

( Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir. )

### 10. 1. 2. Basit Olayların Olasılıkları

**Terimler ve Kavramlar:** Örnek uzay, olay, deney, çıktı, kesin olay, imkânsız olay, ayrık olay, ayrık olmayan olay, bir olayın tümleyeni, olasılık.

**Sembol ve Gösterimler:**  $E$  ,  $P ( A )$  ,  $P ( A' )$  ,  $P ( A \cup B )$  ,  $P ( A \cap B )$

**10. 1. 2. 1.** Örnek uzay, deney, çıktı, bir olayın tümleyeni, kesin olay, imkânsız olay, ayrık olay ve ayrık olmayan olay kavramlarını açıklar.

**A )** Örnek uzay, deney, çıktı kavramları eş olası durumlardan yola çıkılarak eş olası olmayan durumlar için de örneklendirilir ve tanımlanır.

**B )** Ayırık olay ve ayırık olmayan olaylar üzerinde durulur.

**C )** El Kindî ve Laplace'ın çalışmalarına yer verilir.

**10. 1. 2. 2.** Basit olayların olasılıklarını hesaplar.

Bir olayın tümleyeni ile olasılık değeri ilişkilendirilir.

**10. 1. 2. 3.** Tümleyen, ayırık olay ve ayırık olmayan olay ile ilgili olasılıkları hesaplar.

Sadece sonlu ve ayırık kümeler üzerinde tanımlı olayların olasılıkları üzerinde durulur.

## Basit Olayların Olasılıkları

Tekrarlanabilen, her seferinde farklı sonuçlar elde edilebilen aşamalara birer “**deney**” adı verilir. Deneylerde elde edilen sonuçların her birine de “**çıktı**” adı verilir.

Bir deneyin mümkün olan tüm çıktılarının kümesine “**örnek uzay**” adı verilir ve **E** harfi ile gösterilir.

Örnek uzayın her bir alt kümesine “**olay**” adı verilir.

Bir **A** olayının dışında kalan, örnek uzayın diğer çıktılarını içeren olaya da “**A olayın tümleyeni**” adı verilir ve **A'** ile gösterilir.

Madeni bir paranın atılması deneyinde örnek uzay  $E = \{ \text{Yazı}, \text{Tura} \}$  olur. Paranın üst yüzüne; yazı gelmesi olayı  $A = \{ \text{Yazı} \}$  ise yazı gelmemesi olayı  $A' = \{ \text{Tura} \}$  olur.

$s(E) = 2$  olup,  $s(A) = 1$  ve  $s(A') = 1$  olduğundan  $s(A) + s(A') = s(E)$  olur.

**Soru :** İki ve üç madeni paranın atılma olayındaki örnek uzayları bulunuz.

**Not :**  $n$  tane madeni paranın atılması olayında örnek uzayın  $2^n$  tane elemanı vardır.

**Soru :** Bir ve iki zarın atılması olayındaki örnek uzayların elemanlarını bulunuz.

**Not :**  $n$  tane zarın atılması olayında örnek uzayın  $6^n$  tane elemanı vardır.

**Soru :** 4 hemşire, 2 doktor ve 3 hasta bakıcının olduğu gruptan;

**A )** İki kişinin seçilmesi olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ?

**B )** Üç kişinin seçilmesi olayında her branştan bir kişinin olması olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ?

**C )** Seçilecek olan iki kişinin de aynı branştan olması olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ?

**Soru :** 62663644 sayısının rakamları kullanılarak yazılabilecek sekiz basamaklı farklı tek sayıların oluşturduğu olaya ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ?

**Tanım :** Aynı örnek uzaydaki bir olaya ait olası durumların sayısı başka bir olaya ait olası durumların sayısına eşit ise bu olaylara “ eş olası olaylar ”, eşit değil ise “ eş olası olmayan olaylar ” denir.

**Soru :** Bir zarın atılması olayında zarın üst yüzüne; çift gelmesi olayı A , asal sayı gelmesi olayı B ve üçe bölünebilen bir sayı gelmesi olayı C ise olaylardan eş olası durumda olan ve eş olası durumda olmayan olayları yazınız.



**Tanım :** Ortak elemanları olmayan olaylara “ayrık olaylar” denir.

A ve B ayrık iki olay ise  $A \cap B = \emptyset$  olur.

İki olayın ortak elemanı varsa bu olaylara “ayrık olmayan olaylar” denir. A ve B ayrık olmayan iki olay ise  $A \cap B \neq \emptyset$  olur.

**Soru :** Bir zarın atılması olayında zarın üst yüzüne; tek sayı gelmesi olayı A , asal sayı gelmesi olayı B ve iki ile bölünebilen bir sayı gelmesi olayı C ise olaylardan ayrık ile ayrık olmayan olayları inceleyiniz.

**Kural:** A , E örnek uzayda bir olay olsun. A olayının gerçekleşme olasılığı  $P ( A )$  ile gösterilir.

$$P ( A ) = \frac{\text{A olayının eleman sayısı}}{\text{Örnek uzayın eleman sayısı}} = \frac{s ( A )}{s ( E )}$$

oranı ile bulunur.

Bir A olayının olma olasılık değeri  $[ 0 , 1 ]$  aralığında olmalıdır. Yani  $0 \leq P ( A ) \leq 1$  olmalıdır.

Olasılığı 0 olan olaya “**imkansız olay**” ( Örneğin bir zarın atılması olayında üst yüze 7 sayısının gelmesi imkansızdır. ) adı verilir.

Olasılığı 1 olan olaya “**kesin olay**” ( Örneğin bir zarın atılması olayında üst yüze bir rakamın gelmesi kesin bir olaydır. ) adı verilir.

**Soru :**  $P ( K ) = 2$  ,  $P ( L ) = \frac{3}{7}$  ,  $P ( M ) = -1$  ,  $P ( N ) = \frac{5}{3}$   
 $P ( R ) = \frac{4}{9} + \frac{1}{5}$  ile  $P ( S ) = 1\frac{2}{3}$  sonuçlarından hangisi ya da hangileri olasılık değeri olarak alınabilir ?

**Örnek:** İki madeni paranın atılması olayında üst yüze gelenlerden birinin yazı gelme ihtimalini bulunuz.

**Soru :** Üç madeni paranın atılması olayında üst yüze;

**A )** Gelenlerden birinin tura gelmesi olasılığı kaçtır ?

**B )** Gelenlerden en az ikisinin yazı gelmesi olasılığı kaçtır ?

**Soru :** Dört madeni paranın atılması olayında; üst yüze gelenlerden ikisinin tura, ikisinin de yazı gelmesi olasılığı kaçtır ?

**Soru :** İki zarın havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların;

**A )** İkisinin de aynı olma ihtimali kaçtır ?

**B )** İkisinin de farklı olması olasılığı kaçtır ?

**C ) İkisinin de asal sayı olması olasılığı kaçtır ?**

**D ) Birinin diğerinden 1 fazla olma olasılığı kaçtır ?**



**E )** Toplamının en az 10 olması olasılığı kaçtır ?

**F )** Birinin, diğerinin tam katı olma olasılığı kaçtır ?

**Soru :** Herkesin İngilizce veya Almanca bildiği 48 kişilik kafilede; 32 kişi İngilizce, 21 kişi de Almanca bilmektedir. Bu kafileden seçilen birinin her iki dili de bilme olasılığı kaçtır ? ( Küme çözümünden yararlanılır. )

**Soru :** 4 siyah, x beyaz ve y mavi topun bulunduğu bir kutudan  
rengine bakılmaksızın alınan bir topun; beyaz gelme olasılığı  $\frac{3}{10}$  ,  
mavi gelme olasılığı ise  $\frac{1}{2}$  'dir. Buna göre bu kutuda toplam kaç top  
bulunmaktadır ?

**Soru :** Pascal üçgeninde bulunan 6. satırdaki elemanlardan seçilen birinin 10 sayısından büyük olma olasılığı kaçtır ?

**Soru :** 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 rakamları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı rakamları farklı tüm sayılar içinden alınan bir sayının 5 ile bölünebilme olasılığı kaçtır ? ( Sayma kurallarından yararlanılır. )

**Soru :** Farklı 4 tarih ve 3 coğrafya kitabı bir rafa yan yana diziliyor. 4 tarih kitabının bir arada olma olasılığı kaçtır ? ( Permütasyondan yararlanılır. )

**Soru :** Bir torbada 4 kırmızı, 3 beyaz ve 2 siyah top vardır. Bu torbadan rengine bakılmaksızın çekilen üç topun;

**A )** İkisinin beyaz, birinin kırmızı olma olasılığı kaçtır ? ( Kombi-nasyondan faydalanılır. )

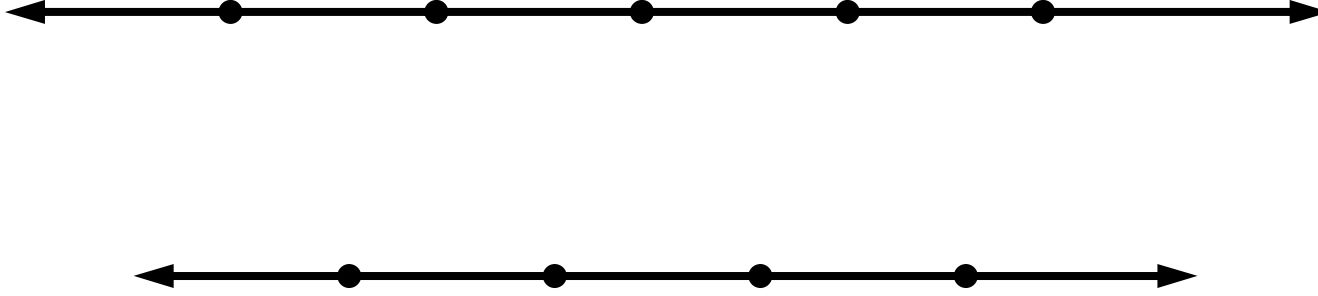
**B ) İkisinin kırmızı olma olasılığı kaçtır ?**



**C ) Her birinin farklı renkte olma olasılığı kaçtır ?**

**Soru :** 5 pozitif, 4 negatif sayının yazıldığı ayrı kağıtlar içinden sayılara bakmadan üç sayı seçiliyor. Seçilen sayıların çarpımının negatif olma ihtimali kaçtır ?

Soru :



**Noktalardan oluşturulacak olan çokgenin üçgen olma olasılığı kaçtır ?**

**Kural:** Kümeler konusundan hatırlarsak  $A \cup A' = E$  ve  $s(A) + s(A') = s(E)$  idi. Dolayısıyla,  $P(A) + P(A') = P(E)$  ise  **$P(A) + P(A') = 1$**  olmalıdır.

**Örnek:**  $P(A) = \frac{3}{8}$  ise  $P(A) \cdot P(A') = ?$

**Soru :** A olayının olma olasılığı, A ' olayının olma olasılığının 5 katı ise  $P ( A ) - P ( A ' ) = ?$

Soru :  $P ( A ) + 3 . P ( A ' ) = \frac{11}{5}$  ise  $P ( A ) = ?$

( 1.yol: Fazlalık ayrılır ve kuraldan faydalanılır. 2.yol: Kural verilen denklemin altına yazılır ve taraf tarafa yok etme metodu kullanılır. )

*Soru :*  $P ( A ) - 2 . P ( A ' ) = - \frac{4}{5}$  ise  $P ( A ' ) = ?$

*Soru :* 
$$\left. \begin{aligned} P(A) + P(B') &= \frac{5}{7} \\ P(A') + P(B') &= \frac{8}{7} \end{aligned} \right\} \text{ ise } P(B) = ?$$



**Soru :** Bir atıcının yaptığı tüm atışlar ölçülmüş ve bir hedefi vurma olasılığı  $\frac{7}{20}$  olarak belirlenmiştir. Buna göre atıcının bir atış yaptığında bu hedefi vuramama olasılığı; **A ) Kaçtır ? B ) Yüzde kaçtır ?**

**Soru :** Bir kutuda bulunan 4 yeşil ve 3 mavi top arasından rengine bakılmaksızın iki top çekiliyor. Çekilen toplardan en az birinin yeşil olma ihtimali kaçtır ? ( Kombinasyondan da yapılır. Ya da **1 – Sağlamayan Seçim** sonucu bize istenileni verir. )

Kural:  $\mathcal{A}$ ) A ve B, E örnek uzayda iki ayrık olmayan olay olsun.

$$P ( A \cup B ) = P ( A ) + P ( B ) - P ( A \cap B ) \text{ olarak alınır.}$$

↓  
Veya

↓  
Ve

Örnek: A ve B, E örnek uzayda ayrık olmayan iki olay olsun.

$$P ( A ) = \frac{3}{5} , P ( B ) = \frac{2}{15} \text{ ve } P ( A \cap B ) = \frac{4}{25} \text{ ise}$$

$$P ( A \cup B ) = ?$$

**Soru:** A ve B, E örnek uzayda ayrık olmayan iki olay olsun.

$$P(A) = \frac{1}{9}, P(B) = \frac{5}{6} \text{ ve } P(A \cup B) = \frac{25}{36} \text{ ise}$$

$$P(A \cap B) = ?$$

**Soru :** A ve B , E örnek uzayda iki ayrık olmayan olay olsun.

$$P ( A \cap B ) = \frac{1}{2} , P ( A ) = \frac{5}{8} , P ( B ) = \frac{1}{8} \text{ ise;}$$

**A)**  $P ( A \cup B ) = ?$

**B)**  $P ( A \cap B' ) = ?$  (  $A \cap B' = A - B$  idi. )

**Soru :** Bir grupta 12 kadın ve 18 erkek vardır. Kadınların 3 'ü, erkeklerin ise 5 'i gözlüklüdür. Gruptan seçilen bir kişinin erkek veya gözlüklü olma ihtimali kaçtır ?

Kural:  $B$ ) A ve B iki ayrık olay ise  $A \cap B = \emptyset$  idi.

$P ( A \cap B ) = 0$  olur. Dolayısıyla,

$$P ( A \cup B ) = P ( A ) + P ( B ) - \underbrace{P ( A \cap B )}_{0}$$

$P ( A \cup B ) = P ( A ) + P ( B )$  olarak alınır.

Soru: A ve B iki ayrık olaydır.  $P ( A \cup B ) = \frac{19}{24}$  ve

$$P ( A ) = \frac{5}{18} \text{ ise } P ( B ) = ?$$

**Soru :** A ve B ayrık olaylardır.  $P ( A' \cap B' ) = \frac{2}{7}$  ve  $P ( A ) = \frac{1}{5}$  ise  $P ( B ) = ?$  (  $A' \cap B' = ( A \cup B )'$  idi. )



**Soru :** Bir kutuda bulunan 5 beyaz, 4 sarı ve 6 mor bilye arasından rengine bakılmaksızın çekilen bir topun sarı veya mor olma ihtimali kaçtır ?

**Kural:** **C)** A ve B ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleridir.

$A \cup B = E$  olduğundan  $P ( A \cup B ) = P ( E )$  olur. Dolayısıyla

$P ( A ) + P ( B ) = 1$  olarak alınır.

Aynı şekilde A , B ve C ikişer ikişer ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleri ise  $P ( A ) + P ( B ) + P ( C ) = 1$  olarak alınır.

**Soru:** A , B ve C ikişer ikişer ayrık olayları, E örnek uzayın alt

kümeleridir.  $P ( A ) = \frac{5}{12}$  ve  $P ( B ) = \frac{1}{2}$  ise  $P ( C ) = ?$

**Soru :** Bir deney için A , B ve C üç ayrık olay tanımlanıyor.

$$P ( A \cup B ) = \frac{2}{3} , P ( B \cup C ) = \frac{5}{6} \text{ ise } P ( A ) = ?$$

**Soru :** A ve B ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleridir. A 'nın olma olasılığı B 'nin olma olasılığının  $\frac{5}{9}$  fazlasıdır. Buna göre B olayının olma olasılığı kaçtır ?

**Soru :** Bir deney için üç ayrık  $A$  ,  $B$  ,  $C$  olayı vardır.  $A$  'nın olma olasılığı  $B$  'nin olma olasılığının 2 katı,  $C$  'nin olma olasılığı  $A$  'nın olma olasılığının üçte biridir. Buna göre  $B$  olayının olma olasılığı kaçtır ?