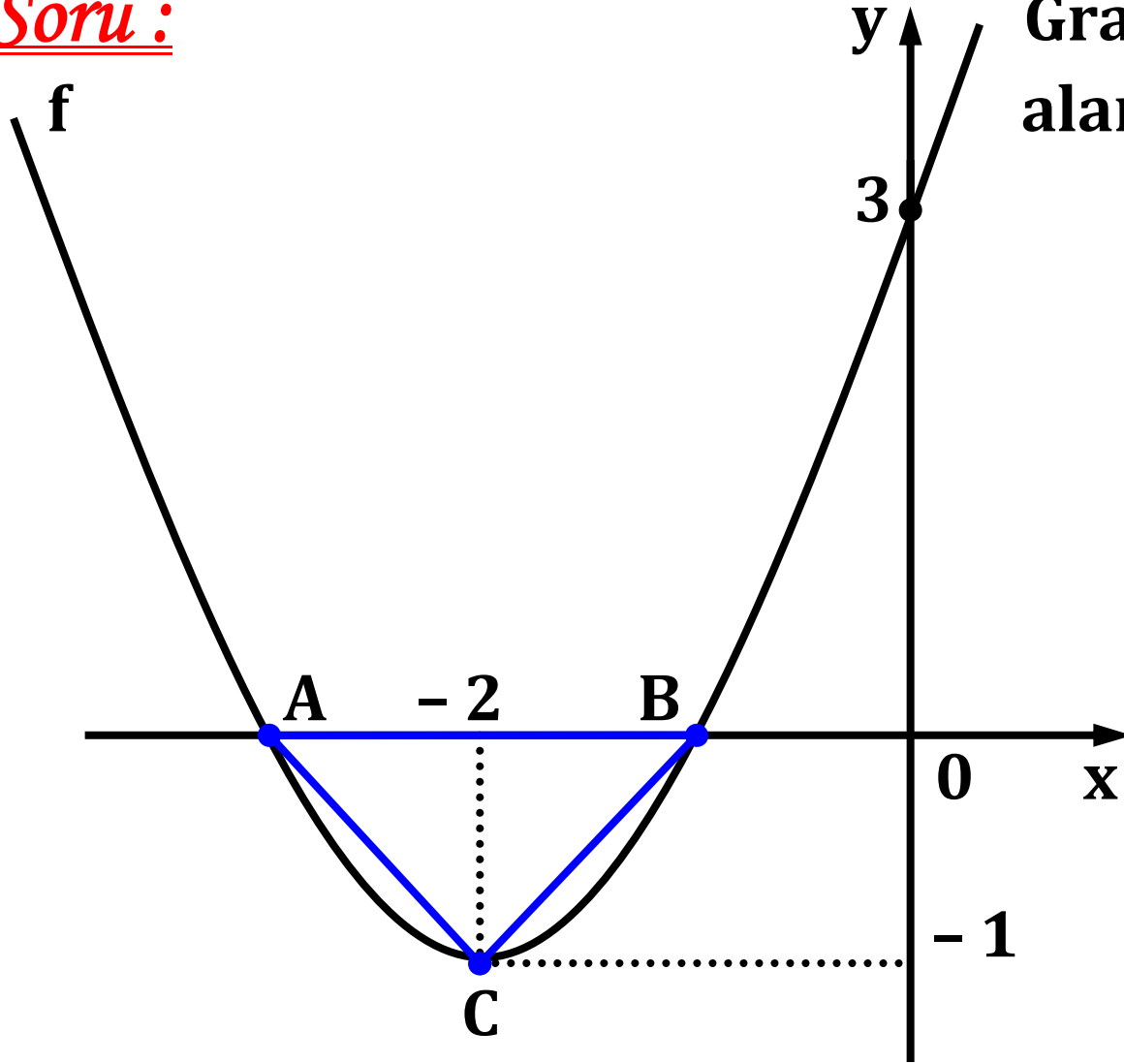
A) Grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



B) $f (4) = ?$

Karışık Uygulamalar

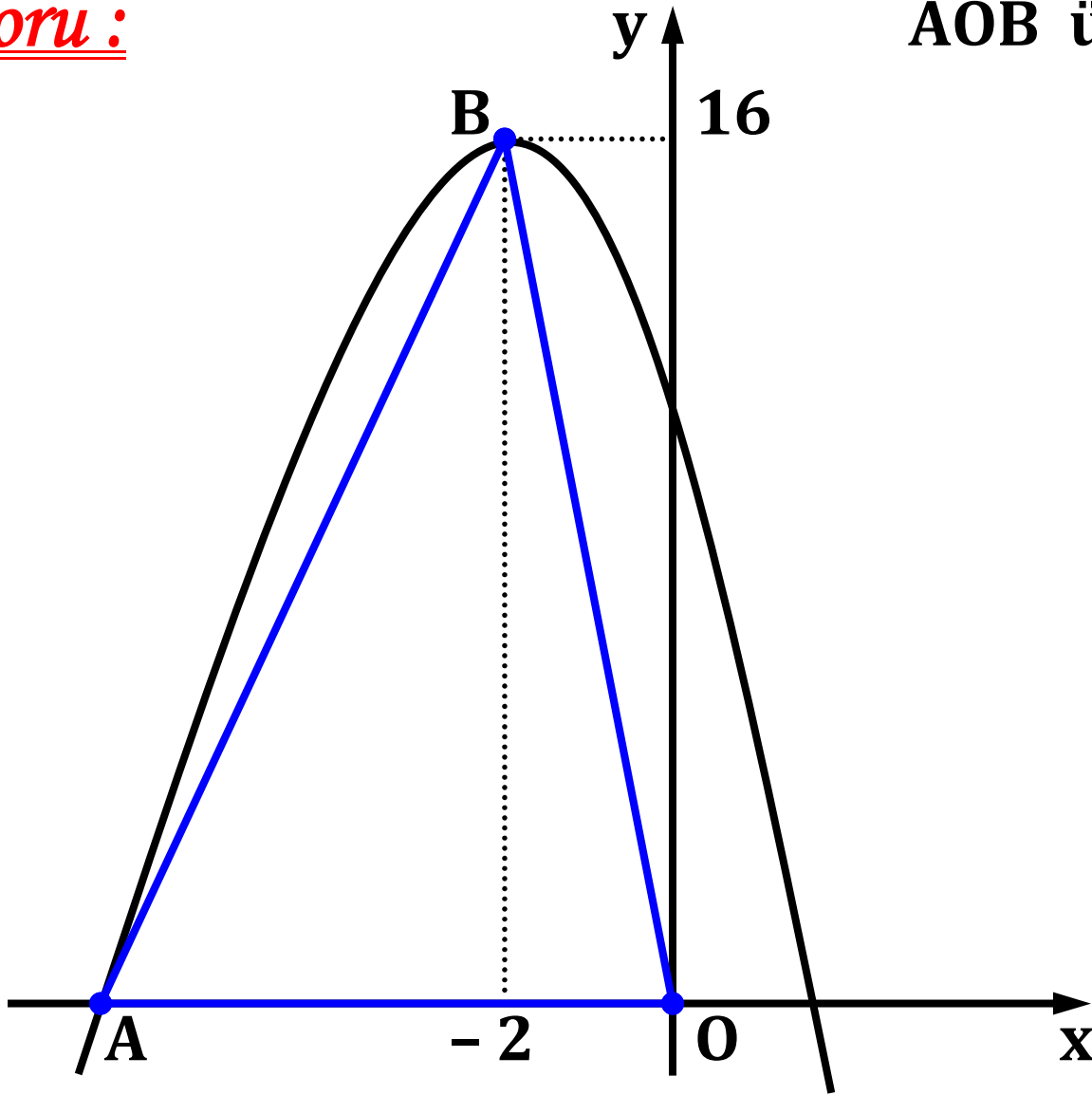
Soru :



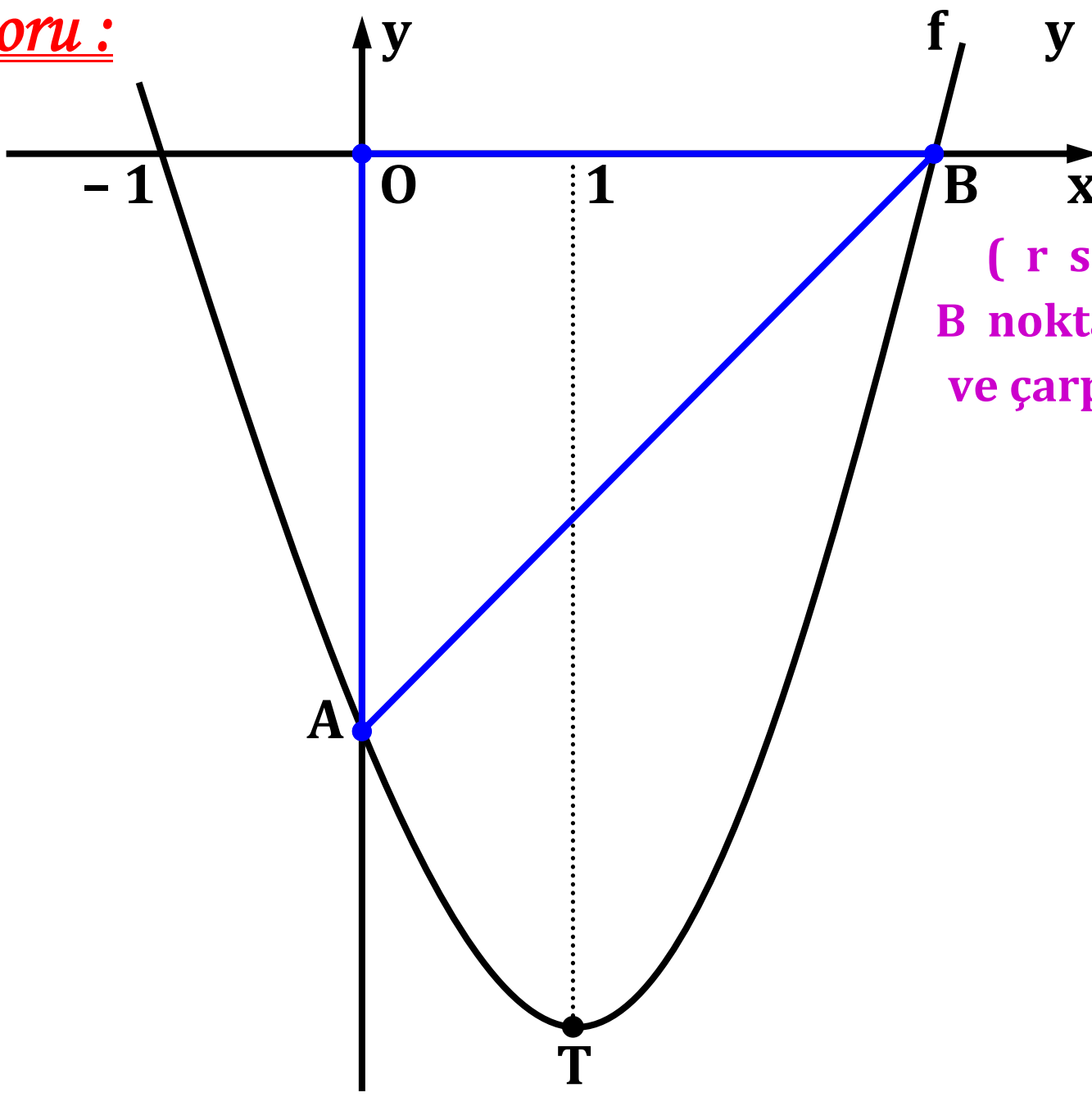
Grafiğe göre ABC üçgeninin alanını bulunuz. (İlk önce denklem bulunur. Sonra $y = 0$ için x değerleri bulunur.)

Soru :

AOB üçgeninin alanını bulunuz.



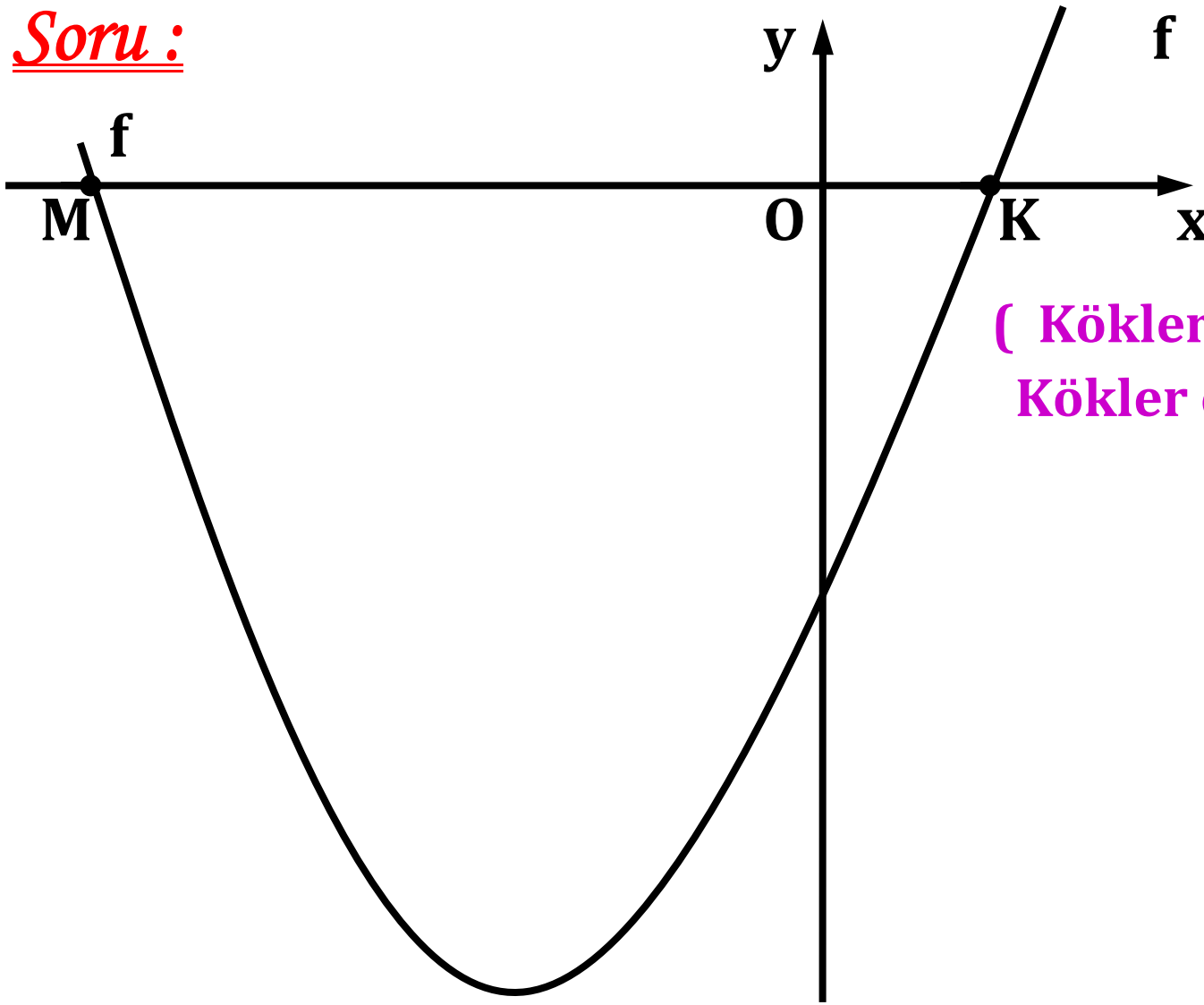
Soru :



$y = f(x) = x^2 + bx + c$
ise AOB üçgeninin
alanını bulunuz.

(r simetri merkezi idi. İlk önce
B noktası bulunur. Kökler toplamı
ve çarpımından b ile c bulunur.)

Soru :



$$f(x) = x^2 + 6x - p + 2$$

$$\text{ve } |MO| = 7 \cdot |OK|$$

$$\text{ise } p = ?$$

(Kökler toplamından x'ler bulunur.
Kökler çarpımından da p bulunur.)

Soru :

$f(x) = x^2 - 10x + k - 3$ ve $|MK| = 7 \cdot |OM|$
ise $k = ?$

